



Derivate

26 ottobre 2015



Rapporto incrementale e derivata

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$.

Rapporto incrementale e derivata

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$.

La funzione

$$g_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

è il **rapporto incrementale di f relativo al punto x_0** .

Rapporto incrementale e derivata

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$.

La funzione

$$g_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

è il **rapporto incrementale di f relativo al punto x_0** .

$$E[g_{x_0}] = \mathbf{X} - \{x_0\}.$$

Rapporto incrementale e derivata

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$.

La funzione

$$g_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

è il **rapporto incrementale di f relativo al punto x_0** .

$$E[g_{x_0}] = \mathbf{X} - \{x_0\}.$$

Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Rapporto incrementale e derivata

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$.

La funzione

$$g_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

è il **rapporto incrementale di f relativo al punto x_0** .

$$E[g_{x_0}] = \mathbf{X} - \{x_0\}.$$

Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esso si definisce derivata di f in x_0 e si indica con il simbolo $D[f(x)]_{x=x_0}$.

Rapporto incrementale e derivata

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$.

La funzione

$$g_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

è il **rapporto incrementale di f relativo al punto x_0** .

$$E[g_{x_0}] = \mathbf{X} - \{x_0\}.$$

Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esso si definisce **derivata di f in x_0** e si indica con il simbolo

$$D[f(x)]_{x=x_0}.$$

Simboli equivalenti:

$$f'(x_0),$$

Rapporto incrementale e derivata

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$.

La funzione

$$g_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

è il **rapporto incrementale di f relativo al punto x_0** .

$$E[g_{x_0}] = \mathbf{X} - \{x_0\}.$$

Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esso si definisce **derivata di f in x_0** e si indica con il simbolo

$$D[f(x)]_{x=x_0}.$$

Simboli equivalenti:

$$f'(x_0), \frac{df}{dx}(x_0)$$

Funzione derivabile

La derivata di f in x_0 può essere

- finita;

Funzione derivabile

La derivata di f in x_0 può essere

- finita;

La funzione è **derivabile in** x_0 .

Funzione derivabile

La derivata di f in x_0 può essere

- finita;
La funzione è **derivabile in** x_0 .
- infinita;

Funzione derivabile

La derivata di f in x_0 può essere

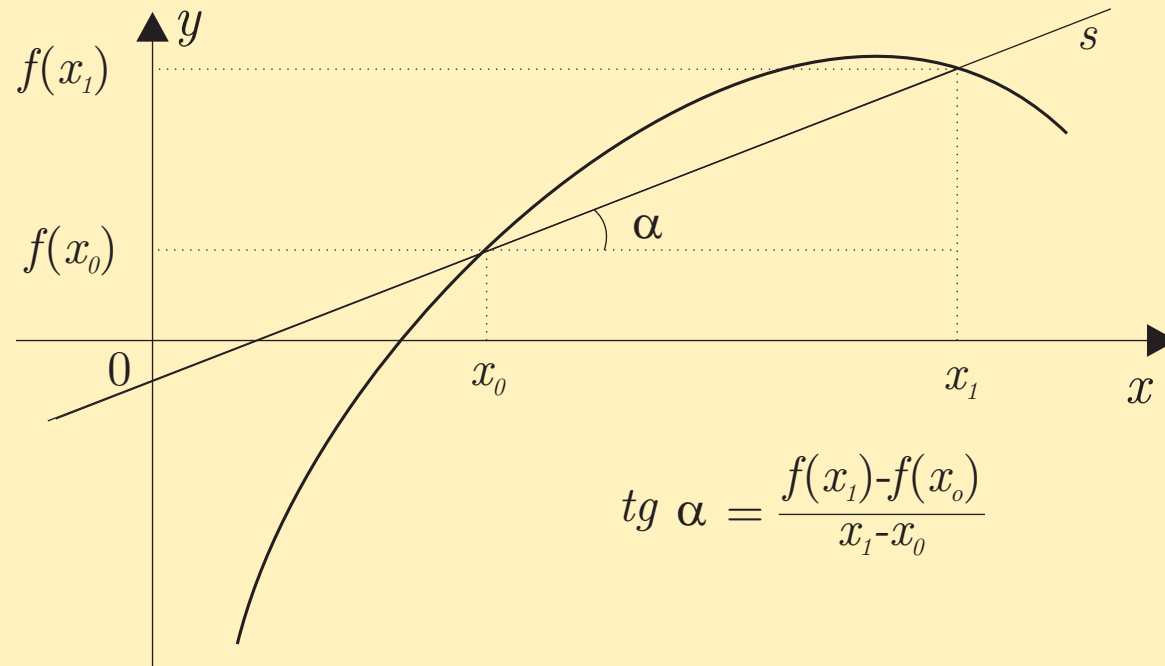
- finita;
La funzione è **derivabile in** x_0 .
- infinita;

