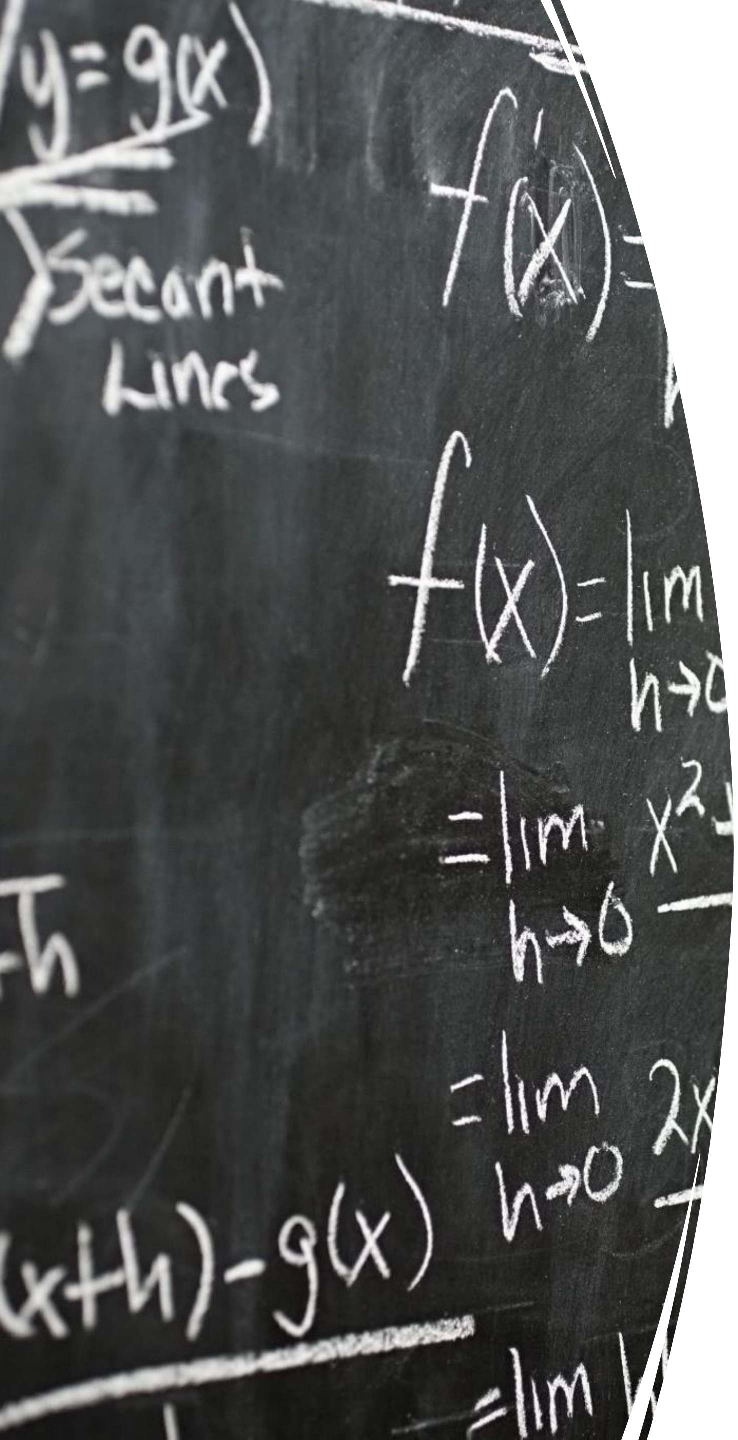


Appunti di Analisi Matematica per il Corso di Microconomia

Francesco Ciniglio

Dipartimento di Studi Aziendali ed Economici

Università di Napoli Parthenope

Obiettivo di queste lezioni

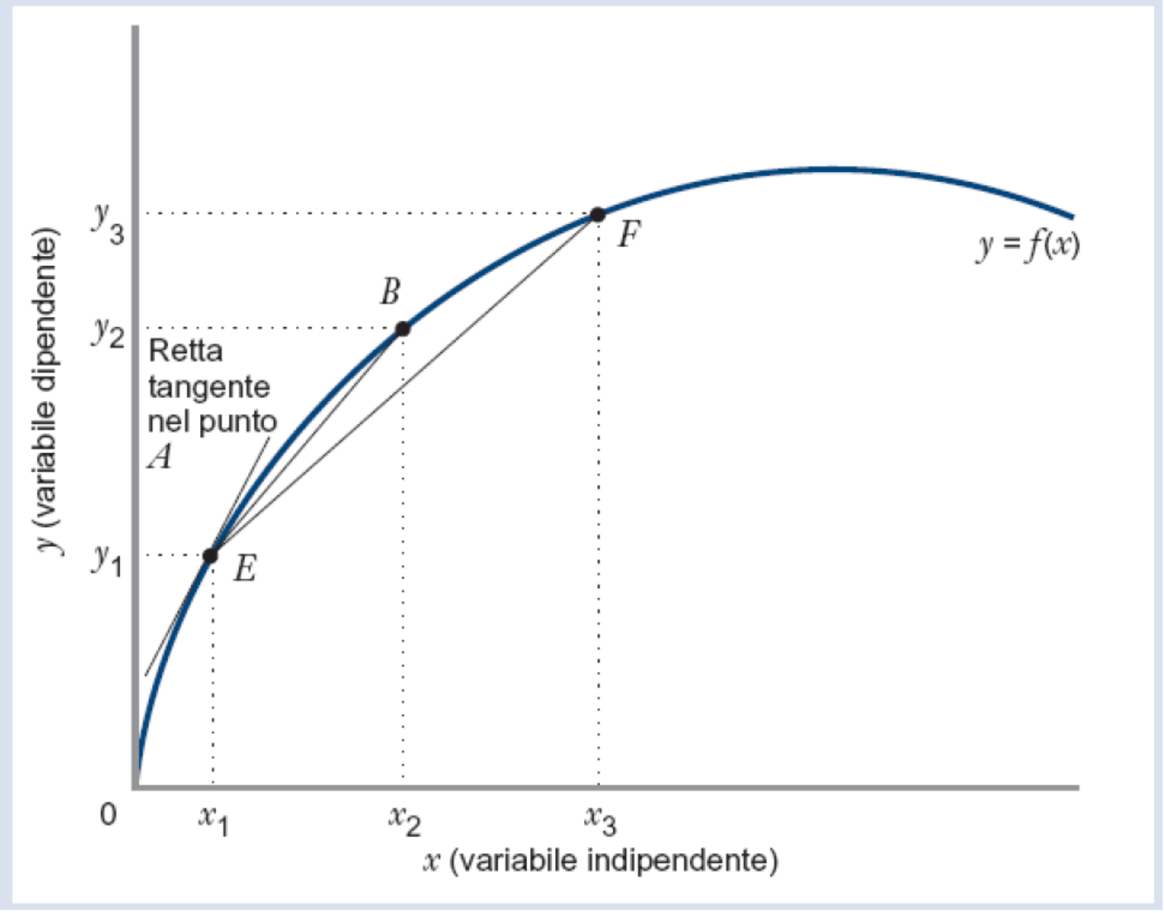
- Elementi base di analisi matematica
- Alcune semplici metodologie e tecniche utili per affrontare al meglio il corso di Microeconomia
- Nota importante: queste slide ovviamente non possono in alcun modo sostituire il corso di Matematica

