MICROECONOMIA

Corso di Laurea in Economia Aziendale
(Cognomi E-N)

CAPITOLO 10

I COSTI

Vincenzo Lombardo
Dipartimento di Studi Aziendali ed Economici

I COSTI

- Per poter realizzare la produzione l’impresa sostiene dei costi

- Si tratta di scegliere la combinazione ottimale dei fattori produttivi per l’impresa

- La categoria di costo economico di riferimento è il costo opportunità, ovvero il valore della risorsa nel suo migliore uso alternativo possibile

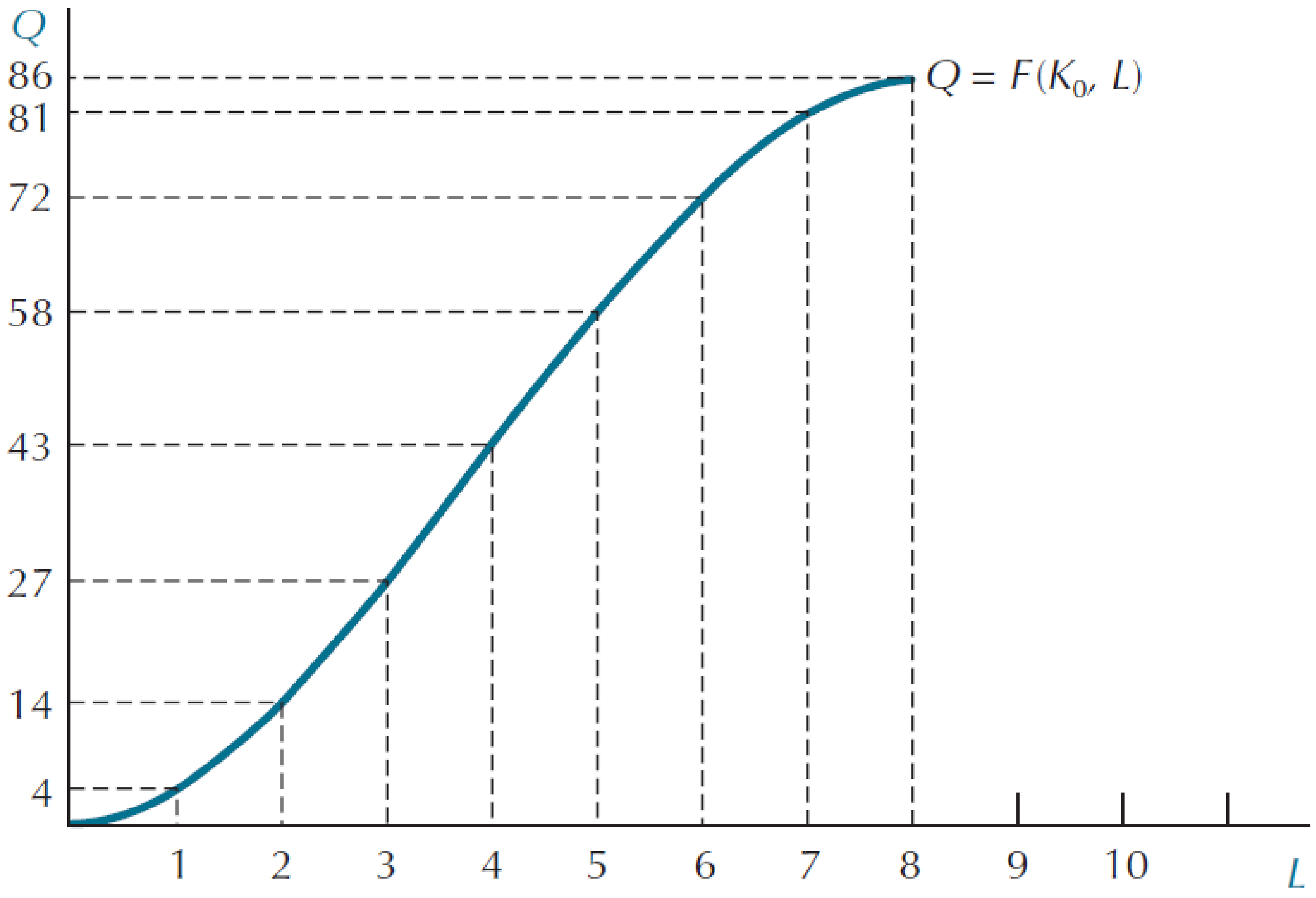
I COSTI NEL BREVE PERIODO

- Costo fisso ($FC = rK_0$): l'impresa lo sostiene indipendentemente dalla quantità prodotta.
  - Esempio: l'affitto dei locali

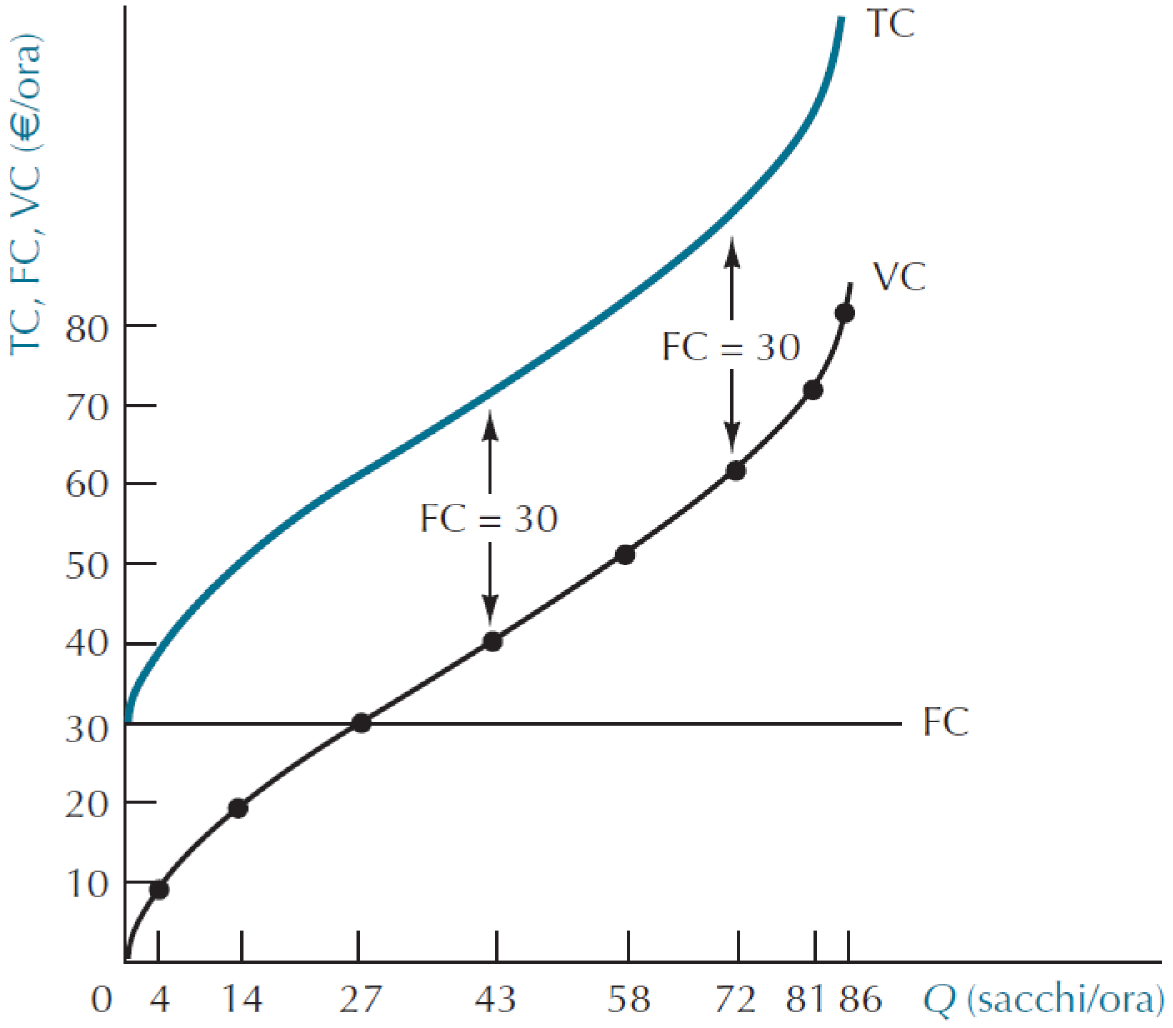
- Costo variabile ($VC = wL_1$): l'impresa lo sostiene in misura variabile a seconda del livello di produzione.
  - Esempio: le materie prime

- Costo totale ($TC = FC + VC$): è la somma del costo fisso e del costo variabile

OUTPUT COME FUNZIONE DI UN SOLO FATTORE VARIABILE



LE CURVE DI COSTO TOTALE, VARIABILE E FISSO



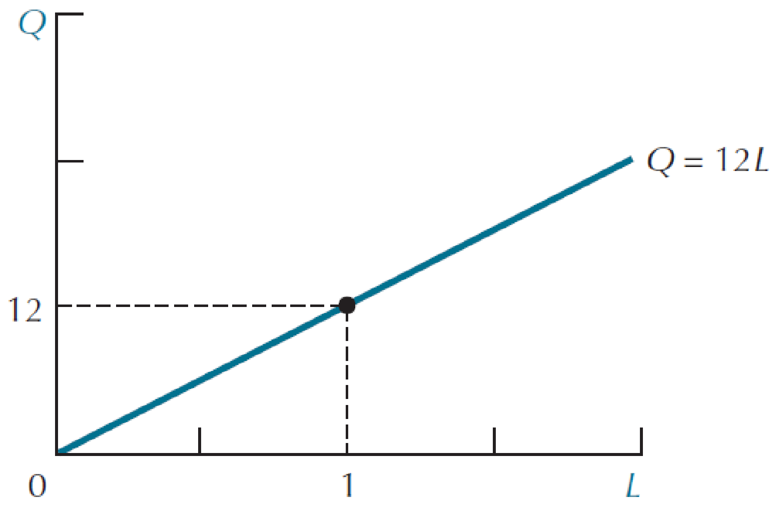
I COSTI NEL BREVE PERIODO

La forma delle curve di costo di breve periodo è collegato all'andamento della funzione di produzione di breve periodo

