Sistemi Lineari

16 novembre 2020

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$**

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.
Esempio:

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{matrice}\ 2 \times 3$

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{matrice}\ 2 \times 3$ $\mathrm{matrice}\ 3 \times 2$

Matrici

Assegnati due numeri naturali m ed n, si definisce **matrice di m righe ed n colonne**, o **matrice di dimensione $m \times n$** una tabella di $m \times n$ numeri reali disposti in m righe e n colonne.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{matrice } 2 \times 3 \qquad \text{matrice } 3 \times 2 \qquad \text{matrice } 3 \times 3$$

Matrici

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

è una matrice di dimensione $m \times n$

Matrici

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

è una matrice di dimensione $m \times n$. In forma compatta, si scrive:

Matrici

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

è una matrice di dimensione $m \times n$. In forma compatta, si scrive:

$$\mathrm{A} = (a_{i,j}),$$

Matrici

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

è una matrice di dimensione $m \times n$. In forma compatta, si scrive:

$$\mathrm{A} = (a_{i,j}), \quad \begin{matrix} i = 1, \cdots, m \\ j = 1, \cdots, n \end{matrix}$$

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione 4×3

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione 4×3
- $a_{1,2} =$

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione 4×3
- $a_{1,2} = 3,$

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione 4×3
- $a_{1,2} = 3,\ a_{2,3} =$

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione 4×3
- $a_{1,2} = 3,\ a_{2,3} = 5,$

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione 4×3
- $a_{1,2} = 3,\ a_{2,3} = 5,\ a_{4,1} =$

Esempio

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

- la matrice E ha dimensione 4×3
- $a_{1,2} = 3,\ a_{2,3} = 5,\ a_{4,1} = 3$

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga**

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

$$A = (1 \ \ -4 \ \ 3)$$

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

$$A = (1 \quad -4 \quad 3)$$

- **matrice colonna**

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

$$A = (1 \ \ -4 \ \ 3)$$

- **matrice colonna** o **vettore colonna**, se $n = 1$;

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

$$A = (1 \ \ -4 \ \ 3)$$

- **matrice colonna** o **vettore colonna**, se $n = 1$;

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

$$A = (1 \quad -4 \quad 3)$$

- **matrice colonna** o **vettore colonna**, se $n = 1$;

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- **matrice quadrata di ordine** m

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

$$A = (1 \quad -4 \quad 3)$$

- **matrice colonna** o **vettore colonna**, se $n = 1$;

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- **matrice quadrata di ordine** m, se $m = n$;

Matrici particolari

Una matrice di dimensione $m \times n$ si dice

- **matrice riga** o **vettore riga**, se $m = 1$;

$$A = (1 \quad -4 \quad 3)$$

- **matrice colonna** o **vettore colonna**, se $n = 1$;

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- **matrice quadrata di ordine** m, se $m = n$;

$$\mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrice trasposta

Data una matrice

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

di dimensione $m \times n$,

Matrice trasposta

Data una matrice

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

di dimensione $m \times n$, la matrice

$$\mathrm{A}' = \mathrm{A}^{\mathrm{T}}$$

Matrice trasposta

Data una matrice

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

di dimensione $m \times n$, la matrice

$$\mathrm{A}' = \mathrm{A}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{m,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{m,2} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{1,n} & a_{2,n} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

Matrice trasposta

Data una matrice

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

di dimensione $m \times n$, la matrice

$$\mathrm{A}' = \mathrm{A}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{m,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{m,2} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{1,n} & a_{2,n} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

di dimensione $n \times m$ è la

Matrice trasposta

Data una matrice

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

di dimensione $m \times n$, la matrice

$$\mathrm{A}' = \mathrm{A}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{m,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{m,2} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{1,n} & a_{2,n} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

di dimensione $n \times m$ è la **matrice trasposta** di A.

Esempio

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Esempio

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{A}^T$$

Esempio

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Esempio

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{D} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Esempio

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{D} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{D}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \iff (\underline{a}_1 \;\; \underline{a}_2 \;\; \underline{a}_3)$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \iff (\underline{a}_1 \;\; \underline{a}_2 \;\; \underline{a}_3) \iff \begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix}$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \iff (\underline{a}_1 \;\; \underline{a}_2 \;\; \underline{a}_3) \iff \begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix}$$

dove

$$\underline{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \iff (\underline{a}_1 \;\; \underline{a}_2 \;\; \underline{a}_3) \iff \begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix}$$

dove

$$\underline{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \; \underline{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \iff (\underline{a}_1 \;\; \underline{a}_2 \;\; \underline{a}_3) \iff \begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix}$$

dove

$$\underline{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \; \underline{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \; \underline{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \iff (\underline{a}_1 \;\; \underline{a}_2 \;\; \underline{a}_3) \iff \begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix}$$

dove

$$\underline{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \; \underline{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \; \underline{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b}_1 = (1 \;\; 3 \;\; 2)$$

Una matrice può essere rappresentata mediante i suoi vettori riga o colonna. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \iff (\underline{a}_1 \ \ \underline{a}_2 \ \ \underline{a}_3) \iff \begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix}$$

dove

$$\underline{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \ \underline{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \underline{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b}_1 = (1 \ \ 3 \ \ 2), \ \underline{b}_2 = (4 \ \ 1 \ \ 5).$$

Diagonale di una matrice quadrata

Sia $A = (a_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m

Diagonale di una matrice quadrata

Sia $A = (a_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m.

Si chiama **diagonale** (principale) di A

Diagonale di una matrice quadrata

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m.

Si chiama **diagonale** (principale) di A e si indica con diag(A) la m-pla di numeri $(a_{1,1}, a_{2,2}, \cdots, a_{m,m})$.

Diagonale di una matrice quadrata

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m.

Si chiama **diagonale** (principale) di A e si indica con diag(A) la m-pla di numeri $(a_{1,1}, a_{2,2}, \cdots, a_{m,m})$.
Esempio:

Diagonale di una matrice quadrata

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m.

Si chiama **diagonale** (principale) di A e si indica con diag(A) la m-pla di numeri $(a_{1,1}, a_{2,2}, \cdots, a_{m,m})$.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Diagonale di una matrice quadrata

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m.

Si chiama **diagonale** (principale) di A e si indica con diag(A) la m-pla di numeri $(a_{1,1}, a_{2,2}, \cdots, a_{m,m})$.
Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{diag(A)} = (7, 1, 8)$$

Matrici quadrate particolari

Sia $A = (a_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m

Matrici quadrate particolari

Sia $A = (a_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m. La matrice A è detta:

- **matrice diagonale**

Matrici quadrate particolari

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m. La matrice A è detta:

- **matrice diagonale** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0, \ \forall\, i \neq j$.

Matrici quadrate particolari

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m. La matrice A è detta:

- **matrice diagonale** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Matrici quadrate particolari

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m. La matrice A è detta:

- **matrice diagonale** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- **matrice identica** e si indica con I_m

Matrici quadrate particolari

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m. La matrice A è detta:

- **matrice diagonale** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- **matrice identica** e si indica con $\mathrm{I}_m \Leftrightarrow$ $a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j$

Matrici quadrate particolari

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m. La matrice A è detta:

- **matrice diagonale** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- **matrice identica** e si indica con $\mathrm{I}_m \Leftrightarrow$ $a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j,\ a_{i,i} = 1,\ \forall\, i$.

Matrici quadrate particolari

Sia $\mathrm{A} = (\mathrm{a}_{i,j})$ una matrice quadrata di ordine m. La matrice A è detta:

- **matrice diagonale** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- **matrice identica** e si indica con $\mathrm{I}_m \Leftrightarrow$ $a_{i,j} = 0,\ \forall\, i \neq j,\ a_{i,i} = 1,\ \forall\, i$. Esempio:

$$\mathrm{I}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrici quadrate particolari

- **matrice triangolare superiore**

Matrici quadrate particolari

- **matrice triangolare superiore** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i > j$.

Matrici quadrate particolari

- **matrice triangolare superiore** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i > j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Matrici quadrate particolari

- **matrice triangolare superiore** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i > j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- **matrice triangolare inferiore**

Matrici quadrate particolari

- **matrice triangolare superiore** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i > j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- **matrice triangolare inferiore** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i < j$.

Matrici quadrate particolari

- **matrice triangolare superiore** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i > j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- **matrice triangolare inferiore** $\Leftrightarrow a_{i,j} = 0,\ \forall\, i < j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica**

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica** $\Leftrightarrow A = A^T$

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica** $\Leftrightarrow A = A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = a_{j,i} \; \forall \; i, j$.

