MICROECONOMIA

Corso di Laurea in Economia Aziendale
(Cognomi E-N)

CAPITOLO 9
LA PRODUZIONE

Vincenzo Lombardo
Dipartimento di Studi Aziendali ed Economici

LA PRODUZIONE

- Le imprese utilizzano i fattori produttivi (input) per produrre beni e servizi (output)

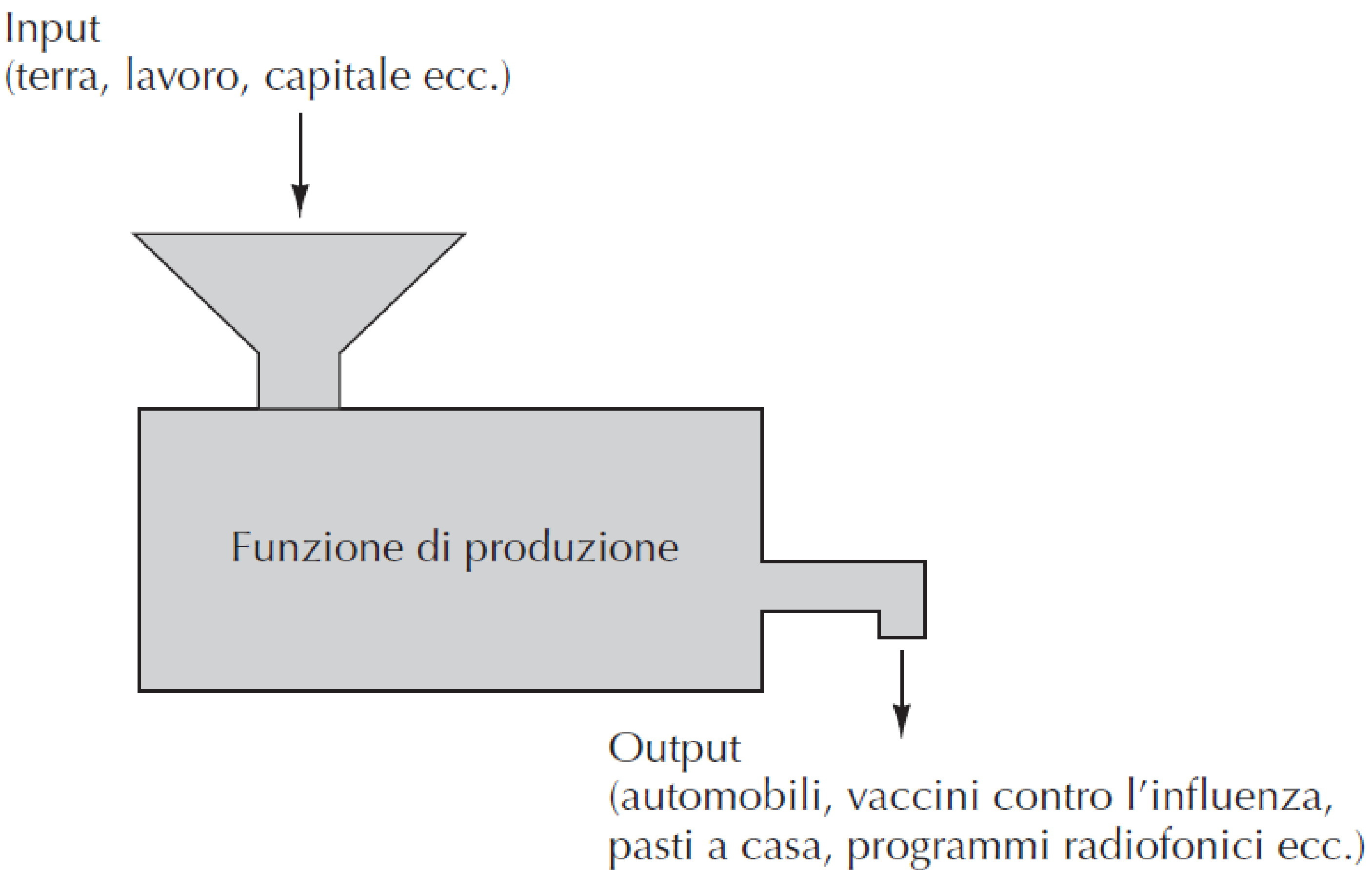
- La produzione trasforma un insieme di input in un insieme di output

- Tra gli input più importanti vanno inclusi il lavoro, il capitale, la terra ma anche la conoscenza, la tecnologia, l’energia e l’organizzazione

LA FUNZIONE DI PRODUZIONE

- La funzione di produzione è la relazione secondo cui si combinano i fattori produttivi per generare l'output (la 'ricetta')
- La funzione di produzione indica la quantità massima producibile di un prodotto *Q* dati i fattori produttivi disponibili *K* ed *L*
- Tipicamente $Q = F(K, L)$
- L'impresa che ottiene la maggiore quantità di prodotto dati gli input opera in maniera tecnicamente efficiente
- La tecnologia determina la quantità di output che è possibile ottenere dato un insieme di input

FUNZIONE DI PRODUZIONE



FUNZIONE DI PRODUZIONE
ESEMPIO

Esempio (Tab. 9.1)

- Due input (Capitale, Lavoro)
- Funzione di produzione: $Q = 2KL$

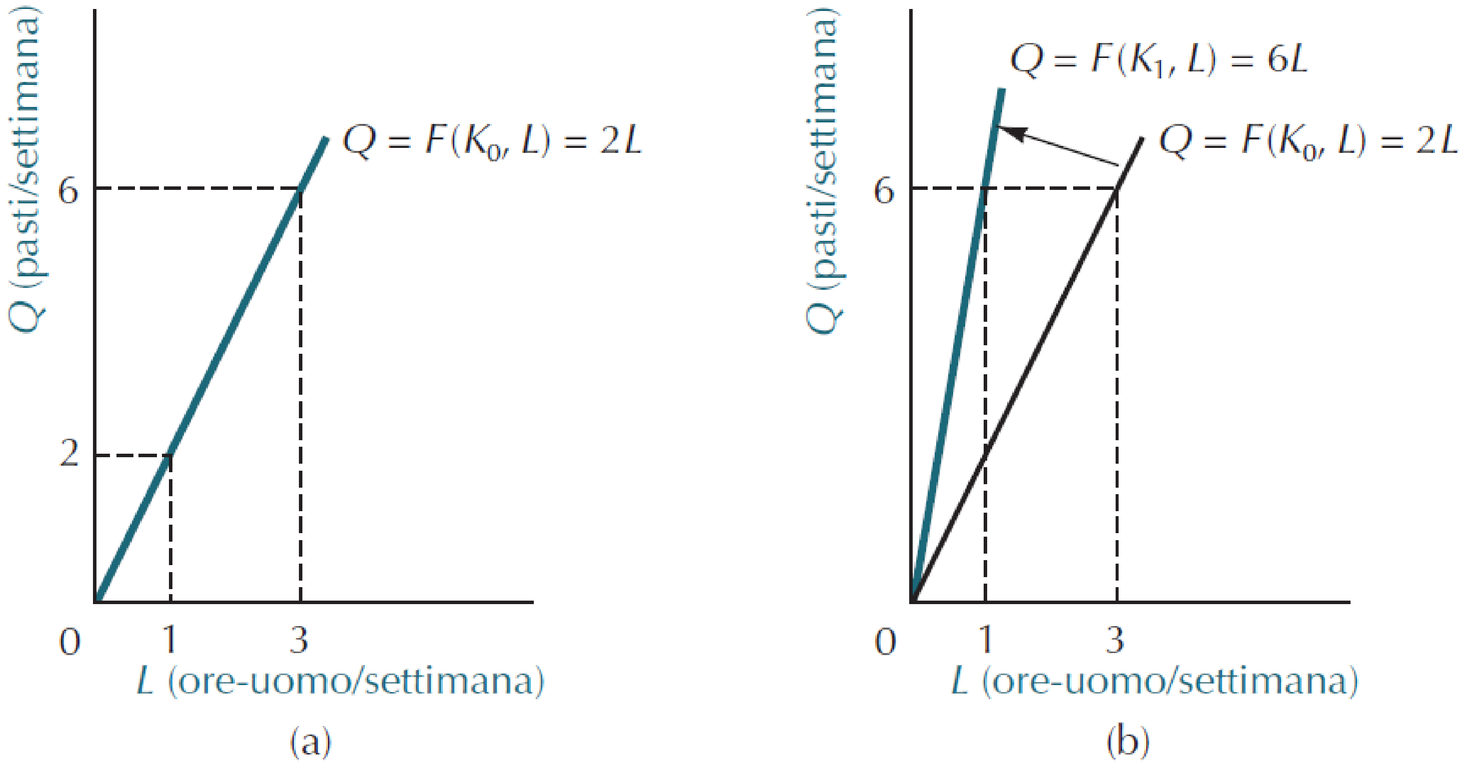
		Lavoro (ore-uomo / settimana)				
		1	2	3	4	5
Capitale (ore–macchina / settimana)	1	2	4	6	8	10
	2	4	8	12	16	20
	3	6	12	18	24	30
	4	8	16	24	32	40
	5	10	20	30	40	50

LA FUNZIONE DI PRODUZIONE
BREVE E LUNGO PERIODO

- Il breve periodo é quel lasso di tempo nel quale uno o più fattori produttivi sono **fissi**
- Nel lungo periodo invece tutti i fattori produttivi possono variare
- Non esiste un arco temporale specifico che separa il breve dal lungo periodo
- L’arco temporale di riferimento varia a seconda del settore produttivo preso in considerazione

FUNZIONE DI PRODUZIONE
BREVE PERIODO

Esempio. Funzione di Produzione: $Q = 2KL$; Capitale K fisso



$K_0 = 1$ $\quad$ $K_1 = 3$

FUNZIONE DI PRODUZIONE
PROPRIETA'

