Applicazioni del Calcolo Differenziale

24 ottobre 2017

Monotonia in un punto

Siano $f : X \to \mathcal{R}$ e $x_0 \in X$.

Monotonia in un punto

Siano $f : X \to \mathcal{R}$ e $x_0 \in X$.
Se esiste un intorno di x_0 nel quale f è s. c. (d.), si dice che f è **strettamente crescente (decrescente) in** x_0.

Monotonia in un punto

Siano $f : X \to \mathcal{R}$ e $x_0 \in X$.

Se esiste un intorno di x_0 nel quale f è s. c. (d.), si dice che f è **strettamente crescente (decrescente) in** x_0.

NOTA: se f è s. c. in tutto $\mathbf{X}$ allora essa è s. c. in ogni punto di $\mathbf{X}$;

Monotonia in un punto

Siano $f : X \to \mathcal{R}$ e $x_0 \in X$.
Se esiste un intorno di x_0 nel quale f è s. c. (d.), si dice che f è **strettamente crescente (decrescente) in** x_0.

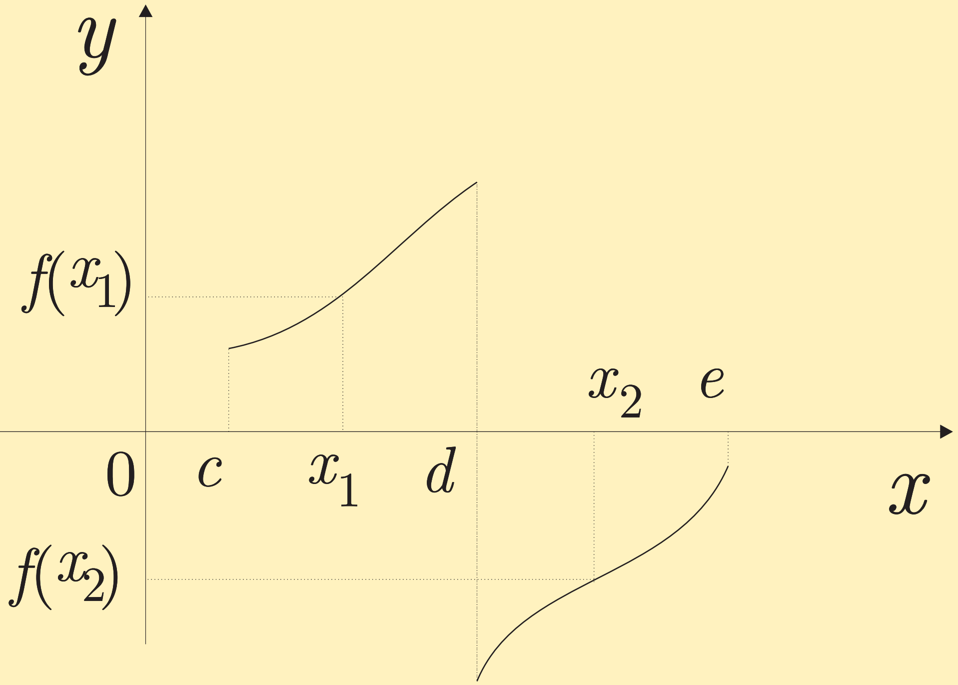
NOTA: se f è s. c. in tutto $\mathbf{X}$ allora essa è s. c. in ogni punto di $\mathbf{X}$; il viceversa non sussiste.

Esempio

Consideriamo la funzione $f : [c, d[\cup]d, e] \to \mathcal{R}$;

Esempio

Consideriamo la funzione $f : [c, d[\cup]d, e] \to \mathcal{R}$;



Massimo relativo

Siano f definita in $\mathbf{X}$ e $x_0 \in \mathrm{X}$.

Massimo relativo

Siano f definita in $\mathbf{X}$ e $x_0 \in \mathrm{X}$.

Se esistono

Massimo relativo

Siano f definita in $\mathbf{X}$ e $x_0 \in \mathrm{X}$.

Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. c.;

Massimo relativo

Siano f definita in $\mathbf{X}$ e $x_0 \in \mathrm{X}$.

Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. c.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. d.

Massimo relativo

Siano f definita in $\mathbf{X}$ e $x_0 \in \mathrm{X}$.
Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. c.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. d.

la funzione ha un **massimo relativo** in x_0;

Massimo relativo

Siano f definita in $\mathbf{X}$ e $x_0 \in \mathrm{X}$.
Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. c.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. d.

la funzione ha un **massimo relativo** in x_0; x_0 è detto **punto di massimo relativo**.

Massimo relativo

Siano f definita in $\mathbf{X}$ e $x_0 \in \mathrm{X}$.
Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. c.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. d.

la funzione ha un **massimo relativo** in x_0; x_0 è detto **punto di massimo relativo**.
Esiste un intorno di x_0 in cui il massimo di f è $f(x_0)$.

Minimo relativo

Se esistono

Minimo relativo

Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. d.;

Minimo relativo

Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. d.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. c.

Minimo relativo

Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. d.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. c.

la funzione ha un **minimo relativo** in x_0;

Minimo relativo

Se esistono

- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. d.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. c.

la funzione ha un **minimo relativo** in x_0; x_0 è detto **punto di minimo relativo**.

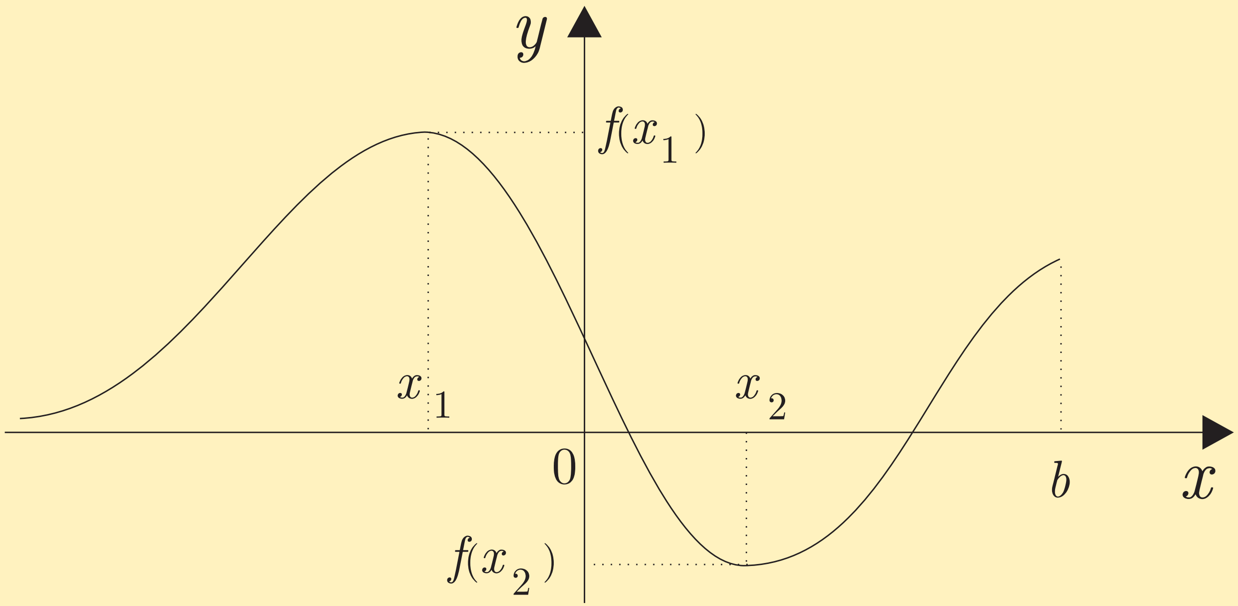
Minimo relativo

Se esistono

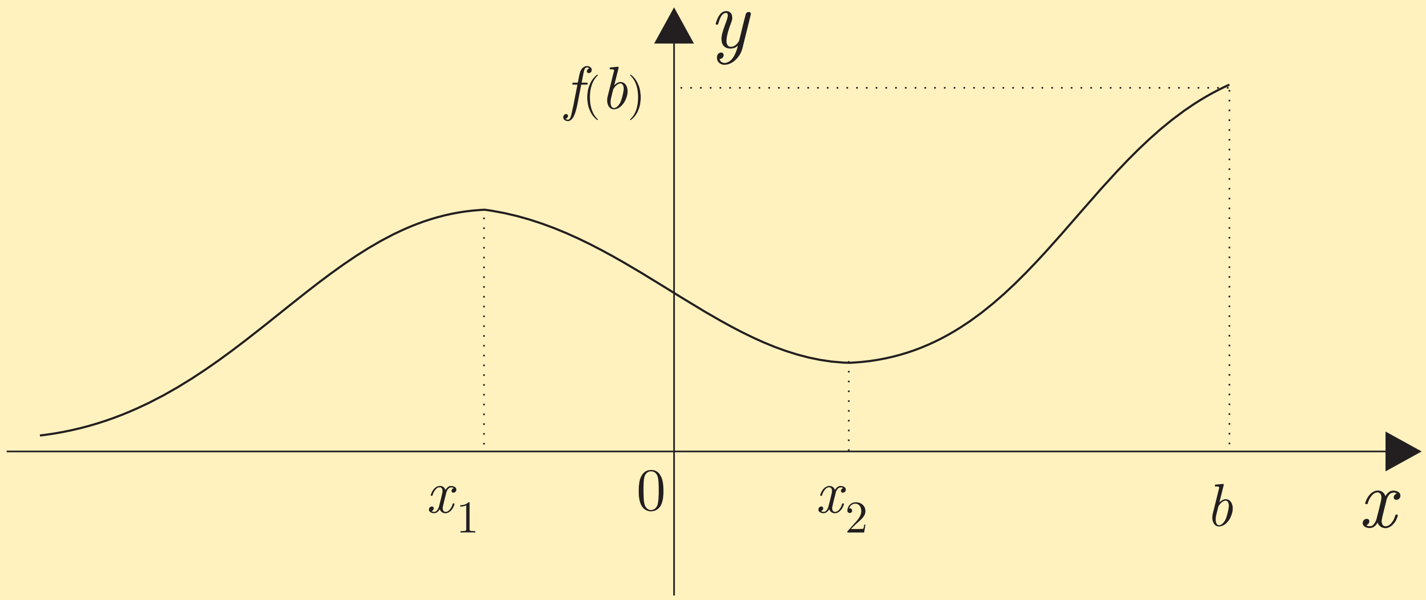
- un intorno sinistro di x_0 in cui f è s. d.;
- un intorno destro di x_0 in cui f è s. c.

la funzione ha un **minimo relativo** in x_0; x_0 è detto **punto di minimo relativo**.
Esiste un intorno di x_0 in cui il minimo di f è $f(x_0)$.

