

Integrali

Primitiva di una funzione

Sia $f(x)$ una funzione definita in X , intervallo di \mathbb{R} . Si chiama *primitiva* di f , ogni funzione $F(x)$, derivabile in X , per cui si ha:

$$D[F(x)] = f(x), \quad \forall x \in X.$$

Conoscendo la funzione $f(x)$ è possibile ottenere una sua funzione primitiva $F(x)$?

Primitiva di una funzione

Sia $f(x)$ una funzione definita in X , intervallo di \mathbb{R} . Si chiama *primitiva* di f , ogni funzione $F(x)$, derivabile in X , per cui si ha:

$$D[F(x)] = f(x), \quad \forall x \in X.$$

Conoscendo la funzione $f(x)$ è possibile ottenere una sua funzione primitiva $F(x)$?

Controllare se la funzione

$$F(x) = \text{sen}x + 5$$

è una primitiva di

$$f(x) = \cos x$$

Calcoliamo la derivata di F :

$$D[F(x)] = D[\text{sen}x + 5] = \cos x = f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$



La funzione

$$F(x) = \text{sen}x + 5$$

è una primitiva di

$$f(x) = \cos x.$$

QUESTIONI DA RISOLVERE

- Esistenza di soluzioni;
- eventuale unicità;
- metodi per ottenere tali soluzioni.

QUESTIONI DA RISOLVERE

- Esistenza di soluzioni;
- **eventuale unicità**;
- metodi per ottenere tali soluzioni.

QUESTIONI DA RISOLVERE

- Esistenza di soluzioni;
- **eventuale unicità**;
- metodi per ottenere tali soluzioni.

TEOREMA (Esistenza di primitive di una funzione.)

Sia $f(x)$ una funzione definita in X .

Se f è continua in X , allora essa ammette primitive.

TEOREMA (Caratterizzazione delle primitive di una funzione.)

Sia $f(x)$ una funzione definita in X . Se f è dotata di primitive, allora esse sono in numero infinito e sono tra loro uguali a meno di una costante, ossia se

- $F(x)$ è una primitiva per f , anche la funzione $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ è ancora una primitiva di f ;
- se $F(x)$ e $G(x)$ sono due primitive di f , allora la loro differenza è costante, cioè

$$F(x) - G(x) = c$$

TEOREMA (Caratterizzazione delle primitive di una funzione.)

Sia $f(x)$ una funzione definita in X . Se f è dotata di primitive, allora esse sono in numero infinito e sono tra loro uguali a meno di una costante, ossia se

- $F(x)$ è una primitiva per f , anche la funzione $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ è ancora una primitiva di f ;
- se $F(x)$ e $G(x)$ sono due primitive di f , allora la loro differenza è costante, cioè

$$F(x) - G(x) = c$$

TEOREMA (Caratterizzazione delle primitive di una funzione.)

Sia $f(x)$ una funzione definita in X . Se f è dotata di primitive, allora esse sono in numero infinito e sono tra loro uguali a meno di una costante, ossia se

- $F(x)$ è una primitiva per f , anche la funzione $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ è ancora una primitiva di f ;
- se $F(x)$ e $G(x)$ sono due primitive di f , allora la loro differenza è costante, cioè

$$F(x) - G(x) = c$$

TEOREMA (Caratterizzazione delle primitive di una funzione.)

Sia $f(x)$ una funzione definita in X . Se f è dotata di primitive, allora esse sono in numero infinito e sono tra loro uguali a meno di una costante, ossia se

- $F(x)$ è una primitiva per f , anche la funzione $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ è ancora una primitiva di f ;
- se $F(x)$ e $G(x)$ sono due primitive di f , allora la loro differenza è costante, cioè

$$F(x) - G(x) = c$$

TEOREMA (Caratterizzazione delle primitive di una funzione.)

