

ESERCIZIO 1

Un'azienda detiene un portafoglio obbligazionario per un valore totale di 34 000 euro, con duration di 7 anni. La struttura per scadenza in vigore sul mercato è piatta, al tasso annuo $i=3\%$. Determinare la variazione di valore del portafoglio nel caso di un incremento dei tassi di 100 punti base.

Il management decide di aggiungere al portafoglio ulteriori 21 000 euro, con l'obiettivo di abbassarne la duration a 5 anni, investendo in TCN a un anno e TCF a 3 anni, con cedola annuale del 4% e duration 2.88 anni. Si determini come ripartire l'ulteriore investimento tra TCN e TCF.

ESERCIZIO 2

Si consideri alla data odierna un mercato in cui sono quotati:

1. un titolo a cedola nulla con scadenza un anno, nominale 100 euro e prezzo a pronti 97.1 euro;
2. un titolo a cedola nulla con scadenza un anno, nominale 100 euro e prezzo a termine 98.5 euro, pagabile tra sei mesi;
3. un titolo a cedola fissa semestrale, con scadenza un anno e mezzo, quotato alla pari e con tasso nominale annuo 3.10%.

Si determini la struttura per scadenza dei tassi a pronti e a termine in questo mercato.

Si determini quindi in questo mercato il prezzo a termine P , pagabile fra sei mesi, di un contratto che paga 1000 euro fra un anno e 1000 euro fra un anno e mezzo.

ESERCIZIO 3

Si consideri un mercato in cui, al tempo $t=0$, sono quotati i seguenti tre titoli (tutti riferiti a un facciale $C = 100$):

1. un TCN a pronti, con scadenza $t_3=3$ anni, e prezzo $P = 90$;
2. un TCN a termine, con scadenza $t_3=3$ anni con prezzo, da pagare in $t_2=2$ anni di $P=94$;
3. un TCF a pronti, con scadenza $t_3=3$ anni, cedola annuale, tasso cedolare annuo del 3.55% e quotato alla pari.

Si determini anzitutto la struttura per scadenza dei tassi di interessi a pronti, esprimendola in forma percentuale e su base annua.

Si calcoli in questo mercato il prezzo P di una rendita posticipata di durata $m=3$ rate annuali, tutte pari a $R=600$.

ESERCIZIO 4

Si consideri un mercato in cui sono quotati i seguenti titoli: un TCN a pronti x con prezzo 96, scadenza un anno e valore facciale 100 e un TCN a termine y con prezzo pattuito in $t = 0$ e pagabile tra 6 mesi pari a 98, scadenza un anno e valore facciale 100. Si determinino le strutture dei prezzi a pronti e a termine, esprimendo i tassi in base annua e in forma percentuale (riportare i dati in tabella). Si determinino inoltre prezzo e duration (in anni) di un BTP con scadenza un anno, nominale 5000 euro e tasso nominale annuo 4%.

ESERCIZIO 5

Nel mercato sono disponibili due titoli: a) un titolo a cedola nulla con scadenza 7 mesi; b) una rendita perpetua con rata semestrale. La struttura per scadenza dei tassi di interesse in vigore su questo mercato è piatta, di tasso annuo $i=3\%$. Si calcolino le duration D_a e D_b , rispettivamente, dei due titoli, esprimendole in anni.

Il sig. Rossi ha un portafoglio con valore 1 000 000 euro e duration 5 anni e vuole investire altri 150 000 euro in questo mercato, in modo tale che la duration del suo portafoglio non cambi. Si determini come deve ripartire i 150 000 euro fra i due titoli, indicando con V_a l'investimento nel primo titolo e con V_b l'investimento nel secondo.

ESERCIZIO 6

Si consideri un mercato in cui sono quotati i seguenti titoli: un TCN a pronti x con prezzo 94, scadenza due anni e valore facciale 100 e un TCN a termine y con prezzo pattuito in $t = 0$ e pagabile tra 1 anno pari a 96, scadenza due anni e valore facciale 100. Si determinino le strutture dei prezzi a pronti e a termine, esprimendo i tassi in base annua e in forma percentuale. Si determini inoltre il prezzo dell'operazione $\{45,90\}/\{1,2\}$.

