

classificazione delle rendite

T_k date di pagamento delle k-esime rate

T_0 inizio rendita

T_1 data pagamento delle prime rate

periodica

$$T_k - T_{k-1} = \tau$$

date di pagamento
equidistanti:

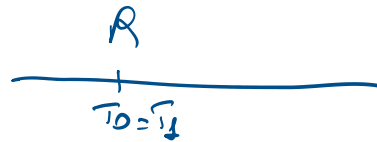
posticipata

$$T_1 = T_0 + \tau$$



anticipata

$$T_1 = T_0$$



immediata

$$T_0 = 0$$

differita

$$T_0 > 0$$

temporanea

n finito

perpetua

∞

Anti

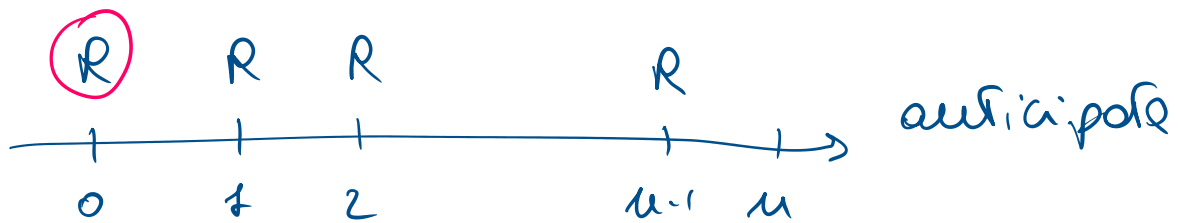
Suti

caso base

periodica
posticipata
immediata
temporanea

fissa





$$W(0, z)_{\text{aut}} = R + R(1+i)^{-1} + R(1+i)^{-2} + \dots + R(1+i)^{-(n-1)} =$$

$$= R + Ry + Ry^2 + \dots + Ry^{n-1} =$$

$$= R[1 + y + y^2 + \dots + y^{n-1}] = R \frac{1 - y^n}{1 - y} =$$

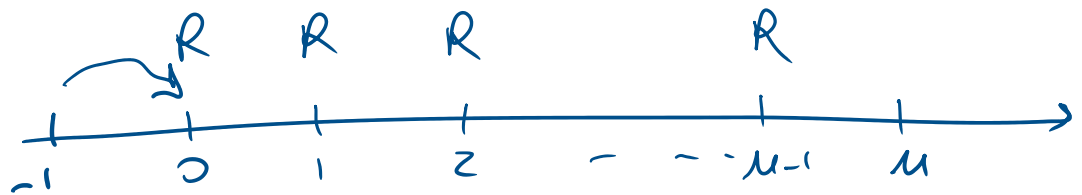
$$= R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{1+i - 1}{1+i}} =$$

$y = (1+i)^{-1}$

$$= R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}} = R \boxed{\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}} \left((1+i) = R \text{anti}(1+i) \right)$$

anti

$$\text{anti}(1+i) = \ddot{\text{anti}} \quad \text{v.a. rendite anticipato}$$



$$\underline{\text{anti}(1+i) = \ddot{\text{anti}}}$$

esercizio

calcolare il valore attuale di una rendita di $n=10$ rate di importo

$R = 168$ $i = 2.1\%$. la prima rata è pagata al tempo 1.

Ami calcolo il valore attuale nell'istante in cui pago la prima rata

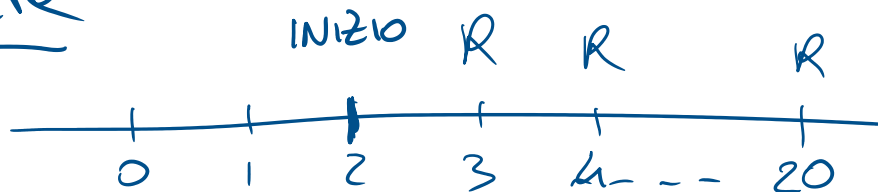
$$V(1, r) = 168 \ddot{a}_{10|2.1\%}$$

$$\begin{aligned} V(0, r) &= 168 \ddot{a}_{10|2.1\%} (1+0.021)^{-1} = \\ &= 168 \underbrace{\ddot{a}_{10|2.1\%} (1+0.021)^{-1}}_{=1} = \\ &= 168 \ddot{a}_{10|2.1\%} \end{aligned}$$

Ami calcolo il valore attuale alle date precedenti al pagamento della prima rata

$$V(0, r) = 168 \ddot{a}_{10|2.1\%} = 168 \frac{1 - 1.021^{-10}}{0.021}$$

diffusione



posticipate
differite di 2 anni

$$T_4 = T_0 + 2 \quad i = 2\%$$

$$n = 18$$

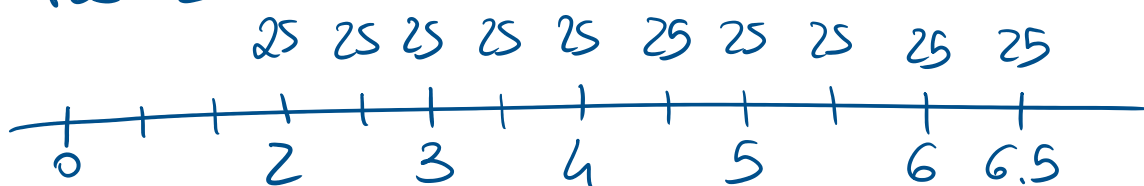
$$R \ddot{a}_{\overline{18}|2\%} (1+i)^{-2}$$

differite di 2 anni posticipate

$${}_T Q_{\overline{n}|i} = \underbrace{Q_{\overline{n}|i}}_{\substack{\text{v.a.} \\ \text{inizio}}} \cdot v^T \rightarrow \text{attualizza per il periodo di differimento}$$

esercizio

Calcolare il valore al tempo zero di
una rendita di rate $R = 25€$ semestrale,
di durata 5 anni e primo pagamento
tra 2 anni, $i = 7\%$



$$i_{1/2} = 1.07^{0.5} - 1$$

$$W(0,2) = R \ddot{a}_{\overline{10}|i_{1/2}} \quad (1+0.07)^{-2}$$

$\downarrow$ v.a. $T=2$ $\downarrow$ differimento

$$W(0,2) = R \ddot{a}_{\overline{10}|i_{1/2}} (1+0.07)^{-1.5}$$

$\downarrow$ $T=1.5$

$$\ddot{a}_{\overline{10}|i_{1/2}} = \ddot{a}_{\overline{10}|i_{1/2}} (1+i_{1/2})$$