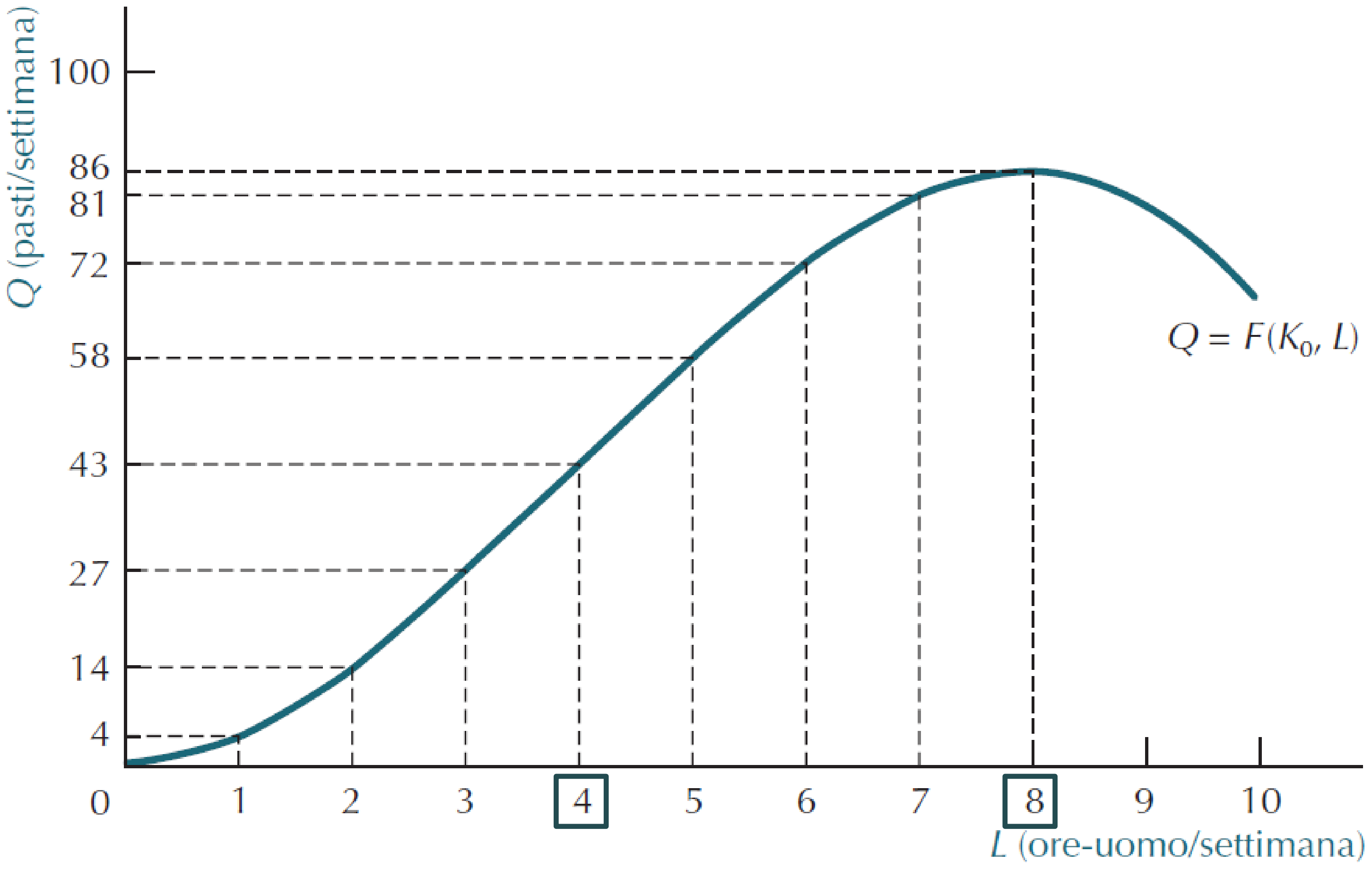
1. **Necessarietà**: output pari a zero se input variabili nulli
2. **Legge dei rendimenti marginali decrescenti:** al crescere di ***un*** input di produzione *mantenendo fissi tutti gli altri*, il prodotto finale aumenta in misura sempre meno che proporzionale

- La tipica funzione di produzione di breve periodo inizialmente cresce in misura più che proporzionale, poi cresce in misura meno che proporzionale
  - Aumentando le unità di un fattore produttivo, tenendo fissi tutti gli altri
    - In una prima fase il prodotto cresce più che proporzionalmente rispetto all'input
    - Oltre un certo punto, il prodotto cresce in misura meno che proporzionale

FUNZIONE DI PRODUZIONE
BREVE PERIODO

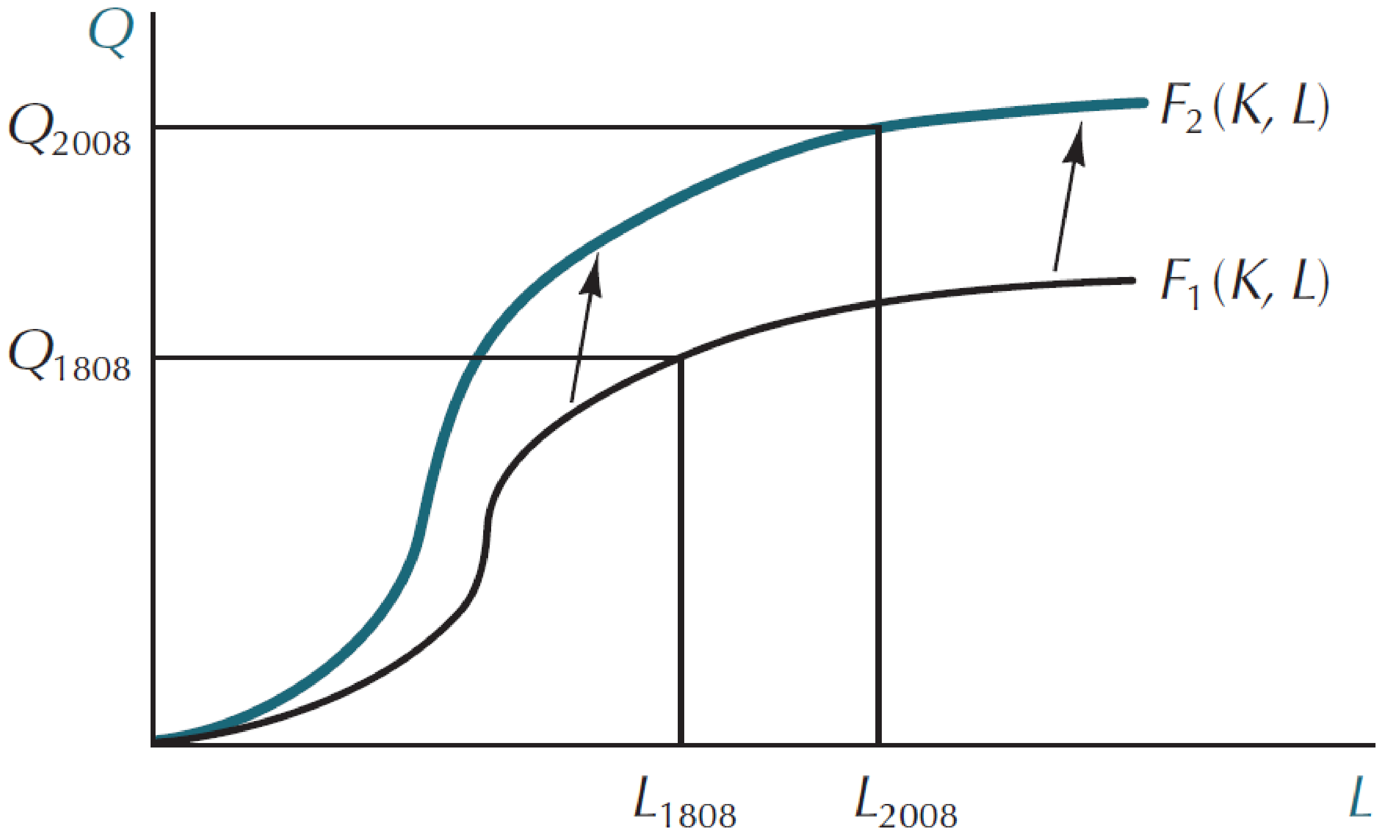
Esempio: altra funzione di produzione di breve periodo

$$F(K, L) = \sqrt{K}\sqrt{L}$$



EFFETTO DEL PROGRESSO TECNOLOGICO

La profezia di Malthus sulla produzione alimentare



PRODOTTO TOTALE, MEDIO E MARGINALE

- **Il prodotto totale** misura la quantità totale di output prodotta dagli input

- **Il prodotto medio** di un fattore è dato dal rapporto tra il prodotto totale e la quantità di input utilizzata per produrre l’output:

$$AP_L = \frac{Q}{L}$$

- **Il prodotto marginale** di un fattore è la variazione dell’output dovuta a una piccola variazione dell’input, tenendo costanti tutti gli altri fattori:

$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

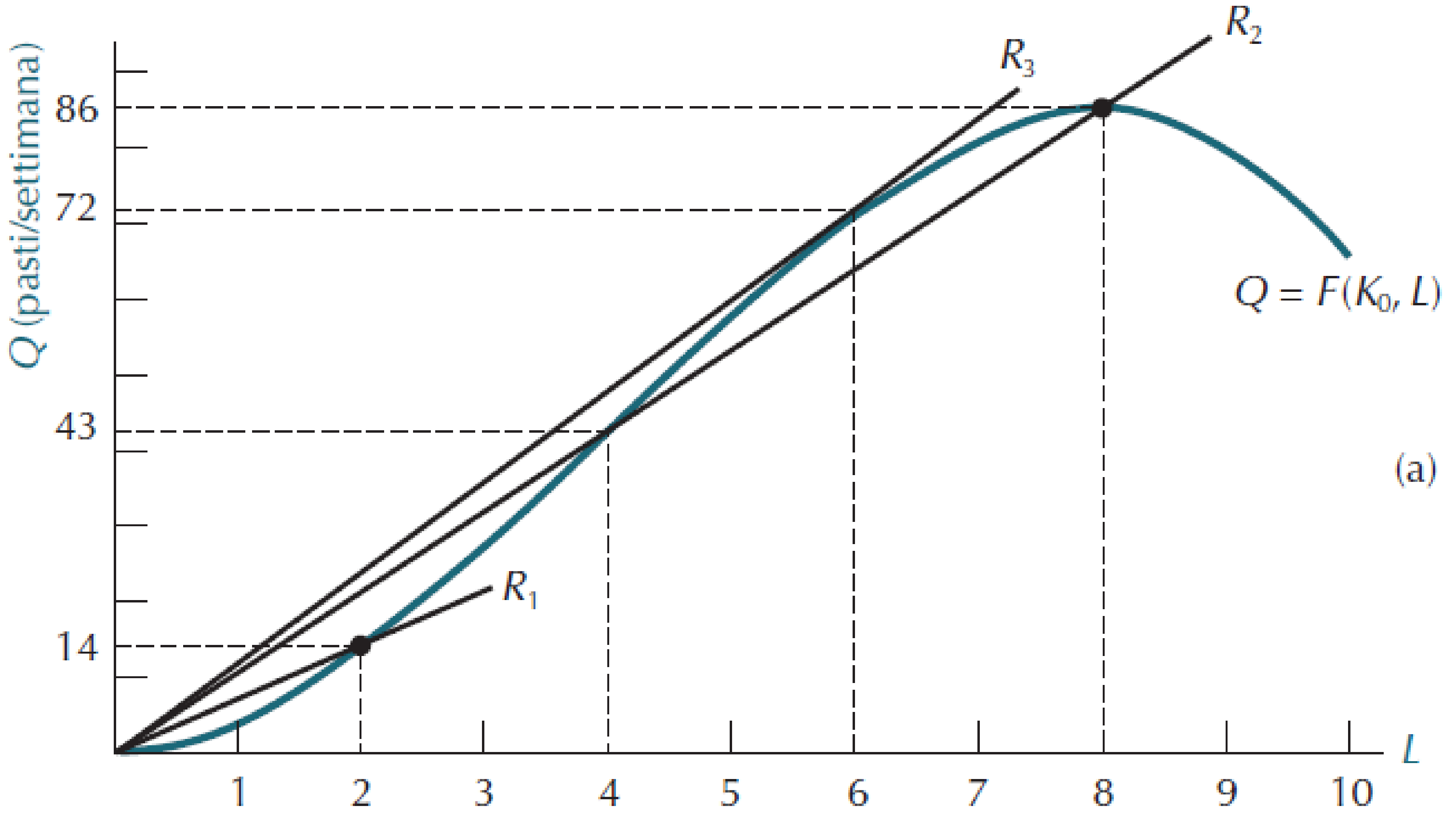
PRODOTTO MEDIO

- **Il prodotto medio** di un fattore è dato dal rapporto tra il prodotto totale e la quantità di input utilizzata per produrre l'output
  - Se l'input è il lavoro, il prodotto medio è detto produttività del lavoro
  - Esempio: $Q = F(K, L) = \sqrt{K}\sqrt{L}; K = 16 \Rightarrow Q = F(L) = 4L^{1/2}$
  - Se $L = 100$: $Q = 4 \times 10 = 40$,

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{F(L)}{L} = \frac{40}{100} = 0.4$$

- *Graficamente*: il prodotto medio coincide con la pendenza della retta che unisce l'origine degli assi al punto corrispondente sulla curva del prodotto totale.

