

# Le carte di controllo

Fasi della costruzione di una carta di controllo:

- scelta dei limiti di controllo
- scelta della dimensione campionaria
- scelta della frequenza di campionamento



# Scelta dei limiti di controllo



# Scelta dei limiti di controllo

Una delle decisioni fondamentali nella progettazione di una carta di controllo è la specifica dei limiti di controllo.

Quanto più i limiti vengono posizionati LONTANO dal valore centrale della carta:

- ❖ tanto minore sarà il rischio di I tipo (ossia concludere che il processo è **fuori** controllo quando è sotto controllo)
- ❖ maggiore il rischio di II tipo (ossia concludere che il processo è **sotto** controllo quando non lo è controllo).

Se i limiti vengono posti VICINO alla linea centrale, aumenta il rischio di I tipo, mentre diminuisce quello di II tipo.

# Scelta dei limiti di controllo

Sia  $w$  una statistica campionaria che misura una certa caratteristica di prodotto di interesse e si supponga che la media di  $w$  sia  $\mu_w$  e la deviazione standard sia  $\sigma_w$ .

$$UCL = \mu_w + L\sigma_w$$

$$CL = \mu_w$$

$$LCL = \mu_w - L\sigma_w$$

$L$  è la distanza dei limiti di controllo dalla linea generale, espressa in unità di deviazione standard.

# Scelta dei limiti di controllo

Indipendentemente dalla distribuzione della caratteristica di qualità, negli Stati Uniti il multiplo della deviazione standard di solito scelto è 3.

L'uso del metodo 3-sigma è scelto in quanto generalmente dà buoni risultati nella pratica.

# Scelta dei limiti di controllo

Se la distribuzione della caratteristica di qualità è ragionevolmente ben approssimata dalla distribuzione normale, allora l'uso del metodo 3-sigma per i limiti è applicabile.

# Scelta dei limiti di controllo

Alcuni analisti suggeriscono di usare due tipologie di limiti sulle carte di controllo.

I limiti esterni (a 3 sigma) sono i soliti limiti di azione; cioè, quando un punto viene tracciato al di fuori di questo limite, viene effettuata una ricerca di una causa specifica e, se necessario, vengono intraprese azioni correttive.

I limiti interni (di solito a 2 sigma) sono chiamati limiti di sorveglianza.

# Scelta dei limiti di controllo

I limiti di sorveglianza a 2 sigma sono indicati con:

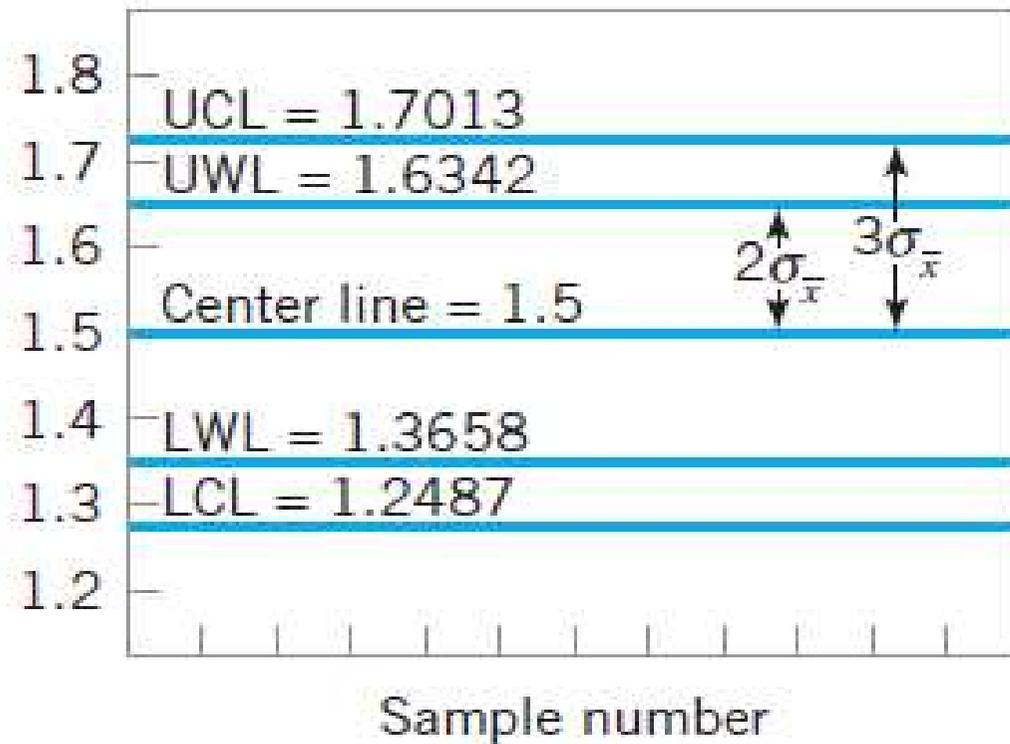
- UWL (Upper Warning Limit) il limite di sorveglianza superiore
- LWL (Lower Warning Limit) il limite di sorveglianza inferiore.

