

$$p_m = \frac{1 - v(0, m)}{\sum_{k=1}^m v(0, k)} \rightarrow \text{tasso di parità}$$

TP ES1

Si supponga che nell'istante di valutazione $t = 0$, in riferimento allo scadenziario $t = \{1, 2, 3, 4\}$ anni, sia in vigore la seguente struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti, espressi su base annua:

$$i(0, 1) = 3.60\%$$

$$i(0, 2) = 4.25\%$$

$$i(0, 3) = 4.75\%$$

$$i(0, 4) = 5.42\%$$

a) Calcolare il tasso di parità, p_4 , per la scadenza $m = 4$ anni.

b) Si supponga che al tempo $t = 0$ si voglia emettere un titolo a cedola fissa, di durata 4 anni e capitale nominale C , che paghi un tasso annuo cedolare uguale al 5.5%. Tale titolo sarà emesso alla pari, sopra la pari o sotto la pari?

k	$i(0, k)$	$v(0, k)$
0		
1	3.60%	$(1 + 0.036)^{-1} = 0.9652$
2	4.25%	$(1 + 0.0425)^{-2} = 0.9201$
3	4.75%	$(1 + 0.0475)^{-3} = 0.8700$
4	5.42%	$(1 + 0.0542)^{-4} = 0.8097$

$$p_4 = \frac{1 - 0.8097}{0.9652 + 0.9201 + 0.87 + 0.8097}$$

$$= 5.3387\%$$

$$5.3387\% \rightarrow 100$$

$$5.5\% \rightarrow > 100$$

quod sopra la pari

TP ES2

Si supponga che nell'istante di valutazione $t = 0$, in riferimento allo scadenziario $t = \{1, 2, 3, 4\}$ anni, sia in vigore la seguente struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti:

$$i(0, 1) = 2.25\%$$

$$i(0, 2) = 2.37\%$$

$$i(0, 3) = 3.01\%$$

$$i(0, 4) = 3.35\%$$

essendo i tassi espressi su base annua.

a) Calcolare il tasso di parità p_3 per la scadenza $m = 3$ anni.

b) Si supponga che al tempo $t = 0$ si voglia emettere un titolo a cedola fissa, di durata 3 anni e capitale nominale C , che paghi un tasso annuo cedolare uguale 1.75%. Tale titolo sarà emesso alla pari, sopra la pari o sotto la pari?

k	$i(0, k)$	$v(0, k)$
0		
1	2.25%	$(1+0.0225)^{-1} = 0.9756$
2	2.37%	$(1+0.0237)^{-2} = 0.9542$
3	3.01%	$(1+0.0301)^{-3} = 0.9149$
4	3.35%	