Teorema

Se f è derivabile in x_0 , allora f è ivi continua.

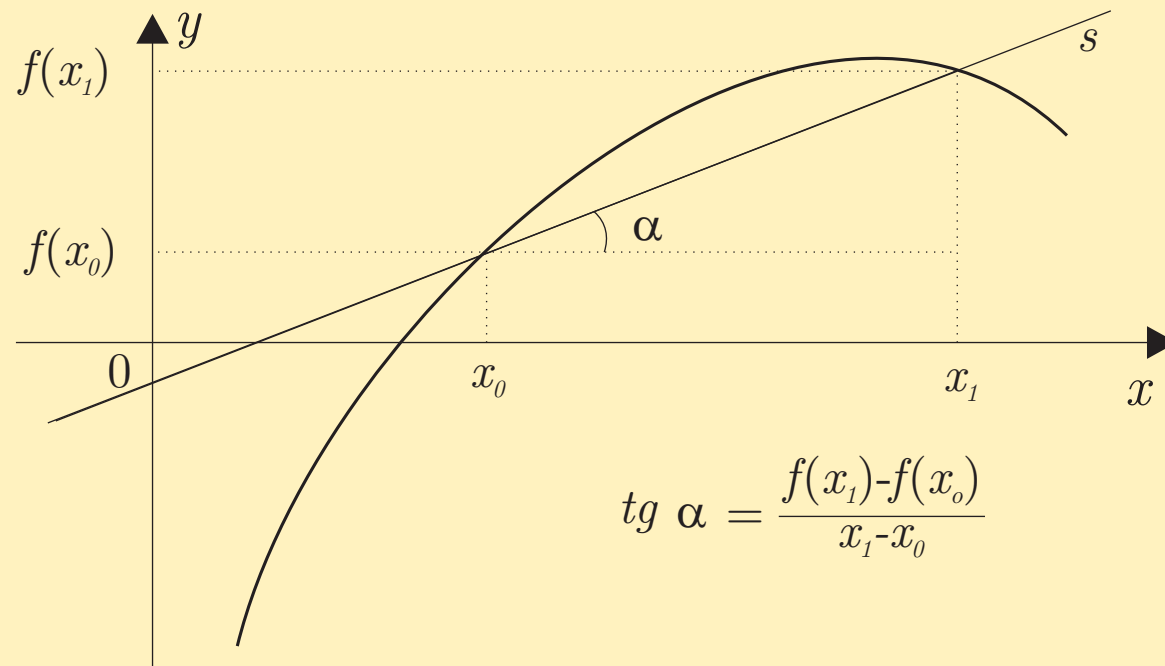
Interpretazione geometrica

Sia s la retta che passa per $P_0 \equiv (x_0, f(x_0))$, $P_1 \equiv (x_1, f(x_1))$.



