

## ESERCITAZIONE 1: numeri complessi

ESERCIZIO 1. Scrivere in forma algebrica i numeri complessi

$$(3-i)^{-1}, \quad 2-3i+5, \quad (3-i)(5+2i), \quad \frac{(2+i)(1-i)}{3-2i}, \quad \frac{1}{i(3+2i)^2},$$

$$\frac{1-i}{1+i}, \quad \frac{\overline{1+3i}}{\sqrt{3+i}}, \quad \frac{(\sqrt{3}+i\sqrt{2})^3}{5(\sqrt{2}-i\sqrt{3})}, \quad 2e^{\pi i}, \quad \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

e rappresentarli sul piano di Gauss.

ESERCIZIO 2. Scrivere in forma trigonometrica (o esponenziale) i numeri complessi

$$z_1 = -5i, \quad z_2 = -3, \quad z_3 = \sqrt{3}-i, \quad z_4 = \frac{1+i}{1-i}, \quad z_5 = 1-i, \quad z_6 = -e^{\frac{\pi}{3}i}, \quad z_7 = \cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}$$

e rappresentarli sul piano di Gauss. Calcolare poi, utilizzando le formule di de Moivre,

$$z_1 \cdot z_3, \quad z_2/z_5, \quad 1/z_4, \quad \overline{z_6}, \quad (z_7)^3.$$

Effettuare gli stessi calcoli anche partendo dalla forma algebrica (e scrivendo il risultato in forma algebrica) e verificare le formule di de Moivre in questi casi particolari.

ESERCIZIO 3. Calcolare le potenze di numeri complessi

$$(1-i\sqrt{3})^6, \quad \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3, \quad (1-i)^{11}, \quad (\sqrt{3}-i)^6, \quad (1+i)^{20}.$$

ESERCIZIO 4. Rappresentare sul piano complesso ed esprimere sia in forma esponenziale che algebrica:

- le radici quarte di 16,
- le radici terze di  $-8$ ,
- le radici ottave di 1.

ESERCIZIO 5. Calcolare e rappresentare nel piano di Gauss le radici complesse:

$$\sqrt[3]{-1}, \quad \sqrt[4]{2(\sqrt{3}i-1)}, \quad \sqrt[5]{1+i}, \quad \sqrt[6]{64}, \quad \sqrt[4]{-81i}.$$

ESERCIZIO 6. Risolvere in campo complesso le equazioni:

$$z^2 - 4 = 0, \quad z^2 + 2z + 3 = 0, \quad z^2 + 2iz - 3 = 0, \quad z^2 + 2z - 3 = 0,$$

$$z^4 = 1 + i, \quad (z-1)^3 = (1-i)^3, \quad \left(\frac{z-i}{1+i}\right)^2 = -1, \quad \left(\frac{z-2i}{1+i}\right)^2 + 4 = 0.$$

ESERCIZIO 7. Dato il numero complesso  $z = \frac{-3+i}{2+i}$ , scriverlo in forma algebrica e calcolare  $z^4$ , rappresentandolo sia in forma algebrica che in forma trigonometrica.