# Scelta dei limiti di controllo

Rifacendoci all'esempio del diametro dei bulloni, i limiti di sorveglianza superiore e inferiore sono pari a:

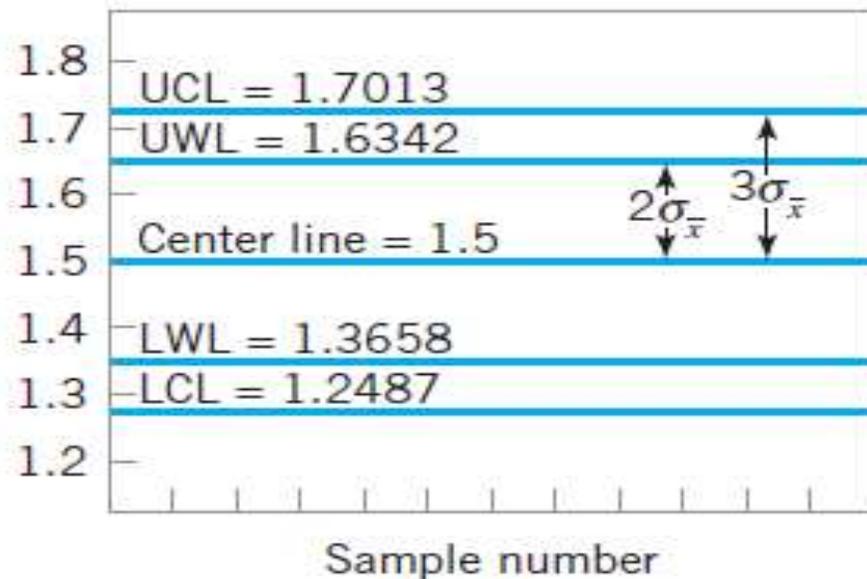
$$UWL = 1.5 + 2(0.0671) = 1.6342$$

$$LWL = 1.5 - 2(0.0671) = 1.3658$$



# Scelta dei limiti di controllo

Se uno o più punti rientrano tra i limiti di sorveglianza e i limiti di controllo, o molto vicino al limite di controllo, occorre essere sospettosi che il processo potrebbe non funzionare correttamente.



Una possibile azione da eseguire in tal caso è quella di aumentare la frequenza di campionamento e/o le dimensioni del campione in modo da poter ottenere rapidamente ulteriori informazioni sul processo.

# Scelta dei limiti di controllo

L'uso di limiti di sorveglianza può aumentare la sensibilità della carta di controllo; cioè, può consentire alla carta di controllo di segnalare più rapidamente uno spostamento nel processo.

Uno degli svantaggi dei limiti di avviso è che possono confondere il personale operativo e comportare anche un aumento del rischio di falsi allarmi.

# Scelta dei limiti di controllo

L'ampiezza dei limiti di controllo è inversamente proporzionale alla dimensione del campione  $n$  fissato un certo multiplo  $\sigma$ .

# Dimensione del campione e frequenza di campionamento



# Dimensione del campione e frequenza di campionamento

Nel progettare una carta di controllo, occorre specificare:

- la dimensione del campione
- la frequenza del campionamento.

# Premessa

La raccolta dati costa denaro, quindi, i dati dovrebbero essere raccolti quando è ragionevole che questo porti un beneficio all'organizzazione, quando l'informazione ottenuta dai dati vale più dei soldi spesi per raccogliarli.

I dati devono essere raccolti il più possibile vicino alla fase che si desidera controllare.

Ad esempio, se si vuole analizzare una caratteristica relativa all'affilatura, i dati devono essere raccolti durante la fase di affilatura.

# Premessa

La frequenza di raccolta dati dipende da alcuni fattori:

1. la disponibilità dei dati
2. il costo della raccolta dati
3. l'intervallo di tempo tra cambiamenti rilevanti nel processo
4. la stabilità del processo

L'importante è raccogliere dati abbastanza frequentemente da rilevare i cambiamenti importanti, ma non così frequentemente da rendere il costo proibitivo.

La frequenza di campionamento dovrebbe riflettere la frequenza con cui il processo va fuori controllo.

# Dimensione del campione e frequenza di campionamento

Più grande è il campione, più sensibile è il rilevamento di una variazione all'interno del processo, perché sarà più facile individuare piccoli spostamenti del processo.

Per scegliere la dimensione campionaria ottimale bisogna, quindi, avere presente qual è lo scostamento del processo che si vuole individuare più velocemente: se si è interessati ad uno scostamento minimo, la dimensione campionaria dovrà essere più grande di quella che risulterebbe necessaria se l'interesse fosse di uno scostamento più ampio.

