Risoluzione numerica di un'equazione

29 ottobre 2019

Problema diretto

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e x $\in X$, **valutare f(x)** $\in \mathbf{Y}$.

Problema diretto

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e x $\in X$, **valutare f(x)** $\in \mathbf{Y}$.
Ad esempio:
$C_0 = 1000$ euro, $i = 10\%$ annuo,

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow \ 1000(1 + 0.1t) = 1000 + 100t.$$

Problema diretto

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e x $\in X$, **valutare f(x)** $\in \mathbf{Y}$.
Ad esempio:
$C_0 = 1000$ euro, $i = 10\%$ annuo,

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow \ 1000(1 + 0.1t) = 1000 + 100t.$$

problema diretto:

Problema diretto

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e x $\in X$, **valutare f(x)** $\in \mathbf{Y}$.
Ad esempio:
$C_0 = 1000$ euro, $i = 10\%$ annuo,

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow \; 1000(1 + 0.1t) = 1000 + 100t.$$

problema diretto:

fissato $t = 0.5$ (6 mesi), valutare il capitale C_t.

Problema diretto

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e x $\in X$, **valutare f(x)** $\in \mathbf{Y}$.
Ad esempio:
$C_0 = 1000$ euro, $i = 10\%$ annuo,

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow \; 1000(1 + 0.1t) = 1000 + 100t.$$

problema diretto:

fissato $t = 0.5$ (6 mesi), valutare il capitale C_t.

$$C_{0.5} = f(0.5) =$$

Problema diretto

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e x $\in X$, **valutare f(x)** $\in \mathbf{Y}$.
Ad esempio:
$C_0 = 1000$ euro, $i = 10\%$ annuo,

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow \ 1000(1 + 0.1t) = 1000 + 100t.$$

problema diretto:

fissato $t = 0.5$ (6 mesi), valutare il capitale C_t.

$$C_{0.5} = f(0.5) = 1000 + 100 \cdot 0.5 = 1050.$$

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$.

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.

Ad esempio: $C_t = 1000 + 100t$,

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.

Ad esempio: $C_t = 1000 + 100t$, **problema inverso:**

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.
Ad esempio: $C_t = 1000 + 100t$, **problema inverso:**
fissato $C_t = 1075$ euro, determinare il tempo t nel quale il capitale varrà C_t.

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.

Ad esempio: $C_t = 1000 + 100t$, **problema inverso:**
fissato $C_t = 1075$ euro, determinare il tempo t nel quale il capitale varrà C_t.

$$C_t = 1000 + 100t = 1075$$

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.

Ad esempio: $C_t = 1000 + 100t$, **problema inverso:**
fissato $C_t = 1075$ euro, determinare il tempo t nel quale il capitale varrà C_t.

$$C_t = 1000 + 100t = 1075 \Rightarrow t = \frac{1075 - 1000}{100} = 0.75$$

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.

Ad esempio: $C_t = 1000 + 100t$, **problema inverso:**

fissato $C_t = 1075$ euro, determinare il tempo t nel quale il capitale varrà C_t.

$$C_t = 1000 + 100t = 1075 \Rightarrow t = \frac{1075 - 1000}{100} = 0.75$$

Il problema:

- ammette soluzione;

Problema inverso

Assegnati una funzione

$$f : X \longrightarrow Y$$

e y $\in Y$, **valutare** $f^{-1}(\{y\}) \subset X$. Il problema richiede la risoluzione dell'equazione $f(x) = y$.

Ad esempio: $C_t = 1000 + 100t$, **problema inverso:**
fissato $C_t = 1075$ euro, determinare il tempo t nel quale il capitale varrà C_t.

$$C_t = 1000 + 100t = 1075 \Rightarrow t = \frac{1075 - 1000}{100} = 0.75$$

Il problema:

- ammette soluzione;
- la soluzione è unica, e vale 0.75 anni = 9 mesi.

