Politica Economica e Mercati Finanziari 3 CFU
Prof. Aniello Ferraro

Si consiglia l'integrazione con il testo "Economia e politica monetaria", Di Giorgio Giorgio, Editore Cedam.

1. Nel modello di Cagan se ci si attende che l'offerta di moneta cresca a un tasso costante pari a μ tale che $Em_{t+s} = m + s\mu$ allora si può dimostrare che l'equazione di Cagan implichi che $p_t = m_t + \gamma\mu$

a) Interpretare questo risultato.
b) Cosa accade al livello dei prezzi p_t al variare dell'offerta di moneta m_t se il tasso di crescita dell'offerta di moneta rimane costante a μ?
c) Cosa accade al livello dei prezzi p_t se varia il tasso di crescita dell'offerta μ e l'offerta corrente di moneta m_t rimane costante?
d) Se la Banca Centrale decide di ridurre il tasso di crescita della moneta μ ma desidera tenere costante il livello dei prezzi p_t come deve comportarsi con l'offerta corrente di moneta m_t? Riuscite a individuare i problemi pratici che potrebbero accompagnare l'attuazione di una politica monetaria siffatta?
e) Come modifichereste le risposte date alla domanda precedente, se sapeste che la domanda di moneta non dipende dai tassi di inflazione atteso($\gamma = 0$)?

Svolgimento

1. Se l'offerta di moneta cresce al tasso costante μ, il modello di Cagan ci dice che $p_t = m_t + \gamma\mu$. La soluzione del presente problema si fonda sulle implicazioni di questa equazione.
   (a) Un modo per interpretare questo risultato consiste nel riordinare l'equazione, ottenendo:

$$m_t - p_t = -\gamma\mu$$

   In altre parole, i saldi monetari reali dipendono dal tasso di crescita dell'offerta di moneta. Quando il tasso di crescita dell'offerta di moneta aumenta, i saldi monetari reali diminuiscono. Ciò è ragionevole in termini del modello presentato nel capitolo 4, poiché un aumento del tasso di crescita dell'offerta di moneta implica un aumento del tasso di inflazione, il che rende meno desiderabile detenere saldi monetari.
   (b) Se il tasso di crescita dell'offerta di moneta rimane costante, l'aumento dell'offerta di moneta m_t fa aumentare il livello dei prezzi p_t della stessa misura.
   (c) Se l'offerta di moneta rimane costante al livello m_t, una variazione del tasso di crescita dell'offerta di moneta fa variare il livello dei prezzi nello stesso verso.
   (d) Se la banca centrale riduce il tasso di crescita dell'offerta di moneta μ, il livello dei prezzi diminuisce immediatamente. Per compensare questa diminuzione del livello dei prezzi, la banca centrale può aumentare il livello di offerta di moneta corrente, m_t, come abbiamo visto nella parte (b). Queste risposte presuppongono che in ogni istante gli agenti privati si attendano che il tasso di crescita dell'offerta di moneta rimanga invariato, cosicché il cambiamento della politica economica li coglie di sorpresa; tuttavia, dopo che il cambiamento è avvenuto, esso è perfettamente credibile. In pratica, tuttavia, il settore privato potrebbe non ritenere credibile che un *aumento* dell'offerta di moneta corrente indichi una *diminuzione* dei tassi di crescita dell'offerta di moneta in futuro.
   (e) Se la domanda di moneta non dipende dal tasso di inflazione atteso, il livello dei prezzi varia soltanto quando varia l'offerta di moneta stessa. In altre parole, le variazioni del tasso di crescita dell'offerta di moneta μ non influenzano il livello dei prezzi. Nella parte (d) la banca centrale è in grado di tenere costante il livello dei prezzi corrente p_t semplicemente tenendo costante l'offerta di moneta corrente m_t.

2. Un agente riceve all'inizio del periodo lavorativo (30 giorni) un reddito pari a 3000€. Di questo reddito, la metà è spesa nei primi dieci giorni, un terzo nei cinque giorni successivi, e la parte restante negli ultimi 15 giorni. In ogni sub-intervallo considerato lo schema di pagamento e lineare.

a) Determinate la domanda di moneta (giacenza media) di questo individuo.