Nel tratto in cui la funzione di produzione ha	**All'aumentare della produzione, il costo variabile (VC) cresce**
Rendimenti marginali crescenti	*Meno che proporzionalmente*
Rendimenti marginali decrescenti	*Più che proporzionalmente*

ESEMPIO

Funzione di produzione

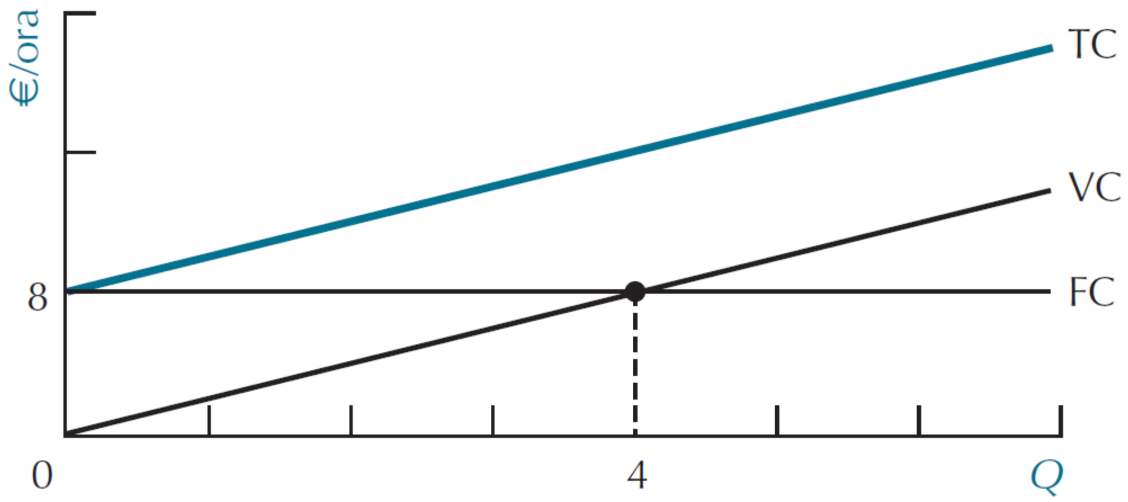


Funzione di produzione

$$Q = 3KL$$

con $K = 4$

Funzioni di costo



- Costi: $P_K = 2; P_L = 24$
- Quantità di lavoro necessaria a produrre ogni unità di prodotto Q
$$L = Q/12$$
- Costo totale:
$$TC = FC + VC = 2\times4 + (Q/12)\times24$$
$$= 8 + 2Q$$

I COSTI NEL BREVE PERIODO

Partendo dal costo fisso, dal costo variabile e dal costo totale si definiscono altre quattro categorie di costo di breve periodo

1. **Costo medio fisso** (AFC): pari al rapporto tra il costo fisso e la quantità prodotta
2. **Costo medio variabile** (AVC): pari al rapporto tra il costo variabile e la quantità prodotta
3. **Costo medio totale** (ATC): pari al rapporto tra il costo totale e la quantità prodotta
4. **Costo marginale** (MC): corrisponde alla variazione del costo totale conseguente alla produzione di una unità aggiuntiva di output

I COSTI NEL BREVE PERIODO
COSTO MEDIO FISSO

1. **Costo medio fisso** (AFC): pari al rapporto tra il costo fisso e la quantità prodotta

$$AFC_{Q_1} = \frac{FC}{Q_1} = \frac{rK_0}{Q_1}$$

- Q_1: livello di produzione
- r: costo del fattore fisso - capitale (tasso di interesse)
- K_0: livello di capitale fisso
- rK_0: costo fisso totale della quantità K_0 di capitale

I COSTI NEL BREVE PERIODO
COSTO MEDIO VARIABILE

2. **Costo medio variabile** (AVC): pari al rapporto tra il costo variabile e la quantità prodotta

$$AVC_{Q_1} = \frac{VC}{Q_1} = \frac{wL_1}{Q_1}$$

- Q_1: livello di produzione
- w: costo del fattore variabile - lavoro (salario)
- L_1: quantità di lavoro impiegato per produrre Q_1
- wL_1: costo variabile totale della quantità L_1 di lavoro

I COSTI NEL BREVE PERIODO
COSTO MEDIO TOTALE

3. **Costo medio totale** (ATC): pari al rapporto tra il costo totale e la quantità prodotta

$$ATC_{Q_1} = AFC_{Q_1} + AVC_{Q_1} = \frac{rK_0 + wL_1}{Q_1}$$

I COSTI NEL BREVE PERIODO
COSTO MARGINALE

4. **Costo marginale** (MC): variazione del costo totale conseguente alla produzione di una unità aggiuntiva di output

$$MC_{Q_1} = \frac{\Delta TC_{Q_1}}{\Delta Q} = \frac{\Delta VC_{Q_1}}{\Delta Q} \approx \frac{\partial VC}{\partial Q} = \frac{\partial TC}{\partial Q}$$

CURVE DI COSTO

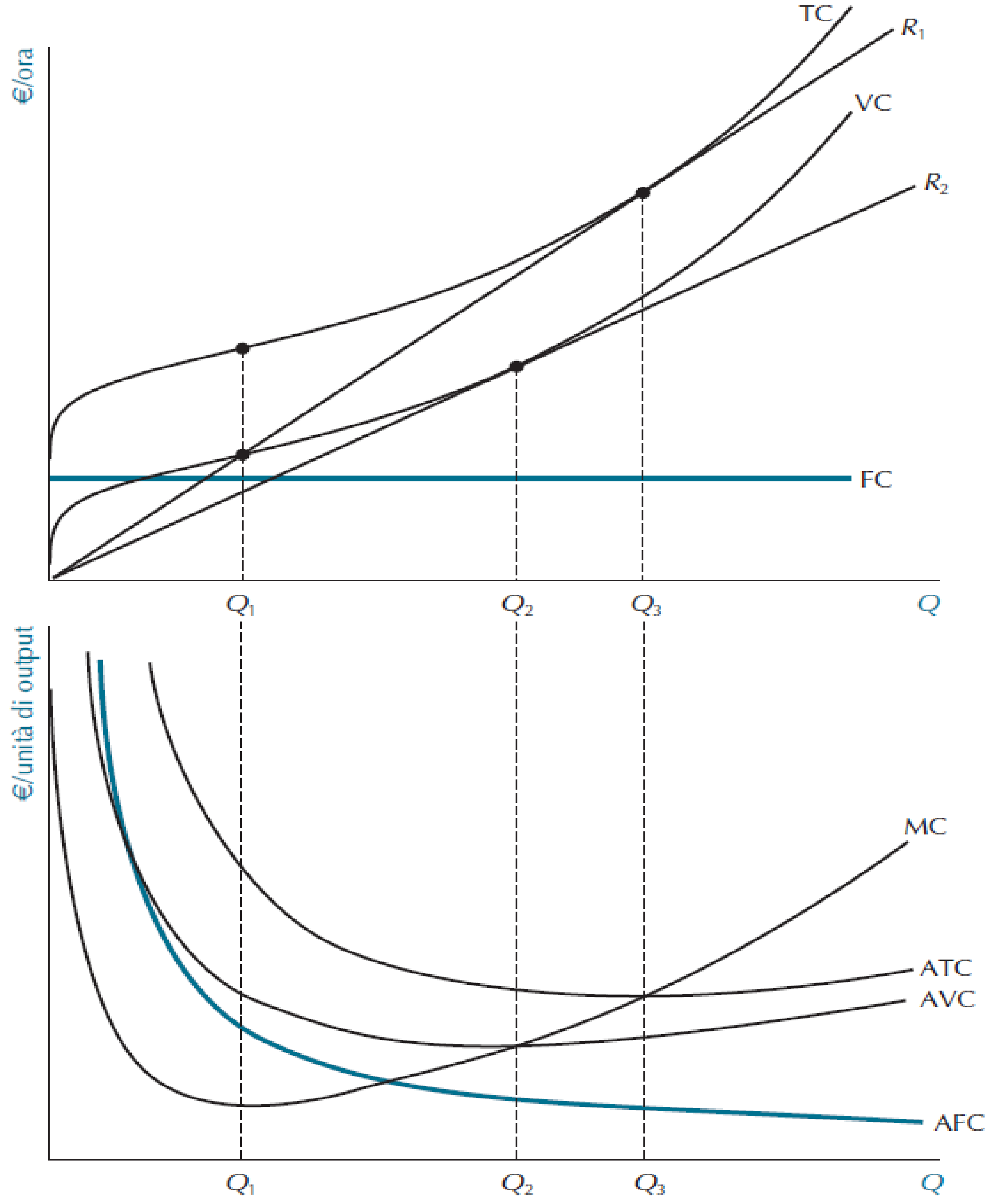
Costo medio fisso (AFC):
Diminuisce al crescere dell'output

