POLIZZE RIVALUTABILI

gestione separata

meccanismo di rivalutazione (dipende dalla tipologia di polizza)
→ meccanismo di indicizzazione con un MINIMO GARANTITO

x età assicurato
i tasso tecnico
I_T rendimento della gestione separata $[T-1, T]$

(1) $${}_TV_x = \frac{1}{p_{x+T-1}} \Big[\underbrace{{}_{T-1}V_x^{+}}_{\text{riserve di bilancio a inizio anno}} - \underbrace{C_T^{m} q_{x+T-1} v - C_T^{vp} p_{x+T-1} v}_{\text{prestazioni di fine anno}} \Big] (1+i)$$

fattore montante I ordine

(2) $$D_T = \frac{1}{p_{x+T-1}} \Big[{}_{T-1}V_x^{+} - C_T^{m} q_{x+T-1} v - C_T^{vp} p_{x+T-1} v \Big] (1+I_T)$$

↳ valore degli attivi a fine anno

$$\frac{{}_TV_x}{1+i} = \frac{D_T}{1+I_T}$$

$$D_T = {}_TV_x \, \frac{1+I_T}{1+i} = {}_TV_x \left(1 + \frac{I_T - i}{1+i} \right) = {}_TV_x + {}_TV_x \frac{I_T - i}{1+i}$$

$$\Delta_T = D_T - {}_TV_x = {}_TV_x \, \frac{I_T - i}{1+i} \qquad \text{se } I_T > i \Rightarrow \Delta_T > 0$$

avremo surplus positivo se il tasso tecnico è inferiore al rendimento degli attivi

avremo surplus negativo se il rendimento degli attivi è stato inferiore al tasso tecnico

Viene fissata una aliquota di retrocessione $\beta \in (0,1]$
(aliquota di partecipazione)

$$I_T = \beta I_T + (1-\beta) I_T$$

retrocessa all'assicurato

trattenuta dall'assicuratore

$$\Delta_T = {}_TV_x \, \frac{I_T - i}{1+i}$$

$$\Delta_T^{retr} = {}_TV_x \, \frac{\beta I_T - i}{1+i}$$

$$\Delta^{tratt} = \Delta_T - \Delta_T^{retr} = {}_TV_x \, \frac{(1-\beta) I_T - i}{1+i}$$

$$I_T < \frac{i}{\beta} \Rightarrow \beta I_T < i \qquad \beta I_T - i < 0 \Rightarrow \Delta_T^{retr} < 0 \qquad \text{IMPOSSIBILE}$$

$$\Delta_T^{retr} = \max\left({}_TV_x \, \frac{\beta I_T - i}{1+i}, 0 \right)$$

$$\Delta_T^{tratt} = \Delta_T - \Delta_T^{retr}$$

definiamo il tasso di rivalutazione

$$\rho_T = \max\left(\frac{\beta I_T - i}{1+i}, 0 \right) = \frac{\max(\beta I_T, i) - i}{1+i} =$$

$$= \frac{1 + \max(\beta I_T, i)}{1+i} - 1 \qquad \text{(sommato e sottratto 1)}$$

allora

$$\Delta_T^{retr} = {}_TV_x \, \rho_T$$

l'utile da retrocedere all'assicurato è l'interesse sulla riserva matematica al tempo T calcolato al tasso ρ_T

$$\Delta_T^{tratt} = \Delta_T - \Delta_T^{retr} = {}_TV_x \, \frac{I_T - i}{1+i} - {}_TV_x \, \rho_T = {}_TV_x \left(\frac{I_T - i}{1+i} - \rho_T \right) =$$

$$= {}_TV_x \left(\frac{I_T - i}{1+i} - \frac{\max(\beta I_T, i) - i}{1+i} \right) = {}_TV_x \, \frac{I_T - i - \max(\beta I_T, i) + i}{1+i} =$$

$$= {}_TV_x \quad I_T - \max(\beta I_T, i)$$

$$= {}_T V_x \, \frac{I_T - \max(\beta I_T, i)}{1+i}$$

$$\max(a,b) = -\min(-a,-b)$$

$$\Delta_T^{trasf} = {}_T V_x \, \frac{I_T - \left(-\min(-\beta I_T, -i)\right)}{1+i} = {}_T V_x \, \frac{I_T + \min(-\beta I_T, -i)}{1+i} =$$

$$= {}_T V_x \, \frac{\min(I_T - \beta I_T, I_T - i)}{1+i}$$

1) $I_T < i$ $\qquad \Delta_T = {}_T V_x \, \frac{I_T - i}{1+i} < 0$

$$\Delta_T^{retr} = {}_T V_x \, \max\left(\frac{\beta I_T - i}{1+i}, 0\right) = 0$$

$I_T < i \Rightarrow I_T - i < 0 \qquad \beta I_T - i < I_T - i < 0$

$$\Delta_T^{trasf} < 0$$

$$\underset{<0}{\Delta_T} = \underset{=0}{\Delta_T^{retr}} + \underset{<0}{\Delta_T^{trasf}}$$

2) $i \le I_T < \frac{i}{\beta} \Rightarrow \Delta_T \ge 0 \qquad \Delta_T = {}_T V_x \, \frac{I_T - i}{1+i}$