$$p_3 = \frac{1 - 0.9149}{0.9756 + 0.9542 + 0.9149} = 2.9899\%$$

poiché $1.75\% < 2.9899\% \Rightarrow$ il titolo
quale sotto la pari

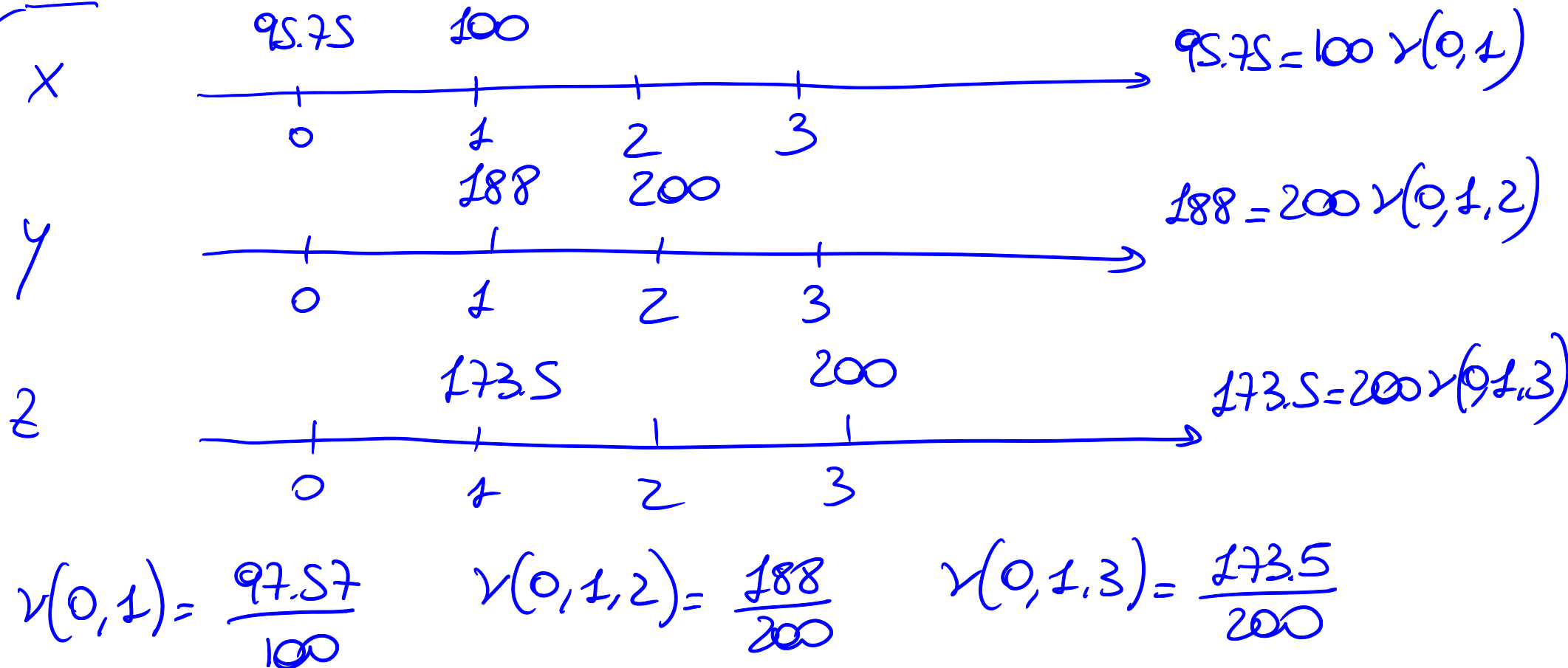
TP ES3

Si consideri un mercato definito al tempo $t = 0$ sullo scadenziario $t = \{t_1, t_2, t_3\} = \{1, 2, 3\}$ anni; siano trattati sul mercato tre titoli obbligazionari:

- uno zero coupon bond con valore di rimborso $x = 100$ in t_1 e prezzo a pronti di 95.75;
- uno zero coupon bond con valore di rimborso $y = 200$ in t_2 e prezzo a termine, pattuito in t e pagabile in t_1 , di 188;
- uno zero coupon bond con valore di rimborso $z = 200$ in t_3 e prezzo a termine, pattuito in t e pagabile in t_1 , di 173.5

(a) Si calcolino le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali corrispondenti ai prezzi di mercato osservati in t , esprimendo i tassi su base annua.

(b) Volendo emettere, in $t = 0$, un titolo a cedola fissa con scadenza 3 anni, che paghi un tasso annuo cedolare uguale al tasso di parità, determinare il livello della cedola I del titolo, considerando un valore di rimborso di 100.



$$v(0,1,2) = \frac{v(0,2)}{v(0,1)} \Rightarrow v(0,2) = v(0,1) v(0,1,2) = 0.9757 \frac{188}{200}$$

$$v(0,1,3) = \frac{v(0,3)}{v(0,1)} \Rightarrow v(0,3) = v(0,1) v(0,1,3) = 0.9757 \frac{173.5}{200}$$

$$p_3 = \frac{1 - v(0,3)}{v(0,1) + v(0,2) + v(0,3)}$$

TP ES4

Nell'istante di tempo $t = 0$ siano quotati sul mercato i tassi swap

$z_1 = 3.2\%$

$z_2 = 3.4\%$

$z_3 = 3.53\%$

$z_4 = 4.15\%$

avendo indicato con z_m il tasso swap, quotato in t , per la generica scadenza m (anni).