Costo medio variabile (AVC):
Pendenza retta che unisce origine assi con curva VC

Costo medio totale (ATC):
Pendenza retta che unisce origine assi con curva TC

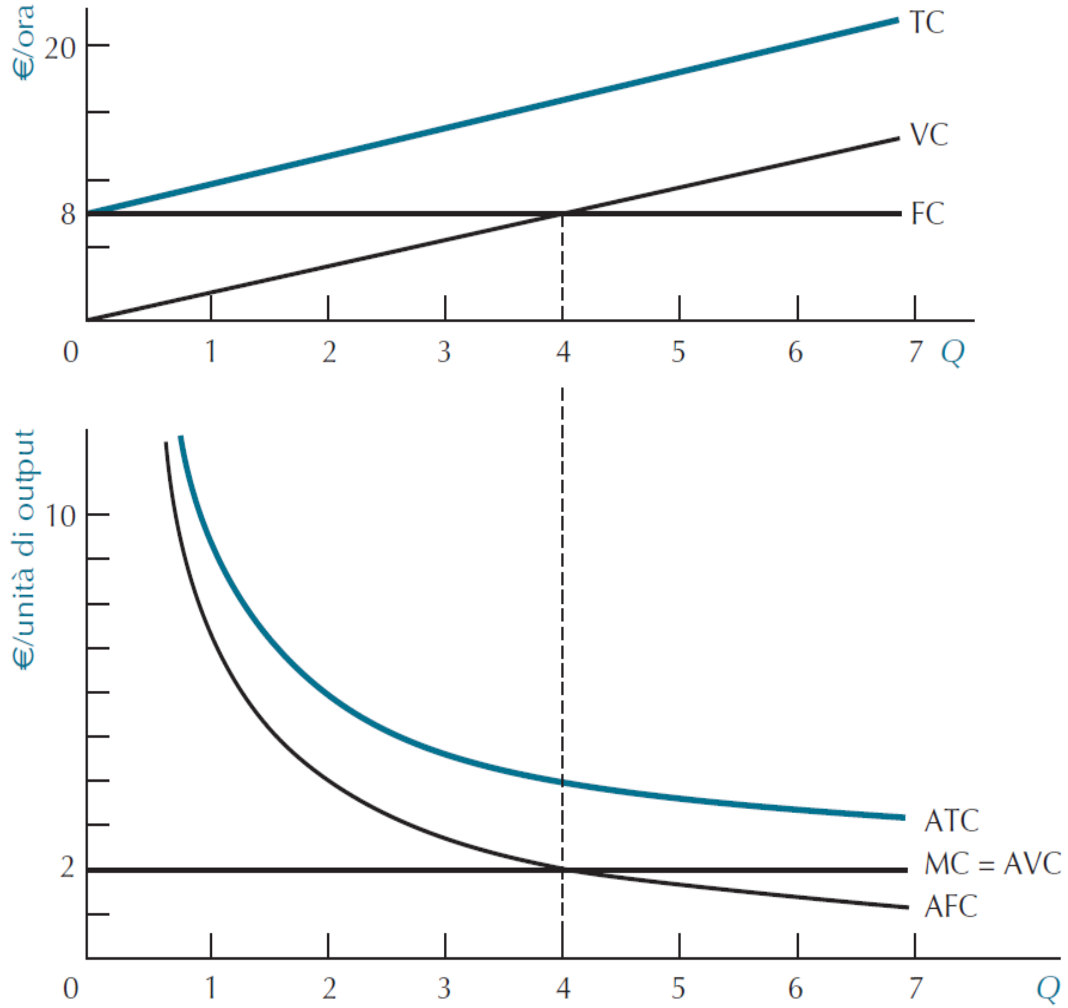
Costo marginale (MC):
Pendenza curva TC (VC) in ogni Q

Quando il costo marginale è inferiore (maggiore) al costo medio (totale o variabile), il costo medio si riduce (aumenta) all'aumentare di Q



CURVE DI COSTO

ESEMPIO



Funzione di costo totale:

$$TC = 8 + 2Q$$

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{\partial TC}{\partial Q} = 2$$

$$AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{2Q}{Q} = 2$$

$$AFC = \frac{FC}{Q} = \frac{8}{Q}$$

$$ATC = AVC + AFC = 2 + \frac{8}{Q}$$

ALLOCAZIONE DELLA PRODUZIONE TRA DUE PROCESSI PRODUTTIVI

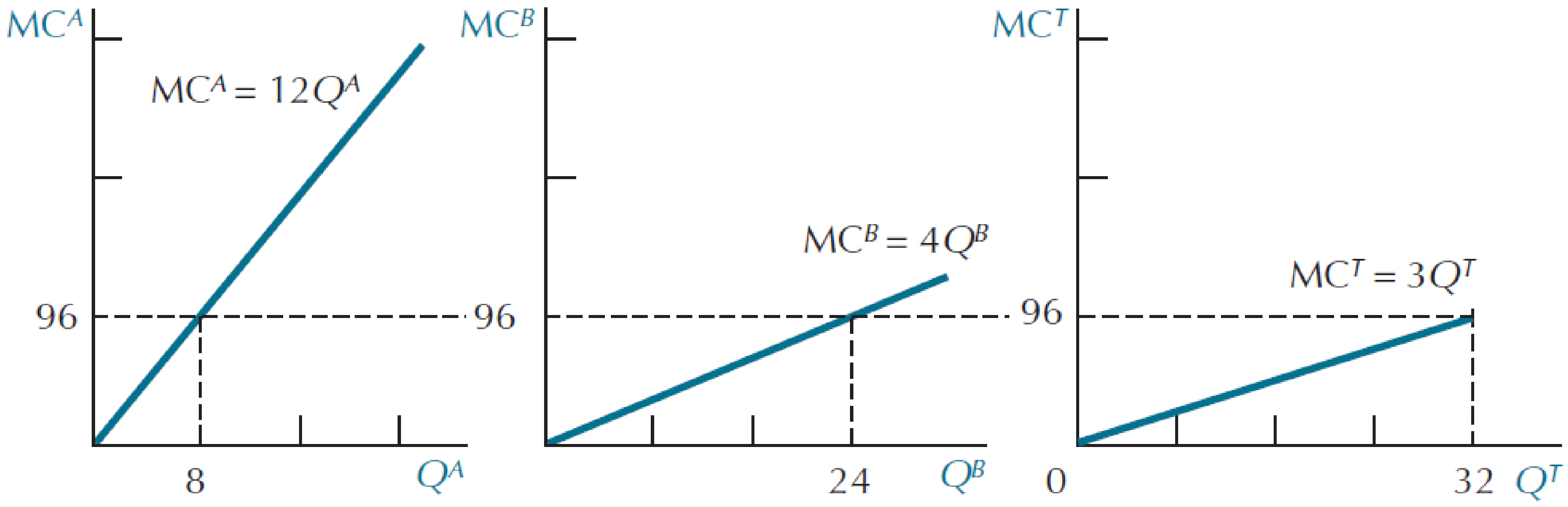
- Come deve comportarsi l'impresa che intenda allocare un dato livello di produzione tra due processi produttivi, in maniera tale da minimizzare il costo di produzione?

- La soluzione consiste nell'allocare la produzione in modo che i costi marginali siano uguali in ciascun processo produttivo

- Questa soluzione non implica che i costi medi siano uguali in ciascun processo

ALLOCAZIONE DELLA PRODUZIONE TRA DUE PROCESSI PER PRODURRE AL MINIMO COSTO

Soluzione: allocare le quantità da produrre in modo che i costi marginali nei due processi siano uguali



Esempio: $MC^A = 12Q^A = 4Q^B = MC^B; Q^A + Q^B = 32$ o anche $Q^B = 32 - Q^A$
Sostituendo si ha: $12Q^A = 4 * (32 - Q^A) = 128 - 4Q^A \Rightarrow Q^A = 8; Q^B = 24$
MC^T: *somma orizzontale dei singoli costi marginali.*

$$Q^T = Q^A + Q^B = \frac{MC^A}{12} + \frac{MC^B}{4} = \frac{MC^T}{3} \Rightarrow MC^T = 3Q^T$$

RELAZIONI TRA PRODOTTO E COSTI

- I costi medi variabili e il costo marginale riflettono l'andamento del prodotto medio e del prodotto marginale

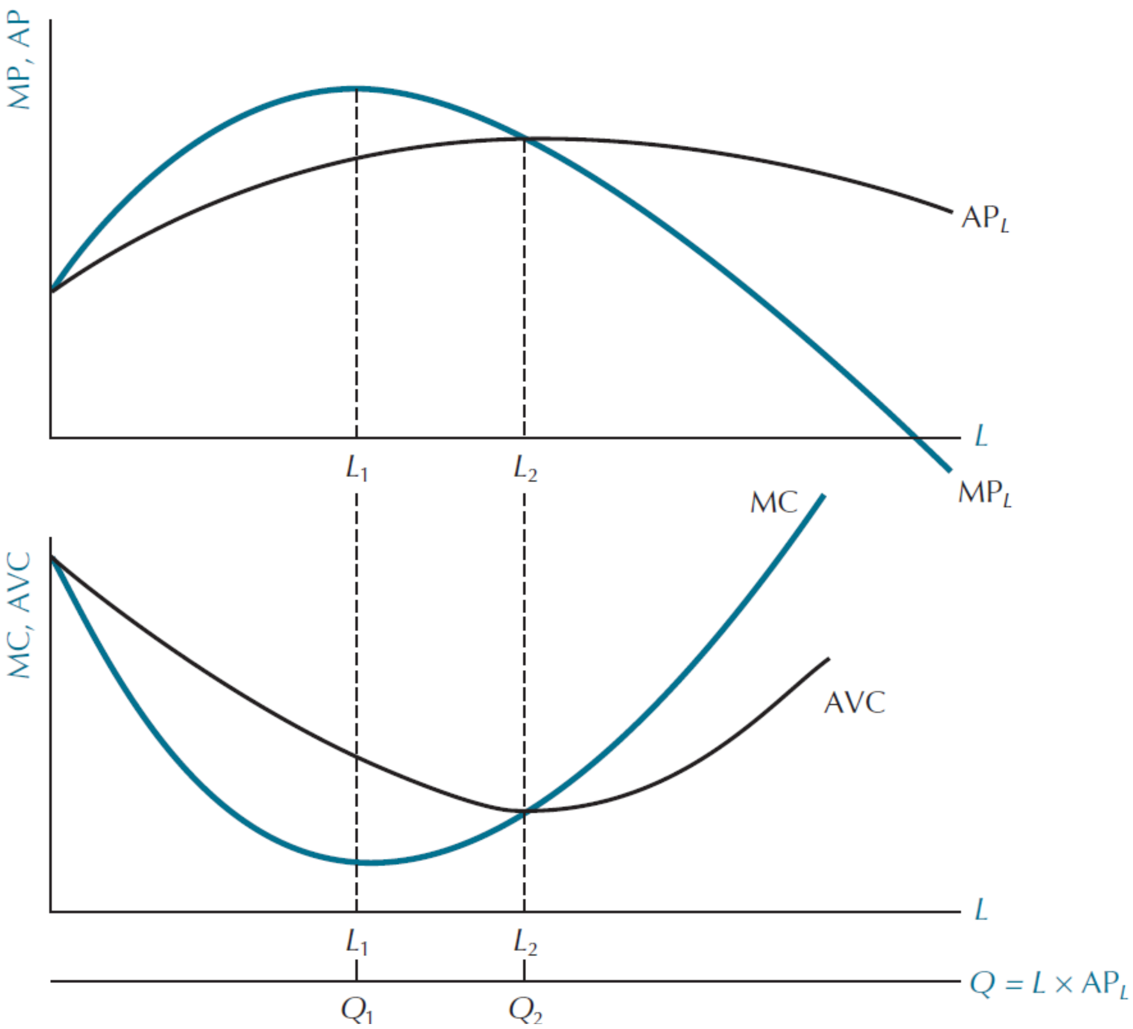
- Ricordando che $AP = Q/L$ e che *w* rappresenta il salario

$$AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{wL}{Q} = \frac{w}{AP}$$

- Ricordando che $MP = \Delta Q/\Delta L$

$$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{\Delta(wL)}{\Delta Q} = \frac{w\Delta L}{\Delta Q} = \frac{w}{MP}$$