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica** $\Leftrightarrow A = A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = a_{j,i} \; \forall \; i, j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica** $\Leftrightarrow A = A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = a_{j,i} \; \forall \; i, j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- matrice **antisimmetrica**

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica** $\Leftrightarrow A = A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = a_{j,i} \; \forall \; i, j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- matrice **antisimmetrica** $\Leftrightarrow A = -A^T$

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica** $\Leftrightarrow A = A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = a_{j,i} \; \forall \; i, j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- matrice **antisimmetrica** $\Leftrightarrow A = -A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = -a_{j,i} \; \forall \; i \neq j$.

Matrici quadrate particolari

- matrice **simmetrica** $\Leftrightarrow A = A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = a_{j,i} \; \forall \; i, j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- matrice **antisimmetrica** $\Leftrightarrow A = -A^T \Leftrightarrow a_{i,j} = -a_{j,i} \; \forall \; i \neq j$. Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -4 & 1 & -5 \\ -3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$.

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e $\mathrm{A} = (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e $\mathrm{A} = (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j})$$

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e $\mathrm{A} = (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j}) = (\alpha \cdot a_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j}) = (\alpha \cdot a_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j}) = (\alpha \cdot a_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\alpha = 2$$

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e $\mathrm{A} = (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j}) = (\alpha \cdot a_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\alpha = 2,\quad \mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e $\mathrm{A} = (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j}) = (\alpha \cdot a_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\alpha = 2, \quad \mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha \cdot \mathrm{A}$$

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e $\mathrm{A} = (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j}) = (\alpha \cdot a_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\alpha = 2,\quad \mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha \cdot \mathrm{A} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Prodotto scalare - matrice

Siano $\alpha \in \mathcal{R}$ e $\mathrm{A} = (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$. Si definisce **prodotto** tra lo **scalare** α e la **matrice** A e si indica con il simbolo $\alpha \cdot \mathrm{A}$ la matrice

$$\mathrm{B} = (b_{i,j}) = (\alpha \cdot a_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\alpha = 2,\quad \mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha \cdot \mathrm{A} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -2 & 4 \\ 8 & 2 & 10 \\ -4 & 6 & 16 \end{pmatrix}$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$.

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j})$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j})$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix},\ \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix},\quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} \quad =$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix},\quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7+2 & -1-1 & 2+2 \\ 4+3 & 1+0 & 5-2 \\ -2+2 & 3+6 & 8+9 \end{pmatrix}$$

Somma matrice - matrice

Siano A $= (a_{i,j})$ e B $= (b_{i,j})$ due matrici $m \times n$. Si definisce **somma** di A e B e si indica con il simbolo A+B la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) = (a_{i,j} + b_{i,j}),\ \forall\, i, j$$

Esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix},\quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7+2 & -1-1 & 2+2 \\ 4+3 & 1+0 & 5-2 \\ -2+2 & 3+6 & 8+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 & 4 \\ 7 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 17 \end{pmatrix}$$

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A
2. gode della proprietà associativa

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A
2. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow$

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A
2. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow$ (A+B)+C=A+(B+C)

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A
2. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow$ (A+B)+C=A+(B+C)
3. esiste l'elemento neutro:

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A
2. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow$ (A+B)+C=A+(B+C)
3. esiste l'elemento neutro:

$$0_{m,n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A
2. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow$ (A+B)+C=A+(B+C)
3. esiste l'elemento neutro:

$$0_{m,n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

A+$0_{m,n}$

Proprietà della somma tra matrici

Siano A, B e C tre matrici $m \times n$. La somma tra matrici, come la somma tra numeri reali

1. gode della proprietà commutativa $\Leftrightarrow$ A+B=B+A
2. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow$ (A+B)+C=A+(B+C)
3. esiste l'elemento neutro:

$$0_{m,n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$A+0_{m,n}=A$

Proprietà della somma tra matrici

3. ogni elemento è dotato di opposto:

Proprietà della somma tra matrici

3. ogni elemento è dotato di opposto:

$$-A$$

Proprietà della somma tra matrici

3. ogni elemento è dotato di opposto:

$$-\mathrm{A} = -1 \cdot \mathrm{A}$$

Proprietà della somma tra matrici

3. ogni elemento è dotato di opposto:

$$-\mathrm{A} = -1 \cdot \mathrm{A} = \begin{pmatrix} -a_{1,1} & -a_{1,2} & \cdots & -a_{1,n} \\ -a_{2,1} & -a_{2,2} & \cdots & -a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ -a_{m,1} & -a_{m,2} & \cdots & -a_{m,n} \end{pmatrix}$$

Proprietà della somma tra matrici

3. ogni elemento è dotato di opposto:

$$-\mathrm{A} = -1 \cdot \mathrm{A} = \begin{pmatrix} -a_{1,1} & -a_{1,2} & \cdots & -a_{1,n} \\ -a_{2,1} & -a_{2,2} & \cdots & -a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ -a_{m,1} & -a_{m,2} & \cdots & -a_{m,n} \end{pmatrix}$$

$\mathrm{A}+(-\mathrm{A})$

Proprietà della somma tra matrici

3. ogni elemento è dotato di opposto:

$$-\mathrm{A} = -1 \cdot \mathrm{A} = \begin{pmatrix} -a_{1,1} & -a_{1,2} & \cdots & -a_{1,n} \\ -a_{2,1} & -a_{2,2} & \cdots & -a_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ -a_{m,1} & -a_{m,2} & \cdots & -a_{m,n} \end{pmatrix}$$

$\mathrm{A}+(-\mathrm{A})=0_{m,n}$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$< \underline{a}, \underline{b} >$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$< \underline{a}, \underline{b} >= 1 \cdot 2$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$< \underline{a}, \underline{b} >= 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 1$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$< \underline{a}, \underline{b} >= 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + 3 \cdot (-2)$$

Prodotto scalare

Siano $\underline{a}$ e $\underline{b}$ due vettori di ordine n. Si definisce **prodotto scalare** di $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{a} \times \underline{b}, \qquad < \underline{a}, \underline{b} >$$

lo scalare α dato da:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$< \underline{a}, \underline{b} >= 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = -6$$

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n.
Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c}$$

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

c_i

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

$$c_i = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_k$$

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

$$c_i = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_k, \quad i = 1, \dots, m$$

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

$$c_i = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_k, \quad i = 1, \dots, m$$

Nota

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

$$c_i = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_k, \quad i = 1, \dots, m$$

Nota: ciascuna componente c_i del vettore $\underline{c}$

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

$$c_i = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_k, \quad i = 1, \dots, m$$

Nota: ciascuna componente c_i del vettore $\underline{c}$ è il **prodotto scalare** della riga i-ma di A e $\underline{b}$:

Prodotto matrice - vettore

Siano A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e $\underline{b}$ un vettore (colonna) di ordine n. Si definisce **prodotto** di A e $\underline{b}$, e si indica con il simbolo A$\cdot\underline{b}$ il vettore (colonna) $\underline{c}$:

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}$$

dove

$$c_i = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_k, \quad i = 1, \dots, m$$

Nota: ciascuna componente c_i del vettore $\underline{c}$ è il **prodotto scalare** della riga i-ma di A e $\underline{b}$:

$$c_i = < \underline{a}_i^T, b >, \quad i = 1, \dots, m$$

Esempio

Siano:

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -1 \cdot (-1) \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -1 \cdot (-1) \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -1 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -1 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -1 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -2 \\ \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -1 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -1 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m,$$

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \; \ldots, p$$

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \; \ldots, p$$

dove:

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \ldots, p$$

dove:

$$c_{i,j}$$

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \; \ldots, p$$

dove:

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_{k,j}$$

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \; \ldots, p$$

dove:

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_{k,j}, \; \forall \, i, j$$

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \; \ldots, p$$

dove:

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_{k,j}, \; \forall \, i, j$$

Nota

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \; \ldots, p$$

dove:

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_{k,j}, \; \forall \, i, j$$

Nota: ciascun elemento $c_{i,j}$ della matrice C è il **prodotto scalare** della riga i-ma di A e della colonna $j-$ma di B:

Prodotto matrice - matrice

Sia A $= (a_{i,j})$ una matrice $m \times n$ e B $= (b_{i,j})$ una matrice $n \times p$. Si definisce **prodotto riga per colonna** di A e B e si indica con il simbolo A·B, la matrice

$$\mathrm{C} = (c_{i,j}) \quad i = 1, \ldots m, \; j = \; \ldots, p$$

dove:

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} \cdot b_{k,j}, \; \forall \, i, j$$

Nota: ciascun elemento $c_{i,j}$ della matrice C è il **prodotto scalare** della riga i-ma di A e della colonna $j-$ma di B:

$$c_{i,j} = < \underline{a}_i^T, b_j >, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n$$

Esempio

Siano

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 & \\ & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & \\ & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & \\ & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 \\ & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \\ & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 6 & \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 6 & 4 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 6 & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 6 & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 9 \end{pmatrix}$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 6 & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 9 \end{pmatrix} =$$

Esempio

Siano

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{aligned} \mathrm{A} \cdot \mathrm{B} &= \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 9 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 6 & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 9 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 19 & 34 \\ 34 & 55 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga**

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga** e $\underline{b}$ **è un vettore colonna**.