Sia $f(x)$ una funzione definita in X . Se f è dotata di primitive, allora esse sono in numero infinito e sono tra loro uguali a meno di una costante, ossia se

- $F(x)$ è una primitiva per f , anche la funzione $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ è ancora una primitiva di f ;
- se $F(x)$ e $G(x)$ sono due primitive di f , allora la loro differenza è costante, cioè

$$F(x) - G(x) = c$$

definizione

Sia $f(x)$ una funzione dotata di primitive.

L'insieme di tali primitive si chiama *integrale indefinito* di f e si indica con

$$\int f(x)dx$$

Questo insieme è formato da funzioni che differiscono per una costante; pertanto si usa scrivere:

$$\int f(x)dx = F(x) + c, \quad c \in \mathbb{R},$$

dove $F(x)$ è una qualunque primitiva di f , ossia

$$D[F(x)] = f(x)$$

Integrale indefinito.

definizione

Sia $f(x)$ una funzione dotata di primitive.

L'insieme di tali primitive si chiama *integrale indefinito* di f e si indica con

$$\int f(x)dx$$

Questo insieme è formato da funzioni che differiscono per una costante; pertanto si usa scrivere:

$$\int f(x)dx = F(x) + c, \quad c \in \mathbb{R},$$

dove $F(x)$ è una qualunque primitiva di f , ossia

$$D[F(x)] = f(x)$$

Integrale indefinito.

definizione

Sia $f(x)$ una funzione dotata di primitive.

L'insieme di tali primitive si chiama *integrale indefinito* di f e si indica con

$$\int f(x)dx$$

Questo insieme è formato da funzioni che differiscono per una costante; pertanto si usa scrivere:

$$\int f(x)dx = F(x) + c, \quad c \in \mathbb{R},$$

dove $F(x)$ è una qualunque primitiva di f , ossia

$$D[F(x)] = f(x)$$

Integrale indefinito.

definizione

Sia $f(x)$ una funzione dotata di primitive.

L'insieme di tali primitive si chiama *integrale indefinito* di f e si indica con

$$\int f(x)dx$$

Questo insieme è formato da funzioni che differiscono per una costante; pertanto si usa scrivere:

$$\int f(x)dx = F(x) + c, \quad c \in \mathbb{R},$$

dove $F(x)$ è una qualunque primitiva di f , ossia

$$D[F(x)] = f(x)$$

Calcolare l'integrale indefinito di $f(x) = 2x$.

La funzione

$$F(x) = x^2$$

ha come derivata

$$f(x) = 2x$$

$F(x)$ è una primitiva di $f(x)$. Si ha

$$\int 2x dx = x^2 + c.$$

Calcolare l'integrale indefinito di $f(x) = 2x$.

La funzione

$$F(x) = x^2$$

ha come derivata

$$f(x) = 2x$$

$F(x)$ è una primitiva di $f(x)$. Si ha

$$\int 2x dx = x^2 + c.$$

Calcolare l'integrale indefinito di $f(x) = 2x$.

La funzione

$$F(x) = x^2$$

ha come derivata

$$f(x) = 2x$$

$F(x)$ è una primitiva di $f(x)$. Si ha

$$\int 2x dx = x^2 + c.$$

Calcolare l'integrale indefinito di $f(x) = 2x$.

La funzione

$$F(x) = x^2$$

ha come derivata

$$f(x) = 2x$$

$F(x)$ è una primitiva di $f(x)$. Si ha

$$\int 2x dx = x^2 + c.$$

Il calcolo di un integrale è un'operazione che presenta, in generale, notevoli difficoltà.

Anche se la funzione da integrare è continua e, quindi, dotata di primitive, non esiste una strategia certa che permetta di risolverlo.

Il calcolo di un integrale è un'operazione che presenta, in generale, notevoli difficoltà.

Anche se la funzione da integrare è continua e, quindi, dotata di primitive, non esiste una strategia certa che permetta di risolverlo.

