

ESERCIZI DI MATEMATICA FINANZIARIA
a.a. 2023/2024

ESE 1

Si consideri l'operazione finanziaria che garantisce il raddoppio del capitale investito in 2 anni e 3 mesi; calcolare il tasso di interesse e il tasso di sconto su base periodale. Calcolare il tasso d'interesse equivalente su base annua e su base semestrale nel caso di legge esponenziale.

ESE 2

Il 6/10/2016 il prezzo del BOT con scadenza 8/01/2017 è di 99.254

- a) rappresentare l'operazione finanziaria consistente nell'acquisto del BOT;
- b) Calcolare interesse, tasso di interesse, fattore di sconto e montante;
- c) calcolare il tasso di interesse su base giornaliera mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi semplici;
- d) calcolare in base ai tassi equivalenti il tasso di interesse su base giornaliera mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi semplici;
- e) calcolare in base ai tassi equivalenti il tasso di interesse su base mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi composti.

ESE 3

Si consideri un investitore che, all'asta del 15 settembre 2014 acquista un bot trimestrale, con scadenza il 15 dicembre dello stesso anno e valore di rimborso di 5000 euro. Il prezzo di acquisto (lordo) è di 4880 euro e tale titolo è gravato da un'imposta del 12.5% sull'interesse, che va pagata anticipatamente all'atto dell'acquisto (e quindi il prezzo netto del titolo tiene conto di tale gravame fiscale). Considerando i giorni effettivi di durata dell'operazione, calcolare le seguenti grandezze periodali:

- (a) il tasso di interesse lordo
- (b) l'intensità di interesse lorda su base giornaliera
- (c) il tasso di interesse netto
- (d) l'intensità di interesse netta su base giornaliera

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (e) il tasso annuo di interesse lordo
- (f) l'intensità istantanea di interesse lorda su base annua
- (g) il tasso annuo di interesse netto
- (h) l'intensità istantanea di interesse netta su base annua

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (i) il tasso annuo di interesse lordo
- (j) il tasso annuo di interesse netto

ESE 4

Si consideri in $t_0 = 0$ l'acquisto di un titolo a cedola nulla con vita a scadenza di 20 giorni ($t_1 = 20$ giorni) e prezzo di acquisto (lordo) di $W(t_0) = 99,71\text{€}$ che rimborsa $W(t_1) = 100\text{€}$ di valore nominale.

Sapendo che tale titolo è soggetto ad una ritenuta fiscale, da pagarsi anticipatamente, del 12,5% sull'interesse lordo, calcolare relativamente all'operazione di acquisto:

- (a) l'interesse lordo
- (b) il prezzo di acquisto netto
- (c) l'interesse netto

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (d) il tasso annuo di interesse
- (e) l'intensità istantanea di interesse su base annua
- (f) il tasso semestrale di interesse
- (g) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (h) il tasso annuo di interesse:
- (i) il tasso semestrale di interesse

ESE 5

Il signor Rossi chiede in prestito a Banca Verde 10 000 euro, da restituirsi dopo un anno e 3 mesi con un interesse di 840 euro. Si calcolino il tasso di interesse periodale j e il tasso di interesse annuo composto dell'operazione.

Banca Blu è disponibile a prestare la stessa somma per lo stesso periodo e applica un tasso di interesse annuo semplice del 7.1%. Calcolare il tasso di interesse periodale j_B e il tasso di interesse annuo composto i^*_B dell'operazione proposta da Banca Blu.

Quale banca sceglierà il sig. Rossi, e perché?

ESE 6

Il Ministero del Tesoro propone in asta di emissione BTP con varie scadenze. Determinare per ogni titolo il prezzo di emissione tale che il tasso di interesse sia il 6.5% per ciascun BTP.

Scadenza (anni)	Nominale (euro)	Tasso nom. Annuo (%)
3	100	5
7	100	6
10	100	7

ESE 7

Una banca propone in prestito 15 000 euro a un imprenditore, da restituirsi dopo T anni con un interesse di 5 000 euro. Si determini T , sapendo che il tasso annuo composto del prestito è $i = 4\%$.

Un'altra banca propone in prestito la stessa somma per T_0 anni, al tasso annuo semplice $i_0 = 5\%$. Determinare T_0 in modo che l'importo che l'imprenditore dovrà restituire sarà lo stesso del prestito proposto dalla prima banca.