Ora considerate che un altro agente, con lo stesso reddito mensile, ed esborsi lineari in tutto il periodo, possa anche investire le sue disponibilità in un deposito bancario che gli corrisponde un tasso di interesse del 10% (mensile), e prelevare di volta in volta con il bancomat una somma fissa di denaro pari ad 1; il costo di ogni prelievo è di 2€.

b) Determinate l'ammontare ottimo da prelevare di volta in volta (il valore desiderato di Y) e la domanda di moneta di questo secondo individuo.

2. *Svolgimento*

a) La domanda di moneta del primo agente è la giacenza media dei suoi saldi monetari. Questa si calcola considerando prima per ogni sub-intervallo periodale al media dei saldi monetari detenuti dall'agente, e poi prendendo la media ponderata di queste medie, utilizzando come pesi le lunghezze relative (rispetto al mese) dei vari sub-intervalli. Nel 1° sub-intervallo, la cui durata è di 10 giorni, il soggetto detiene all'inizio 3000€, ed ala fine 1500€. La sua giacenza media sarà quindi di 2250€. Nel 2 periodo, di 3 giorni, avrà all'inizio 1500€ e 500€ al termine. La sua giacenza media è di 1000€. Infine, nel 3° sub-intervallo, che dura 15 giorni, egli dispone inizialmente di 30€ che esaurisce alo scadere del 30° giorno, quando il suo reddito gli viene erogato nuovamente. La giacenza media sarà quindi 250€. La media ponderata dei saldi monetari nei tre periodi è la domanda di moneta dell'individuo; essa e quindi pari a

$$M^d = 2250 * \frac{1}{3} + 1000 * \frac{1}{6} + 250 * \frac{1}{2} = 750 + 166{,}667 + 125 = 1041{,}667€$$

b) Un agente razionale si rende conto che non è opportuno lasciare inoperose le sue disponibilità se è possibile sfruttare il rendimento molto conveniente offerto dai depositi bancari. D'altronde non si può nemmeno prelevare troppo frequentemente con il bancomat, perché ogni operazione costa 2€. L'ammontare ottimale da disinvestire di volta in volta si determina minimizzando una funzione dei costi totali in cui compaiono i costi delle operazioni di disinvestimento, il cui numero è pari a (3000/Y), ed il costo opportunità di rinunciare, quando si preleva 1, al tasso di interesse corrisposto dai depositi bancari. La funzione di costo totale può scriversi come segue

$$CT = 2\left(\frac{3000}{Y}\right) + 0.1(\frac{Y}{2})$$

Si noti che la struttura lineare degli esborsi implica che la rinuncia al tasso di interesse corrisposto sui depositi bancari è relativa all'ammontare medio del prelievo.
La condizione per un minimo di CT si ottiene derivando rispetto ad Y ed eguagliando a zero;

$$\frac{\partial CT}{\partial Y} = -2\left(\frac{3000}{Y^2}\right) + \frac{0.1}{2} = 0$$

da cui si ricava che:

$$Y^2 = \frac{4 * 3000}{0.1} = 40 * 3000$$
$$Y = 120000^{\frac{1}{2}} = 346.410€$$

La domanda di moneta dell'agente è la giacenza media dei suoi saldi monetari, ed è quindi pari a Y/2:

$$M^d = 173.203€$$

3. Si consideri un modello a generazioni sovrapposte in cui gli individui vivono per due periodi. Ogni generazione riceve nel primo periodo (quando è "giovane") una dotazione dell'unico bene di consumo deperibile pari a y e ha la possibilità di usare la moneta M_t, come mezzo di scambio con la generazione dei "vecchi". Assumendo un contesto di certezza circa il livello futuro del prezzo P_{t+1} e la seguente funzione CRRA di utilità intertemporale

$$U = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \rho \frac{c_{t+1}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

