

Abilità Informatiche

Luigi Catuogno

[luigi.catuogno@uniparthenope.it]

Corso di Laurea in Economia e Commercio - Anno Accademico 2022-23

1

Libro di testo

[IdB]

Dennis P. Curtin, Kim Foley, Kunal Sen, Cathleen Morin

Informatica di base

VII edizione (2016), MacGraw Hill Education

ISBN: 978-88-386-1537-5

2

Altro materiale di utile consultazione

[Sli]

Slides, appunti e altro materiale distribuito dal docente

[Misc]

Altra fonte diversamente specificata di volta in volta

3

Codifica binaria dei numeri interi

4

Rappresentare gli interi

- In un numero rappresentato in binario con l cifre si possono rappresentare 2^l valori diversi
 - Da 0 a $(2^l - 1)$

Esempio

Un numero binario composto da $l = 8$ cifre può rappresentare $2^l = 2^8 = 256$ valori diversi compresi in $[0, 255]$ cioè $[00000000_2, 11111111_2]$

5

LSB e MSB

- In un numero binario composto da l cifre, queste sono numerate da sinistra a destra da b_{l-1} a b_0 :

b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Il **Least Significant Bit (LSB)** è il bit più a destra (posizione 0)
- Il **Most Significant Bit (MSB)** è il più a sinistra (posizione $l - 1$)

Esempio

Un numero binario composto da $l = 8$ cifre **LSB** è b_0 e **MSB** è b_7

6

Fino a ora...

- Abbiamo trattato numeri binari con una precisione *infinita*
 - Abbiamo sempre avuto la possibilità di utilizzare il numero di cifre che ci occorre in base alle grandezze coinvolte nei calcoli
- Abbiamo trattato numeri interi positivi
 - Il segno algebrico positivo restava *sottinteso*
 - Tuttavia:
 - Dal punto di vista teorico, il segno algebrico ha lo stesso significato anche nel sistema binario
 - Infatti nulla impedisce di rappresentare -14_{10} con -1110_2

7

Tuttavia...

- In un calcolatore elettronico:
 - Il numero di cifre binarie che è possibile utilizzare è *limitato* e *costante*;
 - Frequentemente è necessario rendere il segno algebrico *esplicito*;
 - Ma...

...come rappresentarlo?

8

Codifica binaria dei numeri interi

- Un numero intero con segno, «porta con sé» due informazioni: il **segno** e il **modulo** (o *valore assoluto*)
 - Nei calcolatori elettronici, non esiste una rappresentazione *ad hoc* per il segno algebrico.
 - Entrambe le informazioni devono essere rappresentata nella stessa sequenza di cifre binarie (bit)

9

Codifica binarie dei numeri interi

- Il numero di interi distinti rappresentabili dipende solo dal numero delle cifre a disposizione.
- Avendo a disposizione non più di 2^l possibili configurazioni di cifre binarie, dobbiamo stabilire una *convenzione* che ci permetta di assegnare a ciascuna di esse un valore positivo o negativo.

10

Codifica binaria dei numeri interi

- Un numero **naturale** binario di l cifre può rappresentare qualsiasi valore intero non negativo compreso nell'intervallo $[0, 2^l - 1]$, cioè:
 - lo zero
 - $2^l - 1$ valori maggiori di zero;

11

Codifica binaria dei interi

- Un numero **naturale** binario di l cifre può rappresentare qualsiasi valore intero non negativo compreso nell'intervallo $[0, 2^l - 1]$, cioè:
 - lo zero
 - $2^l - 1$ valori maggiori di zero;
- Una codifica binaria di interi *con segno* su l cifre deve comprendere:
 - Almeno **un** modo di rappresentare lo **zero**
 - La rappresentazione di al più $2^l - 1$ valori diversi da **zero**, tra negativi e positivi...

12

Codifica binaria dei numeri interi

- Una codifica binaria di interi *con segno* su l cifre deve comprendere:
 - Almeno **un** modo di rappresentare lo **zero**
 - La rappresentazione di al più $2^l - 1$ valori diversi da **zero**, tra negativi e positivi...

