Teoremi di De L'Hôpital

7 novembre 2017

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;
- $g'(x)$ di segno costante in I^-.

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;
- $g'(x)$ di segno costante in I^-.

Se f e g sono dotate di limite sinistro in x_0

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;
- $g'(x)$ di segno costante in I^-.

Se f e g sono dotate di limite sinistro in x_0 e:

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;
- $g'(x)$ di segno costante in I^-.

Se f e g sono dotate di limite sinistro in x_0 e:

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) \quad = \quad \lim_{x \to x_0^-} g(x) = 0$$

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;
- $g'(x)$ di segno costante in I^-.

Se f e g sono dotate di limite sinistro in x_0 e:

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) \quad = \quad \lim_{x \to x_0^-} g(x) = 0 \quad (\text{I Teorema})$$

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;
- $g'(x)$ di segno costante in I^-.

Se f e g sono dotate di limite sinistro in x_0 e:

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^-} g(x) = 0 \quad \text{(I Teorema)}$$
$$\lim_{x\to x_0^-} |f(x)| = \lim_{x\to x_0^-} |g(x)| = +\infty$$

Siano f e g definite in un intorno sinistro I^- di x_0 tali che:

- f e g derivabili in I^-;
- $g'(x)$ di segno costante in I^-.

Se f e g sono dotate di limite sinistro in x_0 e:

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^-} g(x) = 0 \quad \text{(I Teorema)}$$

$$\lim_{x\to x_0^-} |f(x)| = \lim_{x\to x_0^-} |g(x)| = +\infty \quad \text{(II Teorema)}$$

allora se

allora se

$$\exists \lim_{x \to x_0^-} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

allora se

$$\exists \lim_{x \to x_0^-} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\Downarrow$$

1. $\exists \lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)}{g(x)}$

allora se

$$\exists \lim_{x \to x_0^-} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\Downarrow$$

1. $\exists \lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)}{g(x)}$
2. $\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0^-} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Risultati analoghi valgono per funzioni definite in un intorno destro I^+ di x_0.

Risultati analoghi valgono per funzioni definite in un intorno destro I^+ di x_0.

Se le funzioni sono definite in un intorno completo I di x_0, i Teoremi di De L'Hôpital si possono applicare per il calcolo del

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Esempio

Calcoliamo il

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x}{x + \sqrt{x}}$$

Esempio

Calcoliamo il

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x}{x + \sqrt{x}}$$

1. Il limite si presenta nella forma indeterminata $\frac{+\infty}{+\infty}$;

Esempio

Calcoliamo il

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x}{x + \sqrt{x}}$$

1. Il limite si presenta nella forma indeterminata $\frac{+\infty}{+\infty}$;
2. $f(x)$ e $g(x)$ sono derivabili in $]0, +\infty)$;

Esempio

Calcoliamo il

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x}{x + \sqrt{x}}$$

1. Il limite si presenta nella forma indeterminata $\frac{+\infty}{+\infty}$;
2. $f(x)$ e $g(x)$ sono derivabili in $]0, +\infty)$;
3. $g'(x)$

Esempio

Calcoliamo il

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x}{x + \sqrt{x}}$$

1. Il limite si presenta nella forma indeterminata $\frac{+\infty}{+\infty}$;
2. $f(x)$ e $g(x)$ sono derivabili in $]0, +\infty)$;
3. $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Esempio

Calcoliamo il

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log x}{x+\sqrt{x}}$$

1. Il limite si presenta nella forma indeterminata $\frac{+\infty}{+\infty}$;
2. $f(x)$ e $g(x)$ sono derivabili in $]0,+\infty)$;
3. $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ in $]0,+\infty)$

Esempio

Calcoliamo il

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log x}{x+\sqrt{x}}$$

1. Il limite si presenta nella forma indeterminata $\frac{+\infty}{+\infty}$;
2. $f(x)$ e $g(x)$ sono derivabili in $]0,+\infty)$;
3. $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ in $]0,+\infty)$

$$\Downarrow$$

possiamo applicare la regola di De L'Hôpital.

$$f(x) = \log x$$

$$f(x) = \log x \Rightarrow f'(x)$$

$$f(x) = \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Calcoliamo

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$f(x) = \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Calcoliamo

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Si ha:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$f(x) = \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Calcoliamo

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Si ha:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)}$$

$$f(x) = \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Calcoliamo

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Si ha:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)} = 0$$

Quindi

1. esiste $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

Quindi

1. esiste $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)}$
2. $$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x}{x + \sqrt{x}} = 0.$$

Applicando i teoremi di De L'Hôpital, si possono calcolare anche limiti che si presentano come forme indeterminate diverse da quelle mostrate.