In riferimento allo scadenziario $\{1, 2, 3, 4\}$ anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.

BOOTSTRAP

$$v(0, K) = \frac{1 - p_K \sum_{j=1}^{K-1} v(0, j)}{1 + p_K}$$

K	z_K	$v(0, K)$
0		
1	3.2%	$1 / (1 + 0.032) = 0.969$
2	3.4%	$(1 - 0.034 \cdot 0.969) / (1 + 0.034) = 0.9353$
3	3.53%	$(1 - 0.0353 \times 1.9043) / (1 + 0.0353) = 0.9010$
4	4.15%	$(1 - 0.0415 \times 2.8053) / (1 + 0.0415) = 0.8684$

$$\sum_{j=1}^{K-1} v(0, j)$$

$$0.9353 + 0.969 = 1.9043$$

$$1.9043 + 0.9010 = 2.8053$$

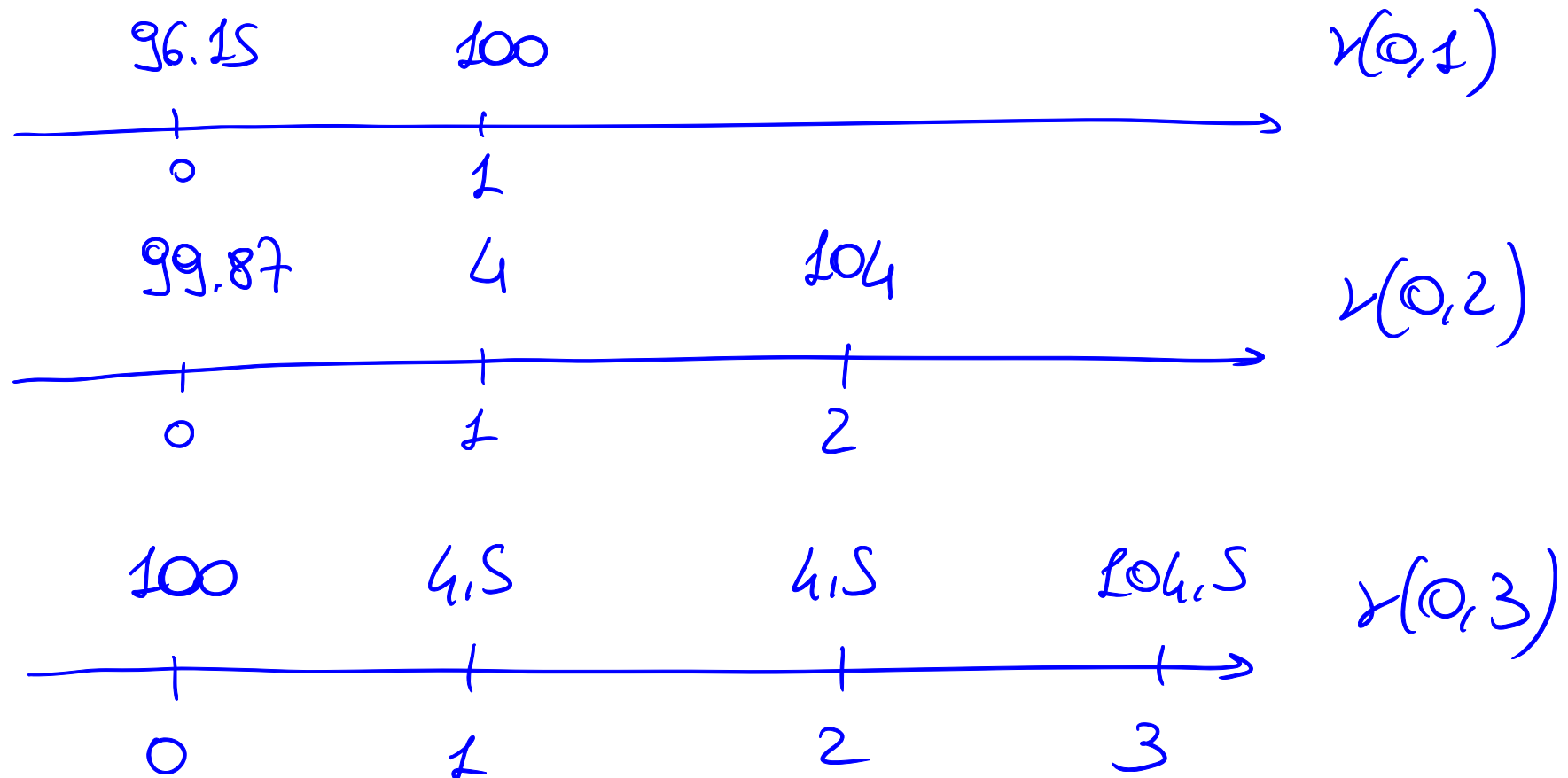
TP ES4 bis

Nell'istante di tempo $t = 0$ sono trattati sul mercato i seguenti titoli:

- uno zero coupon bond con scadenza $t_1 = 1$ anno, valore nominale 100€, prezzo a pronti uguale a 96.15€;
- un titolo a cedola fissa di durata 2 anni che paga cedole annue al tasso annuo $i = 4\%$, con prezzo a pronti uguale a 99.87€;
- un contratto di interest rate swap, di durata 3 anni, con $z_3 = 4.5\%$.

In riferimento allo scadenziario $\{1, 2, 3\}$ anni, calcolare:

- (a) la struttura per scadenza dei prezzi a pronti e a termine;
- (b) la struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.



$$\begin{cases} 96.15 = 100 v(0,1) \\ 99.87 = 4 v(0,1) + 104 v(0,2) \\ 100 = 4.5 v(0,1) + 4.5 v(0,2) + 104.5 v(0,3) \end{cases}$$

TP ES5

Nell'istante di tempo $t = 0$ siano quotati sul mercato i tassi swap

$$z_1 = 4.50\%$$

