Matematica Finanziaria
Esercitazione prova intercorso

Nei calcoli utilizzare due cifre decimali per i capitali e quattro cifre decimali per le altre quantità, utilizzando la tecnica di approssimazione per arrotondamento.

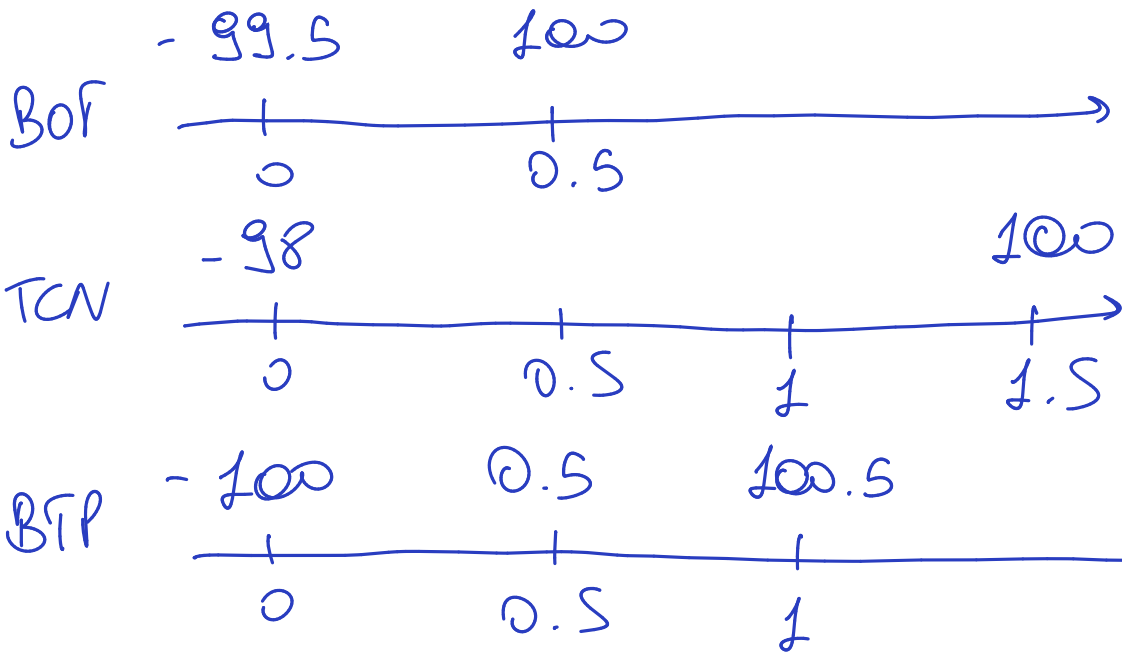
ESERCIZIO 1

Si consideri al tempo t = 0 un mercato in cui sono quotati i seguenti titoli, tutti con nominale 100 euro:

- un BOT di durata residua sei mesi e prezzo 99.5 euro
- un TCN a un anno e mezzo al prezzo di 98 euro
- un BTP di durata residua un anno, tasso nominale annuo 1% e prezzo 100.0.

Si determini la struttura per scadenza dei tassi a pronti e dei tassi a termine in vigore sul mercato, esprimendo i tassi in base annua e in forma percentuale.

In questo mercato si determini il prezzo a termine P, contrattato al tempo zero e pagabile dopo sei mesi, per l'acquisto del titolo che paga {10, 110} euro sullo scadenzario {1, 1.5} anni.



$J = \frac{0,01}{2} = 0,005 \quad \bar{I} = 0.50$

dal BoT

$99.5 = 100\, v(0,0.5) \Rightarrow \quad v(0,0.5) = \frac{99.5}{100} = 0,995$

dal TCN

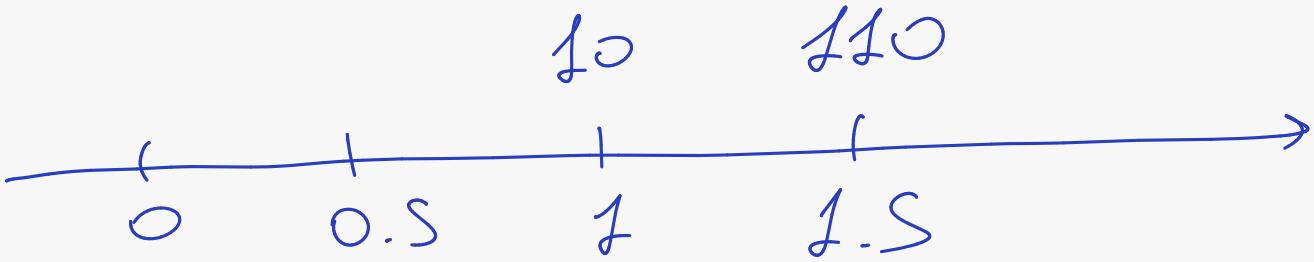
$$98 = 100\, v(0,1.5) \Rightarrow v(0,1.5) = \frac{98}{100} = 0,98$$

dal BTP

$$100 = 0.5\, v(0,0.5) + 100.5\, v(0,1) \Rightarrow$$

$$v(0,1) = \frac{100 - 0.5\, v(0,0.5)}{100.5} = \frac{100 - 0.5 \cdot 0,995}{100.5} = 0,9901$$

k	$\gamma(0,k)$	$i(0,k)$	$\gamma(0,k-1,k)$	$i(0,k-1,k)$
0				
0.5	0.995	$\left(\frac{1}{0.995}\right)^{1/0.5} - 1$ 1.0076%	0.995	1.0076%
1	0.9901	$\left(\frac{1}{0.9901}\right) - 1$ 1.0025%	0.9901 / 0.995 0.995	$\left(\frac{1}{0.995}\right)^{1/(1-0.5)} - 1$ 0,9974%
1.5	0.98	$\left(\frac{1}{0.98}\right)^{1/1.5} - 1$ 1,3560%	0.98 / 0.9901 0.9898	$\left(\frac{1}{0.9898}\right)^{1/(1.5-1)} - 1$ 2,0666%



$$10\,\gamma(0,0.5,1) + 110\,\gamma(0,0.5,1.5) =$$

$$= 10 \cdot 0{,}995 + 110\,\frac{\gamma(0,1.5)}{\gamma(0,0.5)} = 9.95 + 110\,\frac{0.98}{0.995} = 118.29$$