Proprietà

- decomposizione in somma:

$$\int af(x) + bg(x) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

Alcune tecniche di integrazione:

- integrazione per parti;
- integrazione per sostituzione;
- integrazione delle funzioni razionali;
- ecc.

Proprietà

- decomposizione in somma:

$$\int af(x) + bg(x) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

Alcune tecniche di integrazione:

- **integrazione per parti;**
- **integrazione per sostituzione;**
- integrazione delle funzioni razionali;
- ecc.

Proprietà

- decomposizione in somma:

$$\int af(x) + bg(x) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

Alcune tecniche di integrazione:

- **integrazione per parti;**
- **integrazione per sostituzione;**
- integrazione delle funzioni razionali;
- ecc.

Proprietà

- decomposizione in somma:

$$\int af(x) + bg(x) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

Alcune tecniche di integrazione:

- **integrazione per parti;**
- **integrazione per sostituzione;**
- **integrazione delle funzioni razionali;**
- ecc.

Proprietà

- decomposizione in somma:

$$\int af(x) + bg(x) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

Alcune tecniche di integrazione:

- **integrazione per parti;**
- **integrazione per sostituzione;**
- **integrazione delle funzioni razionali;**
- **ecc.**

Dalla tabella delle derivate delle funzioni elementari e ricordando la regola di derivazione delle funzioni composte è, immediato, ottenere i seguenti integrali indefiniti

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log|x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log|f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log|x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log|f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log|x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log|f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log|x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log|f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log|x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log|f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx =$$

$$= \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

Integrali immediati

$$\int 1 \, dx = x + c$$

$$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{1}{x} \, dx = \log |x| + c$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log a} + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

$$\int f(x)^\alpha f'(x) \, dx = \frac{f(x)^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c, \alpha \neq -1$$

$$\int f(x)^{-1} f'(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \log |f(x)| + c$$

$$\int \sqrt{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{2}{3} \sqrt{f(x)^3} + c$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) \, dx = \frac{a^{f(x)}}{\log a} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) \, dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + c$$

$$\int (1 + \operatorname{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \operatorname{tg} x + c$$

$$\int \sin(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \sin(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \operatorname{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \operatorname{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int \text{sen} x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \text{sen} x + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2 x) \, dx =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \text{tg} x + c$$

$$\int \text{sen}(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \cos(f(x)) f'(x) \, dx =$$

$$= \text{sen}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \text{tg}^2(f(x))) f'(x) \, dx =$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx =$$

$$= \text{tg}(f(x)) + c$$

$$\int (1 + \cotg^2 x) dx = \int (1 + \cotg^2 (f(x))) f'(x) dx =$$

$$= \int \frac{1}{\text{sen}^2 x} dx =$$

$$= -\cotg x + c$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\text{sen}^2 f(x)} dx =$$

$$= -\cotg (f(x)) + c$$

$$\int (1 + \operatorname{cotg}^2 x) dx = \int (1 + \operatorname{cotg}^2 (f(x))) f'(x) dx =$$

$$= \int \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} dx =$$

$$= -\operatorname{cotg} x + c$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\operatorname{sen}^2 f(x)} dx =$$

$$= -\operatorname{cotg} (f(x)) + c$$

$$\int (1 + \cotg^2 x) dx = \int (1 + \cotg^2 (f(x))) f'(x) dx =$$

$$= \int \frac{1}{\text{sen}^2 x} dx =$$

$$= -\cotg x + c$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\text{sen}^2 f(x)} dx =$$

$$= -\cotg (f(x)) + c$$

$$\int (1 + \cotg^2 x) dx = \int (1 + \cotg^2 (f(x))) f'(x) dx =$$

$$= \int \frac{1}{\text{sen}^2 x} dx =$$

$$= -\cotg x + C$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\text{sen}^2 f(x)} dx =$$

$$= -\cotg (f(x)) + C$$

$$\int (1 + \operatorname{cotg}^2 x) dx = \int (1 + \operatorname{cotg}^2 (f(x))) f'(x) dx =$$