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga** e $\underline{b}$ **è un vettore colonna**.
Esempio:

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga** e $\underline{b}$ **è un vettore colonna**.
Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3)$$

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga** e $\underline{b}$ **è un vettore colonna**.
Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga** e $\underline{b}$ **è un vettore colonna**.
Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$\Downarrow$$

non si può calcolare $< \underline{a}, \underline{b} >$

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga** e $\underline{b}$ **è un vettore colonna**.
Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$\Downarrow$$

non si può calcolare $< \underline{a}, \underline{b} >$ ma si può calcolare

Prodotto scalare

Quando i vettori sono utilizzati nel contesto delle matrici, imporremo che il prodotto scalare tra due vettori $\underline{a}$ e $\underline{b}$ possa essere eseguito solo se $\underline{a}$ **è un vettore riga** e $\underline{b}$ **è un vettore colonna**.
Esempio:

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$\Downarrow$$

non si può calcolare $< \underline{a}, \underline{b} >$ ma si può calcolare

$$< \underline{a}, \underline{b}^T >$$

Esempio

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

Esempio

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Esempio

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \underline{b}^T = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Esempio

$$\underline{a} = (1 \quad -2 \quad 3), \quad \underline{b} = (2 \quad 1 \quad -2)$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \underline{b}^T = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$< \underline{a}, \underline{b}^T >= -6$$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$. Il prodotto tra matrici

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$. Il prodotto tra matrici

1. gode della proprietà associativa

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$. Il prodotto tra matrici

1. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$. Il prodotto tra matrici

1. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow \mathrm{A}(\mathrm{BC}) = (\mathrm{AB})\mathrm{C}$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$. Il prodotto tra matrici

1. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow \mathrm{A}(\mathrm{BC}) = (\mathrm{AB})\mathrm{C}$
2. gode della proprietà distributiva rispetto alla somma

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$. Il prodotto tra matrici

1. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow \mathrm{A}(\mathrm{BC}) = (\mathrm{AB})\mathrm{C}$
2. gode della proprietà distributiva rispetto alla somma $\Leftrightarrow$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A e D matrici $m \times n$, B e F matrici $n \times p$, C una matrice $p \times q$. Il prodotto tra matrici

1. gode della proprietà associativa $\Leftrightarrow \mathrm{A}(\mathrm{BC}) = (\mathrm{AB})\mathrm{C}$
2. gode della proprietà distributiva rispetto alla somma $\Leftrightarrow$

$$\mathrm{A}(\mathrm{B} \pm \mathrm{F}) = \mathrm{AB} \pm \mathrm{AF}$$
$$(\mathrm{A} \pm \mathrm{D})\mathrm{C} = \mathrm{AC} \pm \mathrm{DC}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa;

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto A·B, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto B·A

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto A·B, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto B·A
- se entrambe le operazioni possono essere eseguite

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto $A \cdot B$, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto $B \cdot A$
- se entrambe le operazioni possono essere eseguite, può accadere che $A \cdot B \neq B \cdot A$

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto $A \cdot B$, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto $B \cdot A$
- se entrambe le operazioni possono essere eseguite, può accadere che $A \cdot B \neq B \cdot A$; esempio:

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto A·B, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto B·A
- se entrambe le operazioni possono essere eseguite, può accadere che A·B$\neq$ B·A; esempio:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto A·B, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto B·A
- se entrambe le operazioni possono essere eseguite, può accadere che A·B$\neq$ B·A; esempio:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto A·B, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto B·A
- se entrambe le operazioni possono essere eseguite, può accadere che A·B$\neq$ B·A; esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

3. non gode della proprietà commutativa; in particolare:

- se si può calcolare il prodotto A·B, non è detto che sia possibile effettuare il prodotto B·A
- se entrambe le operazioni possono essere eseguite, può accadere che A·B$\neq$ B·A; esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} \cdot \mathrm{A} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A una matrice $m \times n$ e B una matrice $n \times p$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A una matrice $m \times n$ e B una matrice $n \times p$.

4. non vale la legge di annullamento del prodotto

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A una matrice $m \times n$ e B una matrice $n \times p$.

4. non vale la legge di annullamento del prodotto $\Leftrightarrow$
A·B$= 0_{mp} \not\Rightarrow$ A $= 0_{mn}$ oppure B $= 0_{np}$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A una matrice $m \times n$ e B una matrice $n \times p$.

4. non vale la legge di annullamento del prodotto $\Leftrightarrow$
A·B$= 0_{mp} \not\Rightarrow \ \mathrm{A} = 0_{mn}$ oppure $\mathrm{B} = 0_{np}$;
esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A una matrice $m \times n$ e B una matrice $n \times p$.

4. non vale la legge di annullamento del prodotto $\Leftrightarrow$
A·B$= 0_{mp} \not\Rightarrow \ \mathrm{A} = 0_{mn}$ oppure $\mathrm{B} = 0_{np}$;
esempio:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

Siano A una matrice $m \times n$ e B una matrice $n \times p$.

4. non vale la legge di annullamento del prodotto $\Leftrightarrow$
$A \cdot B = 0_{mp} \not\Rightarrow A = 0_{mn}$ oppure $B = 0_{np}$;
esempio:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

5. la matrice identica di ordine n, I_n

Proprietà del prodotto tra matrici

5. la matrice identica di ordine n, I_n è l'elemento neutro rispetto al prodotto per le matrici quadrate di ordine n

Proprietà del prodotto tra matrici

5. la matrice identica di ordine n, I_n è l'elemento neutro rispetto al prodotto per le matrici quadrate di ordine n; se A è una matrice di ordine n, si ha:

Proprietà del prodotto tra matrici

5. la matrice identica di ordine n, I_n è l'elemento neutro rispetto al prodotto per le matrici quadrate di ordine n; se A è una matrice di ordine n, si ha:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{I}_n$$

Proprietà del prodotto tra matrici

5. la matrice identica di ordine n, I_n è l'elemento neutro rispetto al prodotto per le matrici quadrate di ordine n; se A è una matrice di ordine n, si ha:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{I}_n = \mathrm{I}_n \cdot \mathrm{A}$$

Proprietà del prodotto tra matrici

5. la matrice identica di ordine n, I_n è l'elemento neutro rispetto al prodotto per le matrici quadrate di ordine n; se A è una matrice di ordine n, si ha:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{I}_n = \mathrm{I}_n \cdot \mathrm{A} = \mathrm{A}$$

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1}

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1} la matrice di ordine n per la quale:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1}$$

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1} la matrice di ordine n per la quale:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{A}$$

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1} la matrice di ordine n per la quale:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{I}_n$$

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1} la matrice di ordine n per la quale:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{I}_n$$

Nota:

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1} la matrice di ordine n per la quale:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{I}_n$$

Nota: non tutte le matrici quadrate sono dotate di inversa

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1} la matrice di ordine n per la quale:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{I}_n$$

Nota: non tutte le matrici quadrate sono dotate di inversa. Se una matrice A è dotata di inversa

Inversa di una matrice

Sia A una matrice **quadrata** di ordine n; si definisce **matrice inversa** di A e si indica con il simbolo A^{-1} la matrice di ordine n per la quale:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{I}_n$$

Nota: non tutte le matrici quadrate sono dotate di inversa. Se una matrice A è dotata di inversa, si dice che A è **non singolare**.