Interpretazione geometrica

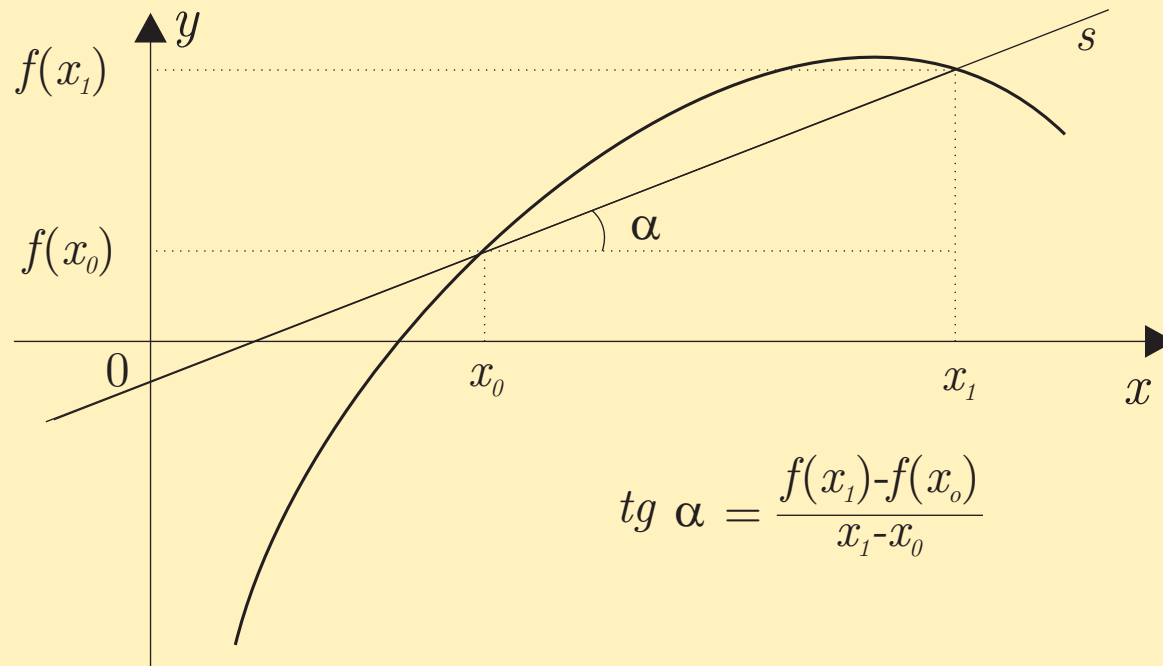
Sia s la retta che passa per $P_0 \equiv (x_0, f(x_0))$, $P_1 \equiv (x_1, f(x_1))$.



