# Polizze non rivalutabili

domenica 10 marzo 2024 16:43

$$\cancel{X} \rightarrow Y \qquad E[u(Y)] = E[u(X)]$$

BASE TECNICA DEL I ORDINE

$$(\mathbb{P}^I, i^I) \qquad (\mathbb{P}, i)$$

$$E = \frac{E_T(D)}{1+i}$$

$$\frac{E_T^I(D)}{1+i} = P = \frac{E_T(D)}{1+i} + L$$

nuova misura probabilità

premio puro
premio equo + caricamento

$$D = \begin{pmatrix} d & 0 \\ p & 1-p \end{pmatrix} \Rightarrow E = \frac{pd}{1+i} = pdv$$

(1) $P = \dfrac{p^I d}{1+i^I}$ $\quad \rightarrow u(x) = -e^{-rx} \quad r = \dfrac{1}{1000} = 0.001$

$d = 100 \quad i = 5\%$

$p^I \qquad i^I = i = 0{,}05$

$$P = \frac{p^I\, 100}{1+0{,}05} \Rightarrow p^I = \frac{P(1+0{,}05)}{100}$$

$$p^I = P = 0{,}05$$

noto il premio
possiamo calcolare
$p^I, i^I$

$$i^I = \left(\frac{p \cdot 100}{P} - 1\right)$$

RISERVA MATEMATICA

$$P = E_T^I(D)\,\frac{1}{1+i^I}$$

per costruzione la riserva matematica è il valore atteso scontato delle prestazioni

ALM asset liability management

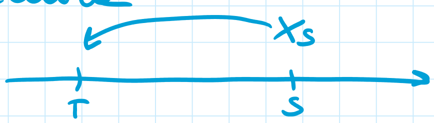
margine di solvibilità o SCR Solvency Capital Requirement

polizze
- non rivalutabili (1)
- rivalutabili ↑% (2)

NON RIVALUTABILI

- legge di equivalenza intertemporale sia quella ESPONENZIALE
- funzione di sopravvivenza sia una $S(T)$

$(i, S)$ base tecnica




Xs v.a.

$$V(T, X_S) = \frac{E_T(X_S)}{(1+i)^{S-T}} = E_T(X_S)\, v^{S-T} \quad \text{con} \quad v = (1+i)^{-1}$$

↓

valore attuale ATTUARIALE $(i, S)$

se $(i, S)$ è la base tecnica del I ordine allora $V(T, X_S)$ è proprio il premio

Classificazione delle polizze non rivalutabili

① Tipologie di prestazione
- prestazioni di capitale A
- prestazioni di rendita vitalizia B
- altra prestazione C

② Tipologia di premio
- premio unico A
- premio annuo B
- premio ricorrente C

1A prestazione di capitale

CAPITALE DIFFERITO (CD)

C se siamo in vita

prestazione $Y_n$

$$(*) \quad Y_n = \begin{cases} C & \text{se l'assicurato è in vita in } n,\ T_x > n \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

l'aleatorietà è nell'incertezza del pagamento di C

funzione indicatrice < se accade qualcosa / se non accade

$$\mathbb{1}_{\{T_x > n\}} = \begin{cases} 1 & \text{se } T_x > n \text{, se è in vita dopo } n \text{ anni} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$(**) \quad Y_n = C\,\mathbb{1}_{\{T_x > n\}}$$

$(*)$ e $(**)$ sono equivalenti

$$V(0, Y_n) = V(0, C\,\mathbb{1}_{\{T_x > n\}}) = C\,V(0, \mathbb{1}_{\{T_x > n\}}) = C\,E(\mathbb{1}_{\{T_x > n\}})\,v^n =$$

$$= C\,{}_np_x\,v^n$$

valore atteso scontato della prestazione

$$V(0, C) = C\,v^n$$

$$Y_n \rightarrow \begin{pmatrix} C\,v^n & 0 \\ {}_np_x & {}_nq_x \end{pmatrix}$$

$$\boxed{{}_nE_x = {}_np_x\,v^n}$$

→ valore di una prestazione di capitale differito unitario dopo $n$ anni per una testa di età $x$

$$V(0, Y_n) = {}_nE_x \quad \text{se } C = 1$$

$$V(0, Y_n) = C\,{}_nE_x$$

## TEMPORANEA CASO MORTE (TCM)

$$Y_{T_x} = \begin{cases} C & \text{se } T_x < n \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\{T_x < n\} = 0 < T_x < 1 \cup 1 < T_x < 2 \cup \dots \cup n-1 < T_x < n =$$