RELAZIONE TRA MP, AP, MC E AVC



Quindi, si ha anche:

$$MC = \frac{AP}{MP} AVC$$

- Se $AP = MP \Rightarrow$
  $MC = AVC$
- Se $AP > MP \Rightarrow$
  $MC > AVC$
- Se $AP < MP \Rightarrow$
  $MC < AVC$

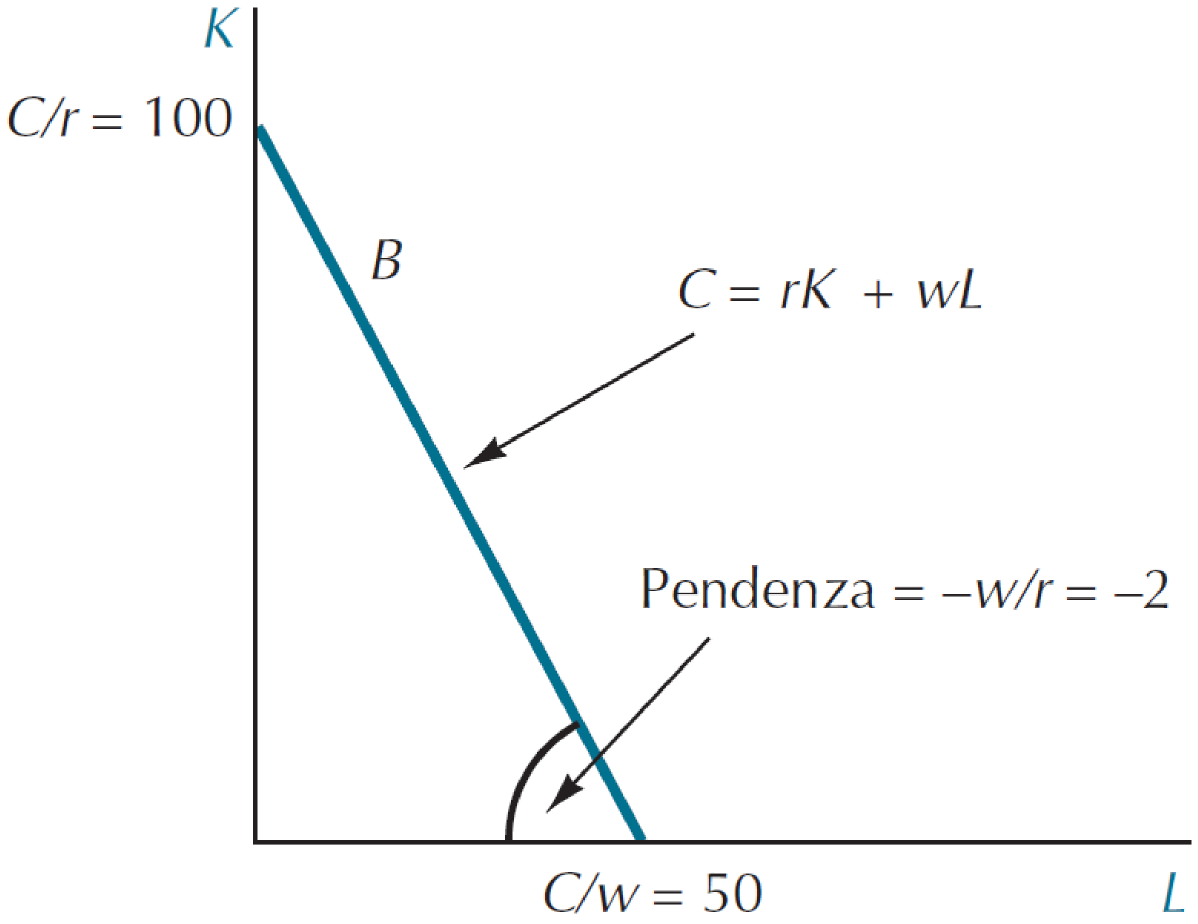
I COSTI NEL LUNGO PERIODO

- Nel lungo periodo non esistono costi fissi in quanto tutti i fattori produttivi sono variabili
- Il problema dell'impresa è scegliere la combinazione ottimale di input dato l'output che si intende produrre
- Oppure: massimizzare output per dato costo
- La retta di **isocosto** individua tutte le combinazioni di lavoro e capitale che generano un dato livello di costi

$$C = rK + wL \Rightarrow K = \frac{C}{r} - \left(\frac{w}{r}\right) L$$

- Il valore assoluto della pendenza dell'isocosto **(*w/r*)** misura il prezzo relativo del lavoro rispetto al capitale

RETTA DI ISOCOSTO



Esempio:
C=200, w=4, r=2

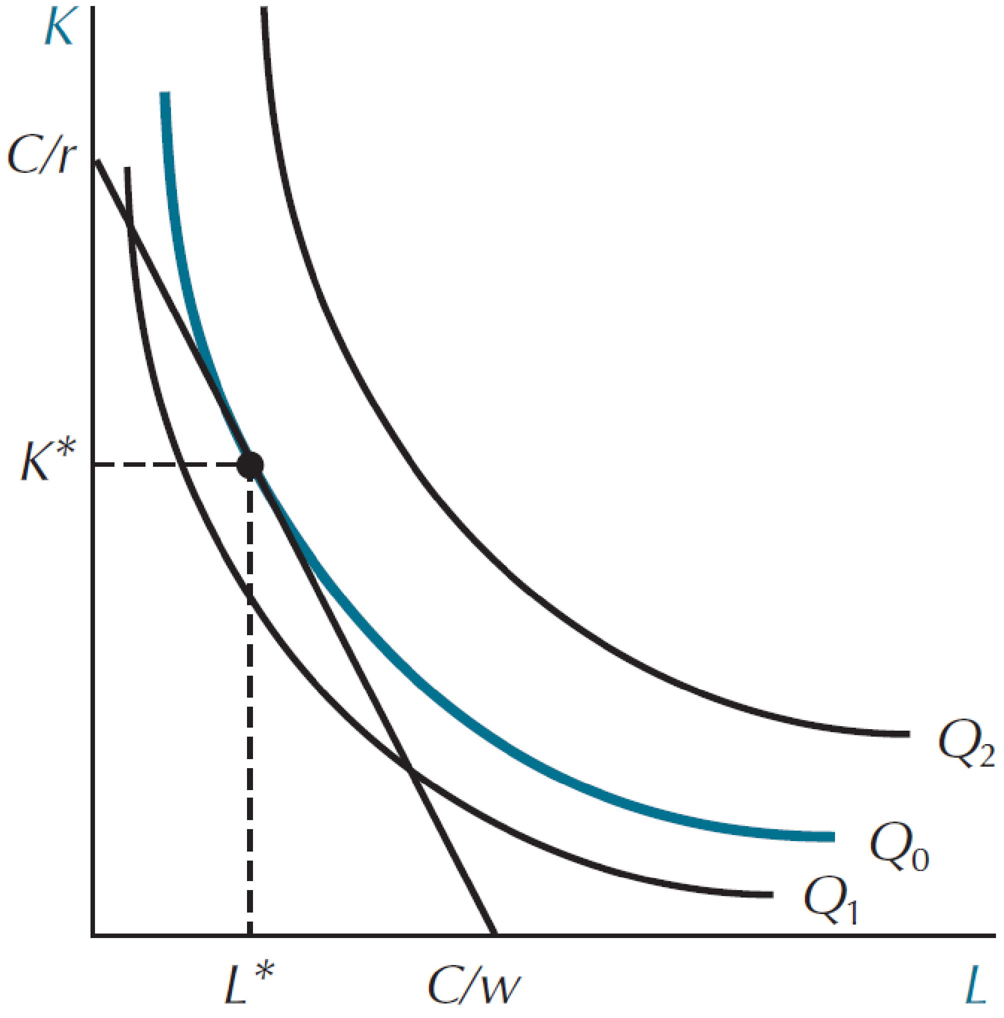
MASSIMIZZAZIONE VINCOLATA DELL’OUTPUT

- L’impresa che intende massimizzare l’output ad un dato costo deve risolvere un problema di ottimizzazione simile a quello relativo alla scelta del paniere ottimo del consumatore

- In termini grafici si tratta di sovrapporre la retta di isocosto alla mappa degli isoquanti

- La quantità ottimale di output si rileva sull’isoquanto più elevato compatibile con il vincolo rappresentato dalla retta di isocosto