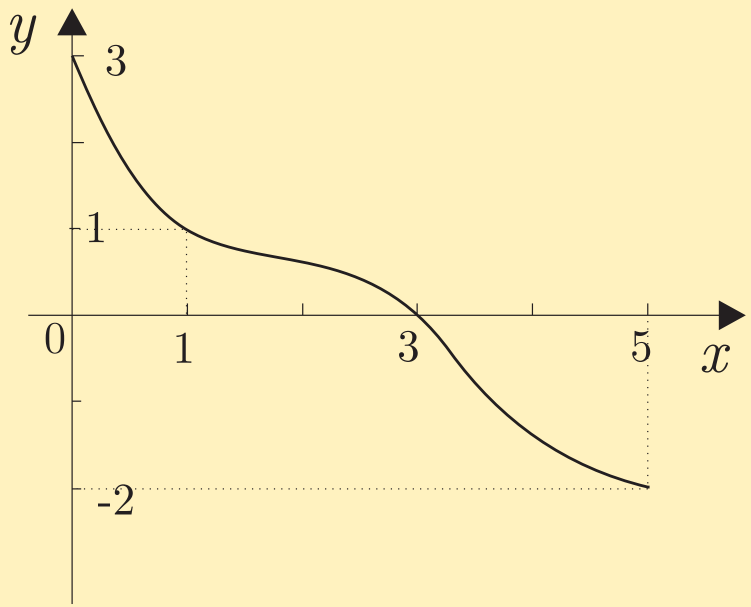
Esempio



Esempio



Esempio



Segno della derivata in un punto

Se f è dotata di derivata in x_0 allora

Segno della derivata in un punto

Se f è dotata di derivata in x_0 allora

- $D[f(x)]_{x=x_0} > 0$

Segno della derivata in un punto

Se f è dotata di derivata in x_0 allora

- $D[f(x)]_{x=x_0} > 0 \Rightarrow f$ s. c. in x_0;

Segno della derivata in un punto

Se f è dotata di derivata in x_0 allora

- $D[f(x)]_{x=x_0} > 0 \Rightarrow f$ s. c. in x_0;
- $D[f(x)]_{x=x_0} < 0$

Segno della derivata in un punto

Se f è dotata di derivata in x_0 allora

- $D[f(x)]_{x=x_0} > 0 \Rightarrow f$ s. c. in x_0;
- $D[f(x)]_{x=x_0} < 0 \Rightarrow f$ s. d. in x_0;

Segno della derivata in un punto

Se f è dotata di derivata in x_0 allora

- $D[f(x)]_{x=x_0} > 0 \Rightarrow f$ s. c. in x_0;
- $D[f(x)]_{x=x_0} < 0 \Rightarrow f$ s. d. in x_0;
- $D[f(x)]_{x=x_0} = 0$

Segno della derivata in un punto

Se f è dotata di derivata in x_0 allora

- $D[f(x)]_{x=x_0} > 0 \Rightarrow f$ s. c. in x_0;
- $D[f(x)]_{x=x_0} < 0 \Rightarrow f$ s. d. in x_0;
- $D[f(x)]_{x=x_0} = 0 \Rightarrow$ nulla si può dire sul comportamento della funzione.

Teorema di Fermat

Siano f definita in $\mathbf{X}$, $x_0 \in \mathbf{X}$.

Teorema di Fermat

Siano f definita in $\mathbf{X}$, $x_0 \in \mathbf{X}$. Se f ha un minimo (massimo) relativo in x_0

Teorema di Fermat

Siano f definita in $\mathbf{X}$, $x_0 \in \mathbf{X}$. Se f ha un minimo (massimo) relativo in x_0 allora

Teorema di Fermat

Siano f definita in $\mathbf{X}$, $x_0 \in \mathbf{X}$. Se f ha un minimo (massimo) relativo in x_0 allora se esiste la derivata in x_0 è nulla;

Teorema 1

Teorema 1

Una funzione derivabile in $[a, b]$ è costante in $[a, b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0 \; \forall \; x \in]a, b[$.

Teorema 1

Una funzione derivabile in $[a, b]$ è costante in $[a, b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0 \; \forall \; x \in]a, b[$.

Teorema 2

Teorema 1

Una funzione derivabile in $[a, b]$ è costante in $[a, b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0 \ \forall \ x \in]a, b[$.

Teorema 2

Una funzione derivabile in $[a, b]$ è crescente (decrescente) in $[a, b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) \geq 0 (\leq 0) \ \forall \ x \in]a, b[$.

Teorema 1

Una funzione derivabile in $[a,b]$ è costante in $[a,b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0 \ \forall \ x \in]a,b[$.

Teorema 2

Una funzione derivabile in $[a,b]$ è crescente (decrescente) in $[a,b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) \geq 0 (\leq 0) \ \forall \ x \in]a,b[$.

Teorema 3

Teorema 1

Una funzione derivabile in $[a,b]$ è costante in $[a,b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0 \; \forall \; x \in]a,b[$.