Argomenti della lezione

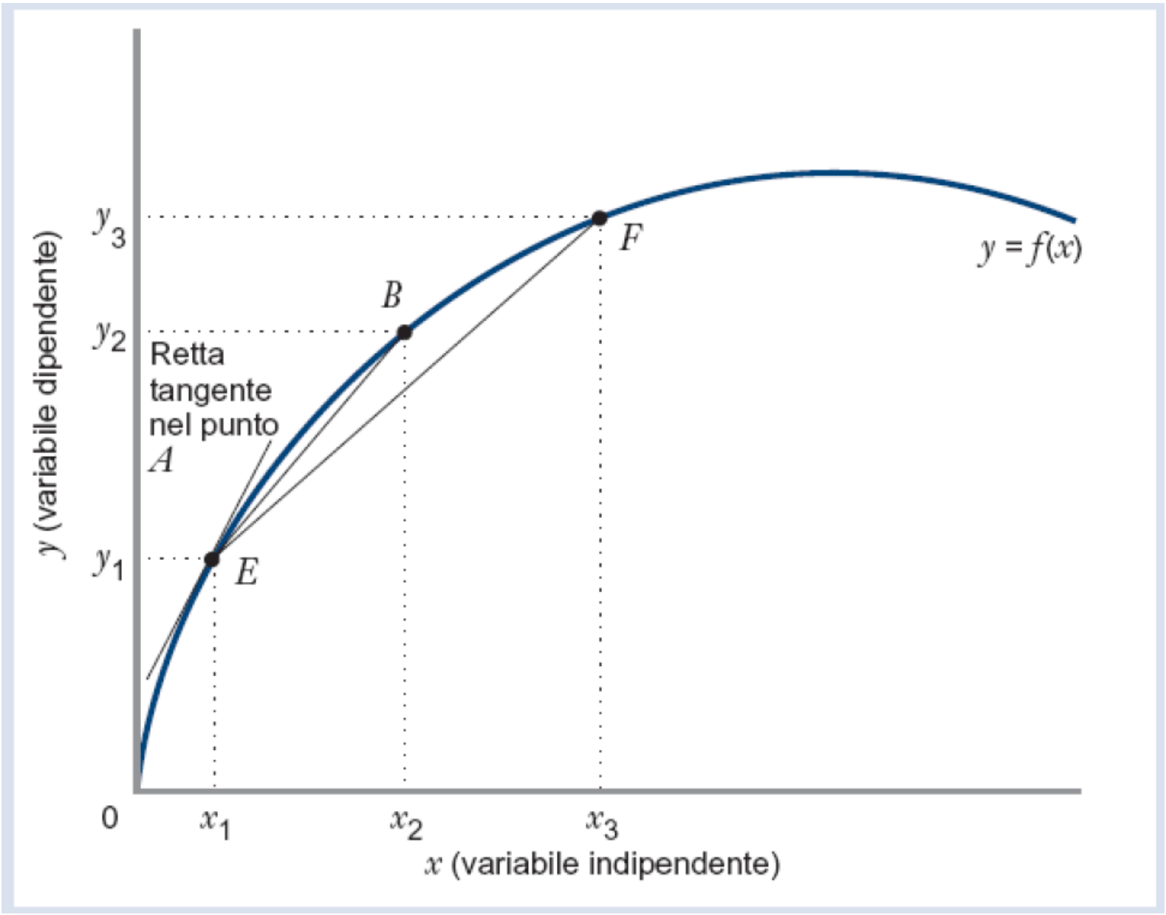
- Relazioni funzionali
- La derivata
- Come si calcola una derivata
- Problemi di massimo e di minimo

La derivata

Il significato di derivata di una funzione



Il significato di derivata di una funzione



La derivata

Il valore dell'approssimazione per Δx tendente a zero rappresenta la derivata della funzione, scritta solitamente come *dy / dx*.