Esempio

La funzione f è invertibile e la sua inversa, f^{-1}, si scrive:

Esempio

La funzione f è invertibile e la sua inversa, f^{-1}, si scrive:

$$f^{-1} : C_t \in \mathcal{R}^+ \to \frac{C_t - 1000}{100}.$$

Esempio

Modifichiamo, di poco, il modello:

Esempio

Modifichiamo, di poco, il modello:

$$f : x \in \mathcal{R} \to\ x + 10^x \in \mathcal{R}\,.$$

Esempio

Modifichiamo, di poco, il modello:

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow \; x + 10^x \in \mathcal{R}\,.$$

problema diretto:

Esempio

Modifichiamo, di poco, il modello:

$$f : x \in \mathcal{R} \;\rightarrow\; x + 10^x \in \mathcal{R} \,.$$

problema diretto:

$$x = 1 \quad \Rightarrow \quad f(1) = 1 + 10^1 = 11$$

Esempio

Modifichiamo, di poco, il modello:

$$f : x \in \mathcal{R} \;\rightarrow\; x + 10^x \in \mathcal{R}\,.$$

problema diretto:

$$\begin{aligned} x = 1 \quad &\Rightarrow \quad f(1) = 1 + 10^1 = 11 \\ x = 1.25 \quad &\Rightarrow \quad f(1.25) = 1.25 + 10^{1.25} \;\simeq\; 19.0328 \end{aligned}$$

Esempio

Modifichiamo, di poco, il modello:

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow \; x + 10^x \in \mathcal{R}\,.$$

problema diretto:

$$\begin{aligned} x = 1 \quad &\Rightarrow \quad f(1) = 1 + 10^1 = 11 \\ x = 1.25 \quad &\Rightarrow \quad f(1.25) = 1.25 + 10^{1.25} \simeq 19.0328 \end{aligned}$$

Esempio

$$f : x \in \mathcal{R} \Rightarrow x + 10^x \in \mathcal{R}$$

problema inverso:

$$y = 1$$

Esempio

$$f : x \in \mathcal{R} \Rightarrow x + 10^x \in \mathcal{R}$$

problema inverso:

$$y = 1 \rightarrow \; x + 10^x = 1 \Rightarrow x =?$$

Esempio

$$f : x \in \mathcal{R} \Rightarrow x + 10^x \in \mathcal{R}$$

problema inverso:

$$y = 1 \rightarrow \; x + 10^x = 1 \Rightarrow x =?$$

$x = 0$ risolve il problema: $0 + 10^0 = 1$.

Esempio

$$f : x \in \mathcal{R} \Rightarrow x + 10^x \in \mathcal{R}$$

problema inverso:

$$y = 1 \rightarrow \; x + 10^x = 1 \Rightarrow x =?$$

$x = 0$ risolve il problema: $0 + 10^0 = 1$.
Esistono altri valori di x che soddisfano l'equazione?

Esempio

$$f : x \in \mathcal{R} \Rightarrow x + 10^x \in \mathcal{R}$$

problema inverso:

$$y = 1 \rightarrow \; x + 10^x = 1 \Rightarrow x =?$$

$x = 0$ risolve il problema: $0 + 10^0 = 1$.
Esistono altri valori di x che soddisfano l'equazione?

$$y = 2 \Rightarrow x + 10^x = 2 \Rightarrow x =?$$

Esempio

$$f : x \in \mathcal{R} \Rightarrow x + 10^x \in \mathcal{R}$$

problema inverso:

$$y = 1 \rightarrow \; x + 10^x = 1 \Rightarrow x =?$$

$x = 0$ risolve il problema: $0 + 10^0 = 1$.
Esistono altri valori di x che soddisfano l'equazione?

$$y = 2 \Rightarrow x + 10^x = 2 \Rightarrow x =?$$

Esistono soluzioni dell'equazione?

Esempio

E' necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.

Esempio

E’ necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.
Ad esempio, con opportuni ”test” si può riconoscere che la funzione è biunivoca.

Esempio

E' necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.
Ad esempio, con opportuni "test" si può riconoscere che la funzione è biunivoca. In tal caso:

Esempio

E' necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.
Ad esempio, con opportuni "test" si può riconoscere che la funzione è biunivoca. In tal caso:

- $x = 0$ è l'unica soluzione del problema $x + 10^x = 1$;

Esempio

E' necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.
Ad esempio, con opportuni "test" si può riconoscere che la funzione è biunivoca. In tal caso:

- $x = 0$ è l'unica soluzione del problema $x + 10^x = 1$;
- il problema $x + 10^x = 2$ è dotato di un'unica soluzione.