Teorema 2

Una funzione derivabile in $[a,b]$ è crescente (decrescente) in $[a,b]$ $\Leftrightarrow$ $f'(x) \geq 0 (\leq 0) \; \forall \; x \in]a,b[$.

Teorema 3

Una funzione derivabile in $[a,b]$ è strettamente crescente (decrescente) in $[a,b] \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 (\leq 0) \; \forall \; x \in]a,b[$ e non esiste un intervallo $I \subset]a,b[$ nel quale $f'(x) = 0$.

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

Calcoliamo la derivata:

$$f'(x)$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

Calcoliamo la derivata:

$$f'(x) = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2x}}$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

Calcoliamo la derivata:

$$f'(x) = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2x}} - 1$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

Calcoliamo la derivata:

$$f'(x) = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2x}} - 1 = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0$$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x}$$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \end{cases}$$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x < 4 \end{cases}$$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x < 4 \end{cases} \Rightarrow \; 0 \leq x < 2.$$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x < 4 \end{cases} \Rightarrow \; 0 \leq x < 2.$$

$f'(2) = 0.$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x < 4 \end{cases} \Rightarrow \; 0 \leq x < 2.$$

$f'(2) = 0$. La funzione è strettamente crescente per $0 \leq x < 2$

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x < 4 \end{cases} \Rightarrow \ 0 \leq x < 2.$$

$f'(2) = 0$. La funzione è strettamente crescente per $0 \leq x < 2$ e strettamente decrescente per $x > 2$.

Esempio

Studiamo il segno della derivata:

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} > 0$$

$$2 > \sqrt{2x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x < 4 \end{cases} \Rightarrow \ 0 \leq x < 2.$$

$f'(2) = 0$. La funzione è strettamente crescente per $0 \leq x < 2$ e strettamente decrescente per $x > 2$.
$x = 2$ è un punto di massimo relativo.

Derivate di ordine superiore

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$.

Derivate di ordine superiore

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Se $f'(x)$ ammette derivata

Derivate di ordine superiore

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Se $f'(x)$ ammette derivata, essa si definisce **derivata seconda** di f e si indica con f''.

Derivate di ordine superiore

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Se $f'(x)$ ammette derivata, essa si definisce **derivata seconda** di f e si indica con f''.

È possibile definire le derivate di ordine superiore;

Derivate di ordine superiore

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Se $f'(x)$ ammette derivata, essa si definisce **derivata seconda** di f e si indica con f''.

È possibile definire le derivate di ordine superiore; in generale, $f^{(n)}$ indica la derivata di ordine n.

Se $f^{(k)}(x_0) = 0$

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$
pari	

Se $f^{(k)}(x_0) = 0\ k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$
pari	positiva

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari			

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa		

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa	$\Rightarrow$	x_0 punto di massimo relativo

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa	$\Rightarrow$	x_0 punto di massimo relativo,
dispari			

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa	$\Rightarrow$	x_0 punto di massimo relativo,
dispari	positiva		

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa	$\Rightarrow$	x_0 punto di massimo relativo,
dispari	positiva	$\Rightarrow$	f strettamente crescente in x_0

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa	$\Rightarrow$	x_0 punto di massimo relativo,
dispari	positiva	$\Rightarrow$	f strettamente crescente in x_0,
dispari			

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa	$\Rightarrow$	x_0 punto di massimo relativo,
dispari	positiva	$\Rightarrow$	f strettamente crescente in x_0,
dispari	negativa		

Se $f^{(k)}(x_0) = 0 \; k = 1, n-1$ allora:

n	$f^{(n)}$		
pari	positiva	$\Rightarrow$	x_0 punto di minimo relativo,
pari	negativa	$\Rightarrow$	x_0 punto di massimo relativo,
dispari	positiva	$\Rightarrow$	f strettamente crescente in x_0,
dispari	negativa	$\Rightarrow$	f strettamente decrescente in x_0.