Esprimiamo ora il concetto di derivata in termini più formali, come segue:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

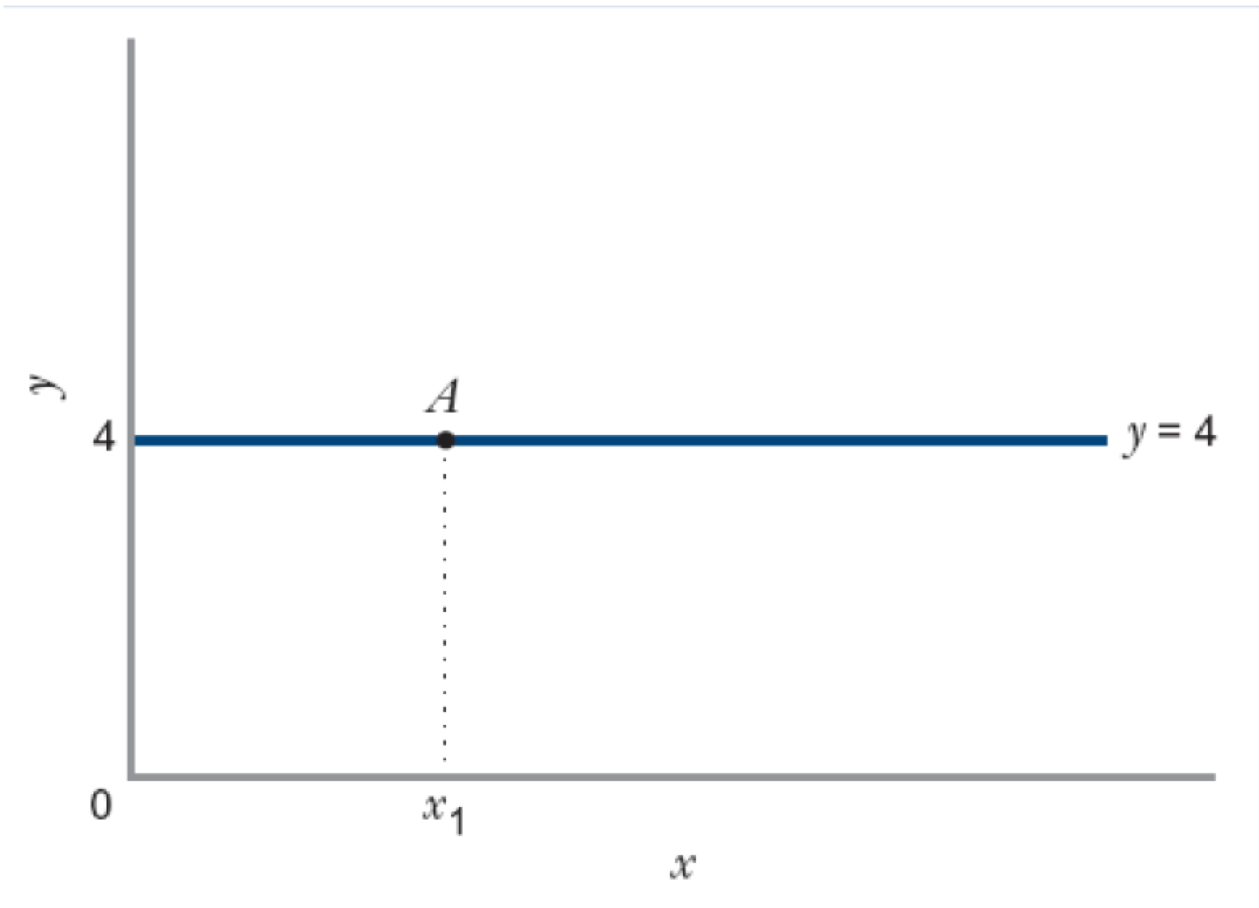
L'espressione "lim $\Delta x \to 0$" indica che stiamo valutando $\Delta y / \Delta x$ "al limite", ovvero quando Δx tende a zero. Il valore della derivata della funzione (*dy / dx)* nel punto *E* fornisce una misura esatta della pendenza del grafico in quel preciso punto.

Come calcolare una derivata

Derivata di una costante

- Se la variabile dipendente y è in realtà una costante, la sua derivata rispetto alla variabile x è, banalmente, zero.
- Supponiamo che $y = k$, dove k è una costante. È possibile dimostrare che, in questo caso, $dy / dx = 0$.