MASSIMO LIVELLO DI OUTPUT PER UN DATO LIVELLO DI COSTO



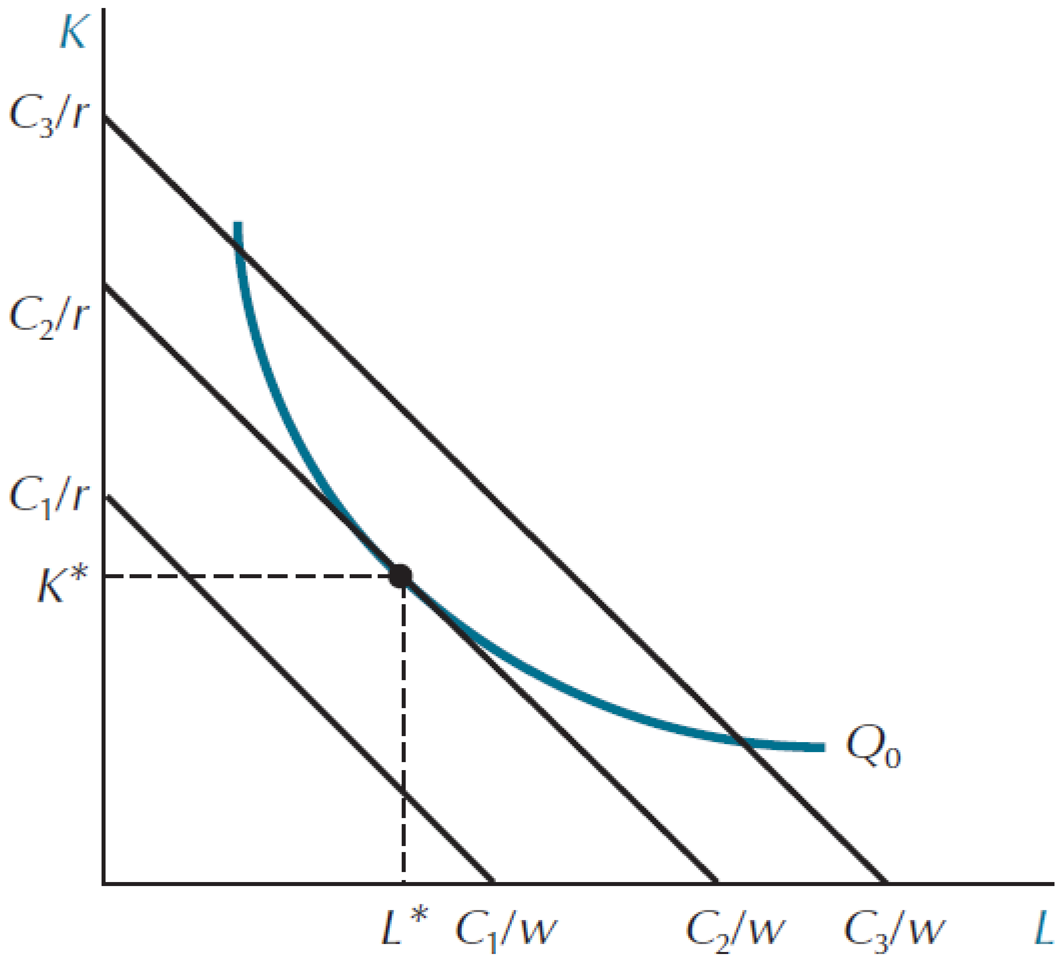
MINIMIZZAZIONE VINCOLATA DEI COSTI

- È possibile anche procedere alla **minimizzazione vincolata** dei costi per un dato livello di output

- In termini grafici si tratta di sovrapporre ad un dato isoquanto di produzione una mappa degli isocosti corrispondenti ai vari livelli di costo

- La quantità ottimale di output si rileva sulla retta di isocosto più bassa compatibile con il vincolo rappresentato dall'isoquanto di produzione

MINIMO LIVELLO DI SPESA
PER UN DATO LIVELLO DI PRODUZIONE



CONDIZIONE DI OTTIMO

- La condizione di ottimo per una soluzione ‘interna’

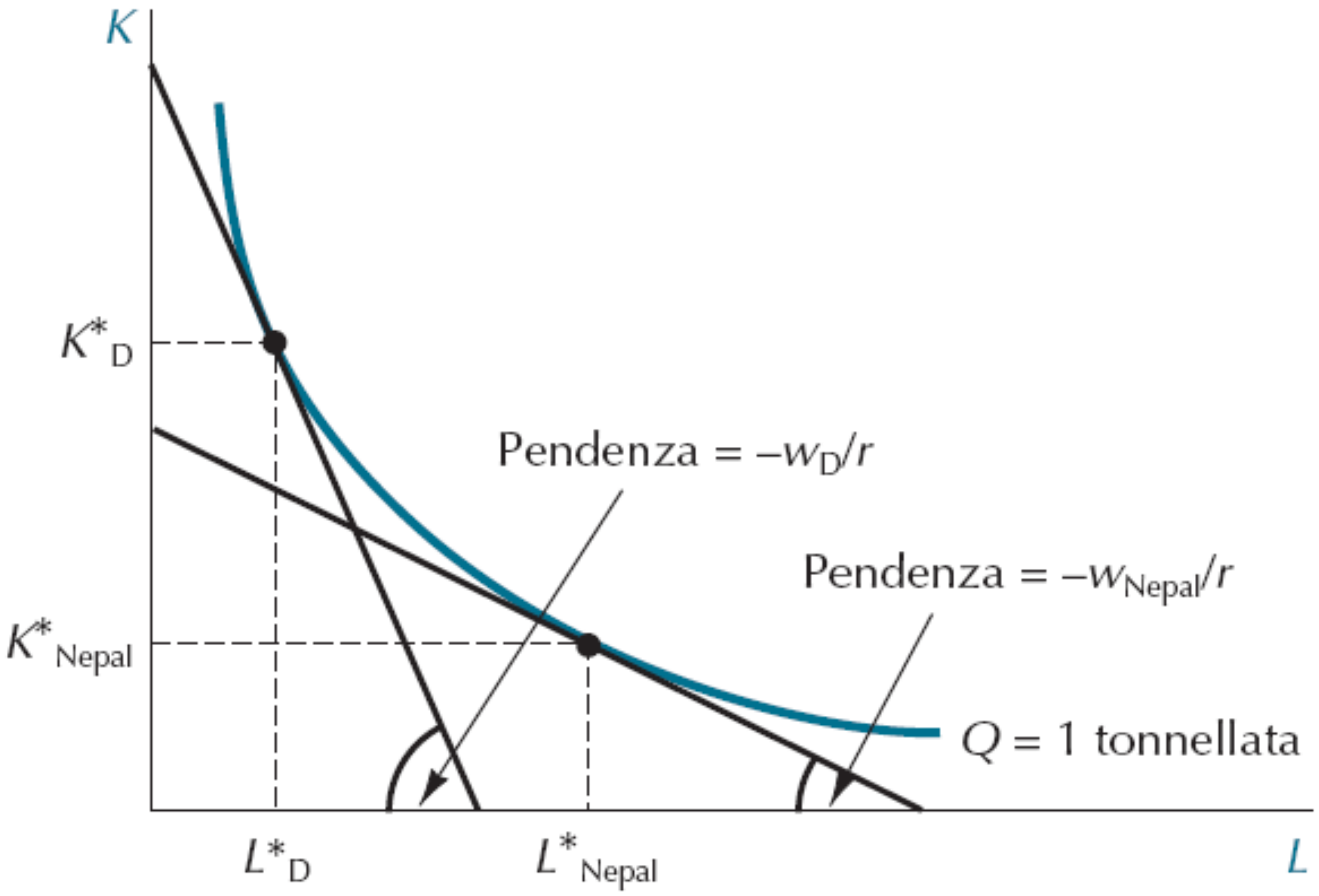
$$\boldsymbol{MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}}$$

  - Ovvero, l’eguaglianza tra il saggio marginale di sostituzione tecnica e il prezzo relativo dei fattori produttivi
  - Questa condizione vale sia che si proceda attraverso la massimizzazione vincolata dell’output sia attraverso la minimizzazione vincolata dei costi

- Riarrangiando i termini, si ottiene che nel punto di ottimo

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

ESEMPIO



Diversi modi di produrre una tonnellata di ghiaia

- Nepal: produzione ad alta intensità di lavoro
- Germania: produzione ad alta intensità di capitale
- Salari in Nepal < Salari in Germania

SCELTA COMBINAZIONE OTTIMA FATTORI
2 PROBLEMI SPECULARI

MINIMAZZIONE VINCOLATA

Minimizzazione costo sotto il vincolo di un output pari a Q_0

$$\min_{K,L} rK + wL \;\; s.t. Q_0 = F(K,L)$$

MASSIMIZZAZIONE VINCOLATA

Massimizzazione output sotto vincolo di costo pari a C_0

$$\max_{K,L} F(K,L) \;\; s.t. \; C_0 = rK + wL$$

OBIETTIVO

Domanda dei fattori di produzione: quantità ottima di input $K^* e \; L^*$ domandati da imprese in funzione di output Q, prezzi, parametri

TRE METODI EQUIVALENTI

1. CONDIZIONE DI OTTIMO: $MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$ e VINCOLO
2. SOSTITUZIONE: sostituzione vincolo in oggetto
3. LAGRANGE

SCELTA COMBINAZIONE OTTIMA FATTORI
METODO 1: CONDIZIONE OTTIMO e VINCOLO

Step per trovare le domande ottime dei fattori di produzione

1. CONDIZIONE DI OTTIMO

$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

- Se $Q = K^{\alpha}L^{\beta} \Rightarrow$

$$(1)\text{: } K = \frac{\alpha w}{\beta r}L$$

2. SOSTITUIRE CONDIZIONE (1) in VINCOLO

SCELTA COMBINAZIONE OTTIMA FATTORI

METODO 1: CONDIZIONE OTTIMO e VINCOLO

MINIMAZZIONE VINCOLATA

Vincolo: $Q_0 = F(K,L) = K^\alpha L^\beta$

$$Q_0 = L^\beta \left(\frac{\alpha w}{\beta r} L\right)^\alpha = \left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^\alpha L^{\alpha+\beta} \Rightarrow$$

$$L^* = \left[Q_0 \left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^\alpha\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Sostituendo L^* in condizione (1):

$$K^* = \left[Q_0 \left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^\beta\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