# Dimensione del campione e frequenza di campionamento

Occorre anche determinare la frequenza del campionamento.

La situazione desiderabile sarebbe quella di prelevare campioni di grandi dimensioni molto frequentemente; tuttavia, questo di solito non è economicamente fattibile.

Il problema generale è quello di ottimizzare i controlli, cioè, o si prendono piccoli campioni a brevi intervalli o campioni più grandi a intervalli più lunghi.

# Dimensione del campione e frequenza di campionamento

La pratica corrente tende a diminuire la dimensione del campione ed ad aumentare la frequenza di campionamento, in particolare nei processi di produzione ad alto volume o in cui possono verificarsi molti tipi di cause specifiche.

Inoltre, con lo sviluppo della tecnologia di rilevamento automatico e misurazione, sta diventando possibile aumentare notevolmente le frequenze di campionamento.

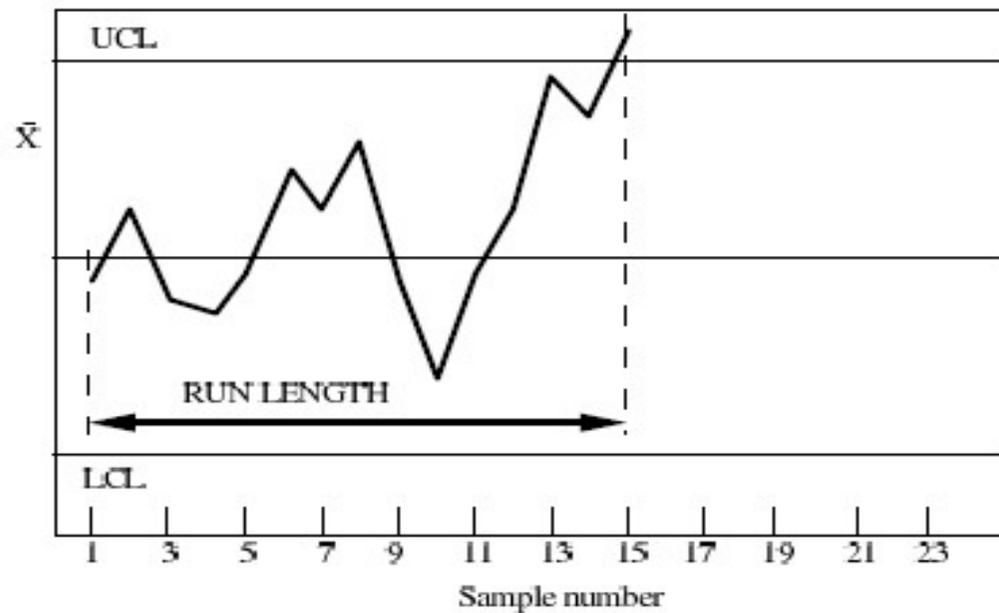
# Dimensione del campione e frequenza di campionamento

Un altro modo per valutare le dimensioni del campione e la frequenza di campionamento è attraverso:

1. lunghezza media delle sequenze (ARL, Average Run Length), cioè il numero medio di campioni da estrarre per avere un segnale di fuori controllo
2. tempo medio al segnale (ATS, Average Time to Signal), il tempo medio intercorrente fra due segnali di fuori controllo.

# La lunghezza media delle sequenze

La lunghezza media delle sequenze (ARL) è il numero medio di punti che vengono disegnati sulla carta prima che venga segnalato un fuori controllo.



# La lunghezza media delle sequenze

La lunghezza media delle sequenze (ARL) è uguale a

$$ARL = \frac{1}{p}$$

Dove  $p$  è la probabilità che un punto superi i limiti di controllo.

Questa equazione può essere utilizzata per valutare le performance di una carta di controllo.

# La lunghezza media delle sequenze: esempio

Se approssimativamente il 99.73% dei dati cade in un intervallo distante  $\pm 3\sigma$  dalla media, allora  $1 - 0.9973 = 0.0027$  o 0.27% dei dati può cadere fuori di  $\pm 3\sigma$  (ovvero fuori dei limiti di controllo).

Pertanto 0.0027 è la probabilità dell'errore di Primo tipo o di falso allarme.

	Casi compresi	Casi non compresi
$M \pm 1\sigma$	0,6827	0,3173
$M \pm 2\sigma$	0,9546	0,0454
$M \pm 3\sigma$	0,9973	0,0027
$M \pm 4\sigma$	0,999937	0,000063
$M \pm 5\sigma$	0,999999	0,00000057

## La lunghezza media delle sequenze: esempio

Quindi per un carta a  $3\sigma$ , la probabilità che un singolo punto esca dai limiti quando il processo è sotto controllo è pari a:

$$p = 0.0027.$$

$$\text{Quindi: } ARL = \frac{1}{0.0027} = 370$$

Cioè, anche se il processo rimane sotto controllo, in media verrà generato un segnale di fuori controllo ogni 370 campioni.