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$f''(x)$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$f''(x) \quad = \quad D\Big[\frac{2}{\sqrt{2x}} - 1\Big]$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$f''(x) \quad = \quad D\left[\frac{2}{\sqrt{2x}} - 1\right] = \mathrm{D}[2(2x)^{-\frac{1}{2}} - 1]$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$\begin{aligned} f''(x) &= D\left[\frac{2}{\sqrt{2x}} - 1\right] = \mathrm{D}[2(2x)^{-\frac{1}{2}} - 1] = \\ &= 2 \end{aligned}$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$\begin{aligned} f''(x) &= D\Big[\frac{2}{\sqrt{2x}} - 1\Big] = \mathrm{D}[2(2x)^{-\frac{1}{2}} - 1] = \\ &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$\begin{aligned} f''(x) &= D\Big[\frac{2}{\sqrt{2x}} - 1\Big] = \mathrm{D}[2(2x)^{-\frac{1}{2}} - 1] = \\ &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (2x)^{-\frac{1}{2}-1} \end{aligned}$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$\begin{aligned} f''(x) &= D\Big[\frac{2}{\sqrt{2x}} - 1\Big] = \mathrm{D}[2(2x)^{-\frac{1}{2}} - 1] = \\ &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (2x)^{-\frac{1}{2}-1} \cdot 2 \end{aligned}$$

Esempio

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - x$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{2x}} - 1$$

Calcoliamo la derivata seconda:

$$\begin{aligned} f''(x) &= D\left[\frac{2}{\sqrt{2x}} - 1\right] = \mathrm{D}[2(2x)^{-\frac{1}{2}} - 1] = \\ &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (2x)^{-\frac{1}{2}-1} \cdot 2 = -\frac{2}{\sqrt{(2x)^3}} \end{aligned}$$

Esempio

$$f''(x) = -\frac{2}{\sqrt{(2x)^3}}$$

Esempio

$$f''(x) = -\frac{2}{\sqrt{(2x)^3}}$$

$f'(2) = 0;$

Esempio

$$f''(x) = -\frac{2}{\sqrt{(2x)^3}}$$

$f'(2) = 0;\ f''(2) < 0$

Esempio

$$f''(x) = -\frac{2}{\sqrt{(2x)^3}}$$

$f'(2) = 0;\ f''(2) < 0 \Rightarrow f$ ha un massimo relativo in $x = 2$.

Teorema di Weierstrass

Se f è continua in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ allora:

Teorema di Weierstrass

Se f è continua in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ allora:

$$\exists\, m = \min f,\ \exists\, M = \max f$$

Teorema di Weierstrass

Se f è continua in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ allora:

$$\exists\, m = \min f,\ \exists\, M = \max f \Rightarrow$$

$$m \leq f(x) \leq M,\ \forall\, x \in\ [a, b].$$

Teorema di Weierstrass

Se f è continua in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ allora:

$$\exists\, m = \min f,\ \exists\, M = \max f \Rightarrow$$

$$m \leq f(x) \leq M,\ \forall\, x \in\ [a, b].$$

Di conseguenza esistono

Teorema di Weierstrass

Se f è continua in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ allora:

$$\exists\, m = \min f,\ \exists\, M = \max f \Rightarrow$$

$$m \leq f(x) \leq M,\ \forall\, x \in [a, b].$$

Di conseguenza esistono

1. un punto di minimo $x_m \in [a, b]$, $f(x_m) = m$;

Teorema di Weierstrass

Se f è continua in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ allora:

$$\exists\, m = \min f,\ \exists\, M = \max f \Rightarrow$$

$$m \leq f(x) \leq M,\ \forall\, x \in\ [a, b].$$

Di conseguenza esistono

1. un punto di minimo $x_m \in\ [a, b]$, $f(x_m) = m$;
2. un punto di massimo $x_M \in\ [a, b]$, $f(x_M) = M$.