Esempio

Avendo a disposizione $l = 8$ cifre è possibile rappresentare gli interi con segno compresi nell'intervallo $[-127, +127]$

oppure compresi nell'intervallo $[-128, +127]$

...o magari compresi nell'intervallo $[-127, +128]$

13

Codifica binaria dei numeri interi

Ci sono diversi metodi per rappresentare gli interi con segno utilizzando numeri binari. La differenza tra l'uno e l'altro sta nel modo in cui i bit a disposizione sono utilizzati per *codificare* il segno e il valore assoluto

Tra le codifiche utilizzate, le più note sono:

Modulo e segno (M&S)
Complemento a uno (C1)
Complemento a due (C2)
Rappresentazione «per eccesso»

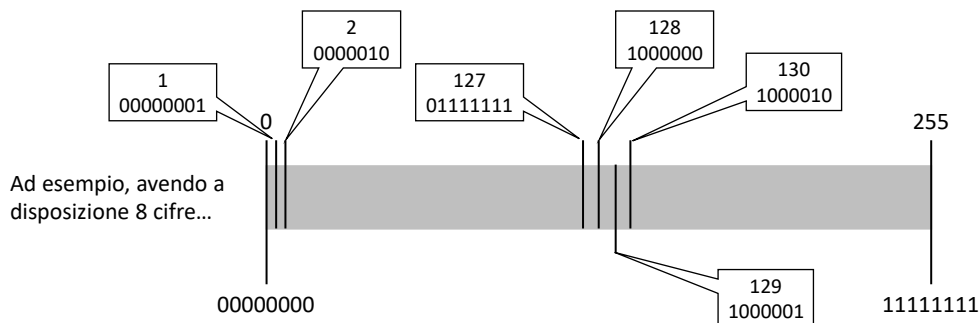
14

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

15

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

Quando codifichiamo i numeri positivi, utilizziamo tutte le cifre a disposizione per comporre il numero che ci interessa.



16

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0	0	1	1
...								
127	0	1	1	1	1	1	1	1
128	1	0	0	0	0	0	0	0
129	1	0	0	0	0	0	0	1
130	1	0	0	0	0	0	1	0
131	1	0	0	0	0	0	1	1
...								
254	1	1	1	1	1	1	1	0
255	1	1	1	1	1	1	1	1

Nella codifica dei numeri dell'intervallo da 0 a 255...

Ogni combinazione delle 7 cifre meno significative si ripete due volte:

Una volta quando l'MSB vale 0, e un'altra volta quando l'MSB vale 1

17

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0	0	1	1
...								
127	0	1	1	1	1	1	1	1
128	1	0	0	0	0	0	0	0
129	1	0	0	0	0	0	0	1
130	1	0	0	0	0	0	1	0
131	1	0	0	0	0	0	1	1
...								
254	1	1	1	1	1	1	1	0
255	1	1	1	1	1	1	1	1

Nella codifica dei numeri dell'intervallo da 0 a 255...

Ogni combinazione delle 7 cifre meno significative si ripete due volte:

Una volta quando l'MSB vale 0, e un'altra volta quando l'MSB vale 1

18

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	0	0	0	1	0	2
3	0	0	0	0	0	0	1	1	3
...									
127	0	1	1	1	1	1	1	1	127
128	1	0	0	0	0	0	0	0	0
129	1	0	0	0	0	0	0	1	1
130	1	0	0	0	0	0	1	0	2
131	1	0	0	0	0	0	1	1	3
...									
254	1	1	1	1	1	1	1	0	126
255	1	1	1	1	1	1	1	1	127

In altre parole, l'intervallo da 0 a 255, lo possiamo dividere in due sotto intervalli, i cui elementi hanno valore da 0 a 127

(senza cioè considerare il contributo dell'MSB, che adesso indica solo l'insieme di appartenenza)

19

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	
0	+	0	0	0	0	0	0	0	0
1	+	0	0	0	0	0	0	1	1
2	+	0	0	0	0	0	1	0	2
3	+	0	0	0	0	0	1	1	3
...									
127	+	1	1	1	1	1	1	1	127
128	-	0	0	0	0	0	0	0	0
129	-	0	0	0	0	0	0	1	1
130	-	0	0	0	0	0	1	0	2
131	-	0	0	0	0	0	1	1	3
...									
254	-	1	1	1	1	1	1	0	126
255	-	1	1	1	1	1	1	1	127

In altre parole, l'intervallo da 0 a 255, lo possiamo dividere in due sotto intervalli, i cui elementi hanno valore da 0 a 127