MASSIMIZZAZIONE VINCOLATA

Vincolo: $C_0 = rK + wL$

$$C_0 = r\left(\frac{\alpha w}{\beta r} L\right) + wL = wL\left(\frac{\alpha+\beta}{\beta}\right)$$

$$L^* = \frac{C_0}{w}\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)$$

Sostituendo L^* in (1):

$$K^* = \frac{C_0}{r}\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)$$

Sostituendo L^* e K^* in $Q = K^\alpha L^\beta$:

$$Q = \left(\frac{C_0}{\alpha+\beta}\right)^{\alpha+\beta} \left(\frac{\alpha}{r}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{w}\right)^\beta$$

Trovare C_0 e sostituire in L^* e K^*

SCELTA COMBINAZIONE OTTIMA FATTORI
METODO 2: SOSTITUZIONE

1) SOSTITUIRE VINCOLO in OGGETTO
2) DERIVATA PRIMA UGUALE a ZERO; CONDIZIONI SECONDO ORDINE

MINIMAZZIONE VINCOLATA

Oggetto: $C = rK + wL$

Vincolo: $Q_0 = K^{\alpha}L^{\beta} \Rightarrow K = \left(\frac{Q_0}{L^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$

Sostituire vincolo in oggetto

$$C = r\left(\frac{Q_0}{L^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + wL$$

MIN: Derivata prima = a zero

$$\frac{\partial C}{\partial L} = w - \frac{\beta r}{\alpha L}\left(\frac{Q_0}{L^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{L^*}$$

Sostituire L^* in vincolo: $\boldsymbol{K^*}$

MASSIMIZZAZIONE VINCOLATA

Oggetto: $Q = K^{\alpha}L^{\beta}$

Vincolo: $C_0 = rK + wL \Rightarrow$

$$K = \frac{C_0}{r} - \frac{w}{r}L$$

Sostituire vincolo in oggetto

$$Q = \left(\frac{C_0}{r} - \frac{w}{r}L\right)^{\alpha} L^{\beta}$$

MAX: Derivata prima = a zero

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = 0 \Rightarrow L^* = \frac{C_0}{w}\left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right)$$

Vedere passaggi slide precedente

SCELTA COMBINAZIONE OTTIMA FATTORI

METODO 3: LAGRANGE – MINIMIZZAZIONE VINCOLATA

- Problema

$$\min_{K,L} rK + wL \;\; sotto\ vincolo \;\; Q_0 = F(K,L)$$

- Costruzione funzione lagrangiana $\mathcal{L}$ da minimizzare

$$\min_{K,L,\lambda} \mathcal{L} = rK + wL - \lambda(F(K,L) - Q_0)$$

- Condizioni primo ordine per minimizzazione (secondo ordine?):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = r - \lambda \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = F(K,L) - Q_0 = 0$$

- Le prime due equazioni conducono alla condizione di ottimo

$$\frac{\partial F(K,L)/\partial K}{r} = \frac{\partial F(K,L)/\partial L}{w} \Leftrightarrow MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

SCELTA COMBINAZIONE OTTIMA FATTORI

METODO 3: LAGRANGE – MASSIMIZZAZIONE VINCOLATA

- Problema

$$\max_{K,L} F(K,L) \;\; s.t. \;\; C_0 = rK + wL$$

- Costruzione funzione lagrangiana $\mathcal{L}$ da massimizzare

$$\max_{K,L,\lambda} \mathcal{L} = F(K,L) \; - \lambda(rK + wL - C_0)$$

- Condizioni primo ordine per massimizzazione (secondo ordine?)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} - \lambda r = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} - \lambda w = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = rK + wL - C_0 = 0$$

- Le prime due equazioni conducono di nuovo alla condizione di ottimo

$$\frac{\partial F(K,L)/\partial K}{r} = \frac{\partial F(K,L)/\partial L}{w} \Leftrightarrow MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

DOMANDE OTTIME DEI FATTORI

- Indipendentemente dal metodo di risoluzione, si determinano le domande ottime dei fattori di produzione
  - In esempio con funzione di produzione Cobb-Douglas

$$L^* = \left[Q_0 \left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}; \; K^* = \left[Q_0 \left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

- Domande dei fattori L^* e K^* dipendono (in genere)
  - Positivamente da output: più si produce, maggiore la quantità di input necessari
  - Negativamente dai *propri* prezzi: più aumenta prezzo di un fattore più diminuisce sua domanda

FUNZIONE DI COSTO DI LUNGO PERIODO

- Usando le domande ottime di input L^* e K^* nella funzione di costo

$$C = rK^* + wL^*$$

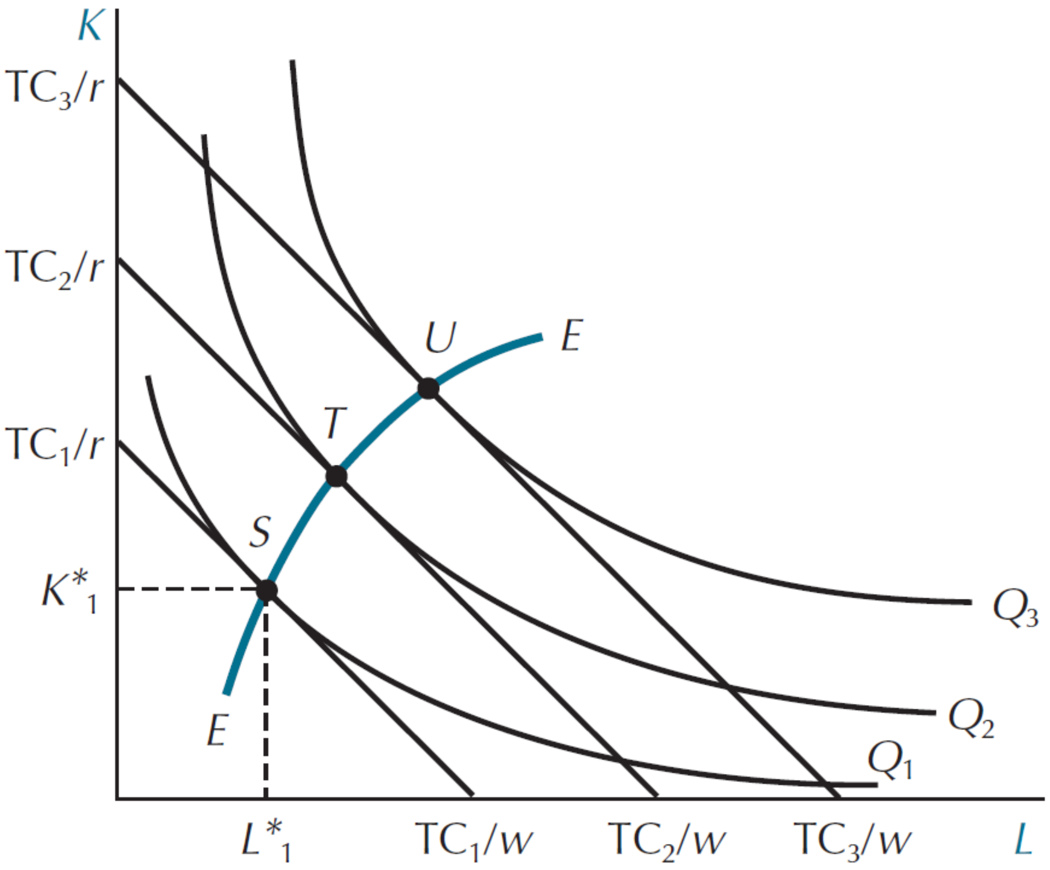
- Si ottiene la **funzione di costo di lungo periodo**

$$LTC(Q, w, r) = C = rK^* + wL^* = \left[Q_0 \left(\frac{r}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} (\alpha + \beta)$$

- Costo totale di lungo periodo (LTC)
  - Positivamente correlato a livello di produzione e prezzi unitari (w, r)
  - Dipende dai rendimenti di scala $(\alpha + \beta)$

COSTO TOTALE E SENTIERO DI ESPANSIONE DELL'OUTPUT

- La curva del costo totale di lungo periodo (LTC) è associata al sentiero di espansione dell'output
  - Il costo totale minimo necessario per ciascun livello di produzione



FUNZIONI DI COSTO DI LUNGO PERIODO

$$LTC(Q,w,r) = C = rK^* + wL^* = \left[Q_0 \left(\frac{r}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} (\alpha+\beta)$$