Ricerca di massimi e minimi

1. valutazione della funzione negli estremi del campo di esistenza;

Ricerca di massimi e minimi

1. valutazione della funzione negli estremi del campo di esistenza;
2. calcolo della derivata

Ricerca di massimi e minimi

1. valutazione della funzione negli estremi del campo di esistenza;
2. calcolo della derivata
   - ricerca dei punti in cui la derivata si annulla

Ricerca di massimi e minimi

1. valutazione della funzione negli estremi del campo di esistenza;
2. calcolo della derivata
   - ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti;

Ricerca di massimi e minimi

1. valutazione della funzione negli estremi del campo di esistenza;
2. calcolo della derivata
   - ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti;
   - individuazione dei punti in cui non esiste la derivata

Ricerca di massimi e minimi

1. valutazione della funzione negli estremi del campo di esistenza;
2. calcolo della derivata
   - ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti;
   - individuazione dei punti in cui non esiste la derivata e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti.

Ricerca di massimi e minimi

1. valutazione della funzione negli estremi del campo di esistenza;
2. calcolo della derivata
   - ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti;
   - individuazione dei punti in cui non esiste la derivata e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti.

Il massimo e il minimo della funzione, se esistono, sono dati, rispettivamente, dal massimo e dal minimo dei valori calcolati.

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13$$

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13, \; f(3) = e^3 - 3 \simeq 17.08;$$

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13, \; f(3) = e^3 - 3 \simeq 17.08;$$

2. calcolo della derivata:

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13, \; f(3) = e^3 - 3 \simeq 17.08;$$

2. calcolo della derivata:

$$f'(x) = e^x - 1$$

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13, \; f(3) = e^3 - 3 \simeq 17.08;$$

2. calcolo della derivata:

$$f'(x) = e^x - 1$$

- ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti:

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13, \; f(3) = e^3 - 3 \simeq 17.08;$$

2. calcolo della derivata:

$$f'(x) = e^x - 1$$

- ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti:

$$e^x - 1 = 0$$

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13, \; f(3) = e^3 - 3 \simeq 17.08;$$

2. calcolo della derivata:

$$f'(x) = e^x - 1$$

- ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti:

$$e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0;$$

Esempio

Calcoliamo il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = e^x - x$ per $x \in [-2, 3]$.

1. valutazione della funzione agli estremi:

$$f(-2) = e^{-2} + 2 \simeq 2.13, \; f(3) = e^3 - 3 \simeq 17.08;$$

2. calcolo della derivata:

$$f'(x) = e^x - 1$$

- ricerca dei punti in cui la derivata si annulla e valutazione della funzione in corrispondenza dei punti suddetti:

$$e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0; \quad f(0) = 1;$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13,\ y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13, \; y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

si ha

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13, \; y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

si ha

$$\min f = \min\{y_1, y_2, 1\}$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13, \; y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

si ha

$$\min f = \min\{y_1, y_2, 1\} \Rightarrow$$

$$\min f = 1,$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13, \; y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

si ha

$$\min f = \min\{y_1, y_2, 1\} \Rightarrow$$

$$\min f = 1, \; x = 0 \text{ punto di minimo}$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13, \; y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

si ha

$$\min f = \min\{y_1, y_2, 1\} \Rightarrow$$

$$\min f = 1, \; x = 0 \text{ punto di minimo}$$

$$\max f = \max\{y_1, y_2, 1\}$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13, \; y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

si ha

$$\min f = \min\{y_1, y_2, 1\} \Rightarrow$$

$$\min f = 1, \; x = 0 \text{ punto di minimo}$$

$$\max f = \max\{y_1, y_2, 1\} \Rightarrow$$

$$\max f = y_2,$$

Esempio

La funzione ammette derivata in tutto il suo campo di esistenza.
Posto

$$y_1 = f(-2) \simeq 2.13, \; y_2 = f(3) \simeq 17.08$$

si ha

$$\min f = \min\{y_1, y_2, 1\} \Rightarrow$$

$$\min f = 1, \; x = 0 \text{ punto di minimo}$$

$$\max f = \max\{y_1, y_2, 1\} \Rightarrow$$

$$\max f = y_2, \; x = 3 \text{ punto di massimo}$$