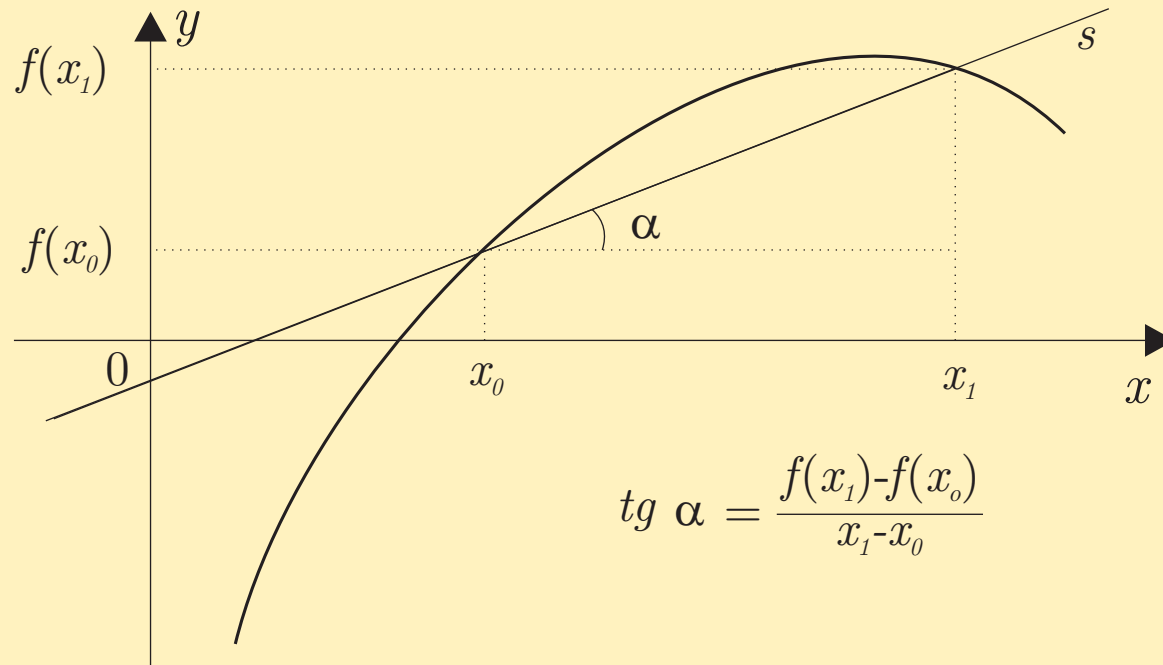
Essa ha equazione

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} (x - x_0) + f(x_0).$$

Interpretazione geometrica