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

- **coefficienti** del sistema:

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

- **coefficienti** del sistema: $a_{i,j},\ i = 1, ..., m,\ j = 1, ..., n$;

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

- **coefficienti** del sistema: $a_{i,j},\ i = 1, ..., m,\ j = 1, ..., n$;
- **temini noti** del sistema:

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

- **coefficienti** del sistema: $a_{i,j},\ i = 1, ..., m,\ j = 1, ..., n$;
- **temini noti** del sistema: $b_1, ..., b_m$;

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

- **coefficienti** del sistema: $a_{i,j},\ i = 1, ..., m,\ j = 1, ..., n$;
- **temini noti** del sistema: $b_1, ..., b_m$;
- **incognite** del sistema:

Un sistema lineare di m equazioni in n incognite si rappresenta nel modo seguente:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

- **coefficienti** del sistema: $a_{i,j},\ i = 1, ..., m,\ j = 1, ..., n$;
- **temini noti** del sistema: $b_1, ..., b_m$;
- **incognite** del sistema: $x_1, ..., x_n$.

Un sistema lineare

Un sistema lineare

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

Un sistema lineare

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

si può esprimere in forma compatta:

Un sistema lineare

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

si può esprimere in forma compatta:

$$\mathrm{A} \cdot \underline{x} = \underline{b}$$

Un sistema lineare

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

si può esprimere in forma compatta:

$$\mathrm{A} \cdot \underline{x} = \underline{b}$$

dove A è la matrice dei coefficienti del sistema

Un sistema lineare

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

si può esprimere in forma compatta:

$$\mathrm{A} \cdot \underline{x} = \underline{b}$$

dove A è la matrice dei coefficienti del sistema, $\underline{x}$ è il vettore delle incognite

Un sistema lineare

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdots & & \cdot & & \cdot \\ a_{m,1}x_1 & + & a_{m,2}x_2 & + & \cdots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases}$$

si può esprimere in forma compatta:

$$\mathrm{A} \cdot \underline{x} = \underline{b}$$

dove A è la matrice dei coefficienti del sistema, $\underline{x}$ è il vettore delle incognite, $\underline{b}$ è il vettore dei termini noti.

Esempio

Il sistema lineare

Esempio

Il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 & - & x_2 & = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & = & 4 \\ x_1 & - & x_2 & = & 1 \end{cases}$$

Esempio

Il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 & - & x_2 & = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & = & 4 \\ x_1 & - & x_2 & = & 1 \end{cases}$$

espresso in forma scalare, si esprime, in forma matriciale, nel modo seguente:

Esempio

Il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 & - & x_2 & = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & = & 4 \\ x_1 & - & x_2 & = & 1 \end{cases}$$

espresso in forma scalare, si esprime, in forma matriciale, nel modo seguente:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Esempio

Il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 & - & x_2 & = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & = & 4 \\ x_1 & - & x_2 & = & 1 \end{cases}$$

espresso in forma scalare, si esprime, in forma matriciale, nel modo seguente:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Esempio

Il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 & - & x_2 & = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & = & 4 \\ x_1 & - & x_2 & = & 1 \end{cases}$$

espresso in forma scalare, si esprime, in forma matriciale, nel modo seguente:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matrice completa di un sistema

Detta A la matrice dei coefficienti di un sistema lineare di ordine $m \times n$

Matrice completa di un sistema

Detta A la matrice dei coefficienti di un sistema lineare di ordine $m \times n$, si chiama **matrice completa** del sistema lineare la matrice

Matrice completa di un sistema

Detta A la matrice dei coefficienti di un sistema lineare di ordine $m \times n$, si chiama **matrice completa** del sistema lineare la matrice

$$\mathrm{A}_b = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} & b_1 \\ a_{2,1} & \cdots & a_{2,n} & b_2 \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,n} & b_m \end{array}\right) = (\mathrm{A}|b)$$

Matrice completa di un sistema

Detta A la matrice dei coefficienti di un sistema lineare di ordine $m \times n$, si chiama **matrice completa** del sistema lineare la matrice

$$\mathrm{A}_b = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} & b_1 \\ a_{2,1} & \cdots & a_{2,n} & b_2 \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,n} & b_m \end{array}\right) = (\mathrm{A}|b)$$

di ordine $m \times (n+1)$.

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3)$$

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3) - 2 \cdot (x + 2y = 4)$$

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3) - 2 \cdot (x + 2y = 4)$$

$$\Downarrow$$

$$2x - y - 2x - 4y = 3 - 8$$

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3) - 2 \cdot (x + 2y = 4)$$

$$\Downarrow$$

$$2x - y - 2x - 4y = 3 - 8 \Rightarrow -5y = -5$$

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3) - 2 \cdot (x + 2y = 4)$$

$$\Downarrow$$

$$2x - y - 2x - 4y = 3 - 8 \Rightarrow -5y = -5$$

da cui si ottiene $y = 1$.

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3) - 2 \cdot (x + 2y = 4)$$

$$\Downarrow$$

$$2x - y - 2x - 4y = 3 - 8 \Rightarrow -5y = -5$$

da cui si ottiene $y = 1$. Sostituendo tale valore nella I equazione si ricava

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3) - 2 \cdot (x + 2y = 4)$$

$$\Downarrow$$

$$2x - y - 2x - 4y = 3 - 8 \Rightarrow -5y = -5$$

da cui si ottiene $y = 1$. Sostituendo tale valore nella I equazione si ricava: $x + 2 \cdot (1) = 4$

Esempio 1

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x & + & 2y & = & 4 \\ 2x & - & y & = & 3 \end{cases}$$

Sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(2x - y = 3) - 2 \cdot (x + 2y = 4)$$

$$\Downarrow$$

$$2x - y - 2x - 4y = 3 - 8 \Rightarrow -5y = -5$$

da cui si ottiene $y = 1$. Sostituendo tale valore nella I equazione si ricava: $x + 2 \cdot (1) = 4 \Rightarrow x + 2 = 4 \Rightarrow x = 2$

Esempio 1

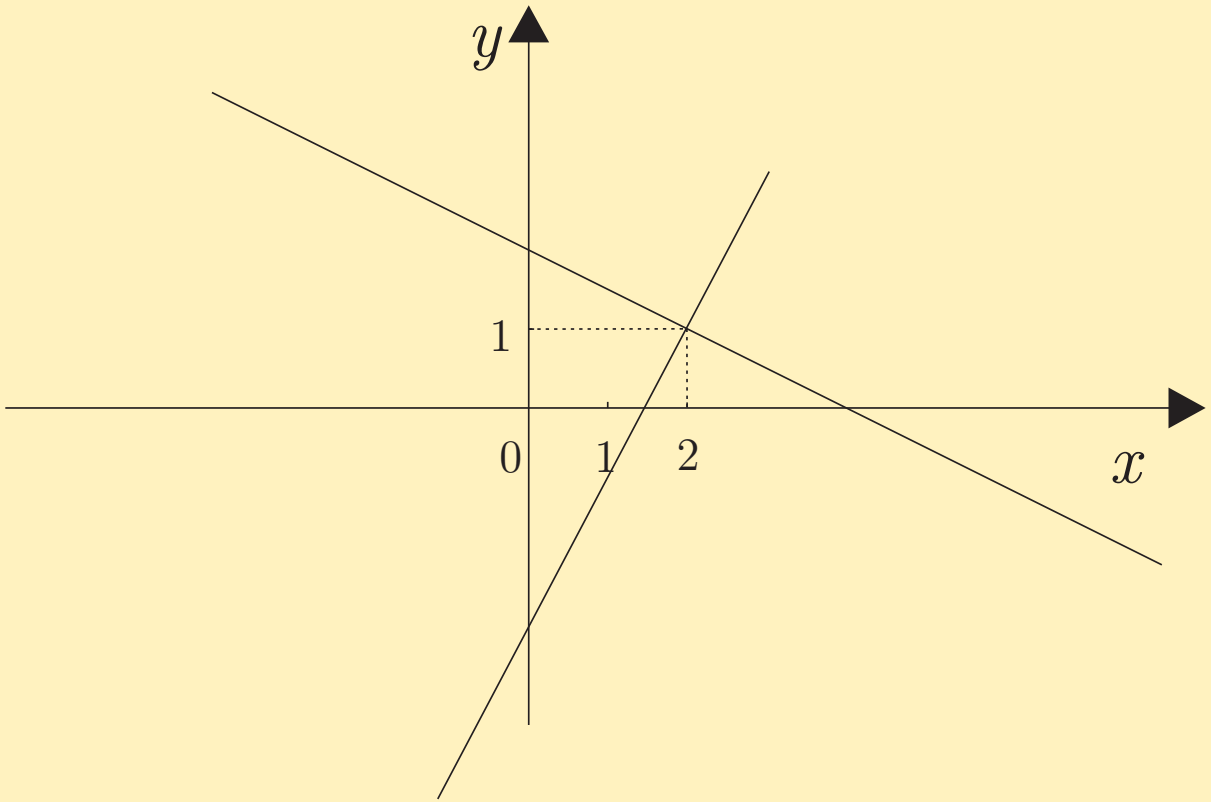
Nota: ciascuna delle equazioni rappresenta una retta nel piano.