$$= \bigcup_{k=1}^{n} \{k-1 < T_x < k\}$$

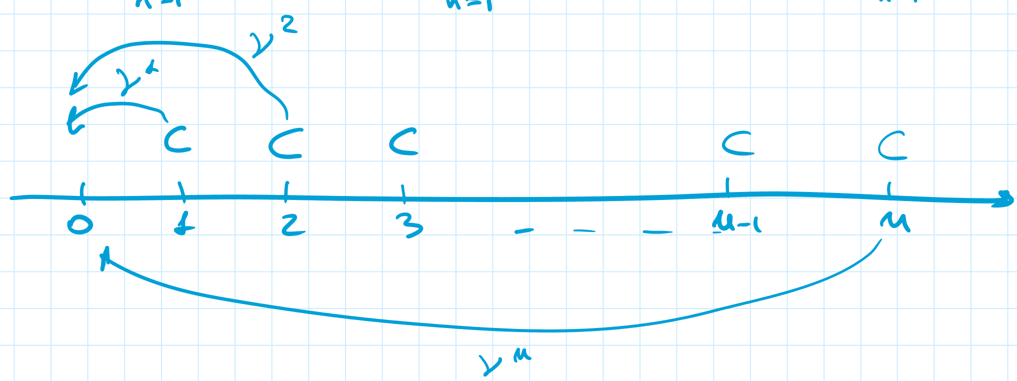
$$Y_k = \begin{cases} C & k-1 < T_x < k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \Rightarrow Y_k = C\,\mathbb{1}_{\{k-1<T_x<k\}}$$

$$\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\} / \{1, 2, \dots, n\}$$

$$V(0,Y_k) = C\,V(0, \mathbb{1}_{\{k-1<T_x<k\}}) = C\,{}_{k-1|k}q_x\, v^k$$

valore atteso scontato

$$V(0,Y) = \sum_{k=1}^{n} V(0,Y_k) = \sum_{k=1}^{n} C\,{}_{k-1|k}q_x\, v^k = C \sum_{k=1}^{n} {}_{k-1|k}q_x\, v^k$$




premio $\rightarrow$ = $\leftarrow$ prestazione

equivalenza

se il premio è unico $P = V(0,Y)$

$$V(0,Y) = C \sum_{k=1}^{n} {}_{k-1|1}q_x\, v^k$$

se $C = 1$ $\quad V(0,Y) = \sum_{k=1}^{n} {}_{k-1|1}q_x\, v^k$

NOTAZIONE

$${}_nA_x = \sum_{k=1}^{n} {}_{k-1|1}q_x\, v^k$$

TCM $\quad V(0,Y) = C\,{}_nA_x$

TCM capitale assicurato a capitale variabile

$$\begin{array}{cccccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & & C_{n-1} & C_n & \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n & \rightarrow \end{array}$$

$$V(0,Y) = \sum_{k=1}^{n} C_k \; {}_{k-1|1}q_x \, \nu^k$$

polizza con capitale decrescente

$$C_2 = C_1 - \frac{1}{n} C_1 = \frac{n-1}{n} C_1$$

$$C_3 = C_2 - \frac{1}{n} C_1 = \frac{n-1}{n} C_1 - \frac{1}{n} C_1 = \frac{n-2}{n} C_2$$

$$\vdots$$

$$C_n = \frac{1}{n} C_1$$

$\frac{1}{n} C_1$ è quanto pago ogni anno per il mutuo in termini di cap.

$\Downarrow$

è l'importo di cui diminuisce il debito residuo

$$C_k = \frac{n-(k-1)}{n} C_1$$

$$V(0,Y) = C_1 \sum_{k=1}^{n} \frac{n-(k-1)}{n} \; {}_{k-1|1}q_x \, \nu^k$$

POLIZZA A VITA INTERA (PI)

TCM $\quad V(0,Y) = C \sum_{k=1}^{n} {}_{k-1|1}q_x \, \nu^k$

$$n \rightarrow \omega_x$$

$$V(0,Y) = C \sum_{k=1}^{\omega_x} {}_{k-1|1}q_x \, \nu^k$$

$${}_{k-1|k}q_x \rightarrow x+k-1 \rightarrow x+k-1+k \quad x+2k-1$$

$$k-1 \rightarrow k$$

$${}_{k+1|1}q_x$$

$$x+k-1 \quad x+k-\cancel{x}+1 \quad x+k$$

$$A_x = \sum_{k=1}^{\omega_x} {}_{k-1|1}q_x \, \nu^k \Rightarrow V(0,Y) = C A_x$$

se $i = 0 \Rightarrow \nu = 1 \qquad (1+i)^{-1} = 1$

$$A_x = \sum_{k=1}^{\omega_x} {}_{k-1|1}q_x = 1 \Rightarrow V(0,Y) = C$$

POLIZZA MISTA

durata di n anni

$\{CD + TCM\}$

$\downarrow \quad \downarrow$

$C \quad C$

$$Y_K = \begin{cases} C & K-1 < T_x < K \quad \text{caso morte in } K \\ C & T_x > n \quad K = n \quad \text{caso vita a scadenza} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$V(0,Y) = C\,{}_nA_x + C\,{}_nE_x = C({}_nA_x + {}_nE_x)$$

nella polizza mista e nella vita intera l'incertezza è solo nella data di pagamento

se $i = 0$ $\quad {}_nA_x + {}_nE_x = 1 \quad \Rightarrow V(0,Y) = C$

$v = 1$

Potrei assicurare capitali differenti in caso vita $(C^v)$ e in caso morte $(C^m)$

$$V(0,Y) = C^m\,{}_nA_x + C^v\,{}_nE_x$$

VALORE DEI PREMI = VALORE DELLE PRESTAZIONI

$\downarrow$

$V(0,Y)$