Applicando i teoremi di De L'Hôpital, si possono calcolare anche limiti che si presentano come forme indeterminate diverse da quelle mostrate. Ad esempio

Applicando i teoremi di De L'Hôpital, si possono calcolare anche limiti che si presentano come forme indeterminate diverse da quelle mostrate. Ad esempio, se

Applicando i teoremi di De L'Hôpital, si possono calcolare anche limiti che si presentano come forme indeterminate diverse da quelle mostrate. Ad esempio, se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$$

Applicando i teoremi di De L'Hôpital, si possono calcolare anche limiti che si presentano come forme indeterminate diverse da quelle mostrate. Ad esempio, se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Applicando i teoremi di De L'Hôpital, si possono calcolare anche limiti che si presentano come forme indeterminate diverse da quelle mostrate. Ad esempio, se

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

$$\Downarrow$$

il $\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)$ si presenta nella forma indeterminata

Applicando i teoremi di De L'Hôpital, si possono calcolare anche limiti che si presentano come forme indeterminate diverse da quelle mostrate. Ad esempio, se

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

$$\Downarrow$$

il $\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)$ si presenta nella forma indeterminata $0\cdot\pm\infty$.

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to x_0} g(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x) \cdot g(x) =$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \\ \\ \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x) \neq 0 \text{ per } x \in \mathrm{I}(x_0) \\ \\ \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x) \neq 0 \text{ per } x \in \mathrm{I}(x_0) \\ \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x) \neq 0 \text{ per } x \in \mathrm{I}(x_0) \\ \\ \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x) \neq 0 \text{ per } x \in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x) \neq 0 \text{ per } x \in \mathrm{I}(x_0) \\ \\ \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x) \neq 0 \text{ per } x \in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \\ \\ \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) =$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \\ \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} \\ \\ \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \\ \\ \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & \text{f. indet. } \frac{0}{0} \\ \\ \\ \\ \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \\ \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & \text{f. indet. } \frac{0}{0} \\ \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \\ \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & \text{f. indet. } \frac{0}{0} \\ \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & \text{f. indet. } \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \end{cases}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = 0 \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$$

Si osservi che

$$f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & g(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \\ \\ \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & f(x)\neq 0 \text{ per } x\in \mathrm{I}(x_0) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) = \begin{cases} \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}} & \text{f. indet. } \frac{0}{0} \\ \\ \lim_{x\to x_0} \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}} & \text{f. indet. } \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

si possono usare i teoremi di De L'Hôpital.

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x$$

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x$$

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x \to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Il limite così riscritto si presenta nella forma indeterminata

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Il limite così riscritto si presenta nella forma indeterminata $\frac{-\infty}{+\infty}$.

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Il limite così riscritto si presenta nella forma indeterminata $\frac{-\infty}{+\infty}$.
Applichiamo la regola di De L'Hôpital:

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Il limite così riscritto si presenta nella forma indeterminata $\frac{-\infty}{+\infty}$.
Applichiamo la regola di De L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}}$$

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Il limite così riscritto si presenta nella forma indeterminata $\frac{-\infty}{+\infty}$.
Applichiamo la regola di De L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}} = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2}{2}$$

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Il limite così riscritto si presenta nella forma indeterminata $\frac{-\infty}{+\infty}$.
Applichiamo la regola di De L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}} = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2}{2} = 0$$

Esempio

Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x$$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $0 \cdot (-\infty)$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\frac{1}{x^2}}$$

Il limite così riscritto si presenta nella forma indeterminata $\frac{-\infty}{+\infty}$.
Applichiamo la regola di De L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}} = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2}{2} = 0 \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} x^2 \log x = 0$$

Se

Se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

Se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$$

Se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$$

$$\Downarrow$$

il $\lim_{x \to x_0} f(x) - g(x)$ si presenta nella forma indeterminata

Se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$$

$$\Downarrow$$

il $\lim_{x \to x_0} f(x) - g(x)$ si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$.

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$$

Si osservi che

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$$

Si osservi che

$$f(x) - g(x) =$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$$

Si osservi che

$$f(x) - g(x) = \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$$

Si osservi che

$$f(x) - g(x) = \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) =$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$$

Si osservi che

$$f(x) - g(x) = \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) = \lim_{x\to x_0} \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$$

Si osservi che

$$f(x) - g(x) = \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) = \lim_{x\to x_0} \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}} \quad \text{f. indet. } \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$$

Si osservi che

$$f(x) - g(x) = \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}}$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) = \lim_{x\to x_0} \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)\cdot g(x)}} \quad \text{f. indet. } \frac{0}{0}$$

$$\Downarrow$$

si possono usare i teoremi di De L'Hôpital.