# La lunghezza media delle sequenze

L'ARL è una funzione dello stato del processo:

- se il processo è in controllo l'ARL dovrebbe essere alto;
- se il processo è fuori controllo l'ARL dovrebbe essere piccolo.

# Il tempo medio al segnale

Talvolta è anche conveniente esprimere le prestazioni della carta di controllo in termini di tempo medio di segnale (ATS).

Se i campioni vengono prelevati a intervalli di tempo fissi a distanza di  $h$  ore:

$$ATS = ARLh$$

## Il tempo medio al segnale

Supponiamo che stiamo effettuando un campionamento ogni 2 ore, se  $ARL=2.86$ , allora  $ATS=5.72$  ore.

Cioè, la carta di controllo richiederà 2.86 campioni per rilevare lo spostamento del processo, in media, e poiché l'intervallo di tempo tra i campioni è 2 ore, il tempo medio richiesto per rilevare questo spostamento è di circa 6 ore.

# Il tempo medio al segnale

Supponiamo che ciò sia inaccettabile, poiché può comportare ulteriori problemi di fabbricazione a monte.

Come è possibile ridurre il tempo necessario per rilevare la condizione fuori controllo?

# Il tempo medio al segnale

Un metodo è campionare più frequentemente.

Ad esempio, se si campiona ogni mezz'ora, il tempo medio di segnalazione per questo schema è:

$$ATS = ARL h = 2,86 (1/2) = 1,43$$

Cioè occorrerà 1 ora e 43 minuti (in media) per rilevare uno spostamento.

# Il tempo medio al segnale

Un altro metodo è aumentare le dimensioni del campione.

Ad esempio, se utilizziamo  $n = 10$ , con  $p = 0,9$ :

$$ARL = 1/p = 1/0.9 = 1.11$$

e, se campioniamo ogni 2 ore, il tempo medio di segnalazione è

$$ATS = 1.11 \times 2 = 2.22$$

Pertanto, la dimensione del campione più grande consentirebbe di rilevare lo spostamento più rapidamente rispetto a quello più piccolo.

# Dimensione del campione e frequenza di campionamento

Per rispondere in modo più preciso alla domanda sulla frequenza di campionamento, occorre tenere conto di diversi fattori, tra cui il costo del campionamento, le perdite associate al consentire al processo di operare senza controllo, il tasso di produzione e le probabilità con cui si verificano vari tipi di cambiamenti di processo.

# Sottogruppi razionali



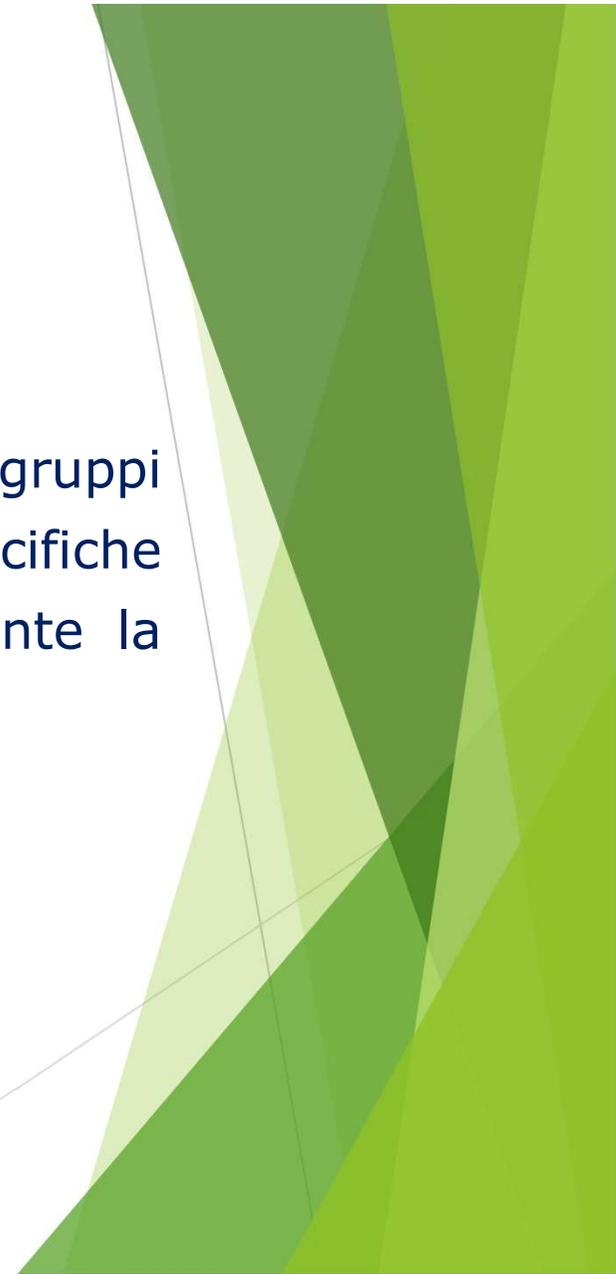
# Sottogruppi razionali

L'idea fondamentale nell'uso delle carte di controllo è la raccolta di dati campionari secondo quello che Shewhart chiamava il concetto del sottogruppo razionale.