Si indichi infine a quale delle due banche si rivolgerà l'imprenditore.

ESE 8

Il signor Russo deve scegliere fra due modalità di investimento propostegli da due banche web:

- il Conto Verde, nel quale il capitale investito cresce al tasso $i_V = 3\%$ annuo composto;
- il Conto Giallo, nel quale il capitale investito cresce al tasso $i_G = 4\%$ annuo semplice.

Il signor Russo vuole mantenere il capitale investito fino a che la somma investita non sia aumentata di un quarto.

Si determini anzitutto il tempo T_V necessario a raggiungere l'obiettivo nel caso di investimento nel Conto Verde e il tasso di interesse periodale j_V per l'orizzonte $[0, T_V]$.

Si calcolino poi le analoghe grandezze T_G e j_G (per l'orizzonte $[0, T_G]$) nel caso del Conto Giallo.

Si determini infine in quale dei due conti investirà il signor Russo.

ESE 9

Un investitore che ha a disposizione un patrimonio di $S = 120\,000$ euro, è determinato ad accrescerlo fino al valore $S_0 = 150\,000$. A tale scopo ha a disposizione due possibilità: la prima è investire in un fondo che promette interessi composti al 3.7% all'anno. Ci calcoli il tempo T_C necessario per raggiungere il suo scopo. La seconda è investire in un fondo che promette interessi semplici al 10% durante il primo anno, e successivamente composti, allo stesso tasso del fondo precedente. Si calcoli il tempo T_{SC} necessario a raggiungere il suo scopo in questo secondo caso.

ESE 10

Una banca propone ad un imprenditore un finanziamento di $S_0 = 100\,000$ euro, da restituirsì in un'unica soluzione dopo $T = 4$ anni, con gli interessi calcolati al tasso annuo lineare del 9.5%. L'impresa obietta che il tasso è superiore al massimo previsto dalla normativa vigente, che prevede che il tasso di interesse annuo composto per questo tipo di finanziamenti non possa superare il 9% annuo. Si calcoli il tasso di interesse annuo composto i^* del finanziamento proposto e si determini se l'impresa ha ragione, motivando la risposta. Indipendentemente dall'esito della verifica precedente, le due parti non riescono a mettersi d'accordo sulle condizioni del finanziamento, che vengono allora modificate come segue: stesso importo, stessa durata, ma interessi calcolati in modo composto al tasso massimo previsto dalla normativa. In riferimento a questa nuova proposta, si calcoli l'interesse I che l'impresa dovrà corrispondere alla scadenza.

ESE 11

Sia dato un capitale di $W(t_0)=150\text{€}$ in $t_0=0$. Si determini l'interesse che esso produce in tre anni ($t_1=3$ anni) se investito:

in regime di capitalizzazione esponenziale

(a) al tasso semestrale di interesse del 6%

(b) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

(c) secondo una legge di intensità istantanea di interesse = $0,12 \text{ anni}^{-1}$

in regime di capitalizzazione lineare

(d) al tasso semestrale di interesse del 6%

(e) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

ESE 12

Si consideri l'operazione finanziaria consistente nell'investire all'istante $t=0$ la somma $x_t=120$ € per rientrare in possesso all'istante $s>t$ della somma $x_s=m(t,s)x_t$, essendo il tempo misurato in anni. Se il tasso di interesse annuo è pari a $i(0,1)=2\%$, si valuti la somma x_s , secondo le leggi di capitalizzazione lineare ed esponenziale, per $s=3$ mesi e $s=2$ anni.

ESE 13

Sia dato un contratto finanziario che in $t_0 = 0$ abbia valore $W(t_0) = 97,8 \text{ €}$ e dopo 95 giorni abbia valore $W(t_1) = 101,5 \text{ €}$. Relativamente al periodo $[0; 95]$, calcolare:

- (a) l'interesse (in €)
- (b) il tasso di interesse (%)
- (c) il tasso di sconto (%)
- (d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})
- (e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse (%)
- (f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})
- (g) il tasso semestrale di interesse (%)
- (g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

- (h) il tasso annuo di interesse (%)
- (i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESE 14

Determinare il valore $W(t_0)$ in $t_0 = 0$ di un contratto finanziario che in $t_1 = 120$ giorni garantisce 100 €, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo $[0; 120]$ sia del 3,63%.