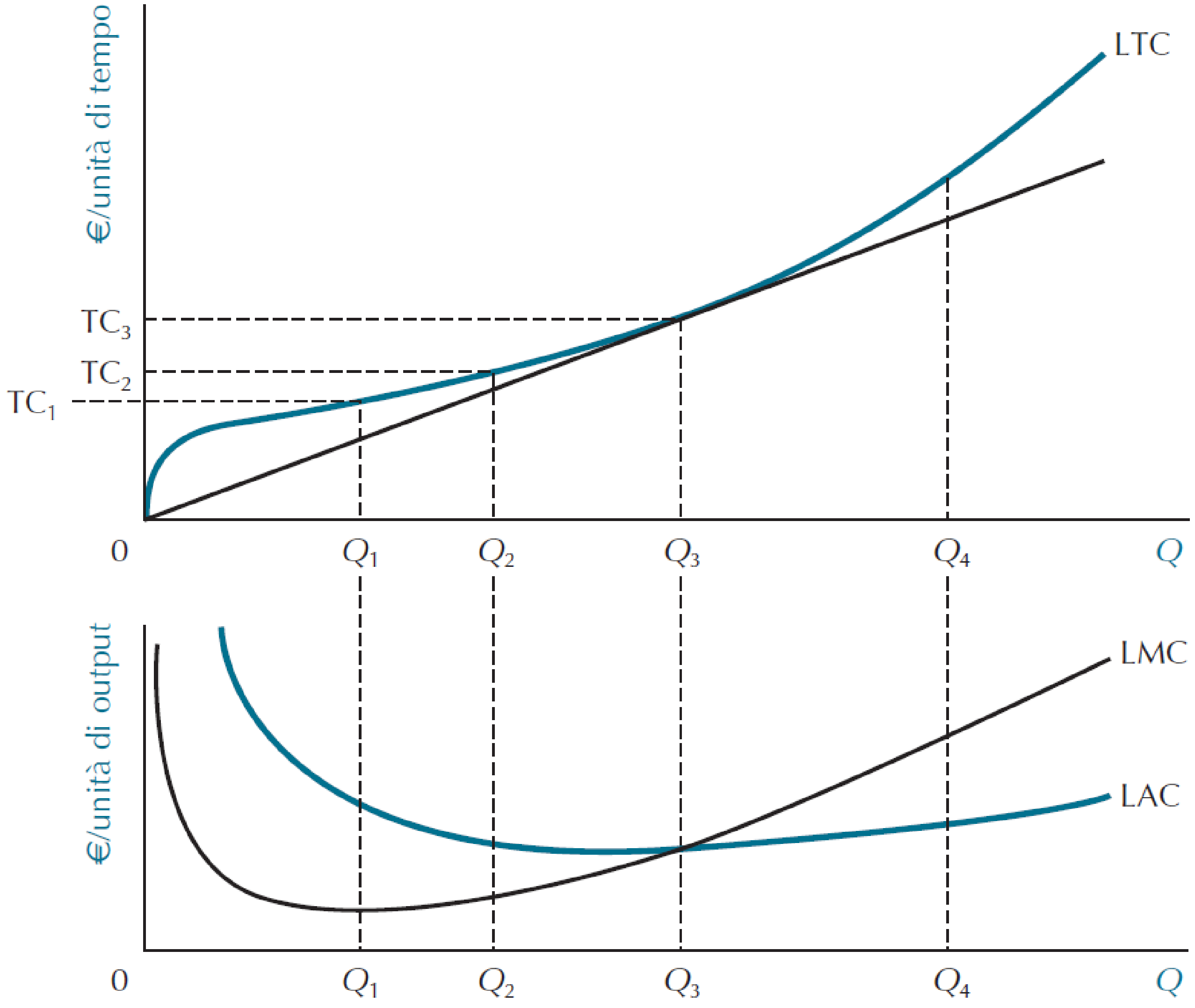
- Costo medio di lungo periodo (LAC)

$$LAC = \frac{LTC}{Q} = Q^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} \left[\left(\frac{r}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} (\alpha+\beta)$$

- Costo marginale di lungo periodo (LMC)

$$\frac{\partial LTC}{\partial Q} = Q^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} \left[\left(\frac{r}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

CURVE DI COSTO TOTALE, MEDIO E MARGINALE DI LUNGO PERIODO

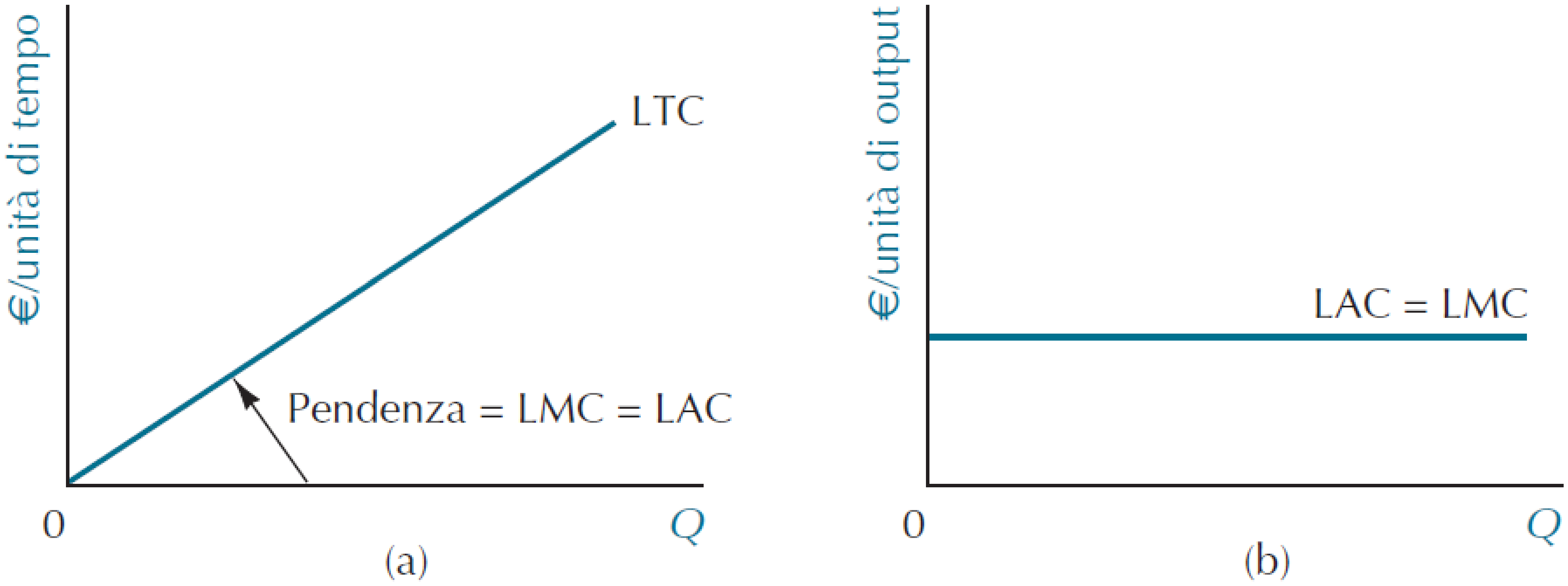


COSTI DI LUNGO PERIODO E RENDIMENTI DI SCALA

- Le curve di costo di lungo periodo totale (LTC), medio (LAC) e marginale (LMC) dipendono dai rendimenti di scala della funzione di produzione

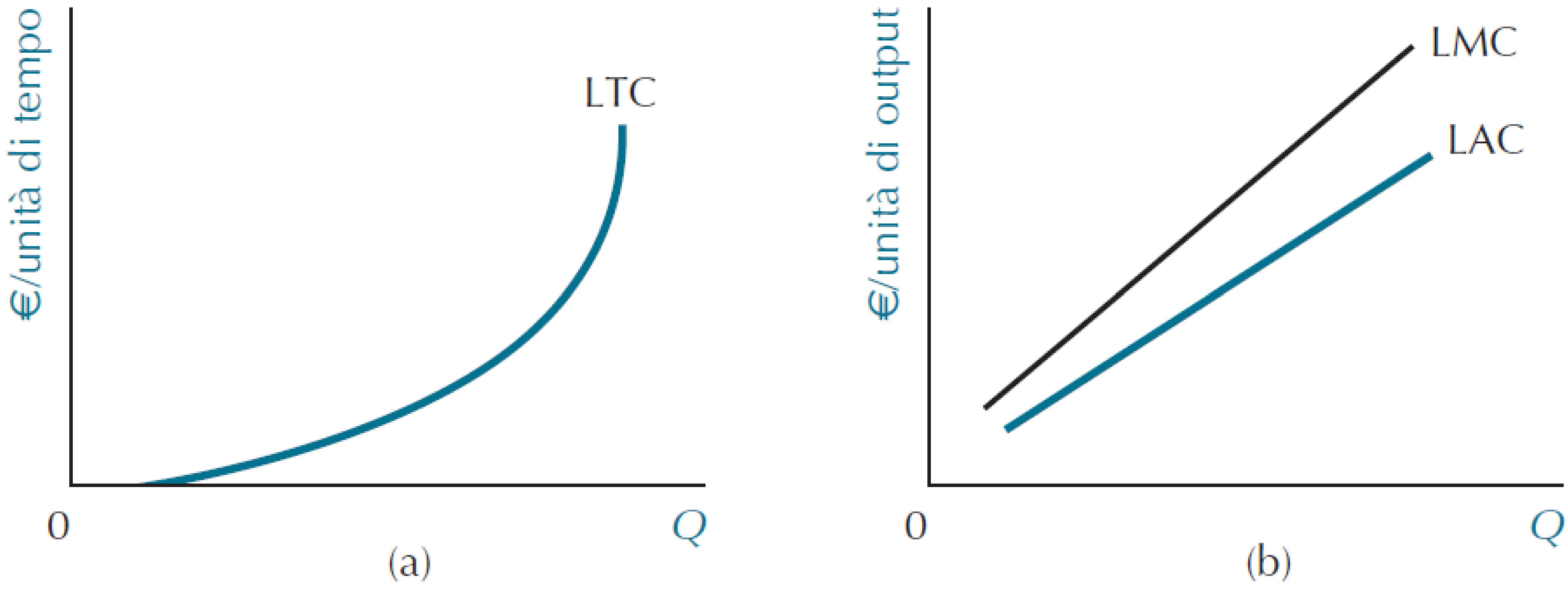
- Viceversa, l’andamento delle curve di costo di breve periodo riflettono la proprietà dei rendimenti marginali (crescenti e/o decrescenti) del singolo fattore produttivo