Per sottogruppo razionale si intende piccoli campioni scelti in modo che se sono presenti fattori specifici, la probabilità di osservare differenze tra i campioni sia massimizzata mentre la probabilità di osservare differenze tra le unità che compongono il campione a causa di fattori specifici sia minimizzata.

# Sottogruppi razionali

In altre parole, si presume che al loro interno i sottogruppi presentino la sola variabilità casuale, mentre le cause specifiche di variazione (se presenti) possono determinare solamente la variabilità fra diversi sottogruppi.



## Sottogruppi razionali

Nonostante la sequenzialità della produzione consenta di individuare più facilmente gli effetti specifici è possibile compiere errori.

Nel caso in cui, ad esempio, il campione venga scelto con dati che sono a cavallo di uno scostamento sistematico della media, il cambiamento della media potrebbe non essere individuato in quel campione ma solo nel successivo.

Se alcune delle osservazioni nel campione vengono prese alla fine di un turno e le osservazioni rimanenti vengono prese all'inizio del turno successivo, allora eventuali differenze tra i turni potrebbero non essere rilevate.

# Sottogruppi razionali

Il concetto di sottogruppo razionale è molto importante.

La corretta selezione dei campioni richiede un'attenta considerazione del processo, con l'obiettivo di ottenere quante più informazioni utili possibili dall'analisi della carta di controllo.

# Sottogruppi razionali

Per formare i sottogruppi, occorre tener conto che:

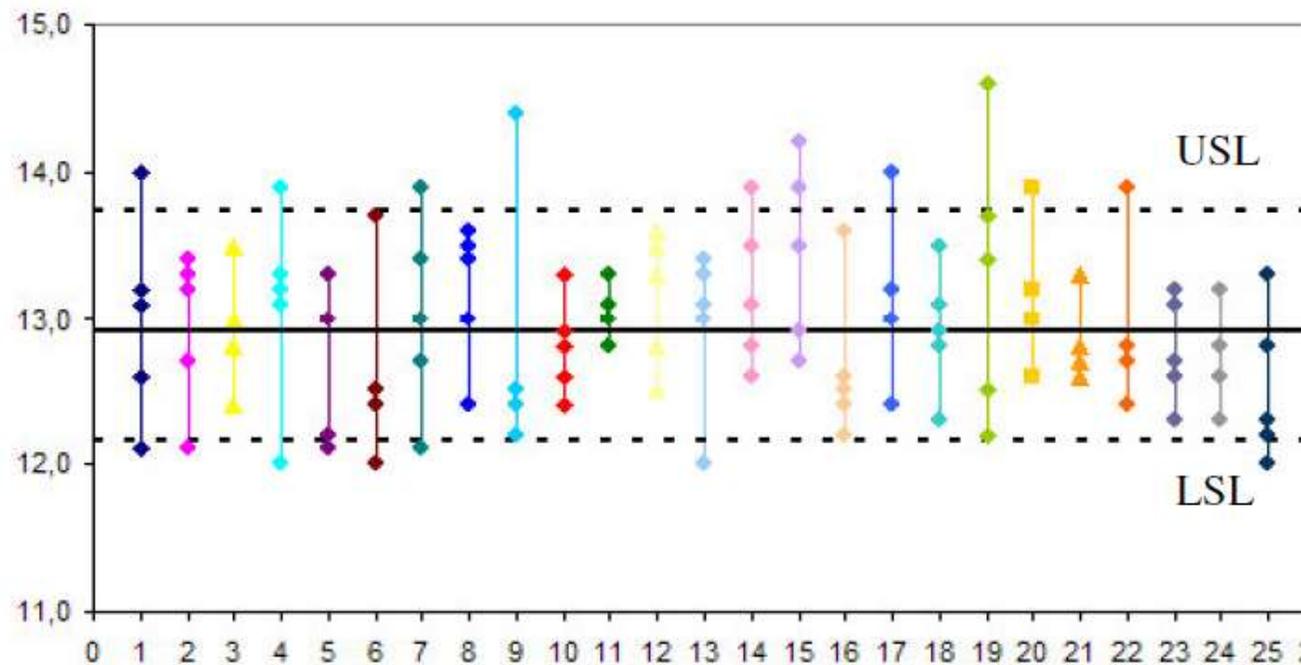
1. ogni sottogruppo deve essere omogeneo, nel senso che ogni sottogruppo dovrebbe essere composto da misure rilevate in tempi e luoghi analoghi. Questo significa, ad esempio, prendere misure di prodotti fabbricati consecutivamente o dalla stessa macchina;
2. le misure di un sottogruppo devono essere indipendenti le une dalle altre, ossia ogni misura nel sottogruppo non deve essere influenzata dalle altre;