(a) $W(t_0)$

Relativamente al periodo $[0; 120]$, calcolare:

(b) l'interesse (in €)

(c) il tasso di sconto (%)

(d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})

(e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(f) il tasso annuo di interesse (%)

(f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})

(g) il tasso semestrale di interesse (%)

(g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

(h) il tasso annuo di interesse (%)

(i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESE 15

Determinare il pagamento $W(t_1)$ che deve prevedere in $t_1 = 150$ giorni un contratto finanziario, che in $t_0 = 0$ giorni vale 100 €, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo $[0, 150]$ sia del 4,25%.

(a) $W(t_1)$

Relativamente al periodo $[0, 150]$, calcolare:

(b) l'interesse (in €)

(c) il tasso di sconto (%)

(d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})

(e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(f) il tasso annuo di interesse (%)

(f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})

(g) il tasso semestrale di interesse (%)

(g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

(h) il tasso annuo di interesse (%)

(i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESE 16

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\} / \{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -98$ euro, $x_1 = 102$ euro $t_0 = 0$, $t_1 = 4$ mesi. In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) Il tasso annuo di interesse (%)

(b) il tasso semestrale di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(c) Il tasso annuo di interesse (%)

(d) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_3 = 100$ euro al tempo $t_3 = 9$ mesi. Determinare l'importo x_2 che bisogna aggiungere al tempo $t_2 = 7$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\} / \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(e) Importo da aggiungere x_2

ESE 17

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -102$ euro, $x_1 = 107$ euro, $t_0 = 0$, $t_1 = 5$ mesi. In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) Il tasso annuo di interesse (%)

(b) il tasso semestrale di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(c) Il tasso annuo di interesse (%)

(d) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_2 = 80$ euro al tempo $t_2 = 7$ mesi. Determinare l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo $t_3 = 9$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(e) Importo da aggiungere x_3

ESE 18

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -102$ euro, $x_1 = 107$ euro, $t_0 = 0$, $t_1 = 140$ giorni.

Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), in regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) L'intensità istantanea di interesse su base annua;

(b) Il tasso semestrale di interesse (%)

(c) Il tasso mensile di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(d) Il tasso annuo di interesse (%)

(e) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_2 = 50$ euro al tempo $t_2 = 180$ giorni. Determinare

l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo $t_3 = 210$ giorni affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$

sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(f) Importo da aggiungere x_3

ESE 19

Sia data un'operazione finanziaria consistente nell'investire in $t_0 = 0$ un capitale di $W(t_0) = x$ euro a tre anni e mezzo ($t_1 = 3,5$ anni). Sapendo che l'interesse che l'operazione produce è di $I(t_0; t_1) = 50\text{€}$, si determini il capitale iniziale $W(t_0)$ in ognuno dei seguenti casi:

in regime di capitalizzazione esponenziale

(a) al tasso semestrale di interesse del 5,5%

(b) al tasso annuo di interesse del 12%

(c) secondo una legge di intensità = $0,11 \text{ anni}^{-1}$

in regime di capitalizzazione lineare

(d) al tasso semestrale di interesse del 6%

(e) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

ESE 20

Si consideri al tempo $t = 0$ l'operazione finanziaria di acquisto di un titolo a cedola fissa trimestrale, con durata 10 anni, nominale 2 000 euro e quotato alla pari. Si assuma che il tasso nominale annuo sia il 4%: si calcoli il tasso interno di rendimento i^* del titolo e lo si esprima in forma percentuale e su base annua.

Si assuma invece di volere che il tasso interno di rendimento risulti $i^* = 3\%$ in base annua: che importo deve avere la cedola I affinché il t.i.r. risulti quello richiesto?

Si calcoli infine al tempo $t = 2$ mesi e secondo la legge esponenziale di tasso annuo i^* il valore W dell'operazione finanziaria di acquisto del titolo con la cedola I appena calcolata e lo si scomponga in valore montante M e valore residuo V .

