

## PRESTAZIONI - PREMI

$$y \quad v(0, y) = v(0, x)$$

premio unico puro e premio di legge  $\Rightarrow U$  e  $T$

$$(i, s) \quad \times \quad T \geq U = v(0, y)$$

$T - U = H$  caricamento esplicito

$$h = \frac{T - U}{T} = \frac{H}{T} < 1 \quad \Rightarrow \quad H = hT$$

$$T - U = H \Rightarrow T = H + U = U + hT \Rightarrow T(1 - h) = U \Rightarrow T = \frac{U}{1 - h}$$

$$H = G + A + I$$

$\downarrow$  gestioni       $\downarrow$  acquisizioni       $\rightarrow$  incasso

$$U = C \gamma^m \quad C = U(1+i)^m$$

$$CD \quad v(0, y) = C u \bar{E}_x \Rightarrow U = C u \bar{E}_x \Rightarrow C = \frac{U}{u \bar{E}_x}$$

$$u \bar{E}_x = u p_x \gamma^m \quad C = \frac{U}{u p_x \gamma^m} = \frac{U}{(1+i)^{-m} u p_x} = \frac{U(1+i)^m}{u p_x} > U(1+i)^m$$

## PREMIO ANNUO

rendita vitalizia anti-cipato

premio annuo costante

temporanee e premi da pagare

P premio

$$X_k = \begin{cases} P \mathbb{1}_{\{T_x > k\}} & k < n \\ 0 & k \geq n \end{cases}$$

$$V(0, x) \quad x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$$

$$V(0, x) = V(0, y)$$

$$V(0, x) = P u \ddot{a}_x$$

$$U = V(0, y)$$

$$V(0, x) = V(0, y)$$

$$U = V(0, x)$$

$$U = P u \ddot{a}_x \Rightarrow$$

$$P = \frac{U}{u \ddot{a}_x}$$

$$\Pi = \frac{P}{1-h}$$

$$T = \frac{U}{1-h}$$

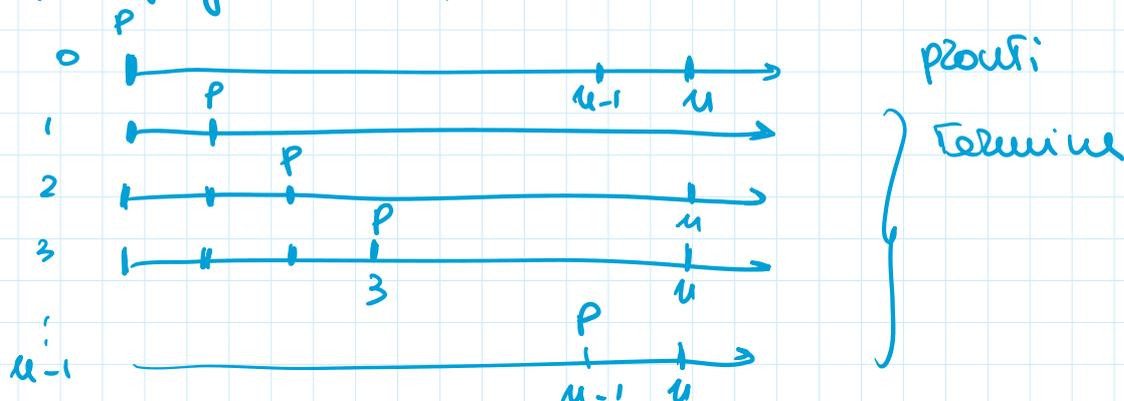
$$\sum_u P > U$$

$$\bar{\Pi} = \frac{U}{u \ddot{a}_x (1-h)}$$

$$\bar{\Pi} = \frac{T}{u \ddot{a}_x}$$

## PREMIO UNICO RICORRENTE

portafoglio di polizze a premio unico



1° contratto e premi e successivi o termine

$$P_0, P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$$

$$\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-1}$$

$$\Pi_k = \frac{P_k}{1-h_k}$$

$k$  indica la  
kesima linea  
assicurativa

$$\pi_k = \frac{P_k}{1-h_k} = \frac{V(k, Y_k)}{1-h_k}$$

$$(*) \pi_k (1-h_k) = P_k = V(k, Y_k)$$

ESEMPIO

$$h_k = h \quad \forall k = 0, \dots, u-1$$

$$P = \pi (1-h)$$

$$\left\{ \begin{aligned} C_{0,u} &= P(1+i)^u = \pi(1-h)(1+i)^u \\ C_{1,u} &= P(1+i)^{u-1} = \pi(1-h)(1+i)^{u-1} \\ C_{k,u} &= P(1+i)^{u-k} = \pi(1-h)(1+i)^{u-k} \end{aligned} \right.$$