PRODOTTO MEDIO [$AP = Q/L$]



$$R_1 = 14/2 = 7 \qquad R_2 = 86/8 = 10.75 \quad R_3 = 72/6 = 12$$

PRODOTTO MARGINALE

- **Il prodotto marginale** di un fattore è la variazione dell’output determinata da una piccola variazione dell’input, tenendo costante l’impiego di tutti gli altri fattori produttivi
  - Se l’input è il lavoro, il prodotto marginale del lavoro indica la variazione della quantità di output che si ottiene con l’impiego di un’unità aggiuntiva di lavoro

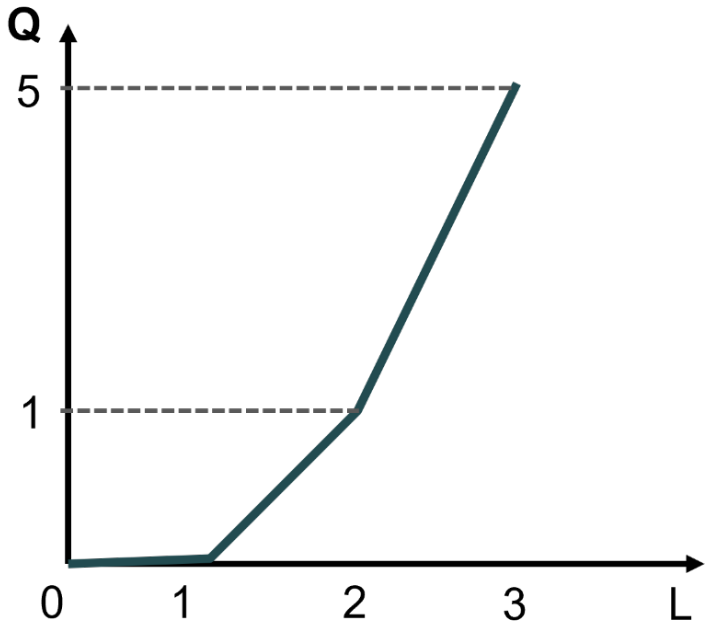
$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{F(L + \Delta L) - F(L)}{\Delta L} \approx \frac{\partial F(L)}{\partial L}$$

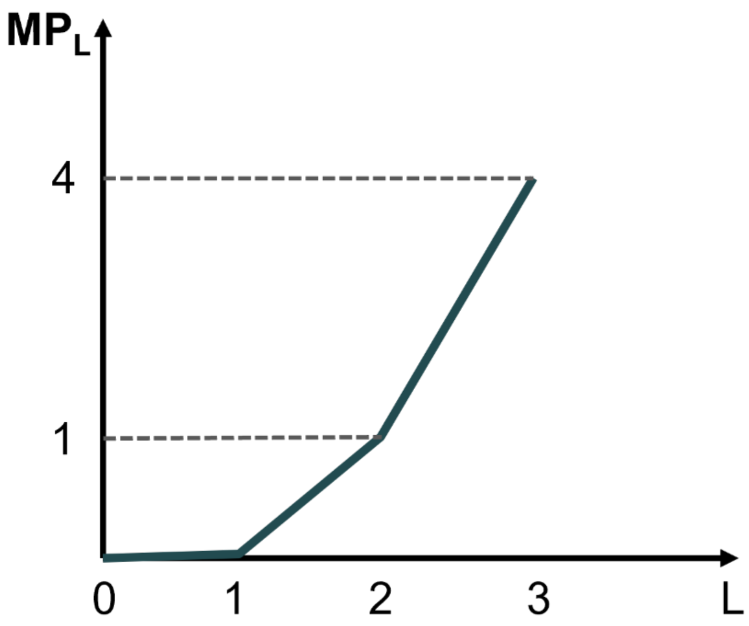
    - Esempio: $Q = F(L) = 4L^{1/2}$
    - $MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial F(L)}{\partial L} = 4\frac{1}{2}L^{-1/2} = 2L^{-1/2} = \frac{2}{L^{1/2}}$

- *Graficamente*: il prodotto marginale coincide con la pendenza della retta tangente al punto corrispondente della funzione di produzione

PRODOTTO MARGINALE CRESCENTE

- **Rendimenti marginali crescenti:** la MP del fattore aumenta all'aumentare della quantità di input; esempio: impresa con grosso macchinario (K fisso)





- $L = 0, Q = 0; L = 1, Q = 0 \Rightarrow MP_L(1) = (0 - 0)/1 = 0$
  - Anche il primo lavoratore non è in grado di far funzionare macchina da solo
- $L = 2, Q = 1 \Rightarrow MP_L(2) = \frac{1-0}{1} = 1$
  - Due lavoratori insieme riescono ad avviare macchina e produrre 1 unità
- $L = 3, Q = 5 \Rightarrow MP_L(3) = (5 - 1)/1 = 4$

PRODOTTO MARGINALE CRESCENTE
FUNZIONE DI PRODUZIONE

Funzioni di produzione **convesse** presentano rendimenti marginali crescenti

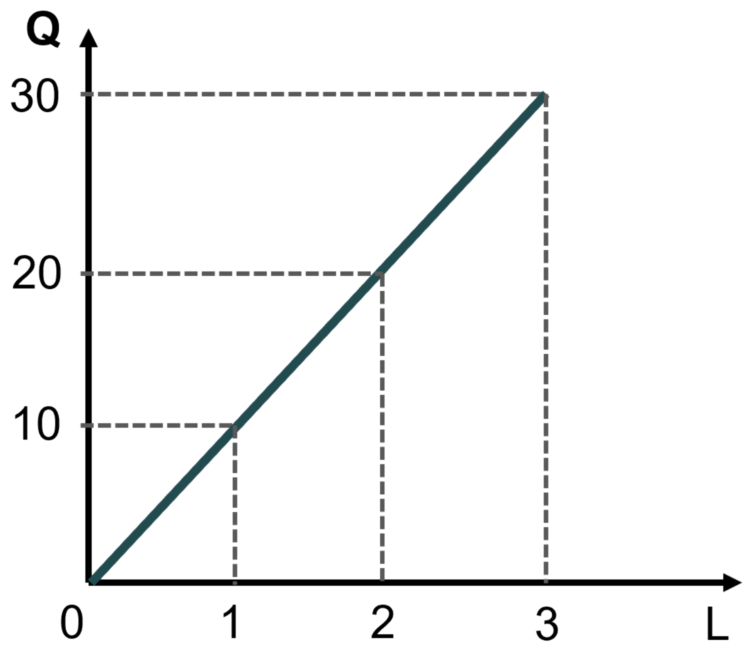
$$Q = F(L) = L^{\alpha}, \alpha > 1$$

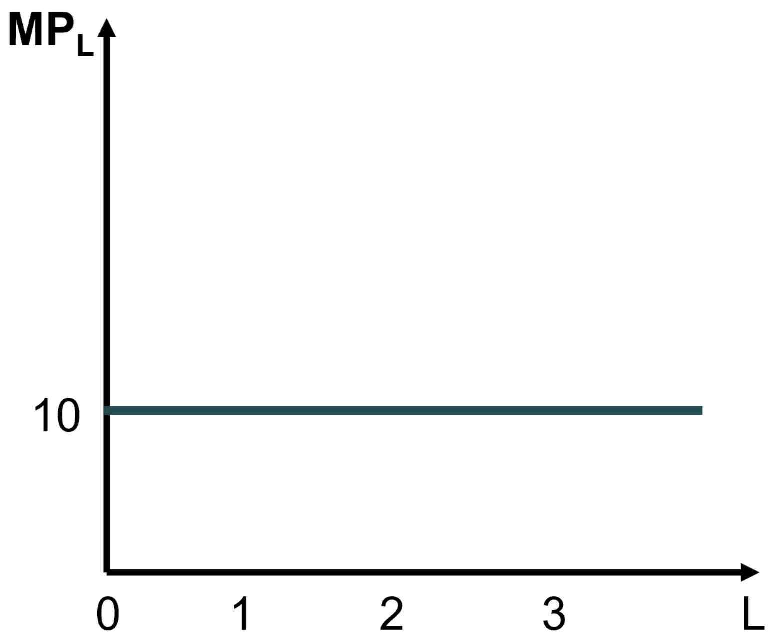
$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial F(L)}{\partial L} = \alpha L^{\alpha - 1} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = \frac{\partial^2 F(L)}{\partial L^2} = \alpha(\alpha - 1)L^{\alpha - 2} > 0$$

PRODOTTO MARGINALE COSTANTE

- **Rendimenti marginali costanti:** la MP del fattore è costante all'aumentare della quantità di input; esempio: studio di avvocati e il numero di pratiche sbrigate da ognuno non dipende da quanti avvocati sono presenti nello studio





- $L = 1, Q(pratiche) = 10 \Rightarrow MP_L(1) = (10 - 0)/1 = 10$
- $L = 2, Q(pratiche) = 20 \Rightarrow MP_L(2) = (20 - 10)/1 = 10$
- $L = 3, Q(pratiche) = 30 \Rightarrow MP_L(3) = (30 - 20)/1 = 10$