Derivata di una costante



Derivata di una potenza

- Consideriamo una funzione della seguente forma:

$$y = ax^b$$

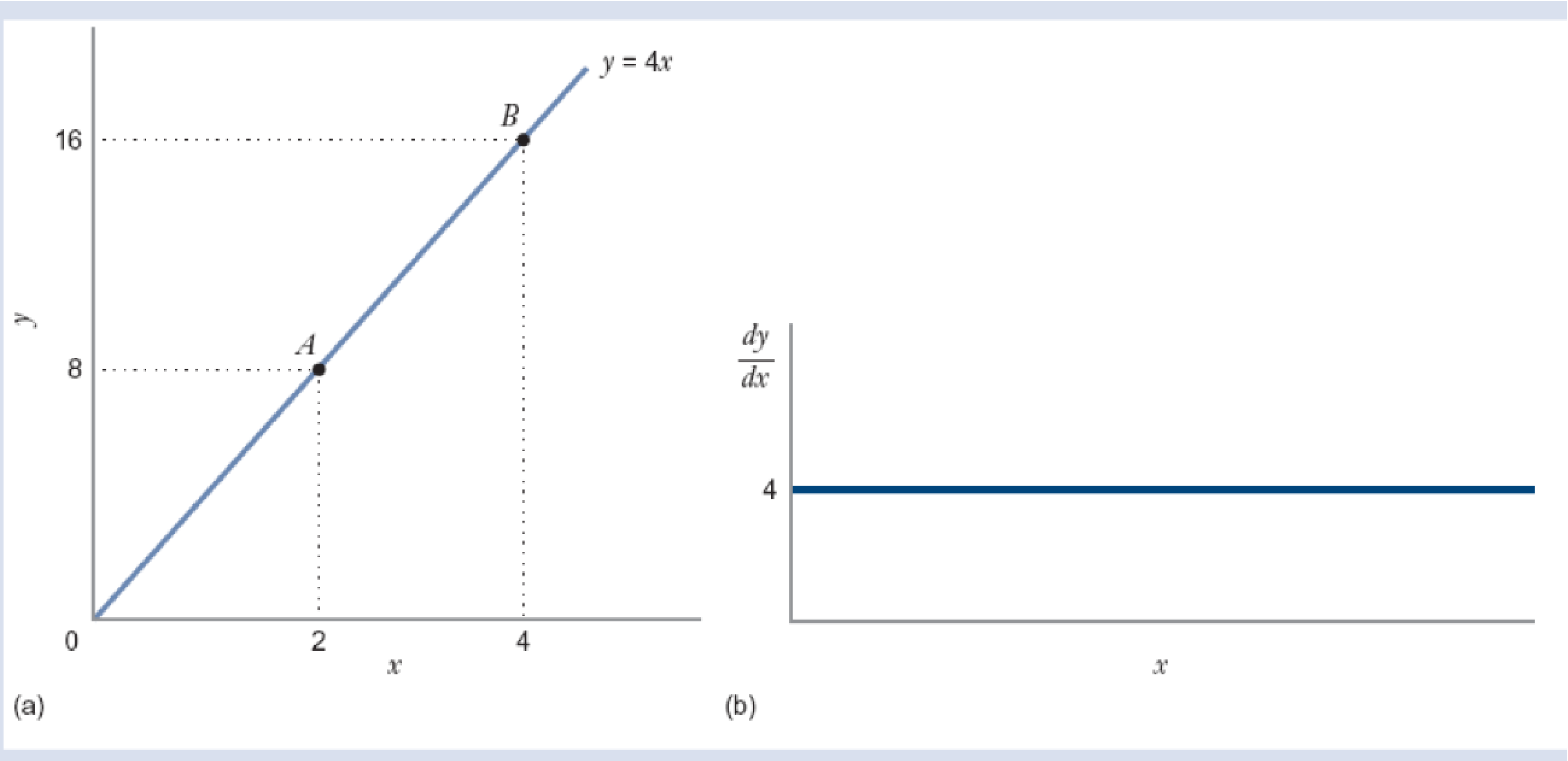
  a e *b* rappresentano due costanti.