Esempio 1

Nota: ciascuna delle equazioni rappresenta una retta nel piano. Risolvere il sistema $\Leftrightarrow$ calcolare l'intersezione delle 2 rette.

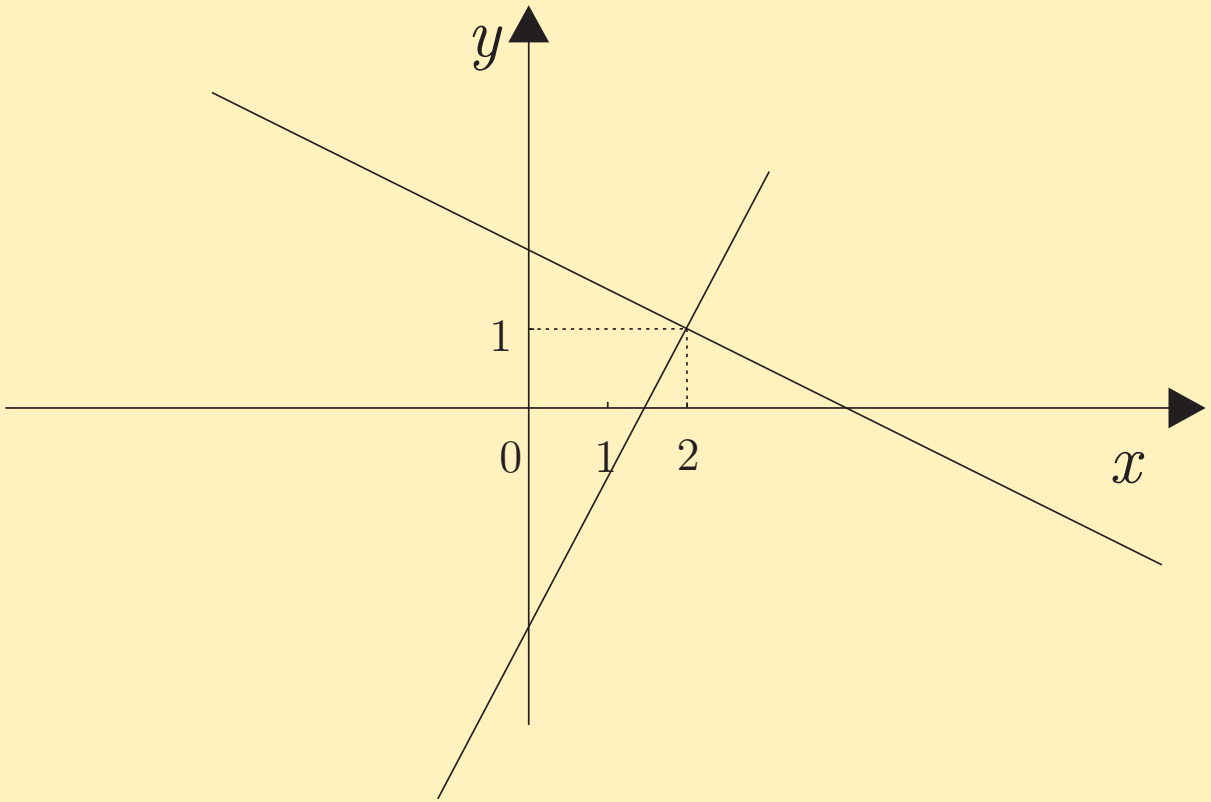
Esempio 1

Nota: ciascuna delle equazioni rappresenta una retta nel piano. Risolvere il sistema $\Leftrightarrow$ calcolare l'intersezione delle 2 rette.



Esempio 1

Nota: ciascuna delle equazioni rappresenta una retta nel piano. Risolvere il sistema $\Leftrightarrow$ calcolare l'intersezione delle 2 rette.



Le due rette sono incidenti.

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 6)$$

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 6) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 6) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 6 - 6$$

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 6) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 6 - 6 \Rightarrow 0 = 0$$

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 6) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 6 - 6 \Rightarrow 0 = 0$$

Si ottiene un'identità

Esempio 2

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 6) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 6 - 6 \Rightarrow 0 = 0$$

Si ottiene un'identità. Il sistema ammette infinite soluzioni.

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$, t parametro reale

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$, t parametro reale, dalla I equazione si ricava

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$, t parametro reale, dalla I equazione si ricava

$$x = \frac{t+3}{2}$$

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$, t parametro reale, dalla I equazione si ricava

$$x = \frac{t+3}{2}$$

La coppia

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$, t parametro reale, dalla I equazione si ricava

$$x = \frac{t+3}{2}$$

La coppia

$$\left(\frac{t+3}{2}, t\right)$$

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$, t parametro reale, dalla I equazione si ricava

$$x = \frac{t+3}{2}$$

La coppia

$$\left(\frac{t+3}{2}, t\right), \qquad t \in \mathcal{R}$$

Esempio 2

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 6 \end{cases}$$

Se poniamo $y = t$, t parametro reale, dalla I equazione si ricava

$$x = \frac{t+3}{2}$$

La coppia

$$\left(\frac{t+3}{2}, t\right), \qquad t \in \mathcal{R}$$

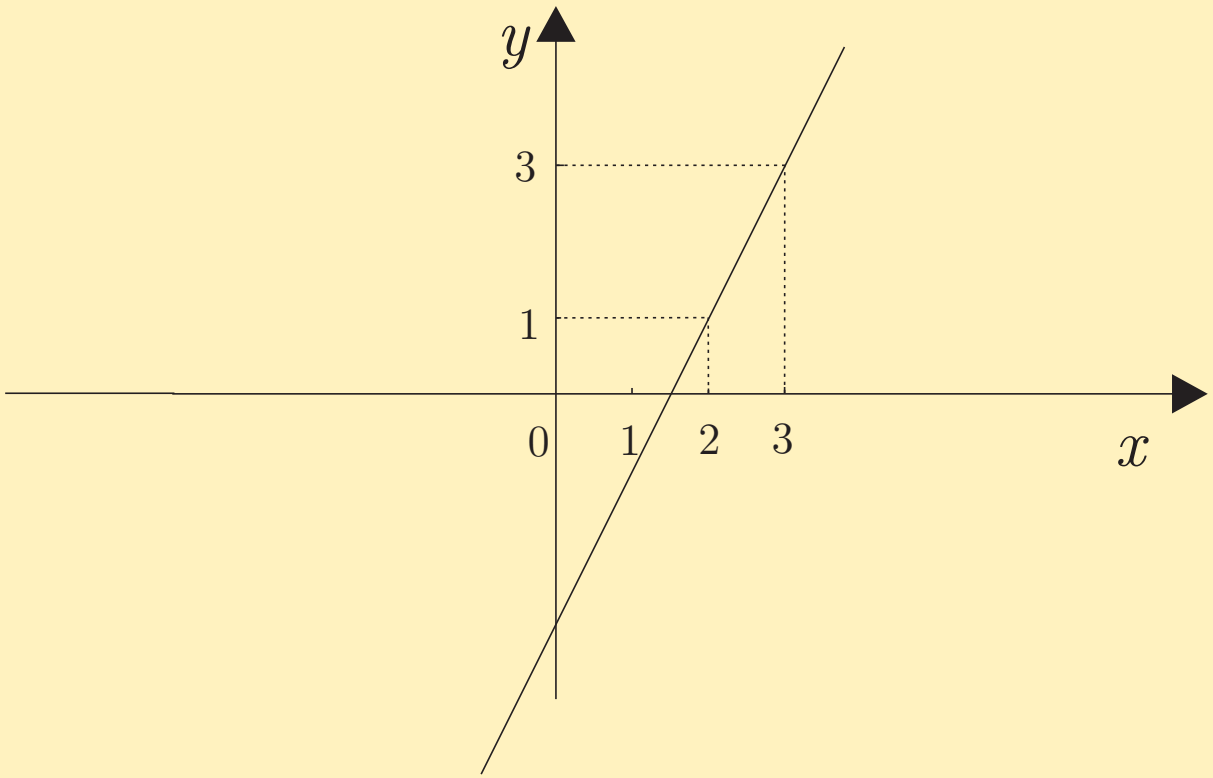
descrive le soluzioni del sistema.