PRODOTTO MARGINALE COSTANTE
FUNZIONE DI PRODUZIONE

Funzioni di produzione **lineari** presentano rendimenti marginali costanti

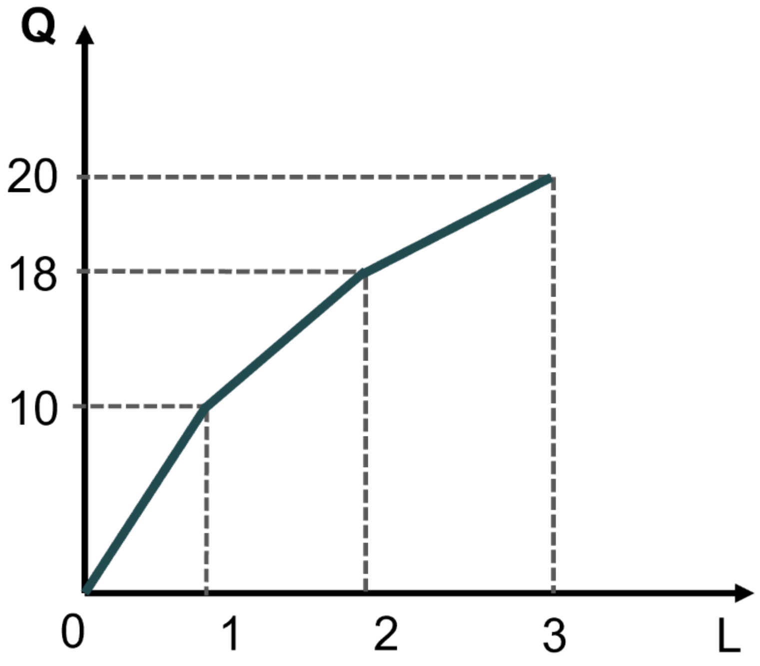
$$Q = F(L) = L$$

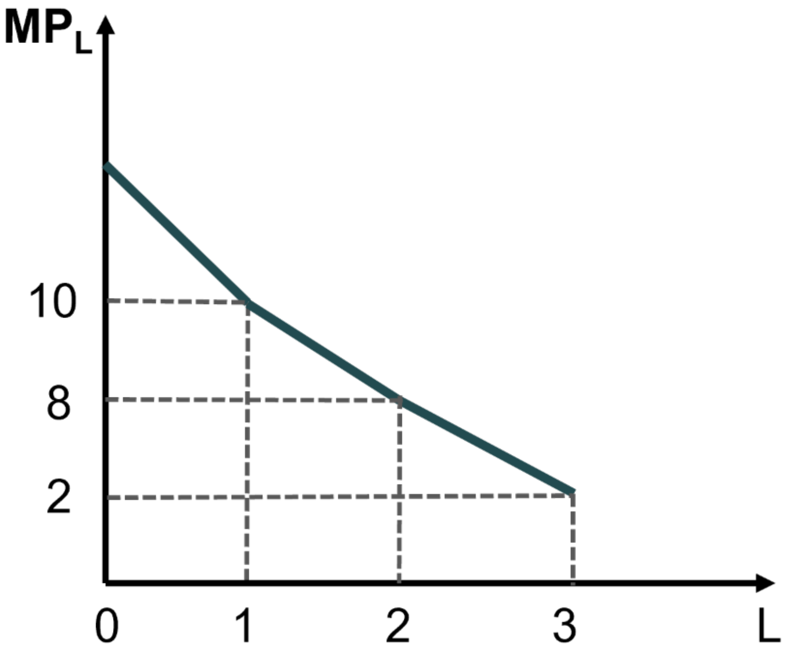
$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial F(L)}{\partial L} = 1$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = \frac{\partial^2 F(L)}{\partial L^2} = 0$$

PRODOTTO MARGINALE DECRESCENTE

- **Rendimenti marginali decrescenti:** la MP del fattore diminuisce all'aumentare della quantità di input; esempio: impresa agricola produce su un dato terreno





- $L = 1, Q(pomodori) = 10 \Rightarrow MP_L(1) = (10 - 0)/1 = 10$
- $L = 2, Q(pomodori) = 18 \Rightarrow MP_L(2) = (18 - 10)/1 = 8$
- $L = 3, Q(pomodori) = 20 \Rightarrow MP_L(3) = (20 - 18)/1 = 2$

PRODOTTO MARGINALE DECRESCENTE
FUNZIONE DI PRODUZIONE

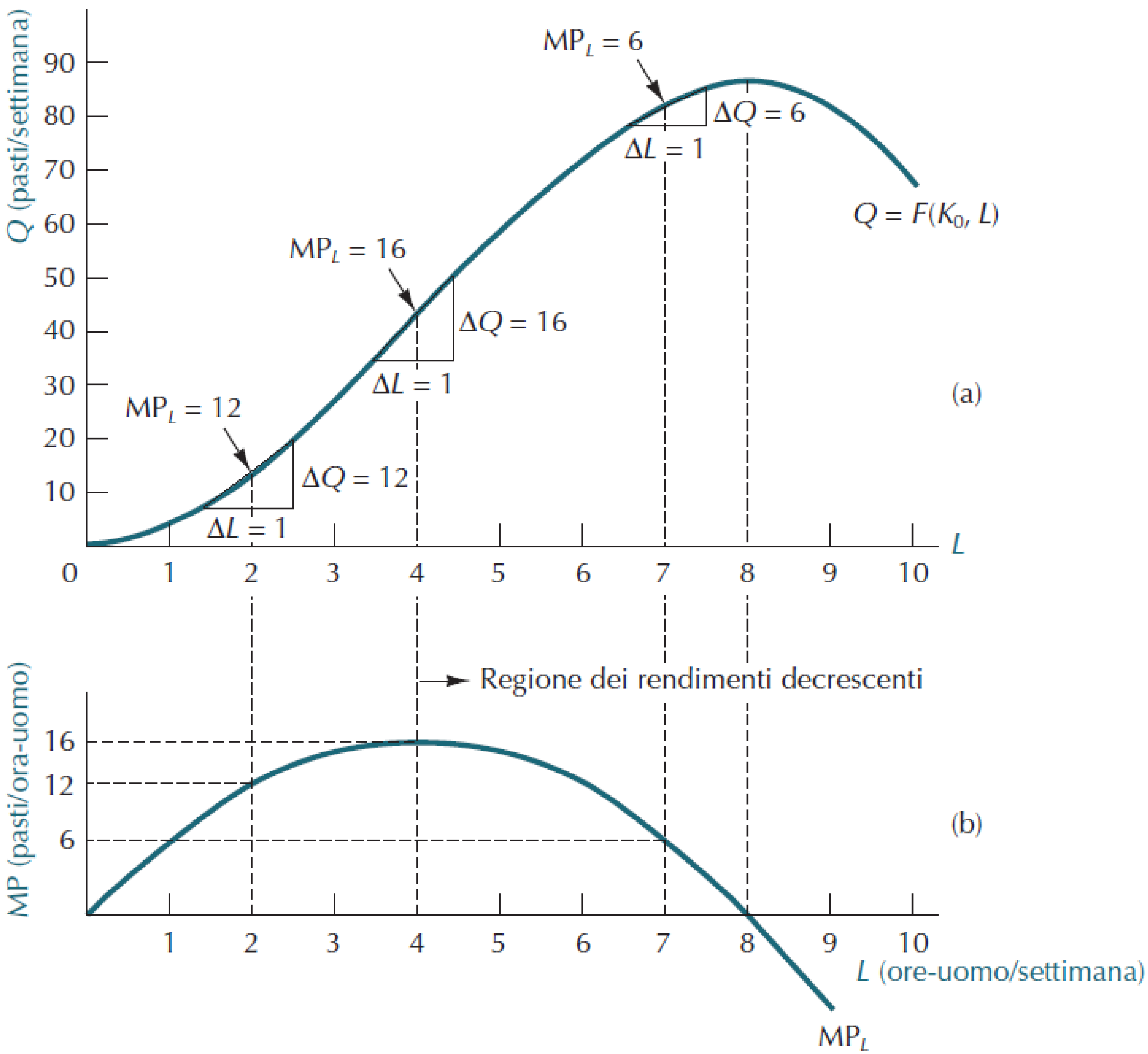
Funzioni di produzione **concave** presentano rendimenti marginali decrescenti

$$Q = F(L) = L^{\alpha}, \alpha < 1$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial F(L)}{\partial L} = \alpha L^{\alpha - 1} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = \frac{\partial^2 F(L)}{\partial L^2} = \alpha(\alpha - 1)L^{\alpha - 2} < 0$$

PRODOTTO MARGINALE



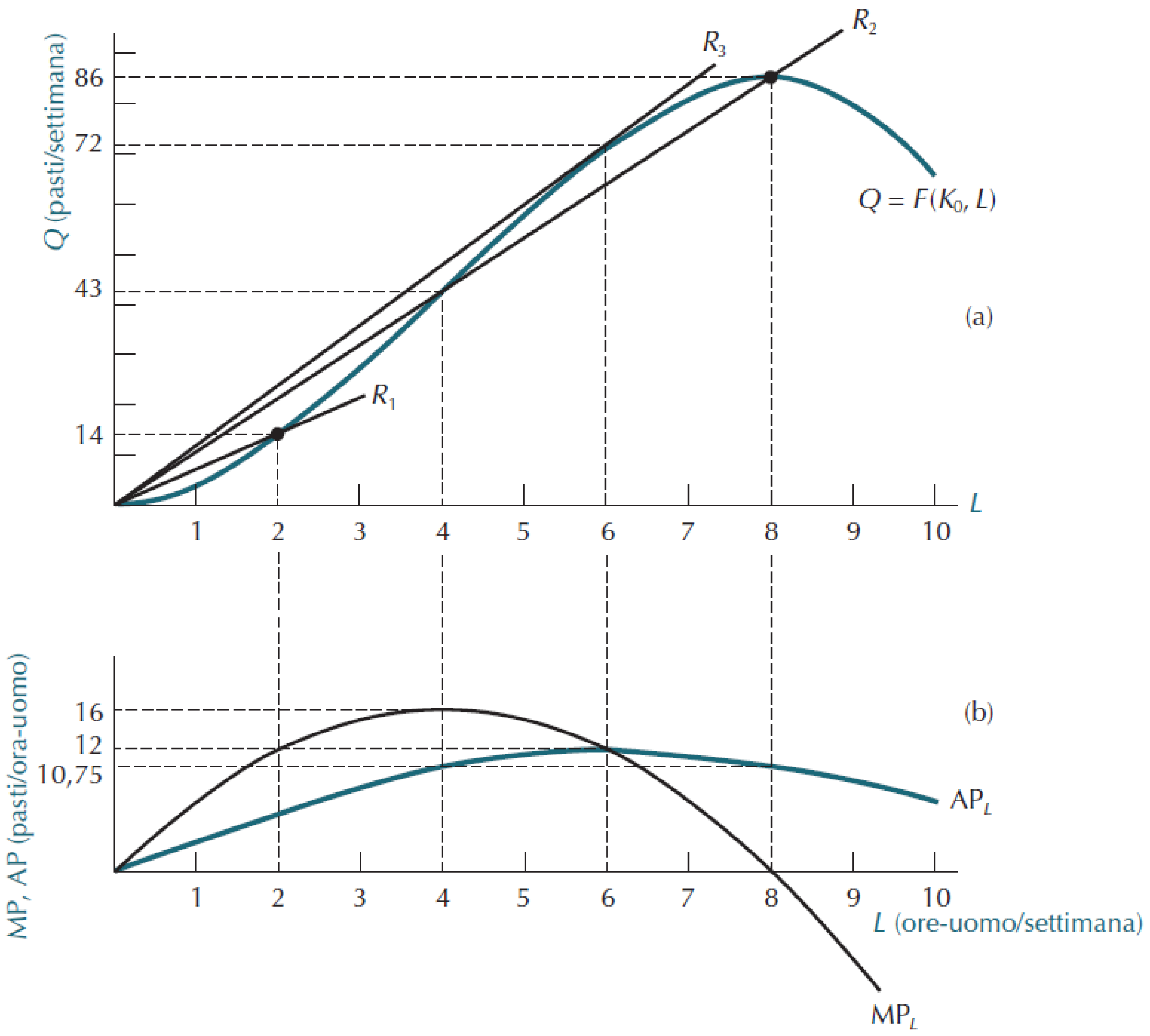
Legge dei rendimenti marginali decrescenti