CURVE DI COSTO
RENDIMENTI DI SCALA COSTANTI



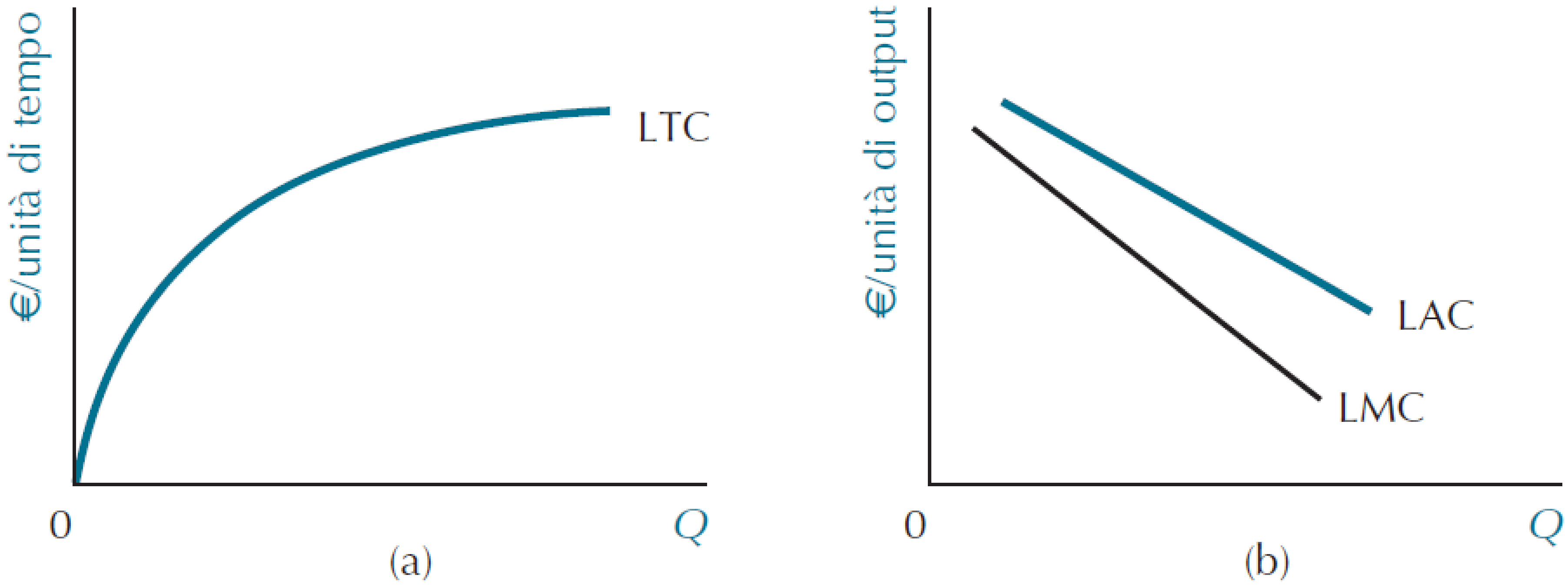
- Rendimenti di scala costanti: $(\alpha + \beta) = 1$
  - Relazione **lineare** tra costo e output: costo aumenta proporzionalmente a output con fattore di proporzionalità determinato da prezzi unitari e parametri
  - LAC=LMC

CURVE DI COSTO
RENDIMENTI DI SCALA DECRESCENTI



- Rendimenti di scala decrescenti: $(\alpha + \beta) < 1$
  - Costo totale aumenta più che proporzionalmente rispetto ad output
  - LAC<LMC

CURVE DI COSTO
RENDIMENTI DI SCALA CRESCENTI



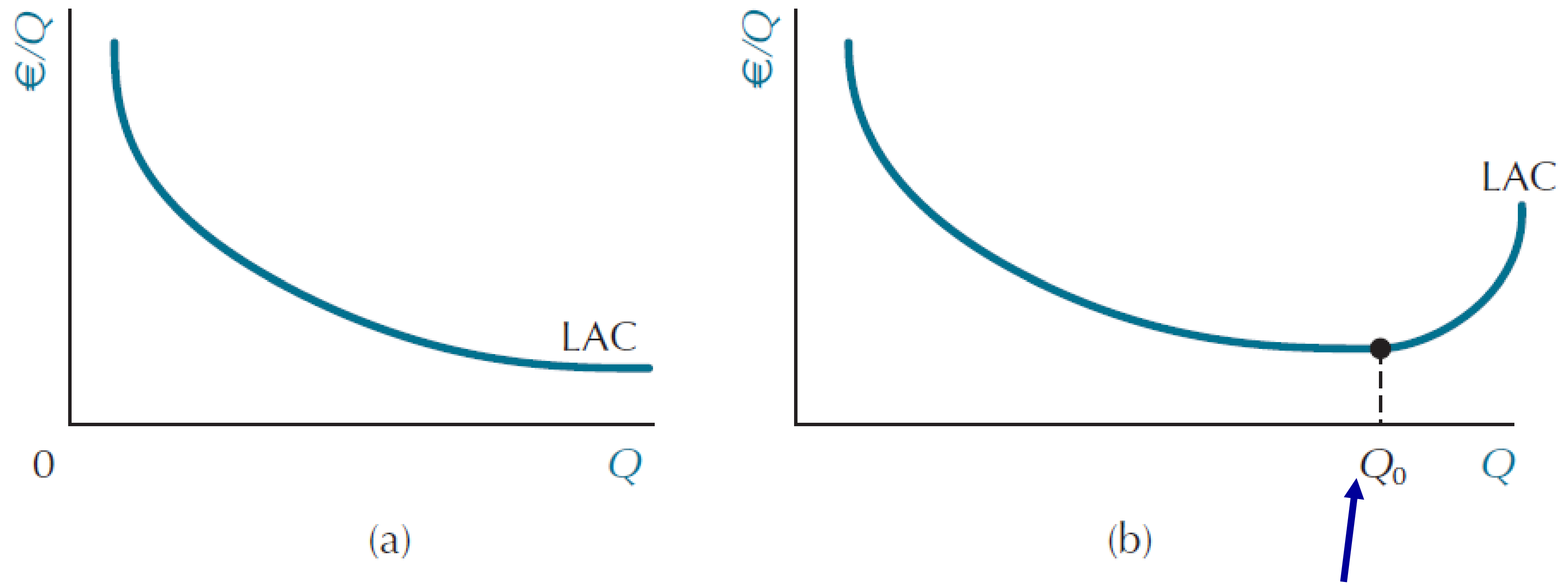
- Rendimenti di scala crescenti: $(\alpha + \beta) > 1$
  - Costo totale aumenta meno che proporzionalmente rispetto ad output
  - LAC>LMC

COSTI DI LUNGO PERIODO E STRUTTURA DELL’INDUSTRIA

- La struttura di un’industria è fortemente influenzata dai costi di lungo periodo in quanto la sopravvivenza di un’impresa, data la tecnologia, dipende dalla sua capacità di ridurre al minimo i costi totali di produzione nel lungo periodo

- Il livello di output corrispondente al punto di minimo della curva LAC dipende dalla particolare forma assunta da questa ultima

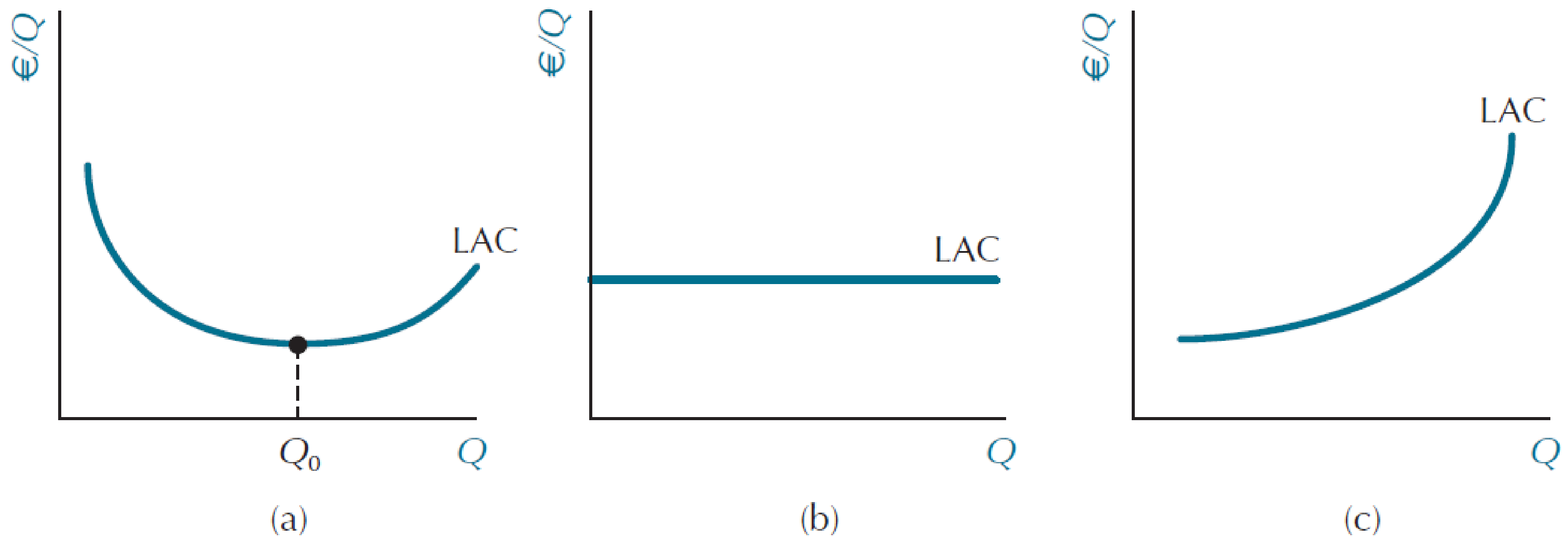
INDUSTRIE FORTEMENTE CONCENTRATE



Rendimenti di scala crescenti
Quando la curva LAC ha pendenza negativa per tutti i livelli di output, i costi sono minimi se nel mercato opera una sola impresa (monopolio naturale)

Scala minima efficiente.
Quel livello di produzione Q_0 necessario perché LAC raggiunga il suo livello minimo. Se Q_0 rappresenta una quota consistente del mercato allora in quel mercato operano poche imprese

INDUSTRIE NON CONCENTRATE



a) Se la curva LAC è a forma di U e la quantità di output che minimizza i costi medi rappresenta solo una piccola frazione del mercato, allora in quel mercato operano **molte piccole imprese**
b) Accade lo stesso anche nel caso in cui la curva LAC è orizzontale
c) Oppure inclinata positivamente