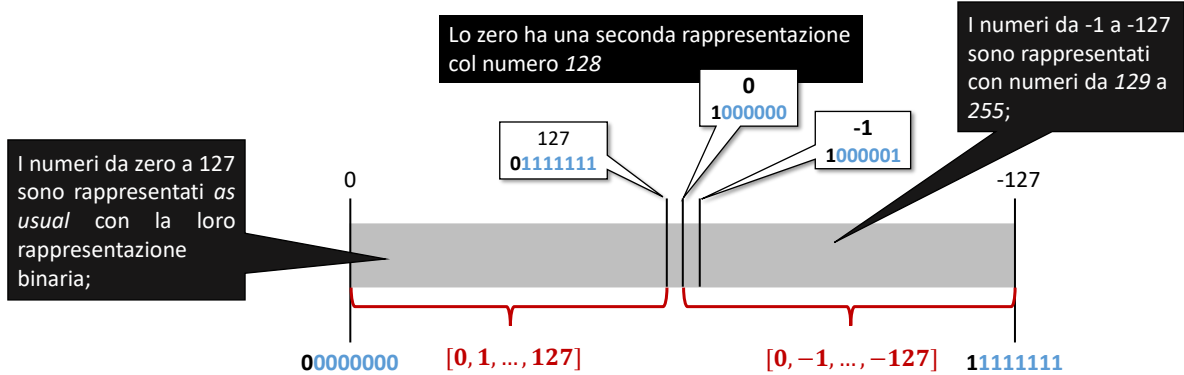
Potremmo dare al MSB un significato differente: **Il segno**.

Se MSB=0, il resto delle cifre va a formare un numero positivo

Se MSB=1, il resto delle cifre va a formare un numero negativo

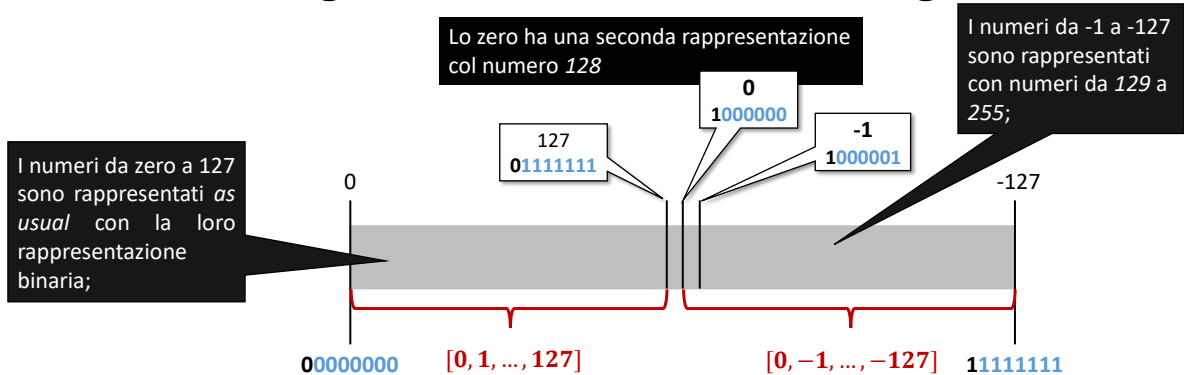
20

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»



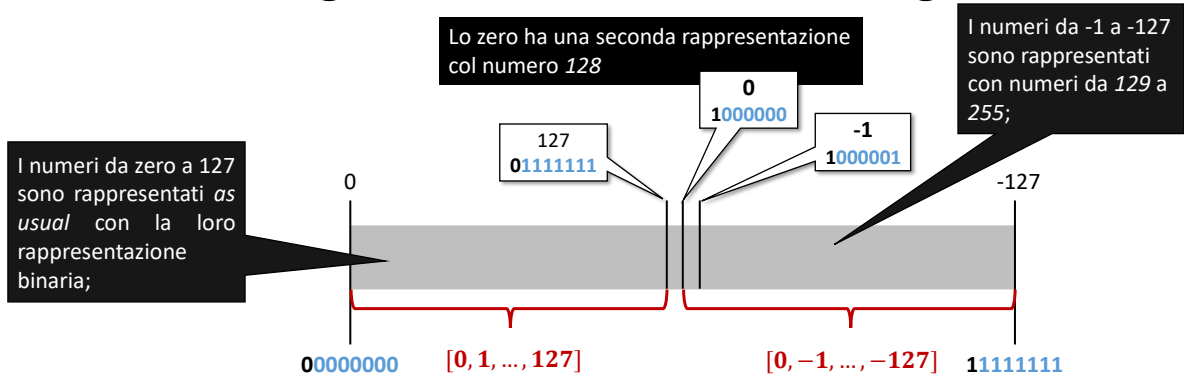
21

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»



22

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»



Rappresentazione con «Modulo e Segno»

23

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

In sistemi di calcolo in cui sono a disposizione l bit per la rappresentazione di un numero intero C

La codifica in «**Modulo & Segno**» (M&S), utilizza:

➡ Il bit più significativo (b_{l-1}) per indicare il segno di C cosicchè:

Se $C \geq 0$ allora $b_{l-1} = 0$;

Se $C \leq 0$ allora $b_{l-1} = 1$;

➡ I restanti $l - 1$ bit per rappresentare il valore assoluto di C cosicchè:

$|C|$ è compreso tra 0 e $2^{l-1} - 1$;

C è compreso tra $-2^{l-1} + 1$ e $2^{l-1} - 1$;

24

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

In sistemi di calcolo in cui sono a disposizione l bit per la rappresentazione di un numero intero C

La codifica in «**Modulo & Segno**» (M&S), utilizza:

➡ Il bit più significativo (b_{l-1}) per indicare il segno di C cosicchè:

Se $C \geq 0$ allora $b_{l-1} = 0$;

Se $C \leq 0$ allora $b_{l-1} = 1$;

Eh sì, ci sono due modi di codificare lo zero:
con tutti i bit a zero
con $b_{l-1} = 1$ e il resto a zero

➡ I restanti $l - 1$ bit per rappresentare il valore assoluto di C cosicchè:

$|C|$ è compreso tra 0 e $2^{l-1} - 1$;

C è compreso tra $-2^{l-1} + 1$ e $2^{l-1} - 1$;

25

Codifica degli interi in «Modulo & Segno»

In sistemi di calcolo in cui sono a disposizione l bit per la rappresentazione di un numero intero C

La codifica in «**Modulo & Segno**» (M&S), utilizza:

➡ Il bit più significativo (b_{l-1}) per indicare il segno di C cosicchè:

Se $C \geq 0$ allora $b_{l-1} = 0$;

Se $C \leq 0$ allora $b_{l-1} = 1$;

Eh sì, ci sono due modi di codificare lo zero:
con tutti i bit a zero
con $b_{l-1} = 1$ e il resto a zero

➡ I restanti $l - 1$ bit per rappresentare il valore assoluto di C cosicchè:

$|C|$ è compreso tra 0 e $2^{l-1} - 1$;

C è compreso tra $-2^{l-1} + 1$ e $2^{l-1} - 1$;

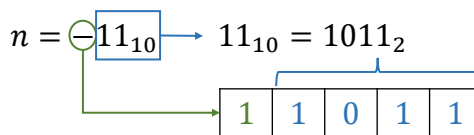
con parole di 4 bit i valori rappresentabili vanno
da -7 (1111) a $+7$ (0111)
con parole di 8 bit i valori rappresentabili vanno
da -127 (11111111) a $+127$ (01111111)

26

Modulo e segno: esempi

- Da decimale a binario (m&s) $l = 5$:

- $n = -11_{10} = ?$
- $n < 0 \Rightarrow b_4 = 1$ (*n è negativo quindi il bit di segno è posto a 1*)
- $\langle b_3 \dots b_0 \rangle = |n|_2 = 1011_2$ (*nei restanti $l-1$ bit si rappresenta il modulo di n*)
- $n_2 = 11011_2$

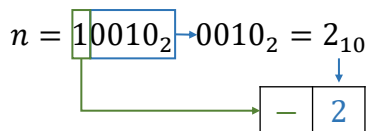


27

Modulo e segno: esempi

- Da binario (m&s) a decimale:

- $n_2 = 10010_2$
- $b_4 = 1 \Rightarrow n_{10} < 0$ (*il MSB è 1, il numero rappresentato è negativo*)
- $\langle b_3 \dots b_0 \rangle = 0010_2 = 2_{10}$ (*il modulo si ottiene convertendo i restanti $l-1$ bit*)
- $n_{10} = -2$



28

Esercizi

Convertire in decimale i seguenti numeri binari in notazione «modulo e segno»

- 0001111=
- 1001111=
- 1010011=
- 1011011=

Convertire i seguenti interi decimali in binario ($l = 7$) usando la notazione «modulo e segno»

- -63=
- -45=
- 64=
- -21=

29

Mappa

Per lo studio e l'approfondimento degli argomenti trattati

30

Mappa

- [Sli]** Conversioni tra il sistema di numerazione decimale e quelli con base arbitraria (prioritariamente 2,8 e 16);
Per le codifiche binarie dei numeri interi con segno;

31

Approfondimenti (*facoltativi*)

- [Misc]** Il sito «Calculand» <https://www.calculand.com> fornisce strumenti per:
- rappresentare sistemi di numerazione in qualsiasi base
 - effettuare la conversione di numeri tra sistemi di numerazione a scelta
- Selezionando la lingua italiana, il link «Sistemi di numerazione» appare sulla barra scorrevole in alto.

A New York c'è la sede della Società Duodecimale d'America (Dozenal Society of America) che ha lo scopo di promuovere l'uso della numerazione in base 12. Il sito della società è <https://dozenal.org> riporta articoli e fornisce strumenti per l'uso della base 12 per le più svariate applicazioni.

32