- La derivata di una funzione di questo tipo è:

$$\frac{dy}{dx} = bax^{b-1}$$

Derivata di una retta: esempio

$$Equazione \qquad y = 4x$$



Derivata di una retta: esempio

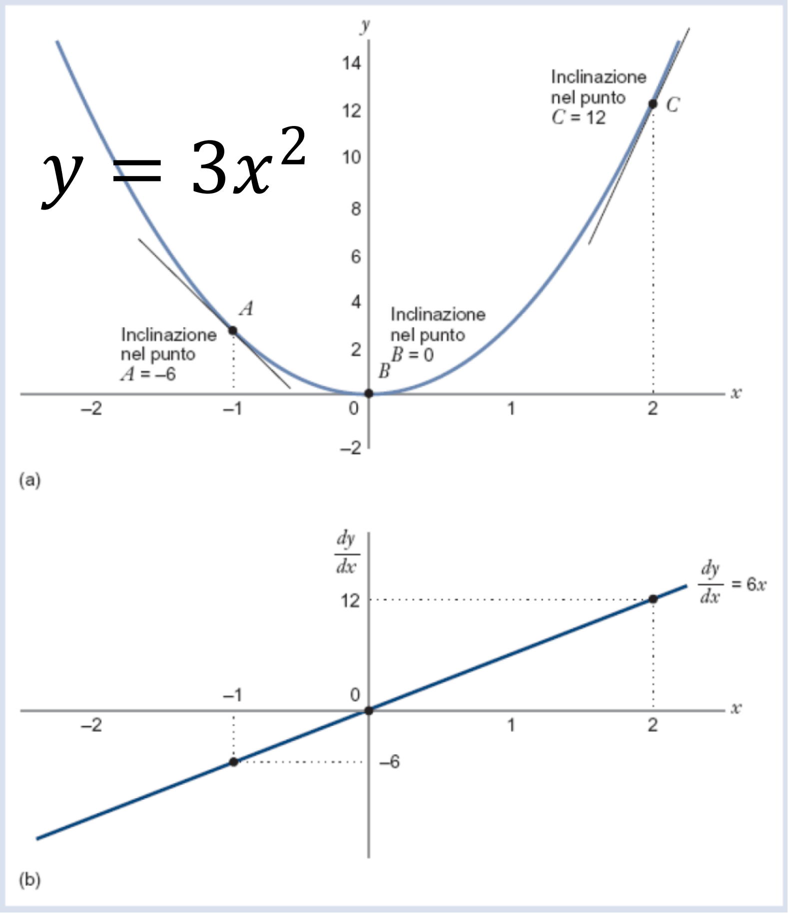
$$y = 4x$$

$$y = ax^b \ con \ \ a = 4; \ b = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = bax^{b-1} = 4(1)x^{1-1} = 4x^0 = 4$$