$$= \int \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} dx =$$

$$= -\operatorname{cotg} x + c$$

$$= \int \frac{f'(x)}{\operatorname{sen}^2 f(x)} dx =$$

$$= -\operatorname{cotg} (f(x)) + c$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \begin{cases} \operatorname{arctg} X + c \\ -\operatorname{arctg} X + c \end{cases}$$

$$\int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx = \begin{cases} \operatorname{arctg}(f(x)) + c \\ -\operatorname{arctg}(f(x)) + c \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \begin{cases} \arcsen X + c \\ -\arccos X + c \end{cases}$$

$$|x| < 1$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}} dx = \begin{cases} \arcsen(f(x)) + c \\ -\arccos(f(x)) + c \end{cases}$$

$$|f(x)| < 1$$

Integrazione per parti

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx.$$

Chiameremo $f(x)$ il fattore finito, mentre $g'(x)$ è detto fattore differenziale.

Integrazione per parti

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx.$$

Chiameremo $f(x)$ il fattore finito, mentre $g'(x)$ è detto fattore differenziale.

Integrazione per parti

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx.$$

Chiameremo $f(x)$ il fattore finito, mentre $g'(x)$ è detto fattore differenziale.

$$\begin{aligned} \bullet \int x \log x dx &= \int D\left[\frac{x^2}{2}\right] \log x dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} D[\log x] dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x}{2} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bullet \int x \log x dx &= \int D\left[\frac{x^2}{2}\right] \log x dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} D[\log x] dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x}{2} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int x \log x dx &= \int D\left[\frac{x^2}{2}\right] \log x dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} D[\log x] dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x}{2} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int x \log x dx &= \int D\left[\frac{x^2}{2}\right] \log x dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} D[\log x] dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x}{2} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bullet \int x \log x dx &= \int D\left[\frac{x^2}{2}\right] \log x dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} D[\log x] dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x}{2} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int x \log x dx &= \int D\left[\frac{x^2}{2}\right] \log x dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} D[\log x] dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \int \frac{x}{2} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + c \end{aligned}$$

- $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x = xe^x - e^x + c$

- $\int x e^x dx = x e^x - \int e^x = x e^x - e^x + c$

- $\int x e^x dx = x e^x - \int e^x = x e^x - e^x + c$

$$\begin{aligned} \bullet \int \log x dx &= \int 1 \cdot \log x dx = \int D[x] \log x dx = \\ &= x \log x - \int x D[\log x] dx = \\ &= x \log x - \int x \frac{1}{x} dx = x \log x - x + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int \log x dx &= \int 1 \cdot \log x dx = \int D[x] \log x dx = \\ &= x \log x - \int x D[\log x] dx = \\ &= x \log x - \int x \frac{1}{x} dx = x \log x - x + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int \log x dx &= \int 1 \cdot \log x dx = \int D[x] \log x dx = \\ &= x \log x - \int x D[\log x] dx = \\ &= x \log x - \int x \frac{1}{x} dx = x \log x - x + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int \log x dx &= \int 1 \cdot \log x dx = \int D[x] \log x dx = \\ &= x \log x - \int x D[\log x] dx = \\ &= x \log x - \int x \frac{1}{x} dx = x \log x - x + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int \log x dx &= \int 1 \cdot \log x dx = \int D[x] \log x dx = \\ &= x \log x - \int x D[\log x] dx = \\ &= x \log x - \int x \frac{1}{x} dx = x \log x - x + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int \log x dx &= \int 1 \cdot \log x dx = \int D[x] \log x dx = \\ &= x \log x - \int x D[\log x] dx = \\ &= x \log x - \int x \frac{1}{x} dx = x \log x - x + c \end{aligned}$$

Integrazione per sostituzione

Il metodo di integrazione per sostituzione si basa sulla seguente uguaglianza:

$$\int f(x) dx = \left[\int f(g(y)) \cdot g'(y) dy \right]_{y=g^{-1}(x)},$$

mediante la quale l'integrale di partenza:

$$\int f(x) dx$$

viene ricondotto all'integrale:

$$\int f(g(y)) \cdot g'(y) dy,$$

attraverso la sostituzione

$$y = g^{-1}(x) \Leftrightarrow x = g(y),$$

$$dx = g'(y)dy,$$

con $g(y)$ funzione derivabile ed invertibile.