ESERCIZIO 7

Sia dato un bullet bond x_1 con valore facciale 100 euro, maturity 2 anni, cedole pagabili semestralmente al tasso nominale annuo $i = 5\%$. Con riferimento ad una struttura dei tassi a pronti su base annua data da $i(0, 0.5) = 10.25\%$, $i(0, 1) = 10.50\%$, $i(0, 1.5) = 11.05\%$, $i(0, 2) = 11.70\%$, determinare la duration del titolo x_1 . Indicato poi con x il portafoglio composto da una quota $\alpha_1 = 1$ del titolo x_1 e da una quota α_2 di uno zero coupon bond x_2 che paga 100 euro in $t = 0.5$, determinare α_2 in modo che $D(0, x) = 1$.

ESERCIZIO 8

Nel mercato sono quotati un BOT a 6 mesi e un BTP a 10 anni con tasso nominale annuo 3%. Sapendo che la struttura per scadenza dei tassi di interesse è piatta, al tasso annuo $i=4.04\%$, si calcolino le duration dei due titoli e si determini quanto investire in ciascuno al fine di ottenere un portafoglio con valore 10 000 euro e duration 5 anni.

ESERCIZIO 9

In un mercato in cui la struttura per scadenza è piatta al tasso annuo $i = 3.05\%$, un investitore detiene un portafoglio del valore complessivo di 15000 di euro, formato per il 65% del valore da rendite perpetue a rata annuale costante e per il resto da BOT a 12 mesi. Si calcoli la duration del portafoglio.

L'investitore decide poi di acquistare titoli a cedola nulla con maturità T da decidere, per un valore complessivo di 4800 euro. Si calcoli la maturità che deve essere fissata affinché il portafoglio complessivo dell'investitore abbia una duration di 10 anni.

ESERCIZIO 10

Siano $W(0;x_1) = 99.2$ euro, $W(0;x_2) = 187.8$ euro e $W(0;x_3) = 3175$ euro i prezzi di mercato al tempo 0 di tre zero coupon bond con valori di rimborso $x_1 = 100$ euro, $x_2 = 200$ euro e $x_3 = 350$ euro, esigibili ai tempi $t_1 = 30$ giorni, $t_2 = 210$ giorni e $t_3 = 360$ giorni. Calcolare la struttura per scadenza dei tassi a pronti e dei tassi a termine implicata dalla struttura dei prezzi assegnata, esprimendo i tassi in forma percentuale e su base annua ed assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni).

ESERCIZIO 11

Sia dato un mercato in cui al tempo $t_0 = 0$ siano presenti tre titoli obbligazionari i quali, in riferimento ad uno scadenziario $t = \{t_1, t_2, t_3\} = \{30, 90, 180\}$ giorni, siano così composti:

- un titolo a cedola nulla x che garantisce 100€ in t_1 al prezzo di 99.5€;
- un titolo a cedola nulla y che garantisce 150€ in t_2 al prezzo di 147.5€;
- un contratto z che garantisce 100€ in t_3 al prezzo, pattuito in t_0 e pagabile in t_2 , di 98€.

(a) Si calcolino le strutture dei tassi a pronti e a termine implicate dai prezzi assegnati, esprimendo i tassi in forma percentuale e su base annua ed assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni).

(b) Considerato il portafoglio $w = x + y$, si supponga che esso sia quotato sul mercato al prezzo $P = 244.5$ €. Dire con quale delle seguenti strategie è possibile realizzare un profitto certo al tempo t_0 , avendo chiuso in pareggio la posizione negli altri periodi; indicare inoltre l'eventuale guadagno G .

ESERCIZIO 12

Sia data una operazione finanziaria $x_1=t$ con $x_1 = \{12.5, 10, 12.5, 235\}$ e $t = \{0.5, 1, 1.5, 2\}$, ove il tempo è misurato in anni. Calcolarne la duration rispetto ad una struttura dei tassi a pronti su base annua data da $i(0; 0.5) = 11.10\%$, $i(0; 1) = 11.30\%$, $i(0; 1.5) = 11.50\%$, $i(0; 2) = 11.70\%$.

Indicato poi con x il portafoglio costituito da una quota $\alpha_1 = 1$ del titolo x_1 e da una quota α_2 di uno z.c.b. che paga 100 euro in $t = 0.5$, determinare α_2 in modo che $D(0; x) = 1$.

ESERCIZIO 13

Sia dato un bullet bond x di valore nominale 100 euro, maturity 7 anni, cedola annuale e quotato alla pari. Calcolare il valore attuale e la duration del titolo rispetto alla struttura piatta dei tassi di interesse determinata dal T.I.R. di x , sapendo che questo è uguale a 12.73%.

ESERCIZIO 14

Sia dato un bullet bond x di valore facciale 120 euro, maturity 10 anni, cedola annuale di 12.5 euro e quotato alla pari. Calcolarne il T.I.R. e la duration relativamente ad una struttura dei tassi di interesse piatta al livello del T.I.R. .