Esempio

E' necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.
Ad esempio, con opportuni "test" si può riconoscere che la funzione è biunivoca. In tal caso:

- $x = 0$ è l'unica soluzione del problema $x + 10^x = 1$;
- il problema $x + 10^x = 2$ è dotato di un'unica soluzione.
- la soluzione è $f^{-1}(2)$, dove:

Esempio

E' necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.
Ad esempio, con opportuni "test" si può riconoscere che la funzione è biunivoca. In tal caso:

- $x = 0$ è l'unica soluzione del problema $x + 10^x = 1$;
- il problema $x + 10^x = 2$ è dotato di un'unica soluzione.
- la soluzione è $f^{-1}(2)$, dove:

$$f^{-1} : y \in \mathcal{R} \rightarrow \ x \in \mathcal{R} \ : x + 10^x = y;$$

Esempio

E' necessario introdurre opportuni strumenti matematici per risolvere tali problemi.
Ad esempio, con opportuni "test" si può riconoscere che la funzione è biunivoca. In tal caso:

- $x = 0$ è l'unica soluzione del problema $x + 10^x = 1$;
- il problema $x + 10^x = 2$ è dotato di un'unica soluzione.
- la soluzione è $f^{-1}(2)$, dove:

$$f^{-1} : y \in \mathcal{R} \to \; x \in \mathcal{R} \; : x + 10^x = y;$$

- è possibile ottenere una stima di tale valore utilizzando solo la funzione f, $x \simeq 0.2444$.

Problemi inversi

Non esiste un metodo generale per la risoluzione problemi inversi.

Problemi inversi

Non esiste un metodo generale per la risoluzione problemi inversi.

Esiste, però, una possibilità:

Riuscire a descrivere la funzione

OVVERO

Rappresentare il grafico della funzione

Tasso interno di rendimento

Si consideri l'operazione finanziaria che garantisce il flusso $\mathbf{x}$ di importi sullo scadenzario $\mathbf{t}$:
Si definisce tasso interno di rendimento (**TIR**) di **x** il tasso di interesse della legge esponenziale conformemente alla quale **x** risulta un'operazione finanziaria equa.

Tasso interno di rendimento

Si consideri l'operazione finanziaria che garantisce il flusso $\mathbf{x}$ di importi sullo scadenzario $\mathbf{t}$:
Si definisce tasso interno di rendimento (**TIR**) di **x** il tasso di interesse della legge esponenziale conformemente alla quale **x** risulta un'operazione finanziaria equa.
Il TIR i, se esiste, è soluzione dell'equazione:

$$\sum_{k=0}^{m} \frac{x_k}{(1+i)^k} = 0$$

Sia $f : \mathbf{X} \to \mathcal{R}$ continua.

Sia $f : \mathbf{X} \to \mathcal{R}$ continua.

Si vuole risolvere l'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathcal{R} .$$

Sia $f : \mathbf{X} \to \mathcal{R}$ continua.
Si vuole risolvere l'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathcal{R}\,.$$

Se $k \in f(X)$ il problema ammette soluzione,

Sia $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ continua.
Si vuole risolvere l'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathcal{R}\,.$$

Se $k \in f(X)$ il problema ammette soluzione, $\exists\, c \in X : \; f(c) = k$

Sia $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ continua.
Si vuole risolvere l'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathcal{R}.$$

Se $k \in f(X)$ il problema ammette soluzione, $\exists\, c \in X : f(c) = k$ ma essa non può sempre essere calcolata per via analitica

$$\Downarrow$$

Necessità di ricorrere ad un **metodo numerico**

Passi fondamentali

I passo:

Passi fondamentali

I passo: determinare un intervallo $[a_0, b_0]$
nel cui interno cada **almeno 1 soluzione** dell'equazione

Passi fondamentali

I passo: determinare un intervallo $[a_0, b_0]$
nel cui interno cada **almeno 1 soluzione** dell'equazione

II passo:

Passi fondamentali

I passo: determinare un intervallo $[a_0, b_0]$
nel cui interno cada **almeno 1 soluzione** dell'equazione

II passo: calcolare un valore approssimato della soluzione **con l'accuratezza voluta**

L'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathcal{R}\,,$$

definendo

$$g(x) = f(x) - k,$$

L'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathcal{R},$$

definendo

$$g(x) = f(x) - k,$$

si può porre nella forma

$$g(x) = 0.$$

L'equazione

$$f(x) = k, \quad k \in \mathcal{R}\,,$$

definendo

$$g(x) = f(x) - k,$$

si può porre nella forma

$$g(x) = 0.$$

Pertanto, nel seguito considereremo solo problemi di ricerca di zeri di una funzione.