lo I linea di assicurazione

in  $T=1$  pago il II premio

in  $T=K$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{u-1} C_{k,u} &= \sum_{k=0}^{u-1} \pi(1-h)(1+i)^{u-k} = \pi(1-h) \sum_{k=0}^{u-1} (1+i)^{u-k} = \\ &= \pi(1-h)(1+i)^u \sum_{k=0}^{u-1} (1+i)^{-k} = \pi(1-h)(1+i)^u \frac{(1+i)^u - 1}{1+i-1} \end{aligned}$$

il premio  $P$  è costante, ma la successione dei  $C_{k,u}$  (dei capitali assicurati) è decrescente

CD (capitale differito) a premio unico ricorrente

$$U = C_n \bar{E}_x \Rightarrow C = \frac{U}{n \bar{E}_x}$$

se il premio è unico ricorrente

$$C_{k,u} = \frac{P}{u-k \bar{E}_{x+k}} \quad \text{il capitale assicurato dello linea } k$$

$K$  morte alla data  $K$ , il premio in  $K$  non viene pagato

$$Y_k = \sum_{j=0}^{k-1} C_{j,m}$$

prestazione caso morte alla data  $k$   
(sono state attivate solo  $k$  linee)

$$Y_u = C_u = \sum_{k=0}^{u-1} C_{k,m}$$

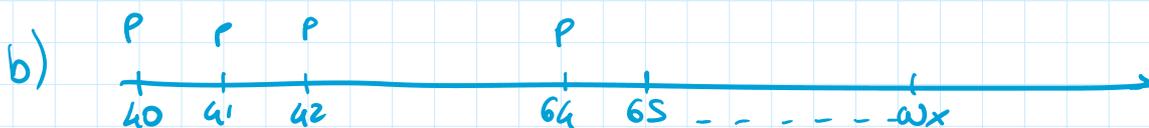
caso vita e scadenza

Le polizze a premio unico ricorrente sono le più diffuse

## ESERCIZIO

Uno teste maschile di età 40 anni si assicura in caso di morte a vita intera un capitale di 100.000 €. Il tasso tecnico è del 4%. Determinare i premi puri:

- a) annuo vitalizio  
b) annuo temporaneo per 25 anni



$$V(0,x) = V(0,y)$$

Calcoliamo il valore delle prestazioni  $V(0,y)$

$$V(0,y) = C A_x = 100.000 A_{40} = 100.000 \frac{M_{40}}{D_{40}}$$

$$D_{40} = v^{40} l_{40} \quad M_{40} = \sum_{h=0}^{\omega-40-1} C_{40+h}$$

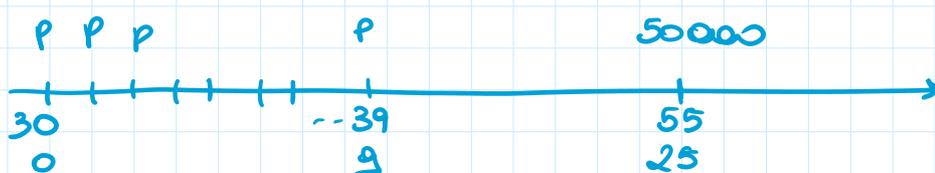
$$\begin{aligned} \text{a) } V(0,x) &= P \ddot{a}_x & P \ddot{a}_{40} &= V(0,y) \Rightarrow P = \frac{V(0,y)}{\ddot{a}_{40}} = V(0,y) \cdot \frac{D_{40}}{N_{40}} = \\ & \ddot{a}_{40} & & = 100.000 \frac{M_{40}}{D_{40}} \frac{D_{40}}{N_{40}} = 100.000 \frac{M_{40}}{N_{40}} \end{aligned}$$

$$b) V(0, Y) = P_{25} \ddot{a}_x \quad P_{25} \ddot{a}_{40} = V(0, Y) \Rightarrow P = \frac{V(0, Y)}{{}_{25} \ddot{a}_{40}} = \frac{V(0, Y)}{\frac{N_{40} - N_{65}}{D_{40}}} =$$

$$= 100000 \frac{M_{40}}{D_{40}} \cdot \frac{D_{40}}{N_{40} - N_{65}} = 100000 \frac{M_{40}}{N_{40} - N_{65}}$$