ESERCIZIO 15

Sia dato un mercato in cui siano presenti al tempo $t = 0$ quattro titoli obbligazionari w , x , y e z . Il titolo z è uno zcb a un anno di valore attuale $V(0; z) = 100$ euro; per quanto riguarda gli altri titoli si ha:

$$V(0; w) = 50 \text{ euro} \quad V(0; x) = 200 \text{ euro} \quad V(0; y) = 50 \text{ euro}$$

$$D(0; w) = 1 \text{ anno} \quad D(0; x) = 2 \text{ anni} \quad D(0; y) = 18 \text{ mesi}$$

Determinare il valore attuale V e la duration D del portafoglio v composto da una quota del titolo w e da una quota del titolo x . Calcolare inoltre quante quote αy del titolo y e quante quote αz del titolo z bisogna aggiungere a v per ottenere un portafoglio con valore attuale di 500 euro e duration di 18 mesi.

ESERCIZIO 16

Sia dato un mercato di titoli obbligazionari in cui, al tempo $t=0$ ed in riferimento allo scadenziario $t=\{1, 2\}$ anni, siano trattati i titoli: $x=\{100,0\}$ euro al prezzo a pronti di 92 euro, $y=\{0,100\}$ euro al prezzo a pronti di 85 euro, $z=\{10, 110\}$ euro al prezzo a pronti di 98 euro.

Determinare la struttura per scadenza dei tassi a pronti determinata dai prezzi dei soli titoli x e y .

Costruire quindi un arbitraggio non rischioso che garantisca un profitto certo di 10 euro al tempo $t=2$ anni, avendo chiuso in pareggio le posizioni agli altri istanti.

ESERCIZIO 17

Nell'istante di tempo $t = 0$ siano quotati sul mercato i tassi swap:

$$z_1 = 4.53\%$$

$$z_2 = 4.85\%$$

$$z_5 = 5.95\%$$

avendo indicato con z_m il tasso swap, quotato in t , per la generica scadenza m (anni).

In riferimento allo scadenziario $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.

ESERCIZIO 18

Nell'istante di tempo $t = 0$ siano quotati sul mercato i seguenti tassi swap:

$$z_1 = 3.72\%$$

$$z_3 = 4.01\%$$

$$z_4 = 4.12\%$$

avendo indicato con z_m il tasso swap relativo alla scadenza di m anni. In riferimento allo scadenziario $\{1, 2, 3, 4\}$ anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti, esprimendo i tassi su base annua.

ESERCIZIO 19

Sia dato un mercato di titoli obbligazionari in cui, al tempo $t = 0$ ed in riferimento allo scadenziario $t = \{0.5, 1\}$ anni, siano trattati i titoli: $x = \{300, 0\}$ euro al prezzo in $t = 0$ di 287 euro, $y = \{0, 50\}$ euro al prezzo in $t = 0$ di 46 euro, $z = \{0, 100\}$ euro.

Determinare la struttura per scadenza dei tassi a pronti determinata dai prezzi dei soli titoli x e y .

Si ipotizzi quindi che il mercato si evolva in condizioni di certezza e si supponga di sapere in $t = 0$ che il prezzo che il titolo z avrà in $t = 0.5$ sarà 97 euro. Si costruisca in $t = 0$ un arbitraggio non rischioso che garantisca un profitto certo immediato, avendo chiuso in pareggio le posizioni nei successivi istanti.

ESERCIZIO 20

Sul mercato TXRATES, ad un certo istante, sono presenti le seguenti quotazioni:

- tasso annuo semplice a sei mesi del 2.5%;
- titolo a cedola fissa semestrale del 4% nominale annuo, con nominale 100€, scadenza un anno e prezzo 101.1€;
- contratto a termine, che paga 100 a un anno e mezzo, con prezzo pagabile fra sei mesi di 96.8€.

Si calcoli la struttura per scadenza dei tassi a pronti e dei tassi a termine in vigore su questo mercato (tempo in anni, tassi in % e composti in base annua).

In tale mercato, si voglia proporre un contratto a termine, con rimborso di 100 000€ fra un anno e pagamento del prezzo P fra sei mesi. Che prezzo si deve fissare per evitare arbitraggi non rischiosi?

ESERCIZIO 21

Un investitore acquista un portafoglio del valore attuale di 240 000 euro, composto per il 10% del valore da TCN a un anno, e per il valore restante da TCN a 10 anni. Assumendo una struttura per scadenza piatta al tasso $i = 4.65\%$, si calcoli la duration del portafoglio esprimendola in anni.