I passo

Teorema degli zeri

I passo

Teorema degli zeri

Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione **continua**

I passo

Teorema degli zeri

Sia $f : [a, b] \to \mathcal{R}$ una funzione **continua**. Se $f(a) \cdot f(b) < 0$

I passo

Teorema degli zeri

Sia $f : [a, b] \to \mathcal{R}$ una funzione **continua**. Se $f(a) \cdot f(b) < 0$,

$$\Downarrow$$

$$\exists\, c \in\,]a, b[: f(c) = 0$$

Esempio

Determinare un intervallo contenente una soluzione dell'equazione

$$f(x) = x + e^x = 0.$$

Esempio

Determinare un intervallo contenente una soluzione dell'equazione

$$f(x) = x + e^x = 0.$$

f continua in $\mathcal{R} \Rightarrow f$ continua in ogni intervallo $[a, b] \subset \mathcal{R}$

Esempio

Determinare un intervallo contenente una soluzione dell'equazione

$$f(x) = x + e^x = 0.$$

f continua in $\mathcal{R} \Rightarrow f$ continua in ogni intervallo $[a, b] \subset \mathcal{R} \Rightarrow$ per usare il Teorema degli zeri

Esempio

Determinare un intervallo contenente una soluzione dell'equazione

$$f(x) = x + e^x = 0.$$

f continua in $\mathcal{R} \Rightarrow f$ continua in ogni intervallo $[a, b] \subset \mathcal{R} \Rightarrow$ per usare il Teorema degli zeri si deve trovare, se esiste, un intervallo $[a, b]$ tale che $f(a) \cdot f(b) < 0$.

Esempio

Si ha che:

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x$$

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty$$

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x$$

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua $\Rightarrow$ esiste un intervallo chiuso e limitato in cui soddisfa il t. degli zeri

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua $\Rightarrow$ esiste un intervallo chiuso e limitato in cui soddisfa il t. degli zeri $\Leftrightarrow$ esiste c : $f(c) = 0$.

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x\to-\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x\to+\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua $\Rightarrow$ esiste un intervallo chiuso e limitato in cui soddisfa il t. degli zeri $\Leftrightarrow$ esiste $c: \; f(c) = 0$. Inoltre:

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua $\Rightarrow$ esiste un intervallo chiuso e limitato in cui soddisfa il t. degli zeri $\Leftrightarrow$ esiste $c: \ f(c) = 0$. Inoltre:

$$f'(x) =$$

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua $\Rightarrow$ esiste un intervallo chiuso e limitato in cui soddisfa il t. degli zeri $\Leftrightarrow$ esiste c : $f(c) = 0$. Inoltre:

$$f'(x) = 1 + e^x$$

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua $\Rightarrow$ esiste un intervallo chiuso e limitato in cui soddisfa il t. degli zeri $\Leftrightarrow$ esiste $c: \ f(c) = 0$. Inoltre:

$$f'(x) = 1 + e^x > 0 \; \forall \; x$$

$$\Downarrow$$

$$f(x) \text{ s. c. in } \mathcal{R}$$

Esempio

Si ha che:

$$\lim_{x \to -\infty} x + e^x = -\infty, \qquad \lim_{x \to +\infty} x + e^x = +\infty$$

La funzione è continua $\Rightarrow$ esiste un intervallo chiuso e limitato in cui soddisfa il t. degli zeri $\Leftrightarrow$ esiste $c: \; f(c) = 0$. Inoltre:

$$f'(x) = 1 + e^x > 0 \; \forall \; x$$

$$\Downarrow$$

$$f(x) \text{ s. c. in } \mathcal{R}$$

$$\Downarrow$$

$$\exists \, ! c : \; f(c) = 0$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ è necessariamente $c < 0$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ è necessariamente $c < 0$

$$f(-1)$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ è necessariamente $c < 0$

$$f(-1) = -1 + e^{-1}$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ è necessariamente $c < 0$

$$f(-1) = -1 + e^{-1} \simeq -0.63$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ è necessariamente $c < 0$

$$f(-1) = -1 + e^{-1} \simeq -0.63 < 0,$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ è necessariamente $c < 0$

$$f(-1) = -1 + e^{-1} \simeq -0.63 < 0, \quad f(0) > 0$$

Esempio

$$f(x) = x + e^x$$

Si osservi che

$$f(0) = 1 > 0$$

$$\Downarrow$$

se c è la soluzione dell'equazione $f(x) = 0$ è necessariamente $c < 0$

$$f(-1) = -1 + e^{-1} \simeq -0.63 < 0, \quad f(0) > 0$$

$$\Downarrow$$

per il Teorema degli zeri, $c \in]-1, 0[$.