Dove ρ e σ rappresentano rispettivamente il tasso di preferenza intertemporale e il coefficiente di avversione relativa al rischio, rispettivamente, si richiede:

a) di specificare il vincolo di bilancio nel periodo t+1 per un individuo generico
b) di determinare il tasso di crescita ottimale del consumo come funzione del tasso netto di inflazione futuro $\pi_{t+1} = \ln(P_{t+1}/P_t)$
c) di derivare la domanda di saldi monetari reali $m_t = M_t/P_t$ e identificare l'effetto si di. Essa di un aumento del tasso di inflazione nel periodo t+1

3. *Svolgimento*

a. I vincoli di bilancio per 1due periodi di vita di ogni agente riflettono la possibilità di ciascuno nel primo periodo di allocare la propria dotazione y tra consumo immediato trasferimento nel periodo seguente attraverso la detenzione di saldi monetari, che vengono poi interamente consumati nell'ultimo periodo di vita. Analiticamente i vincoli possono quindi essere espressi da

$$M_t = P_{t+1} c_{t+1}$$

b. L'allocazione ottimale del consumo viene determinata come soluzione del seguente problema

$$\max_{m_t} \quad U = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \rho \frac{c_{t+1}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

$$s.t. \qquad c_t = y - \frac{M_t}{P_t} = y - m_t$$

$$s.t \quad c_{t+1} = \frac{M_t}{P_{t+1}} = \frac{M_t}{P_t}\frac{P_t}{P_{t+1}} = m_t \frac{P_t}{P_{t+1}}.$$

La condizione del primo ordine per la soluzione di questo problema richiede la seguente uguaglianza:

$$\frac{\partial}{\partial m_t} = -(y - m_t)^{-\sigma} + \rho \frac{P_t}{P_{t+1}}\left(m_t \frac{P_t}{P_{t+1}}\right)^{-\sigma} = 0;$$

Sostituendo i vincoli nell'equazione sopra si ottiene l'allocazione ottimale di consumo in termini del rapporto tra consumo futuro e presente:

$$-c_t^{-\sigma} + \rho \frac{P_t}{P_{t+1}} c_{t+1}^{-\sigma} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{c_{t+1}}{c_t} = \left(\rho \frac{P_t}{P_{t+1}}\right)^{1/\sigma}$$

Prendendo il logaritmo dell'espressione così ottenuta, otteniamo il tasso di crescita del consumo coerente con la soluzione del problema individuale, che risulta una funzione decrescente del tasso di inflazione:

$$\gamma_{t+1} \equiv \ln(c_{t+1} / c_t) = \frac{1}{\sigma} \ln \rho - \frac{1}{\sigma} \pi_{t+1}.$$

Un aumento del tasso d'inflazione atteso, quindi, provoca una riduzione del tasso di crescita del consumo. Questo accade perché un livello più alto dei prezzi futuri riduce li potere di acquisto della moneta, rendendo più costoso differirei l consumo nel tempo e generando una riallocazione a favore del consumo in t rispetto al consumo in t +1.

c. Per derivare la domanda di saldi monetari reali, si riprenda la condizione per un massimo trovata nel punto precedente:

$$\frac{\partial}{\partial m_t} = -(y - m_t)^{-\sigma} + \rho \frac{P_t}{P_{t+1}} \left(m_t \frac{P_t}{P_{t+1}} \right)^{-\sigma} = 0;$$

con un po' d'algebra, e notando che in prima approssimazione si può scrivere $\frac{P_{t+1}}{P_t} = 1 + \pi_{t+1}$ si ottiene:

$$\begin{aligned} y - m_t = \rho^{-\frac{1}{\sigma}} (1 + \pi_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}} \frac{m_t}{1 + \pi_{t+1}} &= \rho^{-\frac{1}{\sigma}} (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma} m_t \\ &= \alpha (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma} m_t \end{aligned}$$

Dove si è posto $\alpha = \rho^{-\frac{1}{\sigma}}$

Riaggiustando i termini si ottiene la domanda di saldi monetari reali, come funzione della dotazione iniziale di ricchezza e del tasso d'inflazione:

$$m_t = y \left[1 + \alpha (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma} \right]^{-1}$$

