$j = 5{,}3379\% \Rightarrow I = 5.3379€$ $\quad P = C$

$j = 5{,}5\% \Rightarrow I = 5{,}5€$ $\quad P > C$

TP_ES1

Si supponga che nell'istante di valutazione t = 0, in riferimento allo scadenzario t = {1, 2, 3, 4} anni, sia in vigore la seguente struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti, espressi su base annua:

i(0, 1) = 3.60% ,

i(0, 2) = 4.25% ,

i(0, 3) = 4.75% ,

i(0, 4) = 5.42% .

a) Calcolare il tasso di parità, p4, per la scadenza m = 4 anni.

b) Si supponga che al tempo t = 0 si voglia emettere un titolo a cedola fissa, di durata 4 anni e capitale nominale C, che paghi un tasso annuo cedolare uguale al 5.5%. Tale titolo sarà emesso alla pari, sopra la pari o sotto la pari?

$$p_4 = \frac{1 - \nu(0,4)}{\sum_{k=1}^{4} \nu(0,k)} = \frac{1 - \nu(0,4)}{\nu(0,1) + \nu(0,2) + \nu(0,3) + \nu(0,4)} = ?$$

$\nu(0,1) = [1 + i(0,1)]^{-1} = 1.036^{-1} = 0.9653$

$\nu(0,2) = [1 + i(0,2)]^{-2} = 1.0425^{-2} = 0.9201$

$\nu(0,3) = [1 + i(0,3)]^{-3} = 1.0475^{-3} = 0.87$

$\nu(0,4) = [1 + i(0,4)]^{-4} = 1.0542^{-4} = 0.8097$

$= 0.053379 =$

$= 5.3379\%$

$I = 5.3379€$

$I = 5.5€$

Sopra la pari

TP_ES2

Si supponga che nell'istante di valutazione t = 0, in riferimento allo scadenzario t = {1, 2, 3, 4} anni, sia in vigore la seguente struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti:

i(0, 1) = 2.25%
i(0, 2) = 2.37%
i(0, 3) = 3.01%
i(0, 4) = 3.35%

essendo i tassi espressi su base annua.

a) Calcolare il tasso di parità p3 per la scadenza m = 3 anni.

b) Si supponga che al tempo t = 0 si voglia emettere un titolo a cedola fissa, di durata 3 anni e capitale nominale C, che paghi un tasso annuo cedolare uguale 1.75%. Tale titolo sarà emesso alla pari, sopra la pari o sotto la pari?

$$p_3 = \frac{1 - v(0,3)}{v(0,1) + v(0,2) + v(0,3)} = \frac{1 - 0.9149}{0.978 + 0.9542 + 0.9149} = 0,029890 =$$

$$= 2,989\%$$

$$v(0,1) = 1.0225^{-1} = 0.978$$

$$v(0,2) = 1.0237^{-2} = 0.9542$$

$$v(0,3) = 1.0301^{-3} = 0.9149$$

$$j = 1,75\% < \bar{j} = 2,989\%$$

SOTTO LA PARI

$$\gamma(0,1,3) = 0.8675 = \frac{\gamma(0,3)}{\gamma(0,1)} \Rightarrow \gamma(0,3) = 0{,}9575 * 0{,}8675$$

TP_ES3

Si consideri un mercato definito al tempo t = 0 sullo scadenzario t = {t1, t2, t3} = {1, 2, 3} anni; siano trattati sul mercato tre titoli obbligazionari:

· uno zero coupon bond con valore di rimborso x = 100 in t1 e prezzo a pronti di 95.75;

· uno zero coupon bond con valore di rimborso y = 200 in t2 e prezzo a termine, pattuito in t e pagabile in t1, di 188;

· uno zero coupon bond con valore di rimborso z = 200 in t3 e prezzo a termine, pattuito in t e pagabile in t1, di 173.5

(a) Si calcolino le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali corrispondenti ai prezzi di mercato osservati in t, esprimendo i tassi su base annua.