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

Il passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$;

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(a_0) < 0$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(a_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]a_0, x_0[$;

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(a_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]a_0, x_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]a_0, x_0[$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(a_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]a_0, x_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]a_0, x_0[$

NOTA:

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(a_0) < 0 \Rightarrow c \in \,]a_0, x_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]a_0, x_0[$

NOTA: l'ampiezza dell'intervallo $[a_1, b_1]$ è

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(a_0) < 0 \Rightarrow c \in]a_0, x_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]a_0, x_0[$

NOTA: l'ampiezza dell'intervallo $[a_1, b_1]$ è

$$b_1 - a_1$$

II passo: metodo di bisezione

Dato l'intervallo $[a_0, b_0]$ individuato al I passo, consideriamone il punto medio

$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}.$$

Detta c una soluzione dell'equazione $f(x) = 0$, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_0) \cdot f(a_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(b_0) < 0 \Rightarrow c \in]x_0, b_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]x_0, b_0[$
2. $f(x_0) = 0 \Rightarrow c = x_0$
3. $f(x_0) \cdot f(b_0) > 0 \Rightarrow f(x_0) \cdot f(a_0) < 0 \Rightarrow c \in]a_0, x_0[$; si pone $]a_1, b_1[:=]a_0, x_0[$

NOTA: l'ampiezza dell'intervallo $[a_1, b_1]$ è

$$b_1 - a_1 = \frac{1}{2}(b_0 - a_0).$$

Metodo di bisezione

Quindi

Metodo di bisezione

Quindi, applicando il procedimento descritto:

Metodo di bisezione

Quindi, applicando il procedimento descritto:

1. si trova **una soluzione**

Metodo di bisezione

Quindi, applicando il procedimento descritto:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene**

Metodo di bisezione

Quindi, applicando il procedimento descritto:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **la metà dell'intervallo di partenza**

Metodo di bisezione

Quindi, applicando il procedimento descritto:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **la metà dell'intervallo di partenza** $\Leftrightarrow$ si migliora l'accuratezza.

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[;$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0 \Rightarrow c \in]a_1, x_1[$;

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0 \Rightarrow c \in]a_1, x_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]a_1, x_1[$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0 \Rightarrow c \in]a_1, x_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]a_1, x_1[$

NOTA:

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]a_1, x_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]a_1, x_1[$

NOTA: l'ampiezza dell'intervallo $[a_2, b_2]$ è

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]a_1, x_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]a_1, x_1[$

NOTA: l'ampiezza dell'intervallo $[a_2, b_2]$ è

$$b_2 - a_2$$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0 \Rightarrow c \in]a_1, x_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]a_1, x_1[$

NOTA: l'ampiezza dell'intervallo $[a_2, b_2]$ è

$$b_2 - a_2 = \frac{1}{2}(b_1 - a_1)$$

Metodo di bisezione

Applichiamo lo stesso procedimento nell'intervallo $[a_1, b_1]$. Indicato con

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$$

il suo punto medio, si verifica una ed una sola delle seguenti eventualità:

1. $f(x_1) \cdot f(a_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(b_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]x_1, b_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]x_1, b_1[$
2. $f(x_1) = 0 \Rightarrow c = x_1$
3. $f(x_1) \cdot f(b_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) \cdot f(a_1) < 0 \Rightarrow c \in \,]a_1, x_1[$; si pone $]a_2, b_2[:=]a_1, x_1[$

NOTA: l'ampiezza dell'intervallo $[a_2, b_2]$ è

$$b_2 - a_2 = \frac{1}{2}(b_1 - a_1) = \frac{1}{4}(b_0 - a_0).$$

Metodo di bisezione

Quindi:

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione**

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene**

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **un quarto dell'intervallo di partenza**

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **un quarto dell'intervallo di partenza**$\Leftrightarrow$ si migliora l'accuratezza.

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **un quarto dell'intervallo di partenza** $\Leftrightarrow$ si migliora l'accuratezza.