Mentre l'equazione appena trovata identifica una relazione univocamente crescente con la dotazione iniziale di ricchezza y, non è altrettanto univoca la relazione con il tasso d'inflazione. Quest'ultima, infatti, risulta dipendente dal coefficiente di avversione relativa al rischio, che identifica il peso relativo dell'effetto reddito rispetto all'effetto sostituzione tra il consumo immediato e quello differito. Analiticamente questo punto si rende visibile derivando la domanda di saldi monetari reali m_t rispetto al tasso di inflazione π_{t+1}:

$$\frac{\partial m_t}{\partial \pi_{t+1}} = -\alpha \frac{1-\sigma}{\sigma} y \left[1 + \alpha (1 + \pi_{t+1})^{(1-\sigma)/\sigma} \right]^{-2} (1 + \pi_{t+1})^{(1-2\sigma)/\sigma}$$

questa derivata è negativa per valori interiori all'unità ($\sigma < 1$), positiva per valori di σ superiori all'unità ($\sigma > 1$) e nulla per $\sigma = 1$ (che corrisponde ad una funzione di utilità logaritmica).

4. Si consideri il modello a generazioni sovrapposte descritto nell'esercizio precedente, e si assuma un tasso di preferenza intertemporale par a 2/3 e una funzione di utilità intertemporale logaritmica e separabile. Con riferimento ad un determinato periodo t in cui la dotazione dei nuovi nati è pari a 1000 e li tasso d'inflazione atteso per il periodo seguente è del 5%, si richiede:

a) di specificare il vincolo di bilancio nel periodo t e t+1 per i nati in t
b) di quantificare la loro domanda di saldi monetari reali
c) di determinare l'allocazione di consumo ottima
d) di analizzare gli effetti di un raddoppio del tasso di inflazione

4. *Svolgimento*

a. I vincoli di bilancio per i due periodi di vita di ogni agente equivalgono a quelli trovati nell'esercizio precedente e sono:

$c_t + m_t = 1000; \;\; m_t = 1.05c_{t+1}$

b. Per quantificare la domanda di saldi monetari reali è necessario risolvere il seguente problema di ottimizzazione vincolata:

$$\begin{aligned} \max_{m_t} \quad & U = \ln c_t + \frac{2}{3}\ln c \\ s.t. \quad & c_t = 1000 - m_t \\ s.t \quad & c_{t+1} = m_t / 1{,}05 \end{aligned}$$

La condizione del primo ordine è la seguente:

$$\frac{\partial}{\partial m_t} = -(1000 - m_t)^{-1} + \frac{2/3}{1{,}05}(m_t / 1{,}05)^{-1} = 0,$$

Che equivale a quella trovata nell'esercizio precedente nel caso di $\sigma = 1$. La domanda di moneta della generazione nata in t è pari a:

$$m_t = y\frac{\rho}{1+\rho} = 1000 \cdot \frac{2}{5} = 400.$$

c. L'allocazione di consumo ottima si ottiene sostituendo la domanda di saldi monetari reali nei vincoli

$$c_t = y - m_t = 1000 - 400 = 600$$
$$c_{t+1} = m_t / (P_{t+1} / P_t) = 400 / 1{,}05 = 380{,}95.$$

d. Poiché l'utilità logaritmica (quindi gli effetti sostituzione equivalgono agli effetti reddito) allora alla domanda di moneta e una funzione lineare della sola dotazione iniziale e, quindi, qualunque variazione del tasso d'inflazione non ha su di essa nessun effetto:

$$m_t' = m_t = 400$$

L'allocazione ottima di consumo, di conseguenza, è modificata dal raddoppio del tasso d'inflazione solo nella componente di consumo futuro, che si riduce:

$$c_t = y - m_t' = 1000 - 400 = 600$$
$$c_{t+1} = m_t' / (P_{t+1}' / P_t) = 400 / 1{,}1 = 363{,}63$$