## Sottogruppi razionali

Per formare i sottogruppi, occorre tener conto che:

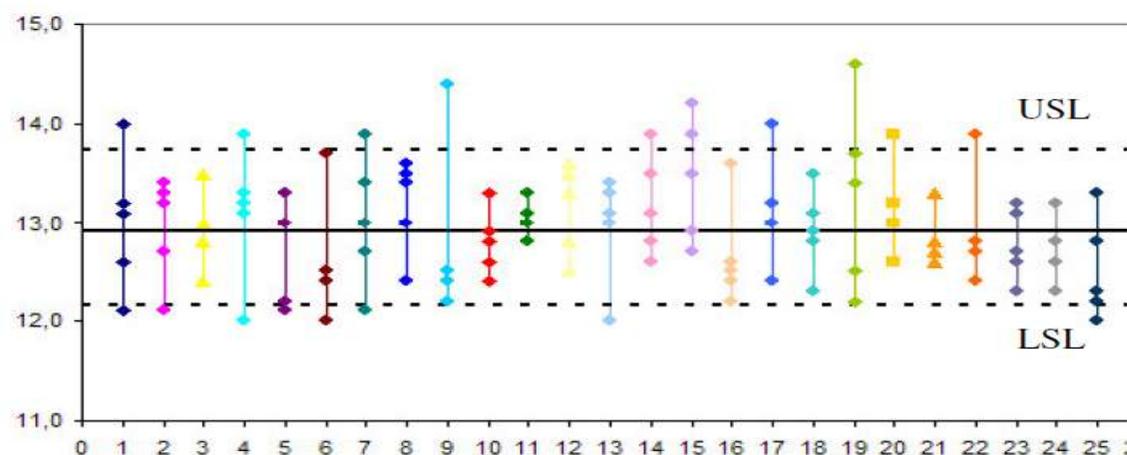
3. aumentare la numerosità del sottogruppo rende le carte di controllo più sensibili a spostamenti della media - generalmente i sottogruppi hanno da 1 a 10 elementi. Più aumenta il sottogruppo e più la carta è sensibile a cambiamenti nella media, ma diventa meno efficiente il range come stima della variabilità del processo. Generalmente, quando  $n$  è 10 o più, la deviazione standard campionaria è migliore per la stima della variabilità del processo.

## Sottogruppi razionali: esempio



La figura riporta un esempio di carta di controllo relativa ad un processo in cui sono stati campionati 25 sottogruppi di numerosità 5.

## Sottogruppi razionali: esempio



Questo semplice strumento grafico riporta, in corrispondenza di ciascun sottogruppo, i dati relativi a ciascun elemento ispezionato al suo interno, uniti da una linea verticale.

Un confronto delle linee, così ottenute, con i limiti di specifica e il valore target, fornisce un'immediata visualizzazione della centratura e della dispersione naturale del processo.

# Sottogruppi razionali

Vengono utilizzati due approcci generali alla costruzione di sottogruppi razionali:

- Approccio SNAPSHOT → Unità consecutive della produzione
- Approccio RANDOM → Campionamento casuale su di un intervallo

# Sottogruppi razionali: Unità consecutive della produzione

Si costruiscono i campioni in modo che contengano unità che siano state prodotte nello stesso istante temporale (o il più vicino possibile).

Idealmente, è come se si volessero prendere unità di produzione consecutive.

Questo approccio viene utilizzato quando lo scopo principale della carta di controllo è rilevare gli spostamenti di processo.

## Sottogruppi razionali:

### Unità consecutive della produzione

Questo approccio è utile per individuare scostamenti sistematici della produzione, perché minimizza la probabilità di avere una variabilità attribuibile a fattori specifici all'interno del campione, mentre massimizza la probabilità di avere un'elevata variabilità tra i campioni se sono presenti scostamenti sistematici del parametro oggetto di controllo.