Derivata di una funzione quadratica

$Equazione \quad y = 3x^2$



Derivata di una funzione quadratica: un esempio

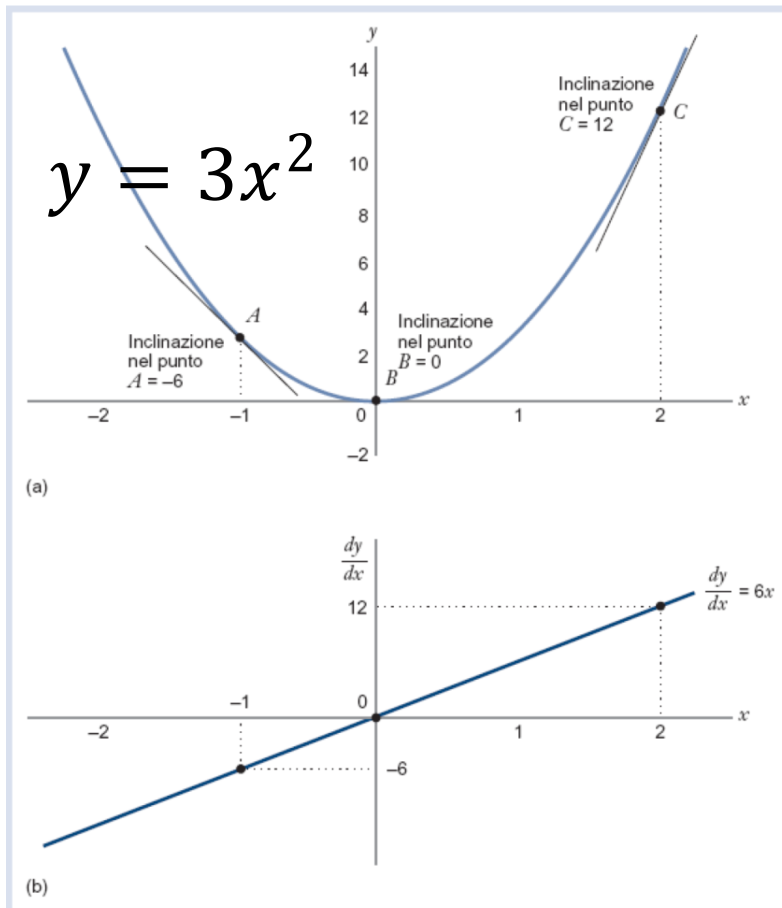
$$Equazione \qquad y = 3x^2$$

$$y = ax^b \; con \;\; a = 3; \; b = 2$$

$$\frac{dy}{dx} = bax^{b-1} = 2(3)x^{2-1} = 6x^1 = 6x$$

Derivata di una funzione quadratica

$$Equazione \quad y = 3x^2$$



Utilità e utilità marginale

- L'utilità marginale $MU(y)$ misura l'inclinazione della curva che rappresenta la funzione di utilità
- L'utilità marginale è quindi la derivata di tale funzione, ovvero $MU(y) = \frac{dU(y)}{dy}$
- Assumiamo che la funzione di utilità sia $U(y) = \sqrt{y}$ una funzione con potenza: la funzione può infatti essere riscritta come $U(y) = y^{\frac{1}{2}}$
- Possiamo quindi ricondurre questa particolare funzione di utilità al caso generale $y = ax^b$ ove in questo caso specifico, *a* = 1 e *b* = 1/2.
- La derivata è quindi

$$MU(y) = \frac{dU(y)}{dy} = bay^{b-1} = \frac{1}{2}(1)y^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{y}}$$

Utilizzo delle derivate

- Le derivate sono utili per aiutarci a comprendere e a quantificare molti dei concetti economici riferiti al termine “marginale” (tra cui il concetto di utilità marginale, di costo marginale e di ricavo marginale).
- Utilità marginale
  - Supponiamo che la funzione che misura il livello complessivo di utilità di un individuo sia $U(Q)$. Il valore della derivata di tale funzione dU/dQ calcolato per un particolare livello di Q misura l’inclinazione della curva dell’utilità e fornisce una misura dell’utilità marginale in corrispondenza di quella data quantità.
- Costo marginale
  - Supponiamo che la funzione del costo totale di produzione sia $C(Q)$. Il valore della derivata dC / dQ in riferimento ad un particolare livello di Q misura l’inclinazione della curva del costo totale nel punto considerato e fornisce una misura del costo marginale di produzione per quella quantità prodotta.
- Ricavo marginale
  - Supponiamo che la funzione del ricavo totale sia $R(Q)$. Il valore della derivata dR / dQ in corrispondenza di un dato livello di Q rappresenta l’inclinazione della curva del ricavo totale e costituisce una misura del ricavo marginale per la quantità considerata.