(b) Volendo emettere, in t = 0, un titolo a cedola fissa con scadenza 3 anni, che paghi un tasso annuo cedolare uguale al tasso di parità, determinare il livello della cedola I del titolo, considerando un valore di rimborso di 100.

$$P_3 = \frac{1 - 0.8306}{0.9575 + 0.9001 + 0.8303} = 6{,}3016\%$$

$I = 6{,}30$€

		$\gamma(0,1,2)$	$\gamma(0,1,3)$	PREZZO A PRONTI		PREZZO A TERMINE	
K	ZCB_1	ZCB_2	ZCB_3	$\gamma(0,K)$	$i(0,K)$	$\gamma(0,K-1,K)$	$i(0,K-1,K)$
0	95.75						
1	100	188	173.5	0.9575	SOMMA	0.9575	
2		200		0.9001		0.94	
3			200	0.8306		0.9228	

$$\gamma(0,1,2) = 0{,}94 = \frac{\gamma(0,2)}{\gamma(0,1)} \Rightarrow \gamma(0,2) = 0.9575 * 0.94$$

$$\nu(t,t+k) = \frac{1 - \rho_k \sum_{j=1}^{k-1} \nu(t,t+j)}{1+\rho_k}$$

TP_ES4

Nell'istante di tempo t = 0 siano quotati sul mercato i tassi swap

z1 = 3.2%

z2 = 3.4%

z3 = 3.53%

z4 = 4.15%

avendo indicato con zm il tasso swap, quotato in t, per la generica scadenza m (anni).

In riferimento allo scadenzario {1, 2, 3, 4} anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.

$$\rho_4 = \frac{1-\nu(0,4)}{\sum \nu(0,4)} = \frac{1-0.8484}{3.6537}$$

k	z_k	$\nu(0,k)$	$\sum_{j=1}^{k-1} \nu(0,j)$
0			0.9690
1	3,2%	$\frac{1}{1+\rho_1} = 0.9690$	$0.9690 + 0.9353 = 1.9043$
2	3,4%	$\frac{1-\rho_2 \cdot \nu(0,1)}{1+\rho_2} = 0.9353$	$1.9043 + 0.9010 = 2.8053$
3	3,53%	$\frac{1-\rho_3 \cdot 1.9043}{1+\rho_3} = 0.9010$	$2.8053 + 0.8484 = 3.6537$
4	4,15%	$\frac{1-\rho_4 \cdot 2,8053}{1+\rho_4} = 0.8484$	

4,1492%

(3) $v(0,3) = \frac{100 - 4.5 \cdot 0.9615 - 4.5 \cdot 0.9233}{104.5} = 0.8758$

TP_ES4_bis

Nell'istante di tempo t = 0 sono trattati sul mercato i seguenti titoli:

· uno zero coupon bond con scadenza t1 = 1 anno, valore nominale 100€, prezzo a pronti uguale a 96.15€;

· un titolo a cedola fissa di durata 2 anni che paga cedole annue al tasso annuo i = 4%, con prezzo a pronti uguale a 99.87€;

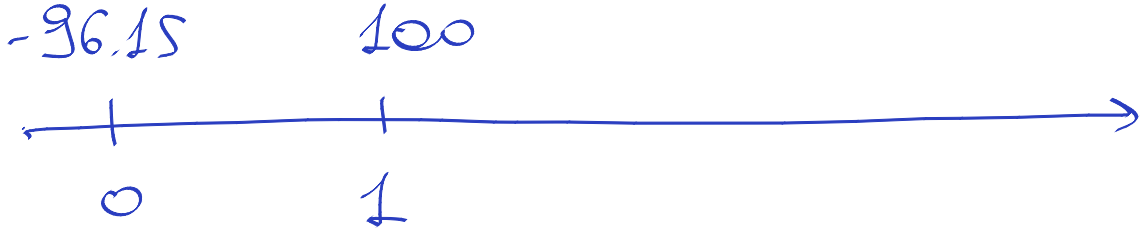
· un contratto di interest rate swap, di durata 3 anni, con z3 = 4.5%.

In riferimento allo scadenzario {1, 2, 3} anni, calcolare:

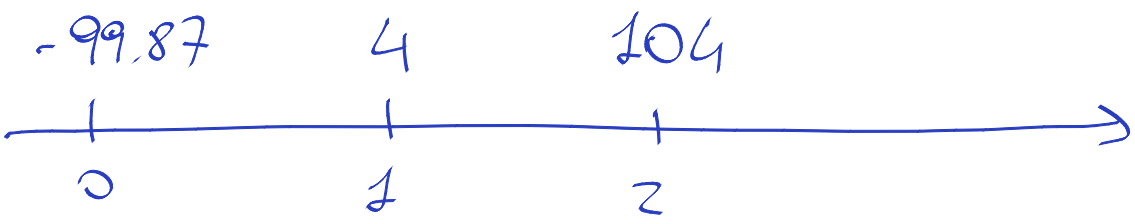
interest rate swap = tasso di parità

(a) la struttura per scadenza dei prezzi a pronti e a termine;