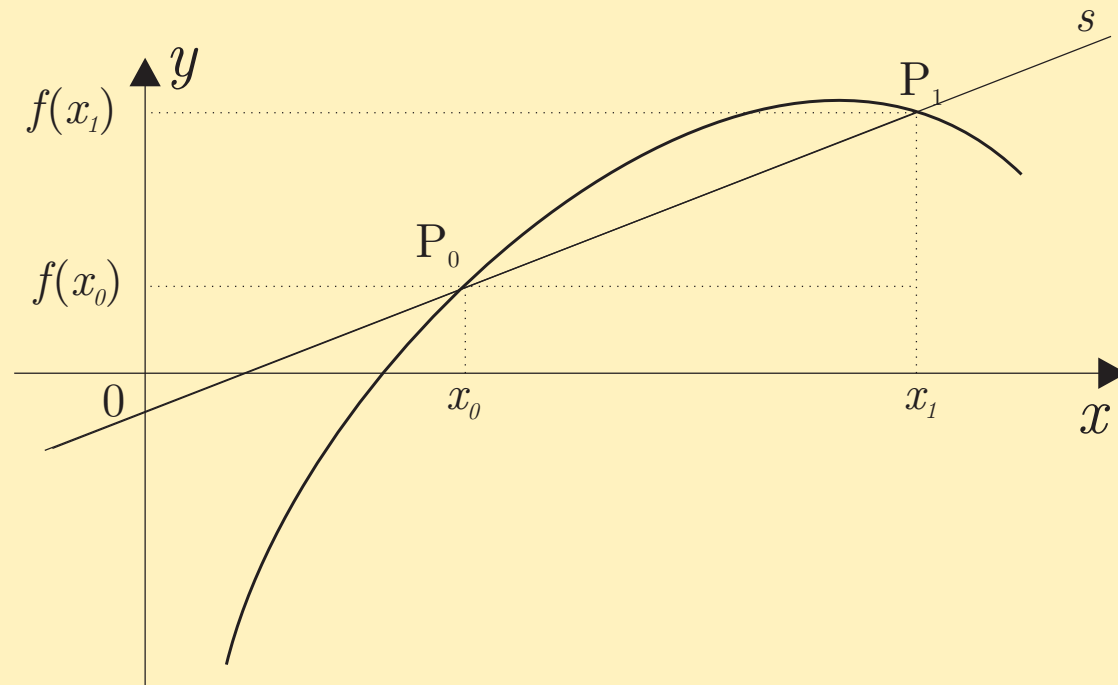
Interpretazione geometrica



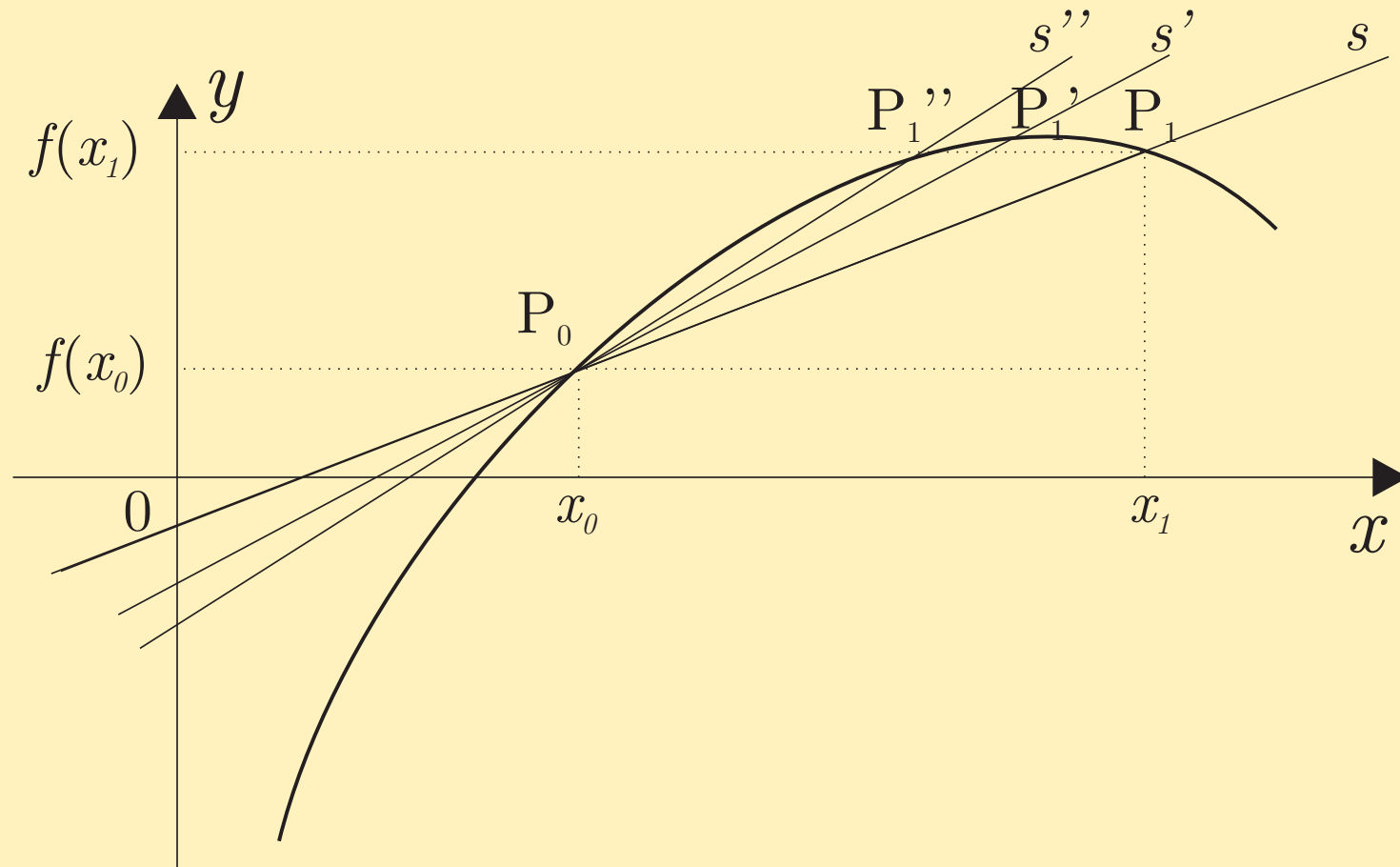
Coefficiente angolare di s :