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Calcoliamo

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$$

Poniamo:

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, \quad dx = D[y^2]dy = 2ydy,$$

da cui

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx = \int 2y \operatorname{arctg}y dy$$

Integrando per parti

$$\begin{aligned} \int 2y \operatorname{arctg}y dy &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - \int \frac{y^2+1-1}{1+y^2} dy \\ &= y^2 \operatorname{arctg}y - y + \operatorname{arctg}y + c \end{aligned}$$

Dunque

$$\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx = x \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x} + c.$$

Sia $f(x)$ una funzione definita e continua in un intervallo $[a, b]$, si definisce **integrale definito** la differenza tra il valore assunto da una qualunque primitiva $F(x)$ di $f(x)$ in b e il valore assunto dalla stessa primitiva in a , e si scrive

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$$

Sia $f(x)$ una funzione definita e continua in un intervallo $[a, b]$, si definisce **integrale definito** la differenza tra il valore assunto da una qualunque primitiva $F(x)$ di $f(x)$ in b e il valore assunto dalla stessa primitiva in a , e si scrive

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$$

Sia $f(x)$ una funzione definita e continua in un intervallo $[a, b]$, si definisce **integrale definito** la differenza tra il valore assunto da una qualunque primitiva $F(x)$ di $f(x)$ in b e il valore assunto dalla stessa primitiva in a , e si scrive

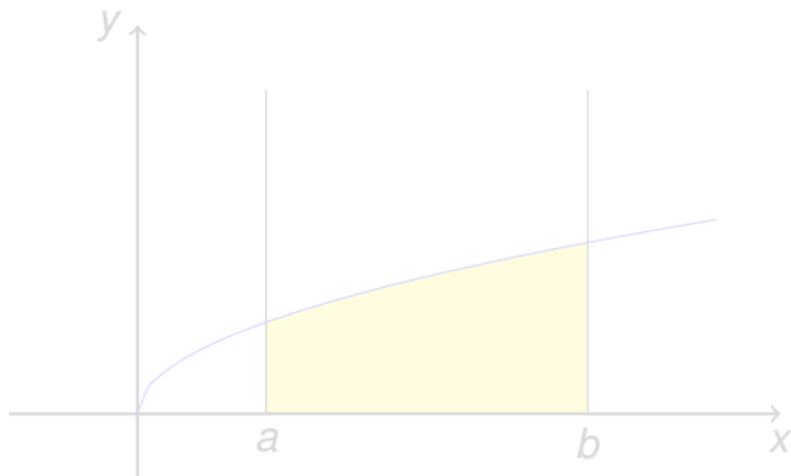
$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$$

Interpretazione geometrica

Se $f(x) > 0$

$$\int_a^b f(x) dx$$

rappresenta l'**area** della porzione di piano racchiusa tra l'asse x , il grafico di $f(x)$ e le rette verticali di equazioni $x = a$ e $x = b$.