Problema:

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **un quarto dell'intervallo di partenza** $\Leftrightarrow$ si migliora l'accuratezza.

Problema: quando arrestare il procedimento?

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **un quarto dell'intervallo di partenza**$\Leftrightarrow$ si migliora l'accuratezza.

Problema: quando arrestare il procedimento?

$$\Downarrow$$

Necessità di definire un

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **un quarto dell'intervallo di partenza** $\Leftrightarrow$ si migliora l'accuratezza.

Problema: quando arrestare il procedimento?

$$\Downarrow$$

Necessità di definire un criterio di arresto

Metodo di bisezione

Quindi:

1. si trova **una soluzione** oppure
2. si determina **un intervallo che la contiene** di ampiezza **un quarto dell'intervallo di partenza**$\Leftrightarrow$ si migliora l'accuratezza.

Problema: quando arrestare il procedimento?

$$\Downarrow$$

Necessità di definire un criterio di arresto in dipendenza dall'accuratezza desiderata.

Osservazione

Supponiamo di aver eseguito n passi del metodo di bisezione

Osservazione

Supponiamo di aver eseguito n passi del metodo di bisezione, e di aver generato un intervallo $[a_n, b_n]$ contenente una soluzione c dell'equazione data.

Osservazione

Supponiamo di aver eseguito n passi del metodo di bisezione, e di aver generato un intervallo $[a_n, b_n]$ contenente una soluzione c dell'equazione data. Se a_n e b_n hanno **le prime** m **cifre uguali**

Osservazione

Supponiamo di aver eseguito n passi del metodo di bisezione, e di aver generato un intervallo $[a_n, b_n]$ contenente una soluzione c dell'equazione data. Se a_n e b_n hanno **le prime m cifre uguali**, siccome

$$c \in \ [a_n, b_n]$$

Osservazione

Supponiamo di aver eseguito n passi del metodo di bisezione, e di aver generato un intervallo $[a_n, b_n]$ contenente una soluzione c dell'equazione data. Se a_n e b_n hanno **le prime m cifre uguali**, siccome

$$c \in [a_n, b_n]$$

$$\Downarrow$$

abbiamo ottenuto m **cifre corrette**.

Esempio

Determiniamo 1 cifra decimale esatta della soluzione dell'equazione

Esempio

Determiniamo 1 cifra decimale esatta della soluzione dell'equazione

$$x + e^x = 0$$

Esempio

Determiniamo 1 cifra decimale esatta della soluzione dell'equazione

$$x + e^x = 0$$

nell'intervallo $]-1, 0[$.

Esempio

Determiniamo 1 cifra decimale esatta della soluzione dell'equazione

$$x + e^x = 0$$

nell'intervallo $]-1, 0[$.

Per comodità

Esempio

Determiniamo 1 cifra decimale esatta della soluzione dell'equazione

$$x + e^x = 0$$

nell'intervallo $]-1, 0[$.

Per comodità, riportiamo i valori in una tabella.

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0						

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000					

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000				

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000			

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321		

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1						

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000					

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000				

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500			

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321		

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2						

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500					

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000				

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250			

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776		

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3						

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250					

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000				

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625			

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897		

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4						

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250					

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625				

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938			

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897		

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	-0.0415

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	-0.0415
5						

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	-0.0415
5	-0.5938					

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	-0.0415
5	-0.5938	-0.5625				

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	-0.0415
5	-0.5938	-0.5625				

a_{11} e b_{11} hanno **la stessa parte intera e la stessa prima cifra decimale**

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	-0.0415
5	-0.5938	-0.5625				

a_{11} e b_{11} hanno **la stessa parte intera e la stessa prima cifra decimale**. Quindi

Esempio

n	a_n	b_n	c_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(c_n)$
0	-1.0000	0.0000	-0.5000	-0.6321	1.0000	0.1065
1	-1.0000	-0.5000	-0.7500	-0.6321	0.1065	-0.2776
2	-0.7500	-0.5000	-0.6250	-0.2776	0.1065	-0.0897
3	-0.6250	-0.5000	-0.5625	-0.0897	0.1065	0.0073
4	-0.6250	-0.5625	-0.5938	-0.0897	0.0073	-0.0415
5	-0.5938	-0.5625				

a_{11} e b_{11} hanno **la stessa parte intera e la stessa prima cifra decimale**. Quindi $c \simeq -0.5$