ESERCIZIO 2

Nel mercato eurobond sono disponibili due titoli:

a) un titolo a cedola nulla con scadenza 7 mesi;
b) una rendita perpetua con rata semestrale.

La struttura per scadenza dei tassi di interesse in vigore su questo mercato è piatta, di tasso annuo i = 3%.
Si calcolino le duration D_a e D_b, rispettivamente, dei due titoli, esprimendole in anni.
Il sig. Rossi ha un portafoglio con valore 1 000 000 euro e duration 5 anni e vuole investire altri 150 000 euro in questo mercato, in modo tale che la duration del suo portafoglio non cambi. Si determini come deve ripartire i 150 000 euro fra i due titoli, indicando con V_a l'investimento nel primo titolo e con V_b l'investimento nel secondo.

La duration del TCN è $D(0,TCN) = \frac{7}{12} = 0{,}5833$

La duration della rendita è:

$D(0,2) = \frac{1+i_{1/2}}{i_{1/2}} = 68{,}163$ con $i_{1/2} = 1.03^{0.5} - 1 = 1{,}4890\%$

la duration in anni è

$D(0,2) = \frac{68{,}163}{2} = 34{,}0815$

Poiché la duration del portafoglio non cambia (rimane 5) e i pesi in portafoglio non cambiano, possiamo calcolare i valori di V_A e V_B leggermente sui 150000 €

$$\begin{cases} V_A + V_B = 150000 \\ D_A \frac{V_A}{V_P} + D_B \frac{V_B}{V_P} = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_A = 150000 - V_B \\ 0{,}5833\, V_A + 34{,}018\, V_B = 5 \cdot 150000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_A = 150000 - V_B \\ 0.5833(150000 - V_B) + 34{,}018\, V_B = 5 \cdot 150000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_B(34.018 - 0.583) = 150000(5 - 0.5833) \Rightarrow$$

$$V_B = \frac{150\,000\,(5 - 0.5833)}{34.018 - 0.5833} = 19777.21$$

$$V_A = 150000 - 19777.21 = 130\,222.79$$

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

1. Si consideri il portafoglio z = 2x+y, dove x e y sono due titoli. Se i prezzi di mercato dei due titoli e del portafoglio al tempo 0 sono tali che P(0; z) > 2P(0;x) + P(0; y), allora posso costruire un arbitraggio non rischioso
   a) vendendo allo scoperto il portafoglio e comprando 2 quote di x e una quota di y.
   b) comprando il portafoglio e vendendo allo scoperto 2 quote di x e una quota di y.
   c) vendendo allo scoperto il portafoglio e 2 quote di x e comprando una quota di y.

2. Sapendo che l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{0, 1\}$ è un arbitraggio non rischioso e sapendo che $x_0 > 0$, allora
   a) x_1 ha segno negativo ma in valore assoluto è minore di x_0.
   b) $x_1 \geq 0$.
   c) x_1 può avere qualunque segno

3. In un'operazione finanziaria di acquisto a termine di un titolo a cedola nulla, stipulata al tempo t e con pagamento del prezzo a termine P in T > t,
   a) il rimborso è fissato in T.
   b) il prezzo è fissato in T.
   c) il prezzo è fissato in t.

4. In riferimento a tre scadenze t < T < s, usando il teorema dei prezzi impliciti possiamo stabilire una relazione fra prezzi
   a) a pronti in T e a termine contrattati in t e pagabili in T.
   b) a pronti in t e a pronti in T.
   c) a pronti in t e a termine contrattati in t e pagabili in T.

5. Se la struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti è crescente, allora
   a) la struttura per scadenza dei tassi a pronti domina quella dei tassi a termine.
   b) la struttura per scadenza dei tassi a termine domina quella dei tassi a pronti.
   c) la struttura per scadenza dei tassi a termine è crescente.

6. Il tasso di parità è:
   a) un tasso cedolare
   b) un tasso di rendimento
   c) un tasso nominale

7. Siano r_1 e r_2 due rendite immediate, posticipate con rata mensile costante, entrambe con durata 10 anni. Sapendo che la rata di r_1 è il doppio della rata di r_2 allora:
   a) la duration di r_1 è il doppio della duration di r_2
   b) le due rendite hanno la stessa duration
   c) non è possibile confrontare le due duration senza conoscere la struttura per scadenza dei tassi di interesse.

8. La duration di un titolo a cedola fissa, a parità delle altre condizioni:

a) diminuisce se aumenta il tasso cedolare.
b) aumenta se diminuisce la vita residua.
c) diminuisce se aumenta la scadenza.

9. La duration di un titolo ne misura
a) la liquidità
b) il rischio di tasso di interesse
c) il rischio di credito

10. Nella stima della struttura per scadenza basata sui par yield vengono utilizzati:
a) gli interest rate swap.
b) gli zero coupon bond.
c) i contratti forward.