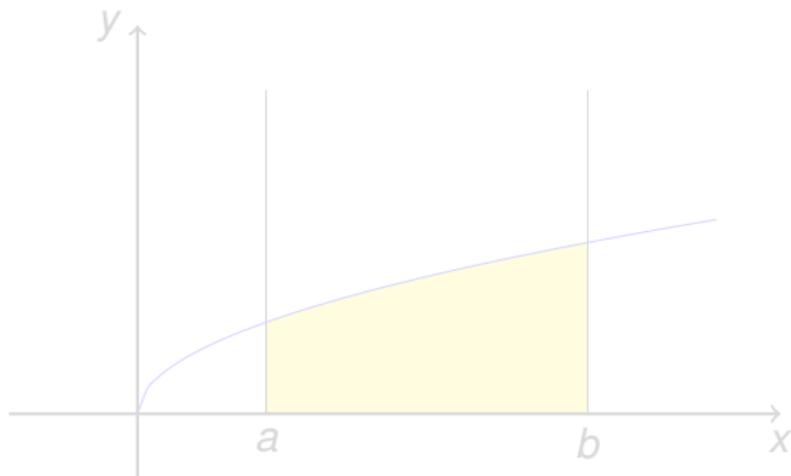


Interpretazione geometrica

Se $f(x) > 0$

$$\int_a^b f(x) dx$$

rappresenta l'**area** della porzione di piano racchiusa tra l'asse x , il grafico di $f(x)$ e le rette verticali di equazioni $x = a$ e $x = b$.

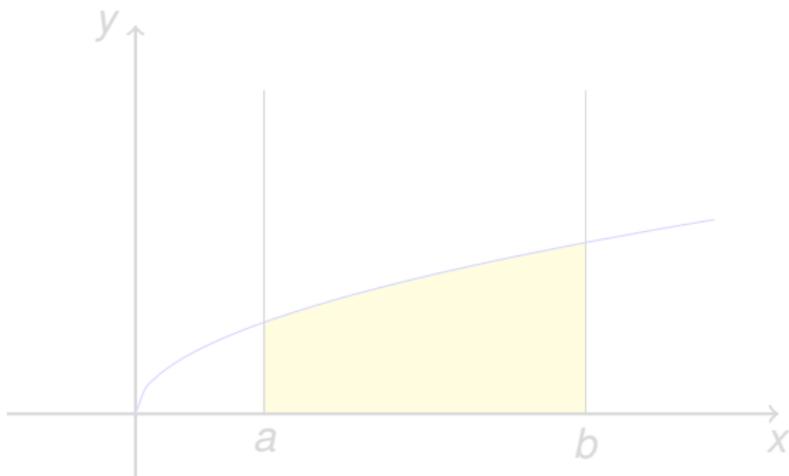


Interpretazione geometrica

Se $f(x) > 0$

$$\int_a^b f(x) dx$$

rappresenta l'**area** della porzione di piano racchiusa tra l'asse x , il grafico di $f(x)$ e le rette verticali di equazioni $x = a$ e $x = b$.

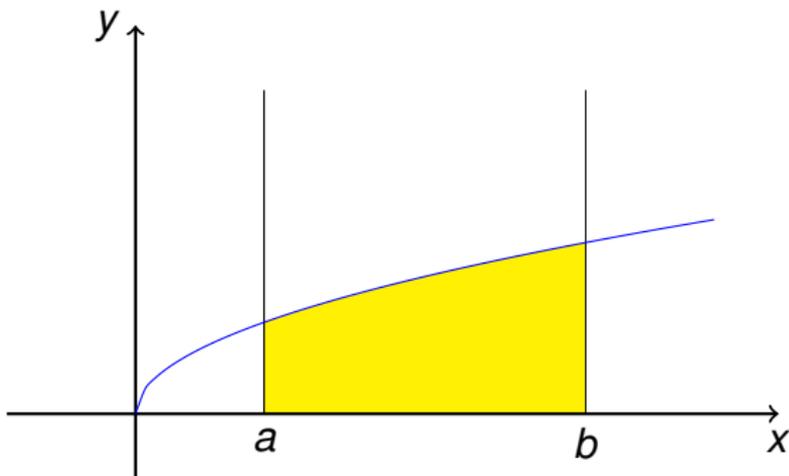


Interpretazione geometrica

Se $f(x) > 0$

$$\int_a^b f(x) dx$$

rappresenta l'**area** della porzione di piano racchiusa tra l'asse x , il grafico di $f(x)$ e le rette verticali di equazioni $x = a$ e $x = b$.