$$g_{x_0}(x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}.$$

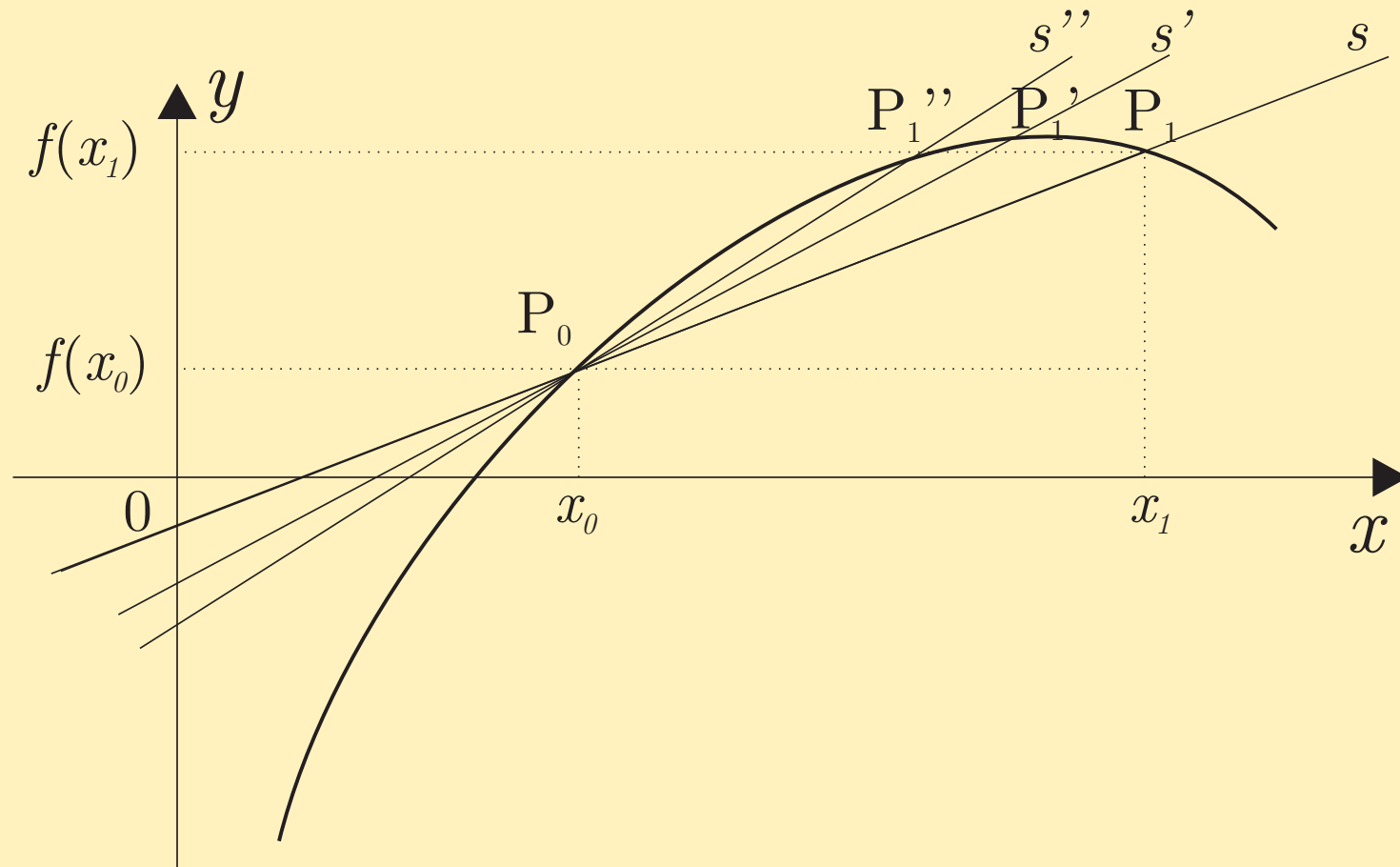
Interpretazione geometrica



Interpretazione geometrica

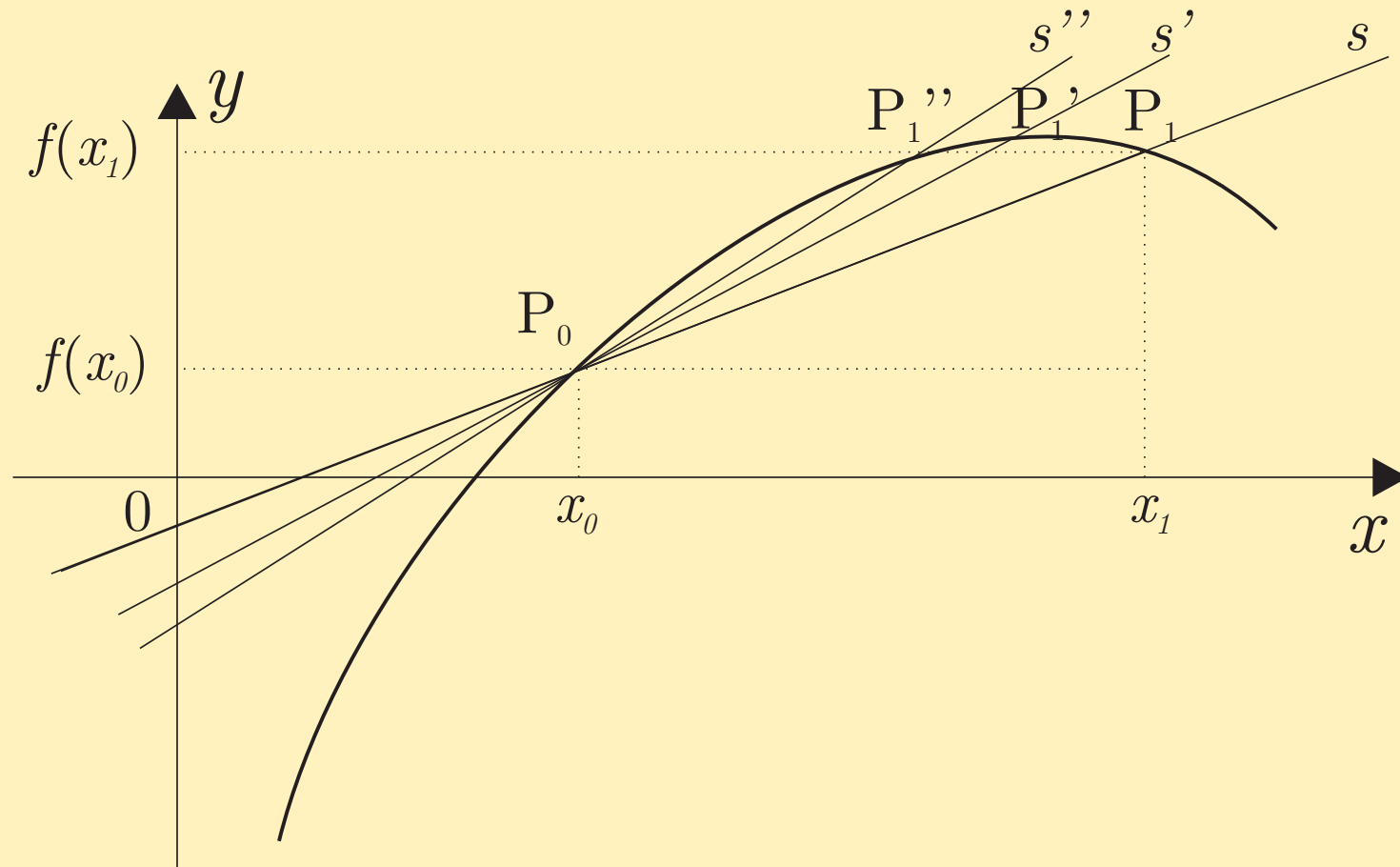


Interpretazione geometrica

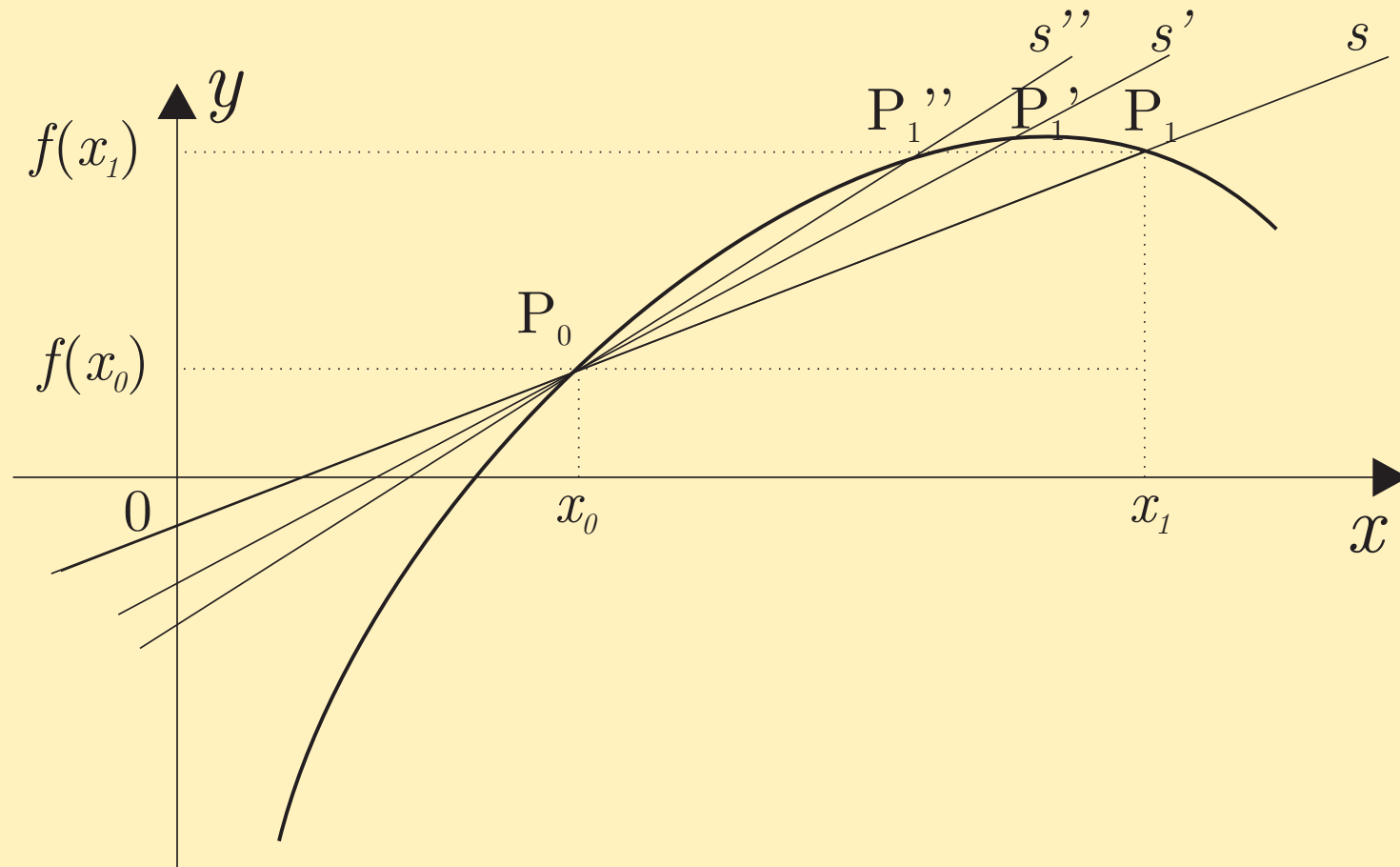


Se si sposta il punto P_1 lungo la curva $y = f(x)$ avvicinandolo a P_0 , la retta secante ruota intorno a P_0 .

Interpretazione geometrica



Interpretazione geometrica



Esiste una retta “posizione limite”?



Interpretazione geometrica



Equazione retta secante:

Interpretazione geometrica

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

Interpretazione geometrica

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

La retta esiste se

Interpretazione geometrica

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

La retta esiste se

$$\exists \lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