$$z_2 = 4.95\%$$

$$z_4 = 5.43\%$$

$$z_5 = 5.85\%$$

avendo indicato con z_m il tasso swap, quotato in t , per la generica scadenza m (anni).

In riferimento allo scadenziario $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.

K	z_K	$v(0, K)$	$\sum_{j=1}^{K-1} v(0, j)$
0			
1	4.50%	$1/1.045 = 0.9569$	
2	4.95%	$(1 - 0.0495 \times 0.9569) / 1.0495 = 0.9077$	0.9569
3	5.19%	$(1 - 0.0519 \times 1.8646) / 1.0519 = 0.8587$	1.8646
4	5.43%	$(1 - 0.0543 \times 2.7233) / 1.0543 = 0.8082$	2.7233
5	5.85%	$(1 - 0.0585 \times 3.5313) / 1.0585 = 0.7496$	3.5313

$$z_3 = \frac{4.95\% + 5.43\%}{2} = \frac{3-2}{4-2} (5.43\% - 4.95\%) + 4.95\% = 5.19\%$$

TP ES6

Nell'istante di tempo $t = 0$ siano quotati sul mercato i tassi swap:

$$z_1 = 4.53\%$$

$$z_2 = 4.85\%$$

$$z_5 = 5.95\%$$

avendo indicato con z_m il tasso swap, quotato in t , per la generica scadenza m (anni).

In riferimento allo scadenziario $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uni-periodali, esprimendo i tassi su base annua.

TP ES7

Nell'istante di tempo $t = 0$ siano quotati sul mercato i seguenti tassi swap:

$$z_1 = 3.72\%$$

$$z_3 = 4.01\%$$

$$z_4 = 4.12\%$$

avendo indicato con z_m il tasso swap relativo alla scadenza di m anni. In riferimento allo scadenziario $\{1, 2, 3, 4\}$ anni, calcolare le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti, esprimendo i tassi su base annua.