Funzione integrale

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Risulta integrabile in ogni intervallo $[a, x]$ con $x \leq b$.

Definizione

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Si definisce **funzione integrale di f in $[a, b]$** la funzione
 $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ che ad ogni x di $[a, b]$ associa

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

Funzione integrale

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Risulta integrabile in ogni intervallo $[a, x]$ con $x \leq b$.

Definizione

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Si definisce **funzione integrale di f in $[a, b]$** la funzione
 $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ che ad ogni x di $[a, b]$ associa

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

Funzione integrale

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Risulta integrabile in ogni intervallo $[a, x]$ con $x \leq b$.

Definizione

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Si definisce **funzione integrale di f in $[a, b]$** la funzione
 $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ che ad ogni x di $[a, b]$ associa

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Risulta integrabile in ogni intervallo $[a, x]$ con $x \leq b$.

Definizione

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Si definisce **funzione integrale di f in $[a, b]$** la funzione
 $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ che ad ogni x di $[a, b]$ associa

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Risulta integrabile in ogni intervallo $[a, x]$ con $x \leq b$.

Definizione

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Si definisce **funzione integrale di f in $[a, b]$** la funzione
 $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ che ad ogni x di $[a, b]$ associa

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

Teorema di additività

Sia $f(x)$ una funzione integrabile in un intervallo $[a, b]$.

Considerato un punto c in $]a, b[$ risulta

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Teorema di additività

Sia $f(x)$ una funzione integrabile in un intervallo $[a, b]$.
Considerato un punto c in $]a, b[$ risulta

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Teorema della media

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$. Siano m e M rispettivamente l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f in $[a, b]$. Allora

$$m(b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b - a)$$

Teorema della media per funzioni continue

Sia $f(x)$ una funzione continua in un intervallo $[a, b]$. Allora esiste un punto c in $]a, b[$ tale che

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$

Teorema della media

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$. Siano m e M rispettivamente l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f in $[a, b]$. Allora

$$m(b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b - a)$$

Teorema della media per funzioni continue

Sia $f(x)$ una funzione continua in un intervallo $[a, b]$. Allora esiste un punto c in $]a, b[$ tale che

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$

Teorema della media

Sia $f(x)$ una funzione limitata e integrabile in un intervallo $[a, b]$. Siano m e M rispettivamente l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f in $[a, b]$. Allora

$$m(b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b - a)$$

Teorema della media per funzioni continue

Sia $f(x)$ una funzione continua in un intervallo $[a, b]$. Allora esiste un punto c in $]a, b[$ tale che

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$

Estensione del concetto di integrale definito a:

- funzioni non limitate
- intervalli non limitati

Estensione del concetto di integrale definito a:

- funzioni non limitate
- intervalli non limitati

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b]$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b]$.
 $f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b]$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Integrazione di funzioni non limitate.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $]a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in a e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in a). Allora **esiste**

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow a^+} F(t) -$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.

$f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, b[$.
 $f(x)$ sia regolare in b e risulti:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty \quad (\text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty).$$

($f(x)$ non limitata in b). Allora **esiste**

$$\int_a^t f(x) dx = F(t) - F(a), \quad \forall t \in]a, b[$$

Si pone:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

$f(x)$ sia regolare in a e b dove ammette limite infinito ($f(x)$ non limitata in a e in b).

Allora si ha

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in]a, b[.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

$f(x)$ sia regolare in a e b dove ammette limite infinito ($f(x)$ non limitata in a e in b).

Allora si ha

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in]a, b[.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

$f(x)$ sia regolare in a e b dove ammette limite infinito ($f(x)$ non limitata in a e in b).

Allora si ha

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in]a, b[.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

$f(x)$ sia regolare in a e b dove ammette limite infinito ($f(x)$ non limitata in a e in b).