## ESERCIZIO

Una testa femminile di età 30 anni vuole contrarre un'efficiu-  
 zionale di un capitale di 50000€ differito di 25 anni in pe-  
 guandosi a pagare 10 premi annui. Determinare l'importo  
 del premio annuo puro al tasso tecnico del 4%



$$CD \quad V(0, Y) = C_{\mu} \bar{E}_x = 50000 {}_{25} \bar{E}_{30} = 50000 \frac{D_{55}}{D_{30}}$$

$$V(0, X) = P {}_{10} \ddot{a}_{30}$$

$$\text{deve essere } V(0, X) = V(0, Y) \Rightarrow P {}_{10} \ddot{a}_{30} = 50000 \frac{D_{55}}{D_{30}}$$

$$P = \left( 50000 \frac{D_{55}}{D_{30}} \right) / {}_{10} \ddot{a}_{30} = 50000 \frac{D_{55}}{D_{30}} \frac{D_{30}}{N_{30} - N_{40}} = 50000 \frac{D_{55}}{N_{30} - N_{40}}$$

$${}_{10} \ddot{a}_{30} = \frac{N_{30} - N_{40}}{D_{30}}$$

## ESERCIZIO

$M - X = 32$  RV differito di 28 anni  $R = 10000 \text{ €}$   
 (rendito vitalizio)

20 premi annui

$i = 4\%$

premio annuo puro

$$V(0, Y) = C_{\mu} Q_{32} = 10000 Q_{60} {}_{28} \bar{E}_{32} \quad \begin{matrix} X = 32 \\ \mu = 28 \end{matrix}$$

$$V(0, X) = P \cdot {}_2\ddot{Q}_{32}$$

$$P \cdot {}_2\ddot{Q}_{32} = 10000 \cdot Q_{60:25} \bar{E}_{32}$$

$$P \frac{N_{32} - N_{52}}{D_{32}} = 10000 \frac{D_{60}}{D_{32}} \left( \frac{N_{60} - D_{60}}{D_{60}} \right)$$

$$P = 10000 \frac{D_{60}}{D_{32}} \left( \frac{N_{60} - D_{60}}{D_{60}} \right) \frac{D_{32}}{N_{32} - N_{52}} = 10000 \frac{N_{60} - D_{60}}{N_{32} - N_{52}}$$

## ESERCIZIO

$x = 50$  assicurazione caso morte differita di 10 anni  
 $C = 80000 \text{ €}$

Verse 3 premi

- 1° P
- 2° 2P
- 3° P/2

Calcolare i premi al tasso tecnico del 4%



$$V(0, Y) = C_{10|A_{50}} = 80000 \frac{M_{60}}{D_{50}}$$

$$V(0, X) = P + 2P v_1 p_{50} + \frac{P}{2} v^2 {}_2p_{50} = P + 2P {}_1E_{50} + \frac{P}{2} {}_2E_{50}$$

$$V(0, X) = V(0, Y)$$

$$P (1 + 2 {}_1E_{50} + 0.5 {}_2E_{50}) = 80000 \frac{M_{60}}{D_{50}}$$

$$P \left( 1 + 2 \frac{D_{51}}{D_{50}} + 0.5 \frac{D_{52}}{D_{50}} \right) = P \frac{D_{50} + 2D_{51} + 0.5D_{52}}{D_{50}} = 80000 \frac{M_{60}}{D_{50}}$$

$$P = 80000 \frac{M60}{D_{S0} + 2D_{S1} + 0.5D_{S2}}$$

$$1^{\circ} \quad P$$

$$2^{\circ} \quad 2P$$

$$3^{\circ} \quad 0.5P$$