- Al crescere di un input di produzione mantenendo fissi tutti gli altri, il prodotto finale aumenta in misura sempre meno che proporzionale
- La curva del MP è pari a zero nel punto di flesso della curva del prodotto totale

RELAZIONI TRA PRODOTTO TOTALE, MEDIO E MARGINALE

- Quando il prodotto totale cresce, il prodotto marginale è positivo
- Quando il prodotto marginale è maggiore (minore) del prodotto medio, il prodotto medio è crescente (decrescente)
- Il prodotto marginale interseca dall'alto il prodotto medio in corrispondenza del suo punto di massimo

CURVE DI PRODOTTO TOTALE, MARGINALE E MEDIO



L’ALLOCAZIONE DI UN INPUT TRA PIÙ ATTIVITÀ PRODUTTIVE

- Come impiegare un fattore produttivo tra più processi produttivi se si intende massimizzare il prodotto totale?

- **REGOLA**
  - Se la risorsa è indivisibile, allocarla nell’attività nella quale la sua produttività marginale è maggiore.
  - Se la risorsa è divisibile, allocarla in maniera tale che il suo prodotto marginale sia lo stesso in tutti i processi produttivi nei quali essa viene utilizzata

PRODUZIONE NEL LUNGO PERIODO

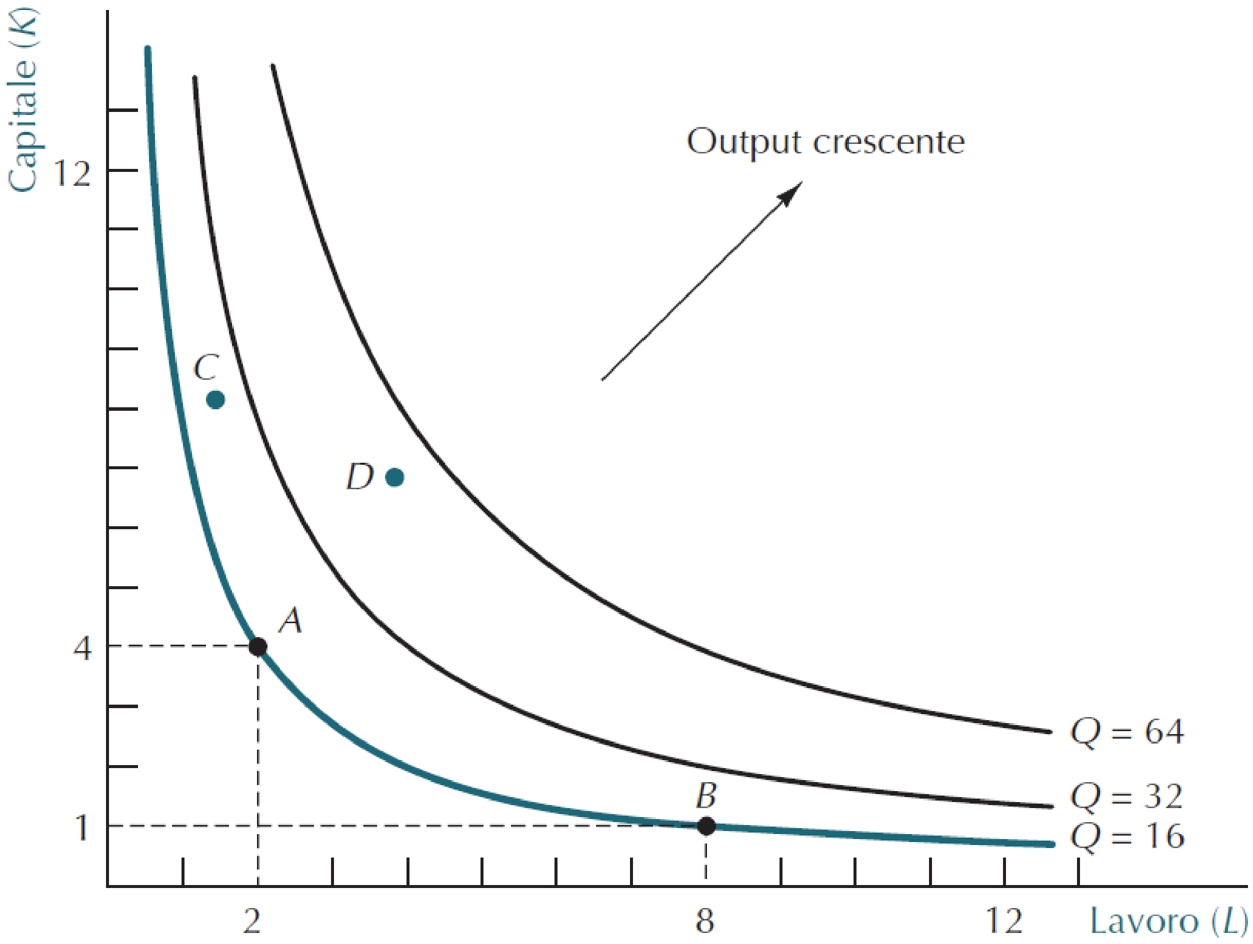
- Nel lungo periodo tutti i fattori produttivi sono **variabili**

- Un **isoquanto** rappresenta tutte le combinazioni di fattori produttivi che garantiscono lo stesso livello di prodotto

- Una **mappa di isoquanti** rappresenta un insieme di isoquanti a ciascuno dei quali corrisponde un livello costante di prodotto