## Sottogruppi razionali:

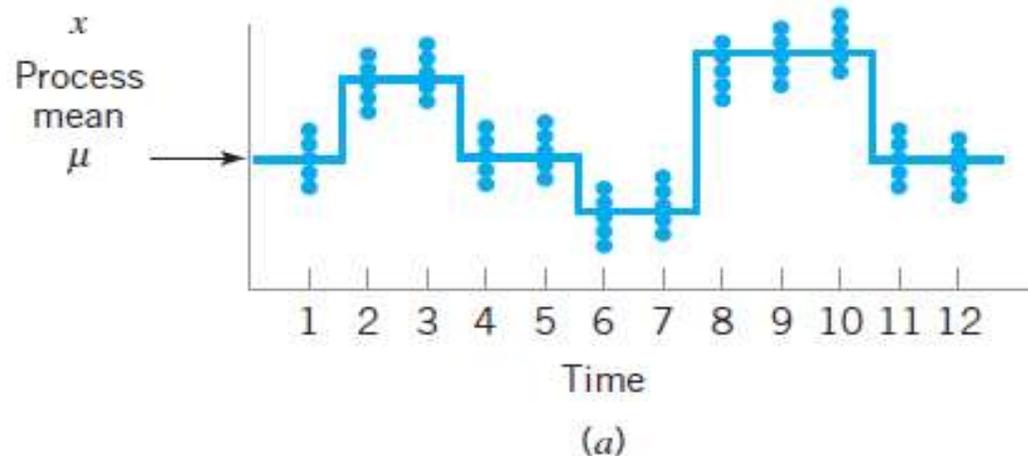
### Unità consecutive della produzione

Fornisce inoltre una migliore stima della deviazione standard del processo se la carta di controllo è per variabili.

In sintesi, questo approccio fornisce un buon "colpo d'occhio" del processo in ogni istante temporale.

## Sottogruppi razionali:

### Unità consecutive della produzione

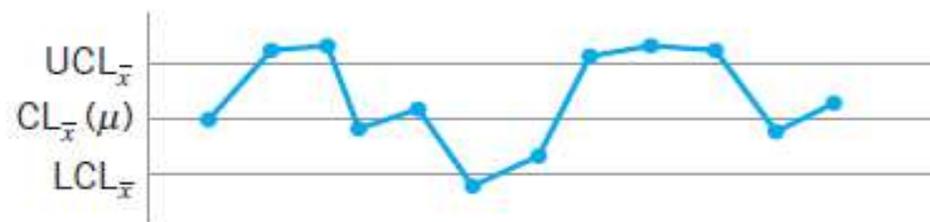
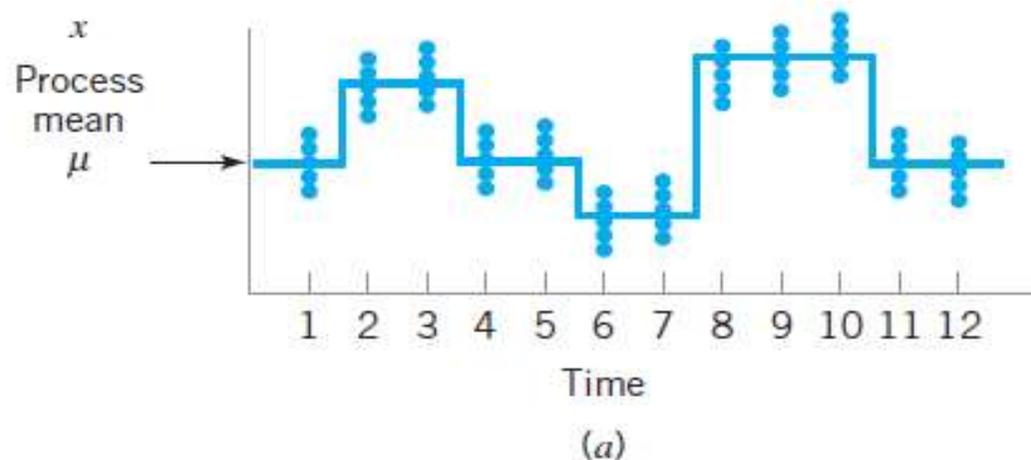


La Figura illustra questo tipo di strategia di campionamento.

Nella Figura in alto è rappresentato un processo per il quale la media presenta una serie di spostamenti sostenuti e le osservazioni corrispondenti ottenute da questo processo nei punti temporali lungo l'asse orizzontale, assumendo che siano selezionate cinque unità consecutive.

## Sottogruppi razionali:

### Unità consecutive della produzione



La Figura in basso mostra la corrispondente carta di controllo della media.

Essa presenta punti fuori controllo corrispondenti ai cambiamenti nella media del processo.

## Sottogruppi razionali:

### Campionamento random su di un intervallo

Nel secondo approccio, ciascun sottogruppo è un campione casuale dell'intera produzione ottenuta nell'intervallo di campionamento.

Viene usato quando si ipotizza che il processo possa uscire di controllo nell'intervallo di tempo intercorso dall'ultimo campione esaminato.