Esempio 2

Geometricamente:

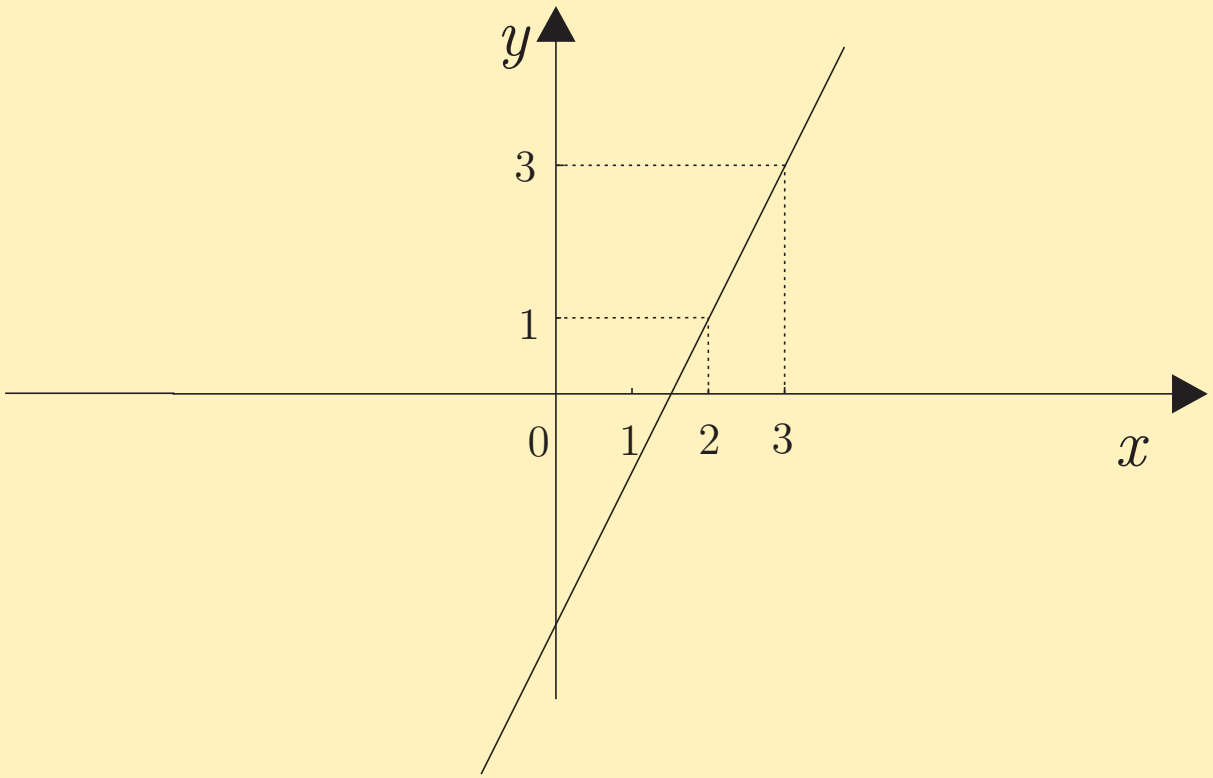
Esempio 2

Geometricamente:



Esempio 2

Geometricamente:



Le due rette sono coincidenti.

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 2)$$

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 2) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 2) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 2 - 6$$

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 2) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 2 - 6 \Rightarrow 0 = -4$$

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 2) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 2 - 6 \Rightarrow 0 = -4$$

Si ottiene un'incongruenza

Esempio 3

Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x & - & y & = & 3 \\ 4x & - & 2y & = & 2 \end{cases}$$

Risolviamo il sistema: sottraiamo alla II equazione la I moltiplicata per 2

$$(4x - 2y = 2) - 2 \cdot (2x - y = 3)$$

$$\Downarrow$$

$$4x - 2y - 4x + 2y = 2 - 6 \Rightarrow 0 = -4$$

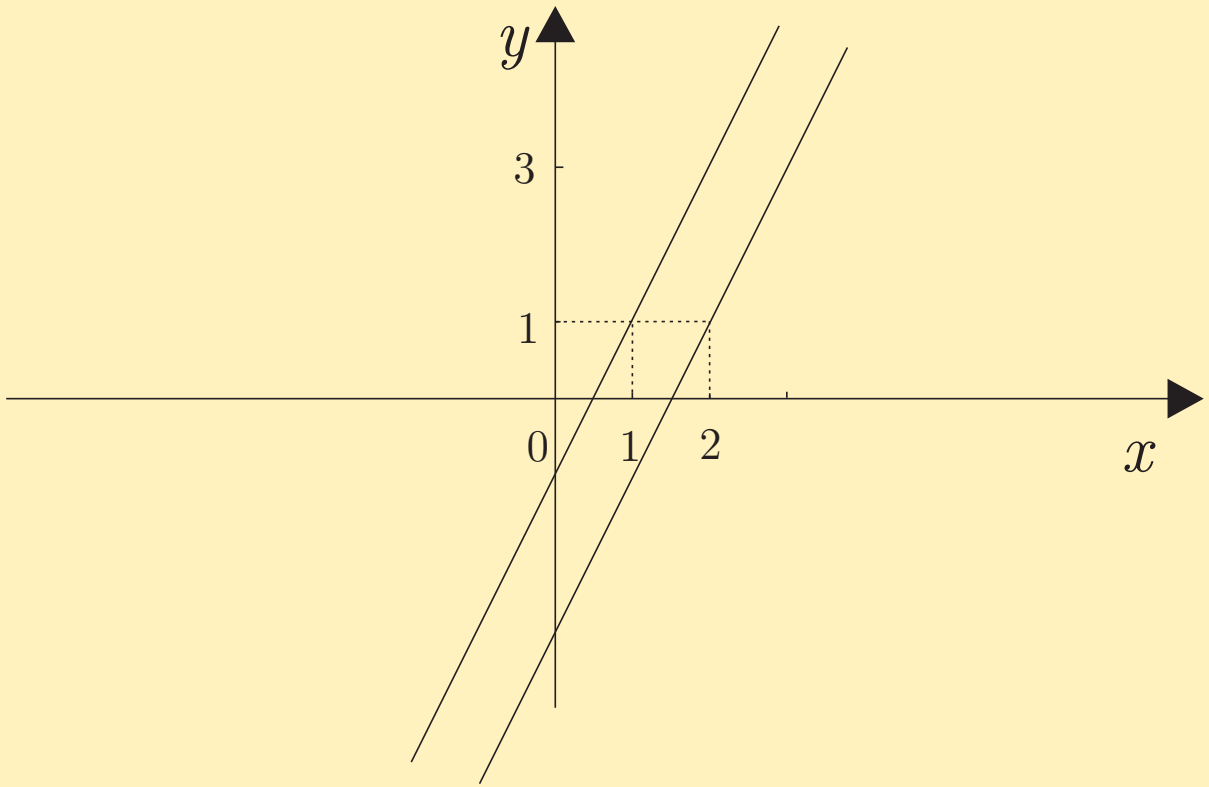
Si ottiene un'incongruenza. Il sistema non ammette soluzioni.

Esempio 3

Geometricamente:

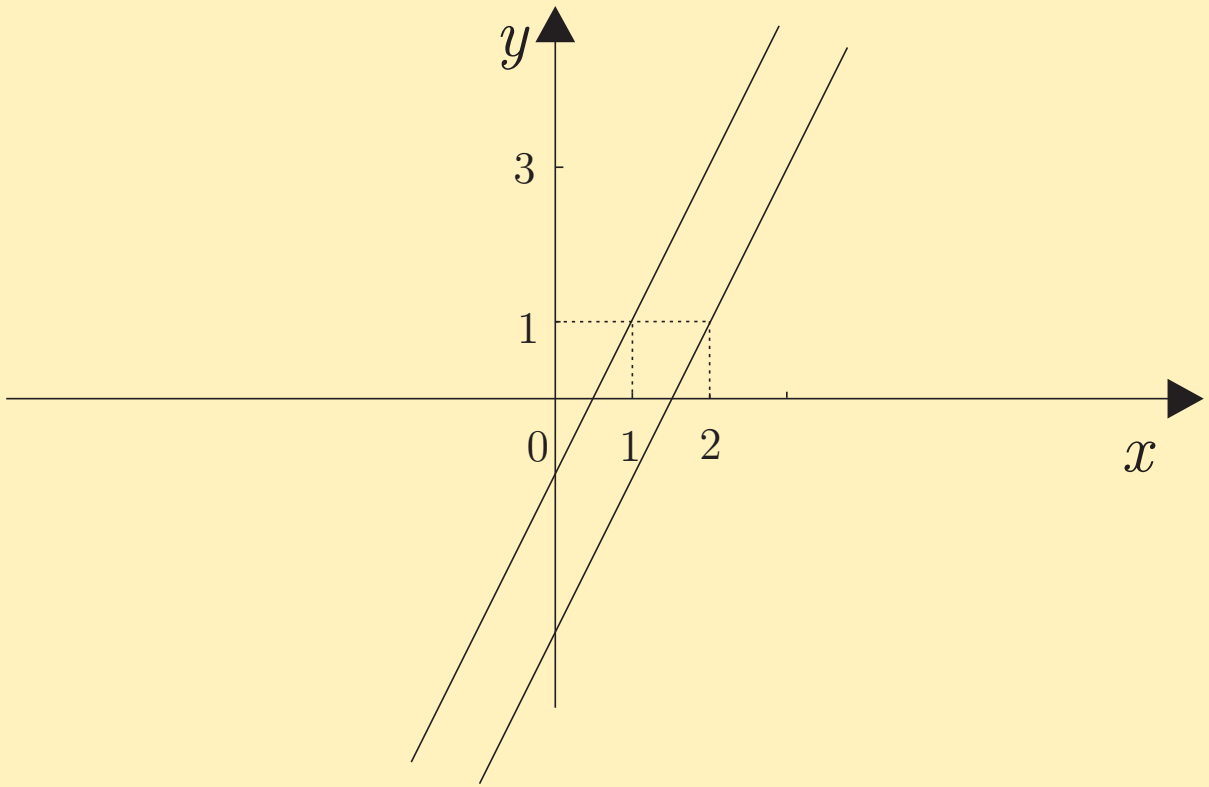
Esempio 3

Geometricamente:



Esempio 3

Geometricamente:



Le due rette sono parallele.

Un sistema lineare può avere

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione; il sistema si dice **compatibile determinato**;

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione; il sistema si dice **compatibile determinato**;
- infinite soluzioni

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione; il sistema si dice **compatibile determinato**;
- infinite soluzioni; il sistema si dice **compatibile e indeterminato**;

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione; il sistema si dice **compatibile determinato**;
- infinite soluzioni; il sistema si dice **compatibile e indeterminato**;
- nessuna soluzione

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione; il sistema si dice **compatibile determinato**;
- infinite soluzioni; il sistema si dice **compatibile e indeterminato**;
- nessuna soluzione; il sistema si dice **incompatibile**.

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione; il sistema si dice **compatibile determinato**;
- infinite soluzioni; il sistema si dice **compatibile e indeterminato**;
- nessuna soluzione; il sistema si dice **incompatibile**.

Nel seguito, ci limitiamo a considerare sistemi quadrati

Un sistema lineare può avere

- una sola soluzione; il sistema si dice **compatibile determinato**;
- infinite soluzioni; il sistema si dice **compatibile e indeterminato**;
- nessuna soluzione; il sistema si dice **incompatibile**.

Nel seguito, ci limitiamo a considerare sistemi quadrati, ossia sistemi in cui il numero di equazioni coincide col numero delle incognite.

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha $x_2 = (4 - 2)/2$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha $x_2 = (4 - 2)/2 = 1$;

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha $x_2 = (4-2)/2 = 1$;
3. infine, sostituendo nella I equazione i valori di x_3 e x_2 ottenuti si calcola x_1

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha $x_2 = (4-2)/2 = 1$;
3. infine, sostituendo nella I equazione i valori di x_3 e x_2 ottenuti si calcola x_1: $x_1 = 6 - 1 - 2 = 3$.

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha $x_2 = (4-2)/2 = 1$;
3. infine, sostituendo nella I equazione i valori di x_3 e x_2 ottenuti si calcola x_1: $x_1 = 6 - 1 - 2 = 3$.

Il sistema è

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha $x_2 = (4-2)/2 = 1$;
3. infine, sostituendo nella I equazione i valori di x_3 e x_2 ottenuti si calcola x_1: $x_1 = 6 - 1 - 2 = 3$.

Il sistema è compatibile e determinato.

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. sostituendo il valore di x_3 ottenuto nella II equazione si ha $x_2 = (4-2)/2 = 1$;
3. infine, sostituendo nella I equazione i valori di x_3 e x_2 ottenuti si calcola x_1: $x_1 = 6 - 1 - 2 = 3$.

Il sistema è compatibile e determinato. La soluzione è $\underline{x} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^T$.

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. dalla II equazione risulta $x_3 = 4$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. dalla II equazione risulta $x_3 = 4$.

Il sistema

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 4 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. dalla II equazione risulta $x_3 = 4$.

Il sistema è incompatibile.

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato. Sostituendo il valore di x_3 nella I equazione, si ottiene

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato. Sostituendo il valore di x_3 nella I equazione, si ottiene

$$x_1 + x_2 + 2 = 6$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato. Sostituendo il valore di x_3 nella I equazione, si ottiene

$$x_1 + x_2 + 2 = 6 \iff x_1 + x_2 = 4$$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato. Sostituendo il valore di x_3 nella I equazione, si ottiene

$$x_1 + x_2 + 2 = 6 \iff x_1 + x_2 = 4$$

da cui

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato. Sostituendo il valore di x_3 nella I equazione, si ottiene

$$x_1 + x_2 + 2 = 6 \iff x_1 + x_2 = 4$$

da cui, ponendo $x_1 = t$

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato. Sostituendo il valore di x_3 nella I equazione, si ottiene

$$x_1 + x_2 + 2 = 6 \iff x_1 + x_2 = 4$$

da cui, ponendo $x_1 = t$, le infinite soluzioni del sistema sono date da:

Sistemi triangolari

Consideriamo il sistema $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con:

$$\mathrm{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_3 = 2 \\ 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Dall'ultima equazione si ricava $x_3 = 2$;
2. anche dalla II equazione risulta $x_3 = 2$.

Il sistema è compatibile ed indeterminato. Sostituendo il valore di x_3 nella I equazione, si ottiene

$$x_1 + x_2 + 2 = 6 \iff x_1 + x_2 = 4$$

da cui, ponendo $x_1 = t$, le infinite soluzioni del sistema sono date da:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} t & 4 - t & 3 \end{pmatrix}^T, \quad t \in \mathcal{R}$$

Sistemi triangolari

Consideriamo un sistema lineare $\mathsf{R}\underline{x} = \underline{c}$ con R matrice triangolare superiore.

Sistemi triangolari

Consideriamo un sistema lineare $R\underline{x} = \underline{c}$ con R matrice triangolare superiore.

1. se tutti gli elementi della diagonale principale di R sono diversi da zero

Sistemi triangolari

Consideriamo un sistema lineare $R\underline{x} = \underline{c}$ con R matrice triangolare superiore.

1. se tutti gli elementi della diagonale principale di R sono diversi da zero il sistema è **compatibile e determinato**

Sistemi triangolari

Consideriamo un sistema lineare $R\underline{x} = \underline{c}$ con R matrice triangolare superiore.

1. se tutti gli elementi della diagonale principale di R sono diversi da zero il sistema è **compatibile e determinato**. Il sistema può essere risolto con il metodo di sostituzione all'indietro;

Sistemi triangolari

Consideriamo un sistema lineare $R\underline{x} = \underline{c}$ con R matrice triangolare superiore.

1. se tutti gli elementi della diagonale principale di R sono diversi da zero il sistema è **compatibile e determinato**. Il sistema può essere risolto con il metodo di sostituzione all'indietro;
2. se almeno un elemento diagonale è nullo

Sistemi triangolari

Consideriamo un sistema lineare $R\underline{x} = \underline{c}$ con R matrice triangolare superiore.

1. se tutti gli elementi della diagonale principale di R sono diversi da zero il sistema è **compatibile e determinato**. Il sistema può essere risolto con il metodo di sostituzione all'indietro;
2. se almeno un elemento diagonale è nullo il sistema è **incompatibile**

Sistemi triangolari

Consideriamo un sistema lineare $\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$ con R matrice triangolare superiore.

1. se tutti gli elementi della diagonale principale di R sono diversi da zero il sistema è **compatibile e determinato**. Il sistema può essere risolto con il metodo di sostituzione all'indietro;
2. se almeno un elemento diagonale è nullo il sistema è **incompatibile** o **compatibile ed indeterminato**.