Allora si ha

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in]a, b[.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

$f(x)$ sia regolare in a e b dove ammette limite infinito ($f(x)$ non limitata in a e in b).

Allora si ha

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in]a, b[.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

$f(x)$ sia regolare in a e b dove ammette limite infinito ($f(x)$ non limitata in a e in b).

Allora si ha

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in]a, b[.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

$f(x)$ sia regolare in a e b dove ammette limite infinito ($f(x)$ non limitata in a e in b).

Allora si ha

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in]a, b[.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, b]$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

Integrazione di funzioni su intervalli illimitati.

Sia $f(x)$ definita nell'intervallo $] - \infty, b]$ e ivi continua.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[t, b]$, $\forall t \in (-\infty, b[$.

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t).$$

Si pone

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow -\infty} F(t).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $] - \infty, b]$

Integrazione di funzioni su intervalli illimitati.

Sia $f(x)$ definita nell'intervallo $] - \infty, b]$ e ivi continua.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[t, b]$, $\forall t \in (-\infty, b[$.

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t).$$

Si pone

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow -\infty} F(t).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $] - \infty, b]$

Integrazione di funzioni su intervalli illimitati.

Sia $f(x)$ definita nell'intervallo $] - \infty, b]$ e ivi continua.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[t, b]$, $\forall t \in (-\infty, b[$.

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t).$$

Si pone

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow -\infty} F(t).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $] - \infty, b]$

Integrazione di funzioni su intervalli illimitati.

Sia $f(x)$ definita nell'intervallo $] - \infty, b]$ e ivi continua.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[t, b]$, $\forall t \in (-\infty, b[$.

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t).$$

Si pone

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow -\infty} F(t).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $] - \infty, b]$

Integrazione di funzioni su intervalli illimitati.

Sia $f(x)$ definita nell'intervallo $] - \infty, b]$ e ivi continua.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[t, b]$, $\forall t \in (-\infty, b[$.

$$\int_t^b f(x) dx = F(b) - F(t).$$

Si pone

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x) dx = F(b) - \lim_{t \rightarrow -\infty} F(t).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $] - \infty, b]$

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, +\infty[$.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[a, t]$, $\forall t \in]a, +\infty[$.

Si pone

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, +\infty[$

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, +\infty[$.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[a, t]$, $\forall t \in]a, +\infty[$.

Si pone

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, +\infty[$

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, +\infty[$.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[a, t]$, $\forall t \in]a, +\infty[$.

Si pone

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, +\infty[$

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, +\infty[$.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[a, t]$, $\forall t \in]a, +\infty[$.

Si pone

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, +\infty[$

Sia $f(x)$ definita e continua nell'intervallo $[a, +\infty[$.

Allora $f(x)$ è continua e limitata in ogni intervallo chiuso $[a, t]$, $\forall t \in]a, +\infty[$.

Si pone

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) - F(a).$$

Se tale limite esiste finito si dice che $f(x)$ è **integrabile** in $[a, +\infty[$

Sia $f(x)$ definita e continua in tutto \mathbb{R} . \Downarrow

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^c f(x) dx + \int_c^{+\infty} f(x) dx.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti la funzione si dice integrabile in $] -\infty, +\infty[$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

Sia $f(x)$ definita e continua in tutto \mathbb{R} . \Downarrow

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^c f(x) dx + \int_c^{+\infty} f(x) dx.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti la funzione si dice integrabile in $] -\infty, +\infty[$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .

Sia $f(x)$ definita e continua in tutto \mathbb{R} . \Downarrow

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^c f(x) dx + \int_c^{+\infty} f(x) dx.$$

Se i due integrali impropri al secondo membro esistono e sono finiti la funzione si dice integrabile in $] -\infty, +\infty[$.

Si dimostra che il valore così ottenuto non dipende dalla scelta di c .