ESE 21

Si consideri in $t_0 = 0$ l'acquisto di un titolo a cedola fissa con vita a scadenza di 5 anni ($S = 5$ anni) che paga semestralmente una cedola pari a 2,375 € e rimborsa a scadenza il capitale iniziale di 100€. Il tasso d'interesse annuale è pari al 4,75%. Calcolare il valore attuale dell'operazione:

- In Legge Lineare
- In Legge Esponenziale

Sulla base dei valori attuali determinati nei punti precedenti (che quindi rendono l'operazione equa per costruzione in $t_0 = 0$), verificare per ciascuna legge, nei periodi $t_k = 2$ anni e $t_k = 5$ anni, la validità della proprietà di equità.

ESE 22

Data l'operazione finanziaria $x = \{-350, 600\}$ ai tempi $t = \{1, 4\}$ mesi, trasformarla in una operazione equa, conformemente alla legge esponenziale con tasso semestrale di interesse $i = 5.8\%$, aggiungendo un importo x_t al tempo $t = 7$ mesi.

ESE 23

Un imprenditore vuole in prestito 10 100 euro, da restituire dopo $T_1 = 1$ anno e 11 mesi. La banca A è disposta a concederglielo al tasso annuo semplice $i_s = 7.1\%$. Si determini l'interesse I che l'imprenditore dovrà pagare alla scadenza e il tasso interno di rendimento i_1 in base annua dell'operazione.

La banca B gli propone in prestito la stessa somma, con lo stesso interesse, con durata dell'operazione T_2 anni e tasso annuo composto $i_c = 7.2\%$. Si determini T_2 e il tasso interno di rendimento i_2 in base annua di questa seconda operazione.

A quale delle due banche conviene rivolgersi e per quale motivo?

ESE 24

Si consideri al tempo $t_0 = 0$ l'operazione finanziaria di durata 105 giorni con valore iniziale $x_0 = 98.20$ euro e valore finale $x_1 = 102.40$ euro, essendo $t_1 = 105$ giorni. Relativamente al periodo $(0, 105)$ giorni calcolare il fattore di sconto, il fattore montante, l'interesse, il tasso d'interesse periodale, il tasso di sconto, l'intensità d'interesse e l'intensità di sconto.

ESE 25

Determinare l'intensità di rendimento a scadenza relativa al periodo $(0, 1/2)$ anni per le leggi finanziarie lineare ed esponenziale, assumendo un tasso di interesse annuo pari a $i = 2.3\%$.

ESE 26

Un deposito paga il tasso annuo del 4%. Usando la legge degli interessi semplici e quella degli interessi composti.

- a) calcolare il tasso di interesse dell'operazione finanziaria che consiste nel deposito di una somma per 3 anni;
- b) determinare il tempo necessario affinché la somma investita aumenti del 15%;
- c) determinare il tempo necessario affinché la somma investita raddoppi;
- d) determinare il tasso annuo da applicare affinché la somma raddoppi in 10 anni.

ESE 27

Sullo scadenziario $t=\{0,1,2,3,4,5\}$ (tempo misurato in anni) determinare il flusso finanziario $W(k)$ $k=0,1,\dots,5$ costruito sulla base degli interessi semplici e degli interessi composti, a partire da un capitale di 1000 euro, con tasso di interesse $i=5\%$ su base annua. Calcolare inoltre per $k=1,\dots,5$ i tassi di interesse

$$i_k = \frac{W(k) - W(k-1)}{W(k-1)}$$

i fattori montanti e i fattori di attualizzazione.

ESE 28

Una persona versa in banca la somma R. Quindi rispettivamente dopo 1,2 e 3 anni versa somme il cui importo cresce rispetto al precedente del 5%. Determinare quali somme la persona versa annualmente, sapendo che il montante complessivo di cui dispone un anno dopo l'ultimo versamento calcolato a interesse composto annuo dell'11% è di 4477.95 euro.

ESE 29

Tre anni fa si è versato in regime di interesse composto al tasso annuo del 2% una somma di 5000 euro. Oggi si versano altri 5000 euro. Prevedendo di versare tra due anni una somma R e tra quattro anni una somma $2R$ con l'obiettivo di avere in interesse composto tra sei anni una cifra di 30000 euro, calcolare l'importo delle rate da versare.

ESE 30

Un individuo vuole disporre tra due anni di un capitale di 12000 euro. A tal fine, in banca ha già versato 3 anni fa 7000 euro al tasso composto annuo del 10%. Egli pensa di versare oggi 500 euro e il prossimo anno altri 500 euro. Quale tasso dovrà stipulare con la banca per ottenere il capitale tra due anni?