MAPPA DI ISOQUANTI

Esempio: funzione di produzione $Q = 2KL$

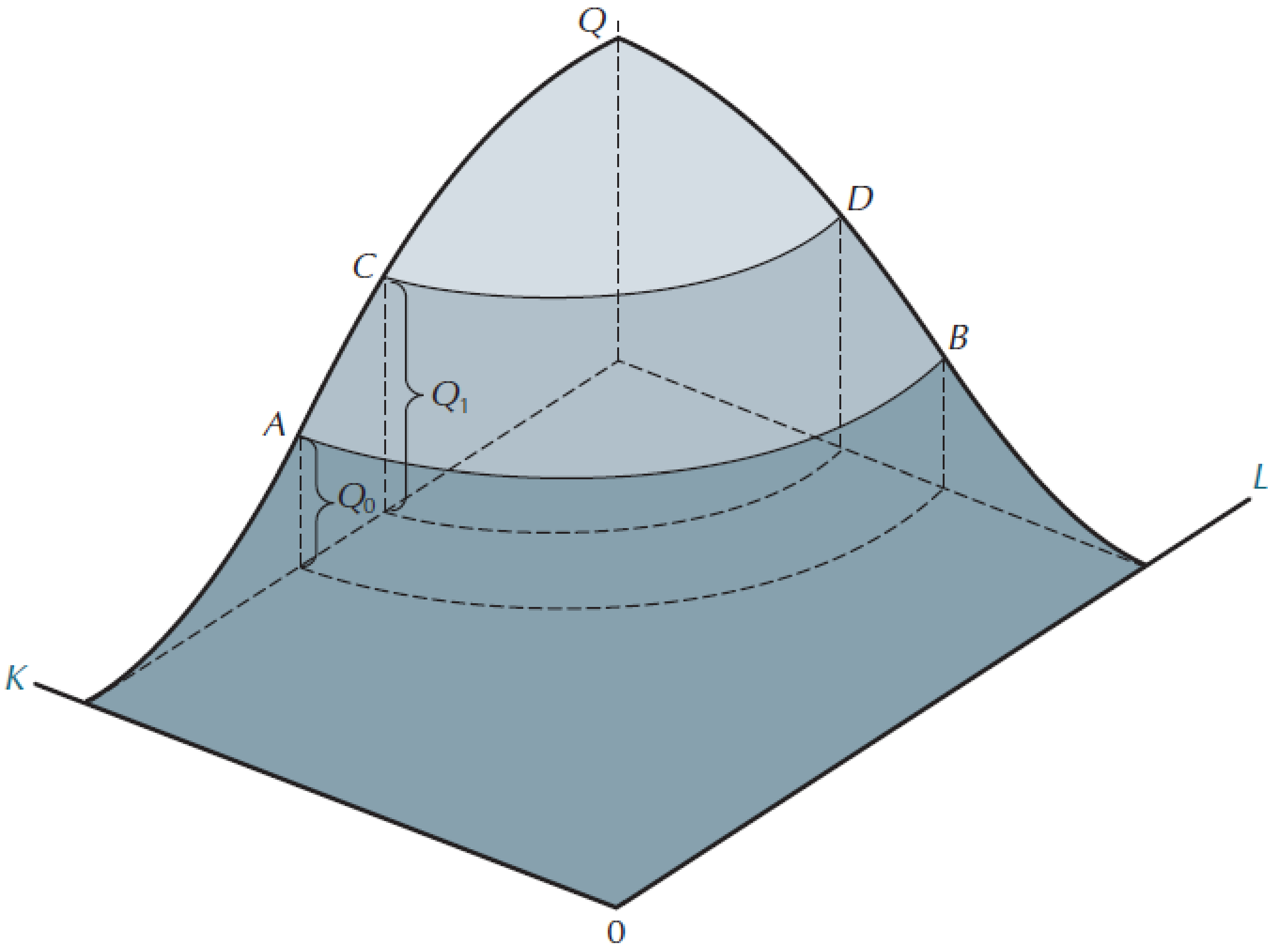


FUNZIONE DI PRODUZIONE A TRE DIMENSIONI E MAPPA DEGLI ISOQUANTI

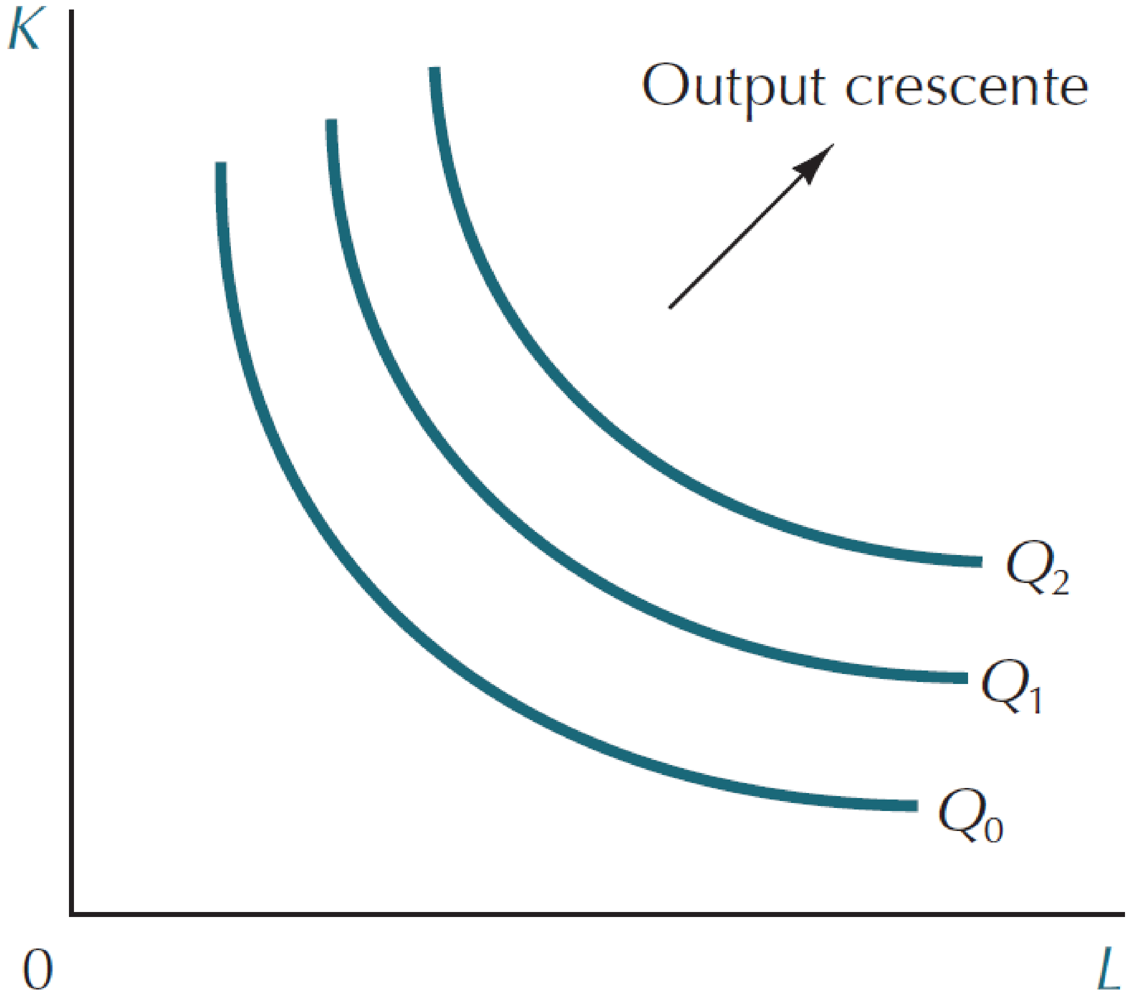
- Una funzione di produzione $Q = F(K, L)$ può essere rappresentata in uno spazio a tre dimensioni

- Fissando il livello dell'output ad un livello predefinito Q_0 ed immaginando di proiettare verso il basso il bordo del piano che passa per Q_0 che risulta parallelo al piano K-L e che interseca la funzione di produzione tridimensionale, si ottiene l'isoquanto corrispondente al livello di output Q_0

FUNZIONE DI PRODUZIONE A TRE DIMENSIONI (FIG. A.9.1)



MAPPA DI ISOQUANTI



FUNZIONI DI PRODUZIONE
ESEMPI

- Funzione di produzione di Cobb-Douglas:

$$Q = mK^{\alpha}L^{\beta} \quad m > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

- Costruzione Isoquanto: dato un livello di produzione Q_0

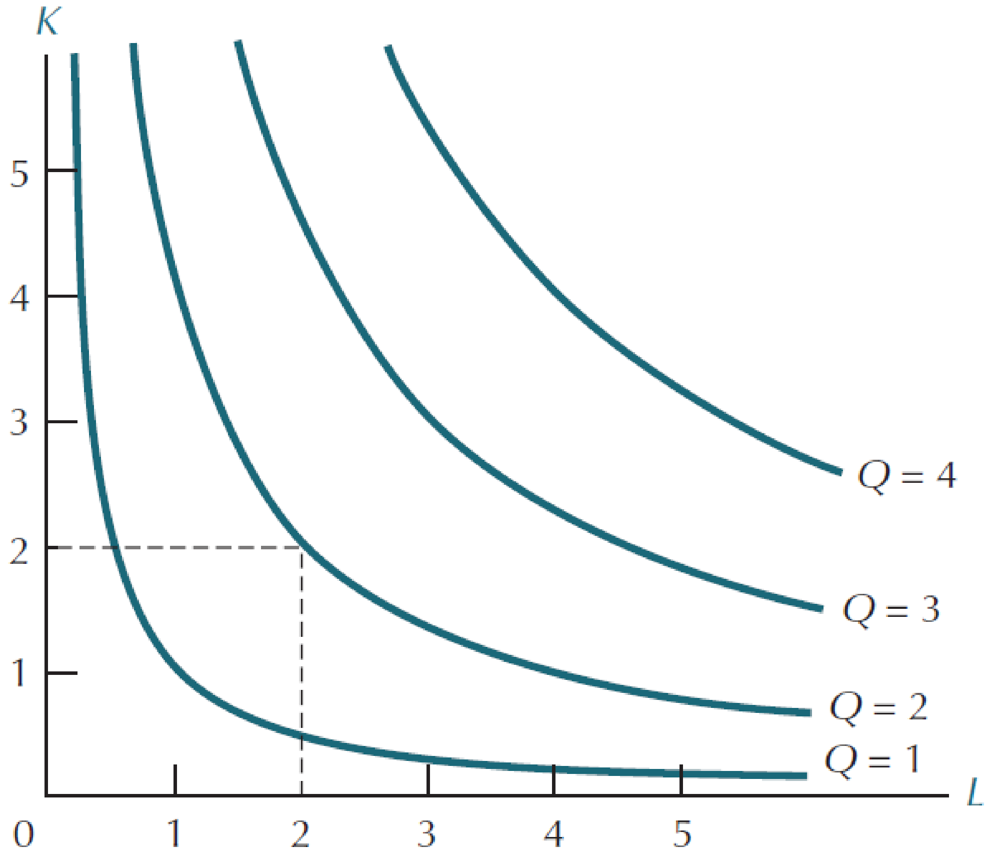
$$K = \left(\frac{m}{Q_0}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} L^{-\frac{\beta}{\alpha}}$$

  - Se $\alpha = 0.5, \beta = 0.5, m = 1$

$$K = \frac{Q_0^2}{L}$$

MAPPA DI ISOQUANTI

Funzione di produzione di Cobb-Douglas: $Q = K^{½}L^{½}$



SAGGIO MARGINALE DI SOSTITUZIONE TECNICA

- Il saggio marginale di sostituzione tecnica (MRTS) misura la quantità addizionale di un fattore produttivo necessaria all'impresa per continuare a produrre la stessa quantità di output in seguito alla riduzione di un secondo fattore produttivo

$$MRTS = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right|$$

- *MRTS è la pendenza dell'isoquanto in un punto*

- *MRTS* è il saggio al quale è possibile sostituire un fattore con un altro senza far variare la produzione

SAGGIO MARGINALE DI SOSTITUZIONE TECNICA

- Relazione tra MRTS e MP: data una funzione $Q = F(K, L)$

$$\Delta Q = MP_K \Delta K + MP_L \Delta L$$

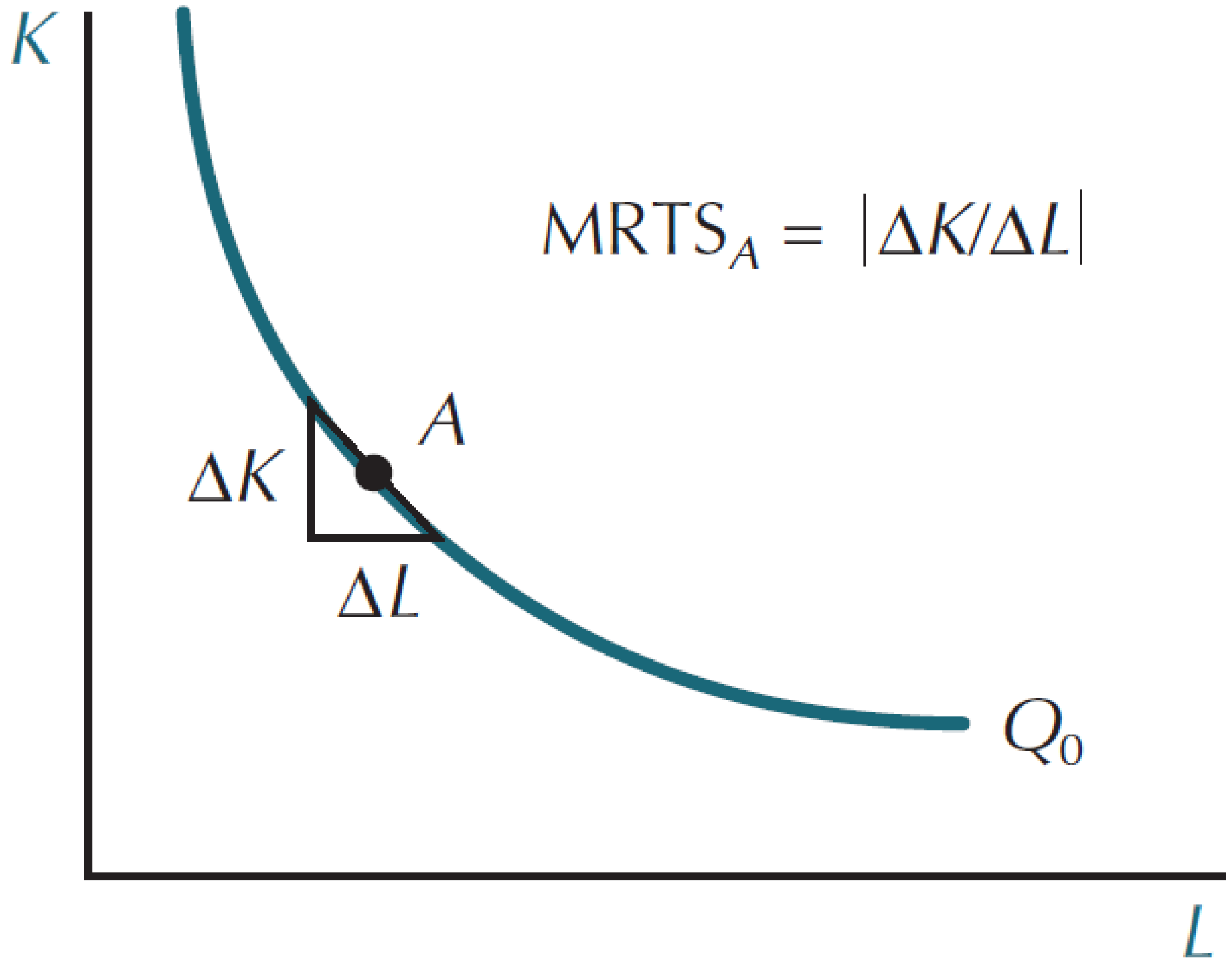
- Lungo un isoquanto: $\Delta Q = 0$, quindi

$$MP_K \Delta K = -MP_L \Delta L \Rightarrow$$

$$MRTS = \left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \frac{MP_L}{MP_K}$$