## Sottogruppi razionali:

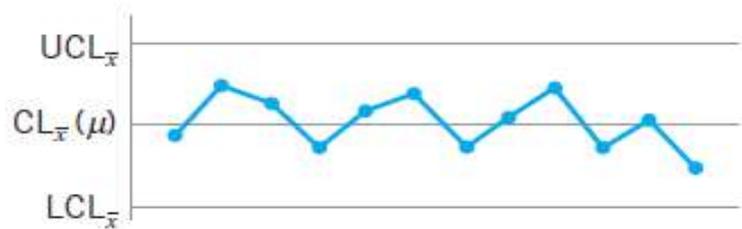
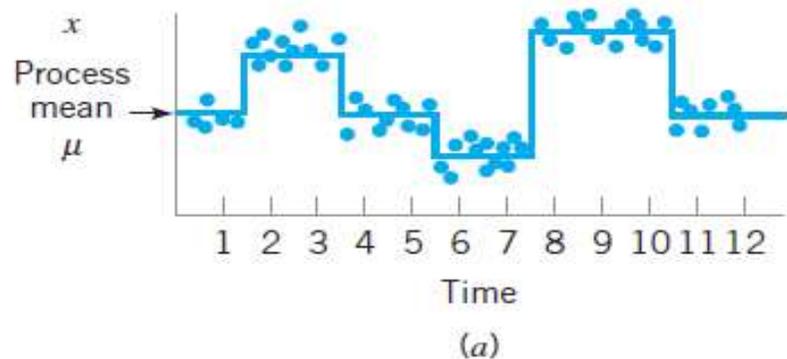
### Campionamento random su di un intervallo

Se si ha un'elevata variabilità, dovuta a continui spostamenti della media, allora si avrà che i campioni presenteranno una dispersione interna elevata, portando ad un ampliamento dei limiti della carta  $x$ .

Il processo sembra essere in stato di controllo solo perché si è avuto un ampliamento dei limiti in seguito ad un'eccessiva ampiezza dell'intervallo temporale tra i campioni esaminati.

## Sottogruppi razionali:

### Campionamento random su di un intervallo

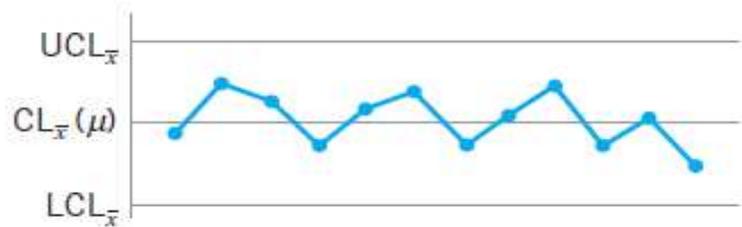
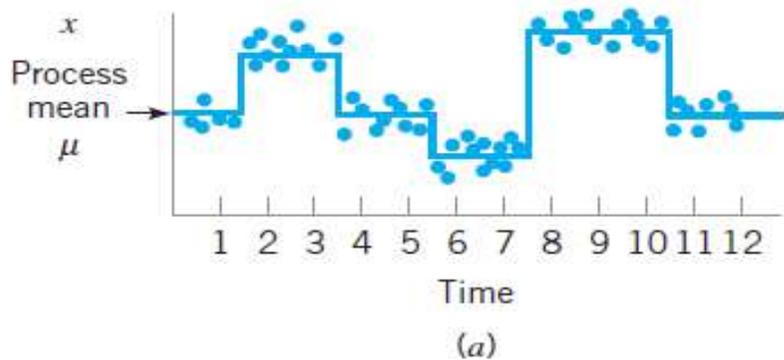


In questa figura è illustrato un metodo di campionamento random.

Se la media del processo si sposta tra diversi livelli durante l'intervallo tra i campioni, ciò può causare un intervallo relativamente ampio dell'intervallo di osservazioni all'interno del campione, con conseguenti limiti più ampi sulla carta.

## Sottogruppi razionali:

### Campionamento random su di un intervallo



In effetti, spesso possiamo far apparire qualsiasi processo sotto controllo statistico semplicemente allungando l'intervallo tra le osservazioni nel campione.

# Sottogruppi razionali

Esistono altri modi per formare sottogruppi razionali.

Ad esempio, supponiamo che un processo sia composto da più macchine che raggruppano il loro output in un flusso comune.

Se eseguiamo il campionamento da questo flusso comune di output, sarà molto difficile rilevare se una delle macchine è fuori controllo.

Un approccio logico al sottogruppo razionale qui è applicare le tecniche della carta di controllo all'output per ogni singola macchina.

# Sottogruppi razionali

A volte questo concetto deve essere applicato a stazioni di lavoro diverse, operatori diversi e così via.

In molte situazioni, il sottogruppo razionale sarà costituito da un'unica osservazione.

Questa situazione si verifica frequentemente nelle industrie chimiche e di processo in cui le caratteristiche di qualità del prodotto cambiano relativamente lentamente e i campioni presi molto vicini tra loro nel tempo sono praticamente identici, a parte la misurazione o l'errore analitico.