Metodo di eliminazione di Gauss

Dato un sistema lineare

$$\mathrm{A}\underline{x} = \underline{b}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dato un sistema lineare

$$\mathrm{A}\underline{x} = \underline{b}$$

il metodo di eliminazione di Gauss trasforma il sistema dato in un sistema **equivalente**

$$\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dato un sistema lineare

$$\mathrm{A}\underline{x} = \underline{b}$$

il metodo di eliminazione di Gauss trasforma il sistema dato in un sistema **equivalente**

$$\mathrm{R}\underline{x} = \underline{c}$$

avente matrice dei coefficienti R triangolare superiore.

Metodo di eliminazione di Gauss

Il metodo procede per passi successivi

Metodo di eliminazione di Gauss

Il metodo procede per passi successivi. Consideriamo il sistema:

Metodo di eliminazione di Gauss

Il metodo procede per passi successivi. Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Il metodo procede per passi successivi. Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

I passo:

Metodo di eliminazione di Gauss

Il metodo procede per passi successivi. Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema

Metodo di eliminazione di Gauss

Il metodo procede per passi successivi. Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema, si annullano tutti gli elementi della I colonna al di sotto della diagonale principale.

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

Metodo di eliminazione di Gauss

$$A_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;

Metodo di eliminazione di Gauss

$$A_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & (2-2) \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & (2-2) \\ (2-2) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & (2-2) \\ (2-2) & (-1-2) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & (2-2) \\ (2-2) & (-1-2) & (1-2) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & (2-2) \\ (2-2) & (-1-2) & (1-2) & (6-4) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & (2-2) \\ (2-2) & (-1-2) & (1-2) & (6-4) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I;
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ (1-1) & (-1-1) & (-1-1) & (2-2) \\ (2-2) & (-1-2) & (1-2) & (6-4) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo:

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & (-3 + \frac{3}{2} \cdot 2) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & (-3 + \frac{3}{2} \cdot 2) & (-1 + \frac{3}{2} \cdot 2) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & (-3 + \frac{3}{2} \cdot 2) & (-1 + \frac{3}{2} \cdot 2) & (2 - \frac{3}{2} \cdot 0) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & (-3 + \frac{3}{2} \cdot 2) & (-1 + \frac{3}{2} \cdot 2) & (2 - \frac{3}{2} \cdot 0) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & (-3+\frac{3}{2}\cdot 2) & (-1+\frac{3}{2}\cdot 2) & (2-\frac{3}{2}\cdot 0) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $3/2$. $(3/2 = a_{32}/a_{22})$. Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & (-3+\frac{3}{2}\cdot 2) & (-1+\frac{3}{2}\cdot 2) & (2-\frac{3}{2}\cdot 0) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza,

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 \\ \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = \frac{2 \cdot 1}{-2} \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = \frac{2 \cdot 1}{-2} = -1 \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = \frac{2 \cdot 1}{-2} = -1 \\ x_1 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = \frac{2 \cdot 1}{-2} = -1 \\ x_1 = (2 + 1 - 1) = 2 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \quad - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ \qquad\quad 2x_3 = 2 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = \frac{2\cdot 1}{-2} = -1 \\ x_1 = (2 + 1 - 1) = 2 \end{cases}$$

La soluzione è $\underline{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & (3-2) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & (3-2) & (7-6) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & (3-2) & (7-6) \\ (2-2) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & (3-2) & (7-6) \\ (2-2) & (2-2) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & (3-2) & (7-6) \\ (2-2) & (2-2) & (5-2) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & (3-2) & (7-6) \\ (2-2) & (2-2) & (5-2) & (9-6) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

I passo:

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ (2-2) & (2-2) & (3-2) & (7-6) \\ (2-2) & (2-2) & (5-2) & (9-6) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 \\ \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = t \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = t \\ x_1 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = t \\ x_1 = 2 - t \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = t \\ x_1 = 2 - t \end{cases}$$

Il sistema ammette infinite soluzioni:

Metodo di eliminazione di Gauss

Dopo il I passo abbiamo già ottenuto il seguente sistema triangolare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ 3x_3 = 3 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza da cui evidentemente si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \\ x_2 = t \\ x_1 = 2 - t \end{cases}$$

Il sistema ammette infinite soluzioni: $\underline{x} = \begin{pmatrix} 2-t \\ t \\ 1 \end{pmatrix}, \forall t \in \mathcal{R}\,.$

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 11 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 & - & x_2 & - & x_3 & = & 3 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & = & 11 \\ x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & 8 \end{cases}$$

I passo:

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 11 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 11 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema, annulliamo tutti gli elementi della I colonna

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 11 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema, annulliamo tutti gli elementi della I colonna al di sotto della diagonale principale.

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I.

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I.

Si ottiene

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & (11-6) \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & (11-6) \\ (1-1) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & (11-6) \\ (1-1) & (4+1) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & (11-6) \\ (1-1) & (4+1) & (-1+1) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & (11-6) \\ (1-1) & (4+1) & (-1+1) & (8-3) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & (11-6) \\ (1-1) & (4+1) & (-1+1) & (8-3) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 11 \\ 1 & 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I.

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ (2-2) & (3+2) & (-2+2) & (11-6) \\ (1-1) & (4+1) & (-1+1) & (8-3) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

II passo:

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

II passo: avendo ottenuto una matrice con due righe uguali fra loro, una di esse pu essere ignorata.

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

II passo: avendo ottenuto una matrice con due righe uguali fra loro, una di esse pu essere ignorata.

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza,

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 \\ \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = t \\ \\ \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = t \\ x_2 \\ \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = 1 \\ x_1 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = 1 \\ x_1 = t + 4 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = 1 \\ x_1 = t + 4 \end{cases}$$

Il sistema ammette infinite soluzioni:

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo dunque ottenuto il seguente sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_2 = 5 \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza, da cui si ricava:

$$\begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = 1 \\ x_1 = t + 4 \end{cases}$$

Il sistema ammette infinite soluzioni: $\underline{x} = \begin{pmatrix} t+4 \\ 1 \\ t \end{pmatrix} \forall t \in \mathcal{R}$.

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

I passo:

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema, annulliamo tutti gli elementi della I colonna

Metodo di eliminazione di Gauss

Consideriamo il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

I passo: considerata la matrice completa del sistema, annulliamo tutti gli elementi della I colonna al di sotto della diagonale principale.

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 3

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 ($3{=}a_{31}/a_{11}$).

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 ($2{=}a_{21}/a_{11}$);
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 ($3{=}a_{31}/a_{11}$).

Si ottiene

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & (1-6) \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & (1-6) \\ (3-3) & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & (1-6) \\ (3-3) & (2-6) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & (1-6) \\ (3-3) & (2-6) & (4-12) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & (1-6) \\ (3-3) & (2-6) & (4-12) & (2-9) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & (1-6) \\ (3-3) & (2-6) & (4-12) & (2-9) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

sottraiamo:

1. alla II riga la I moltiplicata per 2 (2=a_{21}/a_{11});
2. alla III riga la I moltiplicata per 3 (3=a_{31}/a_{11}).

Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ (2-2) & (1-4) & (2-8) & (1-6) \\ (3-3) & (2-6) & (4-12) & (2-9) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo:

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ $(4/3 = a_{32}/a_{22})$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & (-4 + \frac{4}{3} \cdot 3) & & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & (-4 + \frac{4}{3} \cdot 3) & (-8 + \frac{4}{3} \cdot 6) & \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & (-4+\frac{4}{3}\cdot 3) & (-8+\frac{4}{3}\cdot 6) & (-7+\frac{4}{3}\cdot 5) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & (-4 + \frac{4}{3} \cdot 3) & (-8 + \frac{4}{3} \cdot 6) & (-7 + \frac{4}{3} \cdot 5) \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & (-4+\frac{4}{3}\cdot 3) & (-8+\frac{4}{3}\cdot 6) & (-7+\frac{4}{3}\cdot 5) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

$$\mathrm{A}_b^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & -4 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

II passo: si annullano tutti gli elementi della II colonna al di sotto della diagonale principale.
Sottraiamo alla III riga la II moltiplicata per $4/3$ ($4/3 = a_{32}/a_{22}$). Si ottiene

$$\mathrm{A}_b^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & (-4+\frac{4}{3}\cdot 3) & (-8+\frac{4}{3}\cdot 6) & (-7+\frac{4}{3}\cdot 5) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & -6 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ \quad - 3x_2 - 6x_3 = -5 \\ \qquad\quad 0 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Metodo di eliminazione di Gauss

Alla fine del II passo abbiamo ottenuto il sistema triangolare

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ \quad - 3x_2 - 6x_3 = -5 \\ \qquad\quad 0 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

equivalente al sistema di partenza. Tale sistema ovviamente non ammette soluzioni.