Siano ancora

Siano ancora $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$

Siano ancora $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

Siano ancora $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

$$f(x) - g(x) =$$

Siano ancora $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

$$f(x) - g(x) = f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

Siano ancora $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

$$f(x) - g(x) = f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) =$$

Siano ancora $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

$$f(x) - g(x) = f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) = \lim_{x\to x_0} f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

Siano ancora $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

$$f(x) - g(x) = f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) = \lim_{x\to x_0} f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

si possono usare i teoremi di De L'Hôpital per calcolare

Siano ancora $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

$$f(x) - g(x) = f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) = \lim_{x\to x_0} f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

si possono usare i teoremi di De L'Hôpital per calcolare $\lim_{x\to x_0} \frac{g(x)}{f(x)}$

Siano ancora $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to x_0} g(x) = +\infty$

Si può anche riscrivere

$$f(x) - g(x) = f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to x_0} f(x) - g(x) = \lim_{x\to x_0} f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big]$$

$$\Downarrow$$

si possono usare i teoremi di De L'Hôpital per calcolare $\lim_{x\to x_0} \frac{g(x)}{f(x)}$ e successivamente discutere il limite di partenza.

Infatti, se:

Infatti, se:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = l$$

Infatti, se:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = l \Rightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) \Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)} \Big]$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = l \Rightarrow \lim_{x\to x_0} f(x)\Big[1 - \frac{g(x)}{f(x)}\Big] = +\infty \cdot (1-l)$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty\\ \end{cases}$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ & \end{cases}$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & \\ & \end{cases}$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & l=1\end{cases}$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & l=1\\ -\infty\end{cases}$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & l=1\\ -\infty & l>1\end{cases}$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & l=1\\ -\infty & l>1\end{cases}$$

Se $l=1$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & l=1\\ -\infty & l>1\end{cases}$$

Se $l=1$ occorre risolvere

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & l=1\\ -\infty & l>1\end{cases}$$

Se $l=1$ occorre risolvere

$$\lim_{x\to x_0}\frac{1-\frac{g(x)}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)}}$$

Infatti, se:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=l\Rightarrow\lim_{x\to x_0}f(x)\Big[1-\frac{g(x)}{f(x)}\Big]=+\infty\cdot(1-l)=$$

$$=\begin{cases}+\infty & l<1\\ +\infty\cdot 0 & l=1\\ -\infty & l>1\end{cases}$$

Se $l=1$ occorre risolvere

$$\lim_{x\to x_0}\frac{1-\frac{g(x)}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)}}\quad \text{f. indet. } \frac{0}{0}$$

Esempio

Calcolare $\lim_{x \to +\infty} x - \log x$

Esempio

Calcolare $\lim_{x \to +\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata

Esempio

Calcolare $\lim_{x \to +\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$

Esempio

Calcolare $\lim_{x \to +\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

Esempio

Calcolare $\lim_{x \to +\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

$$\lim_{x \to +\infty} x - \log x$$

Esempio

Calcolare $\lim_{x\to+\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

$$\lim_{x\to+\infty} x - \log x = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{\log x}{x}\right)$$

Esempio

Calcolare $\lim_{x\to+\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

$$\lim_{x\to+\infty} x - \log x = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{\log x}{x}\right)$$

Sappiamo che

Esempio

Calcolare $\lim_{x\to+\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

$$\lim_{x\to+\infty} x - \log x = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{\log x}{x}\right)$$

Sappiamo che

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log x}{x}$$

Esempio

Calcolare $\lim_{x\to+\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

$$\lim_{x\to+\infty} x - \log x = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{\log x}{x}\right)$$

Sappiamo che

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log x}{x} = 0$$

Esempio

Calcolare $\lim_{x\to+\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

$$\lim_{x\to+\infty} x - \log x = \lim_{x\to+\infty} x\Big(1 - \frac{\log x}{x}\Big)$$

Sappiamo che

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log x}{x} = 0$$

quindi

$$\lim_{x\to+\infty} x\Big(1 - \frac{\log x}{x}\Big)$$

Esempio

Calcolare $\lim_{x\to+\infty} x - \log x$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $+\infty - \infty$. Si ha:

$$\lim_{x\to+\infty} x - \log x = \lim_{x\to+\infty} x\Big(1 - \frac{\log x}{x}\Big)$$

Sappiamo che

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log x}{x} = 0$$

quindi

$$\lim_{x\to+\infty} x\Big(1 - \frac{\log x}{x}\Big) = +\infty$$