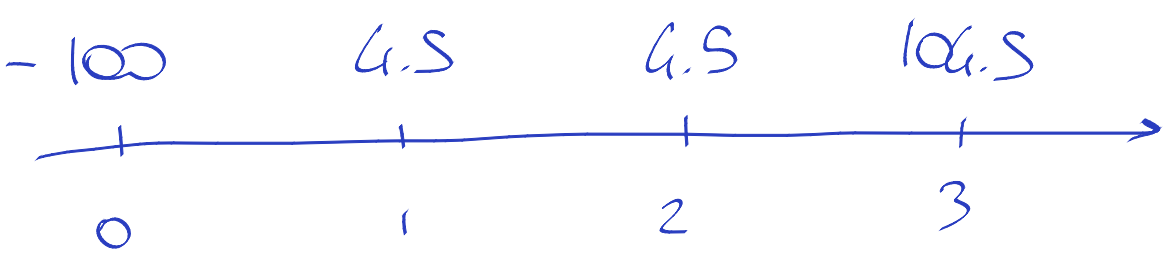
(b) la struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.



$96.15 = 100\, v(0,1)$



$99.87 = 4\, v(0,1) + 104\, v(0,2)$



$100 = 4.5\, v(0,1) + 4.5\, v(0,2) + 104.5\, v(0,3)$

$v(0,1) = 0.9615$ $\quad v(0,2) = \frac{99.87 - 4 \cdot 0.9615}{104} = 0.9233$

$$z_3 = \frac{z_2 + z_4}{2} = \frac{0.0495 + 0.0543}{2} = 5{,}19\%$$

TP_ES5

Nell'istante di tempo t = 0 siano quotati sul mercato i tassi swap

z1 = 4.50%

z2 = 4.95%

z4 = 5.43%

z5 = 5.85%

avendo indicato con zm il tasso swap, quotato in t, per la generica scadenza m (anni).

In riferimento allo scadenzario {1, 2, 3, 4, 5} anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.

K	z_K	$\gamma(0,K)$	Σ
0			
1	4.5%	$\frac{1}{1.045} = 0.9569$	0.9569
2	4.95%	0.9077	1.8646
3	5.19%	0.8587	2.7233
4	5.43%	0.8082	3.5315
5	5.85%	0.7496	

$i(0,K)$ $\gamma(0,K-1,K)$

$i(0,K-1,K)$

② $\frac{1 - p_2 \cdot 0.9569}{1 + p_2}$

③ $\frac{1 - p_3 \cdot 1.8646}{1 + p_3}$

④ $= \frac{1 - p_4 \cdot 2.7233}{1 + p_4}$

TP_ES6

Nell'istante di tempo t = 0 siano quotati sul mercato i tassi swap:

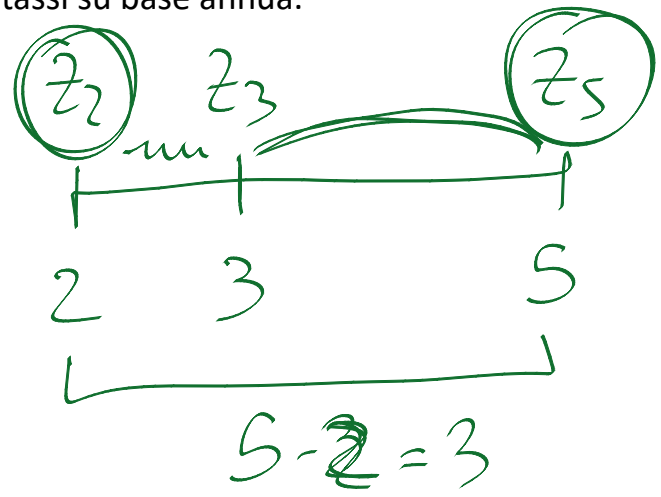
z1 = 4.53%

z2 = 4.85%

z5 = 5.95%

avendo indicato con zm il tasso swap, quotato in t, per la generica scadenza m (anni).

In riferimento allo scadenzario {1, 2, 3, 4, 5} anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.



$$z_3 = \frac{2}{3} z_2 + \frac{1}{3} z_5$$

$$z_4 = \frac{1}{2} z_3 + \frac{1}{2} z_5$$

0 1 2 3 4 5

$$z_3 = \frac{2}{3} 4.85\% + \frac{1}{3} 5.95\% = 5.0367\%$$

$$z_4 = \frac{5.0367\% + 5.95\%}{2} = 5.4934\%$$

TP_ES7

Nell’istante di tempo t = 0 siano quotati sul mercato i seguenti tassi swap:

z1 = 3.72%

z3 = 4.01%

z4 = 4.12%

avendo indicato con zm il tasso swap relativo alla scadenza di m anni. In riferimento allo scadenzario {1, 2, 3, 4} anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti, esprimendo i tassi su base annua.