$\beta I_T < i \Rightarrow f_T = \max\left(\frac{\beta I_T - i}{1+i}, 0\right) = 0$

$\Delta_T^{retr} = 0$ non c'è utile retrocesso all'assicurato

$$\Delta_T^{trasf} = {}_T V_x \, \frac{\min\left((1-\beta) I_T, I_T - i\right)}{1+i} = \frac{I_T - i}{1+i} < \frac{(1-\beta) I_T}{1+i}$$

realmente tratteniamo

$(1-\beta)$ è la parte trattenuta
β è la parte retrocessa

3) $I_T \geq \dfrac{i}{\beta}$

$$f_T = \max\left(\frac{\beta I_T - i}{1+i}, 0\right) = \frac{\beta I_T - i}{1+i} \geq 0 \qquad \Delta_T^{zurz} \geq 0$$

$$\frac{\min\left[(1-\beta) I_T, I_T - i\right]}{1+i} = \frac{(1-\beta) I_T}{1+i} \geq \frac{1-\beta}{1+i}\,\frac{i}{\beta} = \frac{1-\beta}{\beta}\,\frac{i}{1+i} \geq 0$$

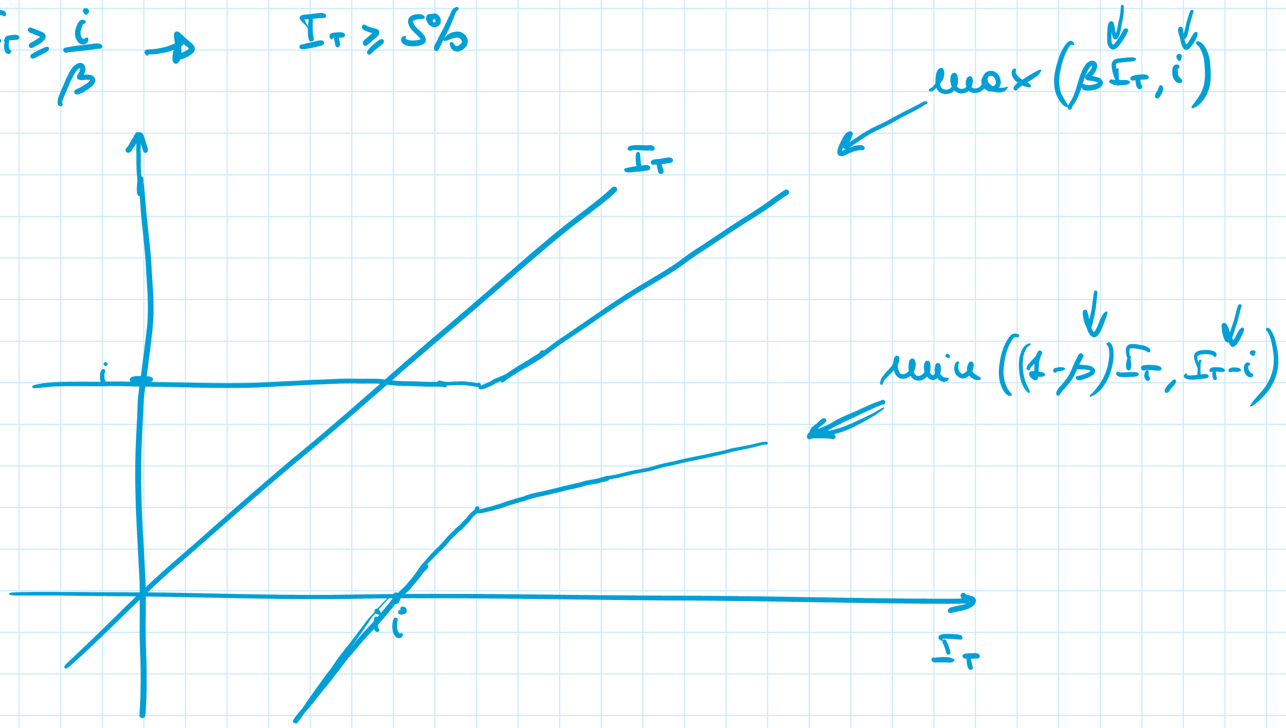
ESEMPIO

$i = 4\%$ $\quad \beta = 80\%$ $\quad 1-\beta = 20\%$ $\qquad\qquad \dfrac{i}{\beta} = \dfrac{4\%}{80\%} = 5\%$

1) $i > I_T \rightarrow I_T < 4\%$

2) $\dfrac{i}{\beta} \geq I_T \geq i \rightarrow 4\% \leq I_T \leq 5\%$

3) $I_T \geq \dfrac{i}{\beta} \rightarrow I_T \geq 5\%$



Restituzione del surplus sotto forma di cedole

$U = C\,({}_nE_x + {}_nA_x)$

$\beta = 90\%$

$$ {}_{T}V_x = C \left({}_{n-T}E_{x+T} + {}_{n-T}A_{x+T} \right) = C $$

$$ \rho_T = \max\left(\frac{\beta I_T - i}{1+i}, 0 \right) \qquad i = 0 \qquad \rho_T = \max\left(\beta I_T, 0 \right) $$

$$ \Delta_T^{zero} = {}_{T}V_x \, \rho_T = C \max\left(\beta I_T, 0 \right) $$

polizze ${}_{T}V_x$