Ritenendo tale duration troppo rischiosa, l'investitore decide di liberarsi dei TCN a 10 anni e investire una frazione α dei proventi in altri TCN a 1 anno, e la restante frazione $(1 - \alpha)$ in rendite perpetue mensili, con rata $R = 800$ euro.

Si calcoli la frazione α necessaria a rendere la duration complessiva pari a 3 anni.

ESERCIZIO 22

Si consideri un portafoglio obbligazionario del valore complessivo di 500 mln di euro, investito per il 30% del valore in BOT a un anno, e per il resto in BTP con duration di 9 anni. La struttura dei tassi di interesse è piatta al tasso annuo $i = 4.25\%$. Si calcoli la duration D del portafoglio.

Si decide di ribilanciare il portafoglio per aumentarne la duration di 8 mesi, vendendo un certo ammontare V di BOT e acquistando rendite immediate, posticipate a rata annuale costante con durata $m = 20$ anni per un valore identico. Si calcoli il valore V da disinvestire (e reinvestire) a tale scopo.

ESERCIZIO 23

In un mercato in cui la struttura per scadenza è piatta al tasso annuo $i = 4.36\%$, un investitore detiene un portafoglio del valore complessivo di 38 mln di euro, formato per il 60% del valore da rendite perpetue a rata annuale costante e per il resto da BOT a 6 mesi. Si calcoli la duration del portafoglio.

L'investitore decide poi di acquistare titoli a cedola nulla con maturità T da decidere, per un valore complessivo di 200 mln di euro. Si calcoli la maturità che deve essere fissata affinché il portafoglio complessivo dell'investitore abbia una duration di 4 anni.

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

1. Si consideri il portafoglio $z = 2x+y$, dove x e y sono due titoli. Se i prezzi di mercato dei due titoli e del portafoglio al tempo 0 sono tali che $P(0; z) > 2P(0;x) + P(0; y)$, allora posso costruire un arbitraggio non rischioso
 - a) vendendo allo scoperto il portafoglio e comprando 2 quote di x e una quota di y .
 - b) comprando il portafoglio e vendendo allo scoperto 2 quote di x e una quota di y .
 - c) vendendo allo scoperto il portafoglio e 2 quote di x e comprando una quota di y .

2. Sapendo che l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{0, 1\}$ è un arbitraggio non rischioso e sapendo che $x_0 > 0$, allora
 - a) x_1 ha segno negativo ma in valore assoluto è minore di x_0 .
 - b) $x_1 \geq 0$.
 - c) x_1 può avere qualunque segno

3. In un'operazione finanziaria di acquisto a termine di un titolo a cedola nulla, stipulata al tempo t e con pagamento del prezzo a termine P in $T > t$,
 - a) il rimborso è fissato in T .
 - b) il prezzo è fissato in T .
 - c) il prezzo è fissato in t .

4. In riferimento a tre scadenze $t < T < s$, usando il teorema dei prezzi impliciti possiamo stabilire una relazione fra prezzi
 - a) a pronti in T e a termine contrattati in t e pagabili in T .
 - b) a pronti in t e a pronti in T .
 - c) a pronti in t e a termine contrattati in t e pagabili in T .

5. Se la struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti è crescente, allora
- la struttura per scadenza dei tassi a pronti domina quella dei tassi a termine.
 - la struttura per scadenza dei tassi a termine domina quella dei tassi a pronti.
 - la struttura per scadenza dei tassi a termine è crescente.
6. Il tasso di parità è:
- un tasso cedolare
 - un tasso di rendimento
 - un tasso nominale
7. Siano r_1 e r_2 due rendite immediate, posticipate con rata mensile costante, entrambe con durata 10 anni. Sapendo che la rata di r_1 è il doppio della rata di r_2 allora:
- la duration di r_1 è il doppio della duration di r_2
 - le due rendite hanno la stessa duration
 - non è possibile confrontare le due duration senza conoscere la struttura per scadenza dei tassi di interesse.
8. La duration di un titolo a cedola fissa, a parità delle altre condizioni:
- diminuisce se aumenta il tasso cedolare.
 - aumenta se diminuisce la vita residua.
 - diminuisce se aumenta la scadenza.
9. La duration di un titolo ne misura
- la liquidità
 - il rischio di tasso di interesse
 - il rischio di credito
10. Nella stima della struttura per scadenza basata sui par yield vengono utilizzati:
- gli interest rate swap.

- b) gli zero coupon bond.
- c) i contratti forward.