- Lungo un isoquanto, il saggio marginale di sostituzione tecnica è pari al rapporto tra le produttività marginali dei fattori produttivi ovvero al valore assoluto della pendenza dell’isoquanto

SAGGIO MARGINALE DI SOSTITUZIONE TECNICA



SAGGIO MARGINALE DI SOSTITUZIONE TECNICA E PRODUTTIVITÀ MARGINALI

- Esempio: Funzione di produzione di Cobb-Douglas

$$Q = mK^{\alpha}L^{\beta} \quad m > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

- Produttività marginali

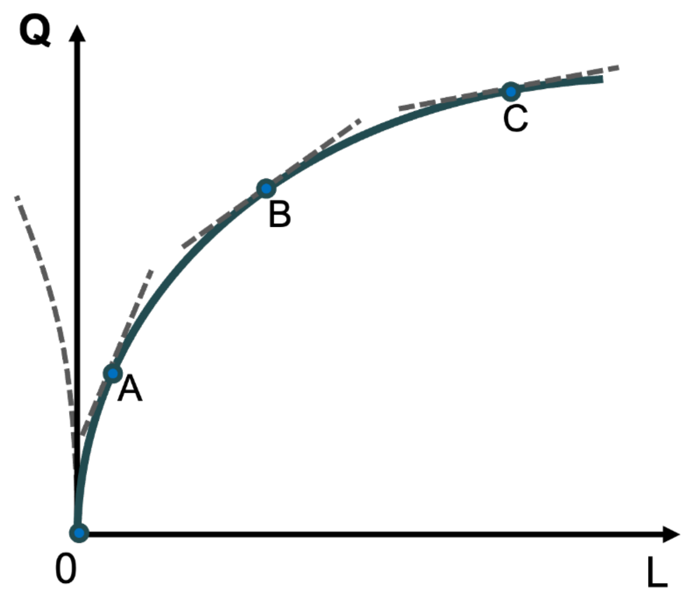
$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = m\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}$$

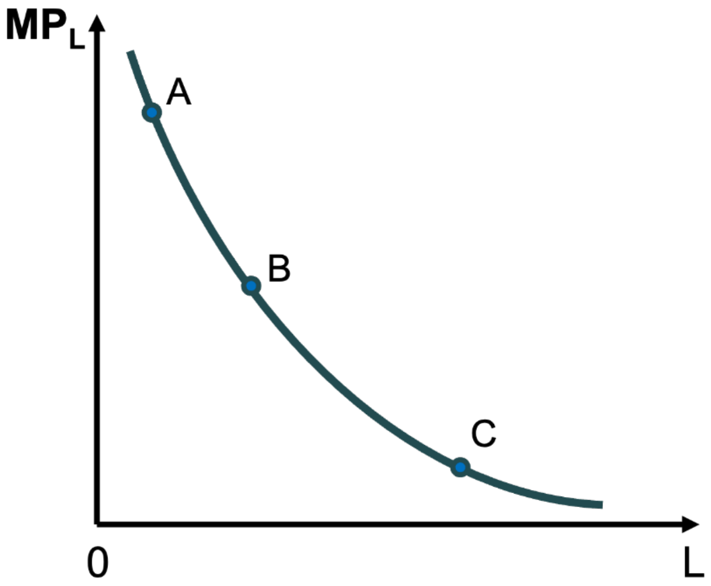
$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = m\beta K^{\alpha}L^{\beta-1}$$

- MRTS

$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{m\beta K^{\alpha}L^{\beta-1}}{m\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}} = \frac{\beta}{\alpha}\frac{K}{L}$$

FUNZIONE DI PRODUZIONE
COBB-DOUGLAS





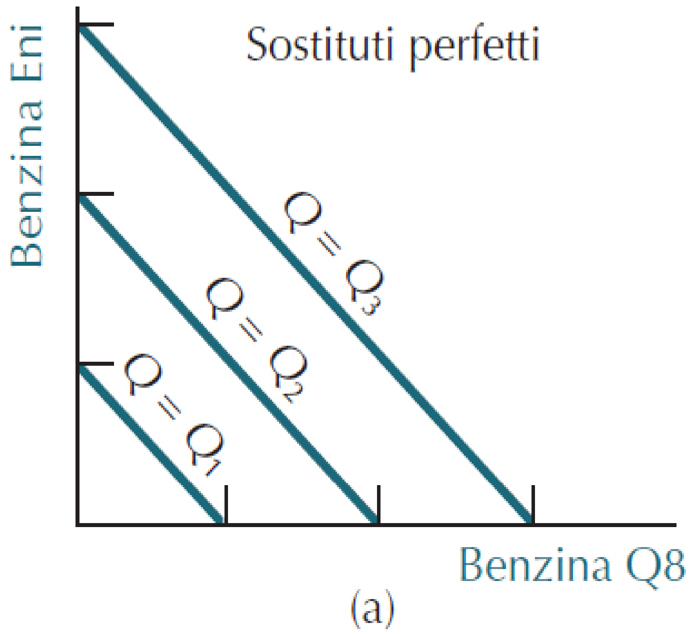
Funzione Cobb-Douglas

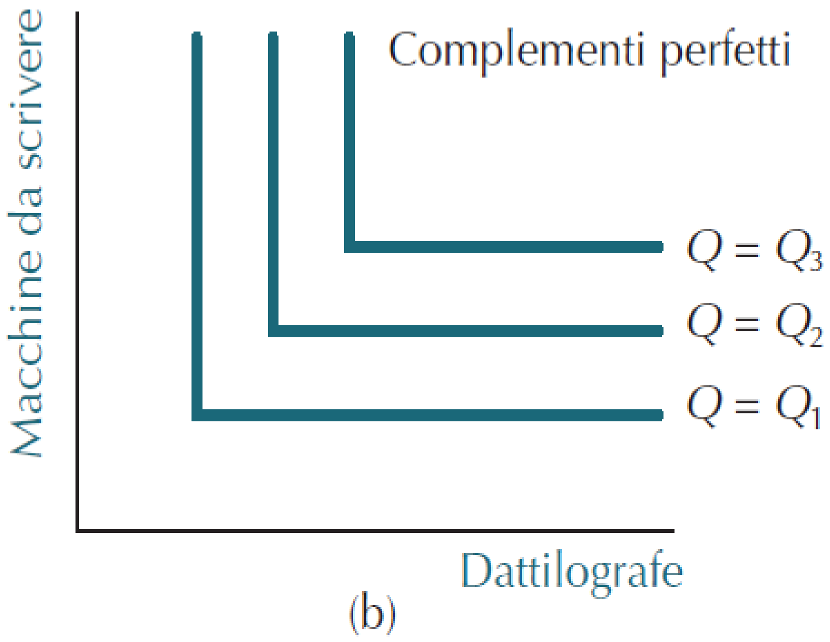
$$Q = mK^{\alpha}L^{\beta}$$

$$m > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

- Caratteristiche
  - Output = 0 se input = 0
  - AP, MP decrescenti con $AP > MP$
  - MP intorno a zero tende a infinito (perché?)

FUNZIONI DI PRODUZIONE E ISOQUANTI
INPUT PERFETTI SOSTITUTI E COMPLEMENTI





Perfetti sostituti: funzione di produzione lineare

$$Q = aL + bK$$

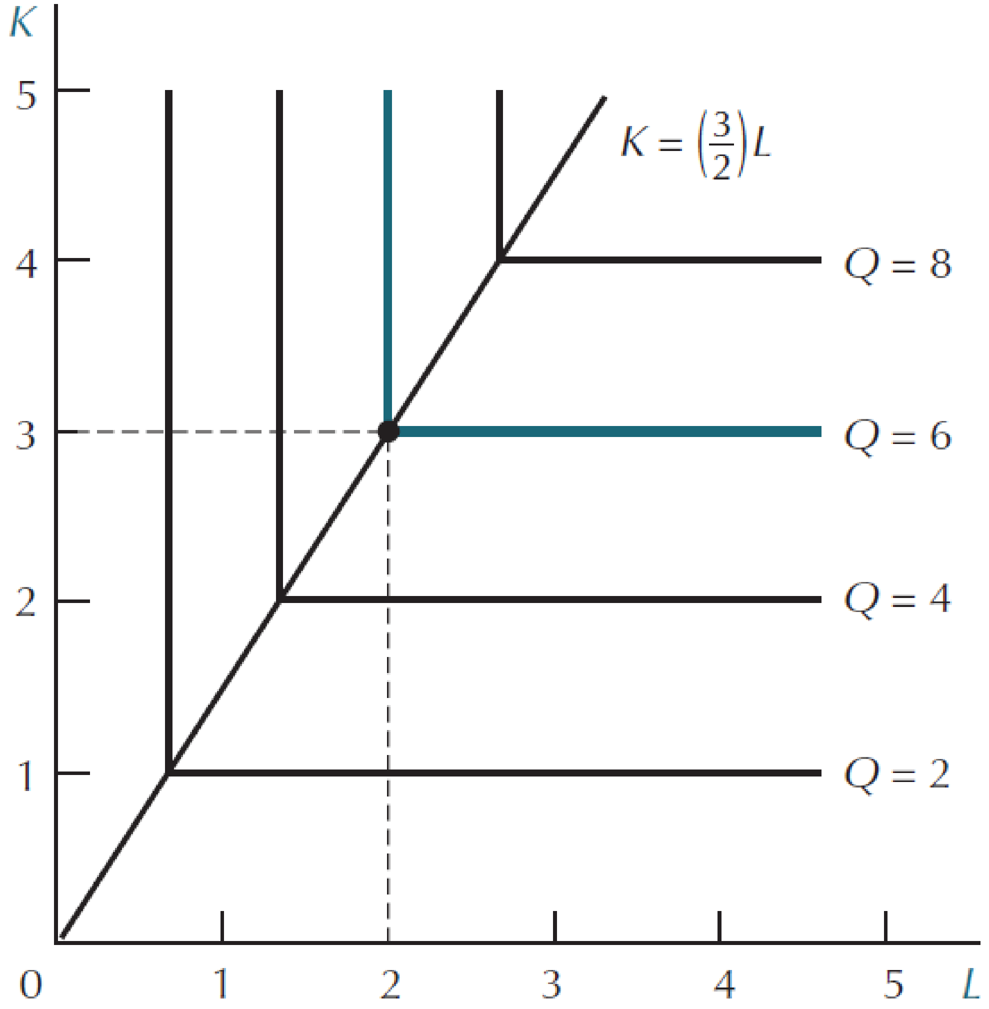
$$a > 0, b > 0$$

Perfetti complementi: funzione di produzione di Leontief (a coefficienti fissi)

$$Q = \min(aL, bK)$$

$$a > 0, b > 0$$

MAPPA DI ISOQUANTI
PERFETTI COMPLEMENTI



Funzione di produzione di Leontief:

$$Q = \min(2K, 3L)$$

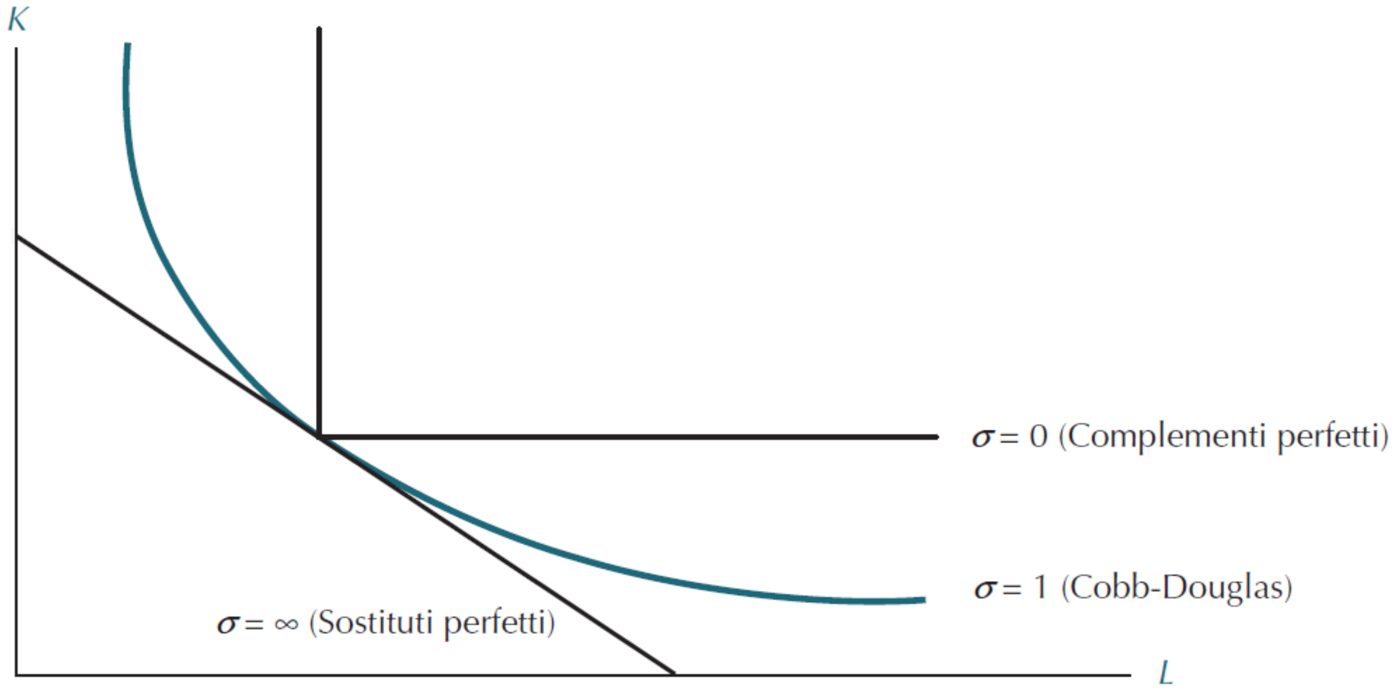
MRTS=

- Infinito: tratto verticale
- Zero: tratto orizzontale

ELASTICITÀ DI SOSTITUZIONE TRA FATTORI PRODUTTIVI

Grado di sostituibilità dei fattori: misura la variazione percentuale del rapporto tra K e L per una data variazione percentuale del MRTS

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta (K/L)}{K/L}}{\frac{\Delta MRTS}{MRTS}}$$



RENDIMENTI DI SCALA (LUNGO PERIODO)

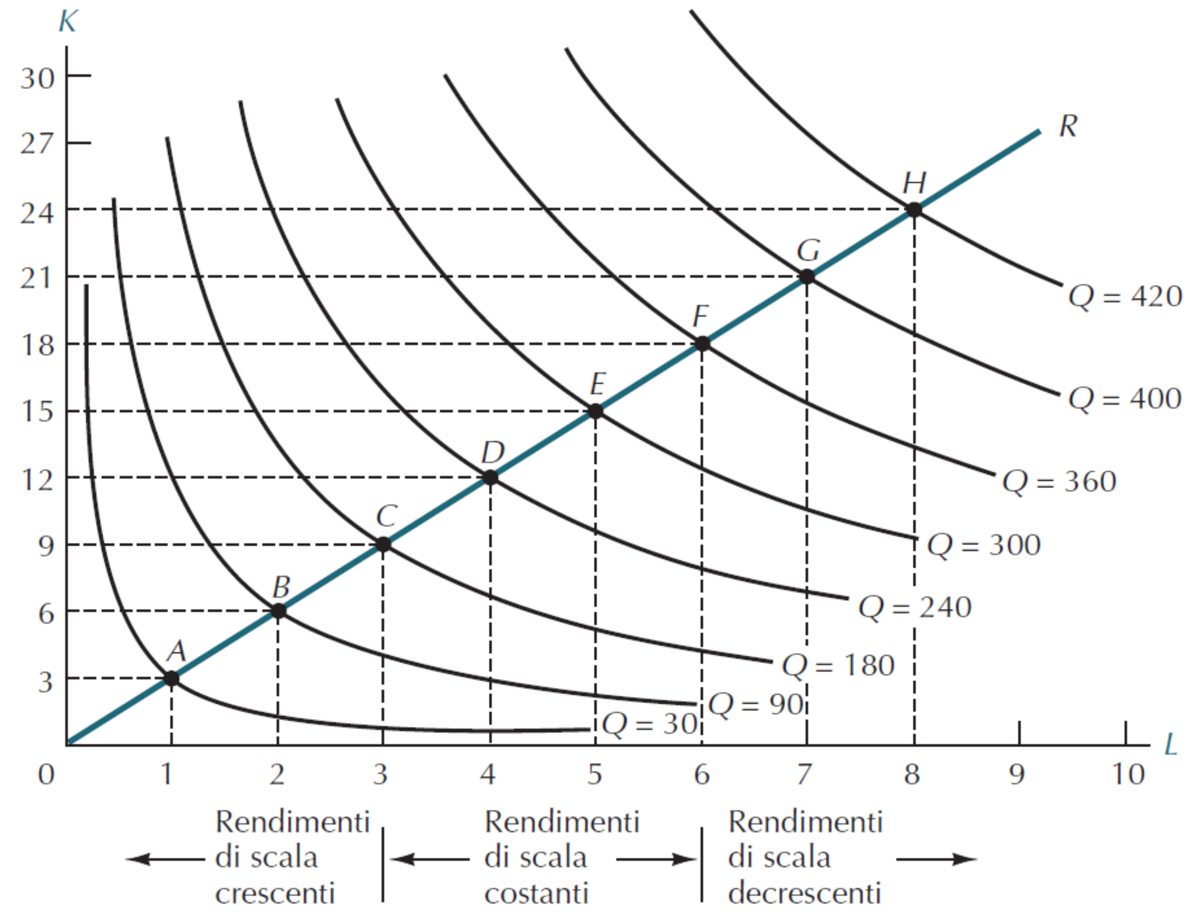
- Il concetto di rendimenti di scala è applicabile esclusivamente al lungo periodo
- I rendimenti di scala sono legati a variazioni proporzionali di **tutti** i fattori produttivi contemporaneamente
- I rendimenti di scala costituiscono un elemento fondamentale nel determinare la struttura di un’industria
- Come varia il livello produttivo dell’impresa quando tutti i fattori produttivi variano nella stessa proporzione (ad esempio dell’1%)?

RENDIMENTI DI SCALA

Se **tutti** i fattori produttivi aumentano **contemporaneamente** nella stessa proporzione (ad esempio dell’1%), la funzione di produzione esibisce rendimenti di scala

- **Crescenti:** se la produzione aumenta **più** del 1%
- **Costanti:** se la produzione aumenta **esattamente** del 1%
- **Decrescenti:** se la produzione aumenta **meno** del 1%

RENDIMENTI DI SCALA SULLA MAPPA DEGLI ISOQUANTI



RENDIMENTI DI SCALA E
LEGGE DEI RENDIMENTI DECRESCENTI

- I rendimenti di scala decrescenti **non hanno nulla a che vedere** con la legge dei rendimenti marginali decrescenti

- Il prodotto marginale dei singoli fattori può essere decrescente, ma la funzione di produzione può avere rendimenti di scala decrescenti, costanti o persino crescenti

RENDIMENTI DI SCALA
FORMULAZIONE MATEMATICA

In generale: per ogni $c > 1$

- Rendimenti di scala **crescenti**: $F(cK, cL) > cF(K, L)$
- Rendimenti di scala **costanti**: $F(cK, cL) = cF(K, L)$
- Rendimenti di scala **decrescenti**: $F(cK, cL) < cF(K, L)$

RENDIMENTI DI SCALA
ESEMPI

1. Esempio Cobb-Douglas: $Q = F(K, L) = mK^{\alpha}L^{\beta}$

$$F(cK, cL) = m(cK)^{\alpha}(cL)^{\beta} = c^{\alpha+\beta}mK^{\alpha}L^{\beta} = c^{\alpha+\beta}F(K, L)$$

- $\alpha + \beta = 1$: rendimenti costanti
- $\alpha + \beta > 1$: rendimenti crescenti
- $\alpha + \beta < 1$: rendimenti decrescenti

2. $Q = F(K, L) = 2KL$
   - $F(cK, cL) = 2(cK)(cL) = c^2\, 2KL = c^2\, F(K, L) > cF(K, L)$
   - Rendimenti di scala crescenti

3. $Q = F(K, L) = K^{0.2} + L^{0.2}$
   - $F(cK, cL) = (cK)^{0.2} + (cL)^{0.2} = c^{0.2}K^{0.2} + c^{0.2}L^{0.2} = c^{0.2}(K^{0.2} + L^{0.2}) = c^{0.2}\, F(K, L) < cF(K, L)$
   - Rendimenti di scala decrescenti