Interpretazione geometrica

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

La retta esiste se

$$\exists \lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$



$g_{x_0}(x_1)$ è regolare in x_0

Interpretazione geometrica

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

La retta esiste se

$$\exists \lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$



$g_{x_0}(x_1)$ è regolare in $x_0 \Leftrightarrow$ se esiste la derivata di f in x_0 .

Interpretazione geometrica

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

La retta esiste se

$$\exists \lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$



$g_{x_0}(x_1)$ è regolare in $x_0 \Leftrightarrow$ se esiste la derivata di f in x_0 .

Se tale retta esiste, si chiama **retta tangente** al grafico della funzione nel punto x_0 .

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$$D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}$$

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R} \Leftrightarrow$ La funzione è derivabile in x_0

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R} \Leftrightarrow$ La funzione è derivabile in x_0
la retta tangente alla curva $y = f(x)$ nel punto x_0 ha c. a. dato da

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R} \Leftrightarrow$ La funzione è derivabile in x_0
la retta tangente alla curva $y = f(x)$ nel punto x_0 ha c. a. dato da

$$\lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R} \Leftrightarrow$ La funzione è derivabile in x_0
la retta tangente alla curva $y = f(x)$ nel punto x_0 ha c. a. dato da

$$\lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}$$

Retta tangente: caso finito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R} \Leftrightarrow$ La funzione è derivabile in x_0
la retta tangente alla curva $y = f(x)$ nel punto x_0 ha c. a. dato da

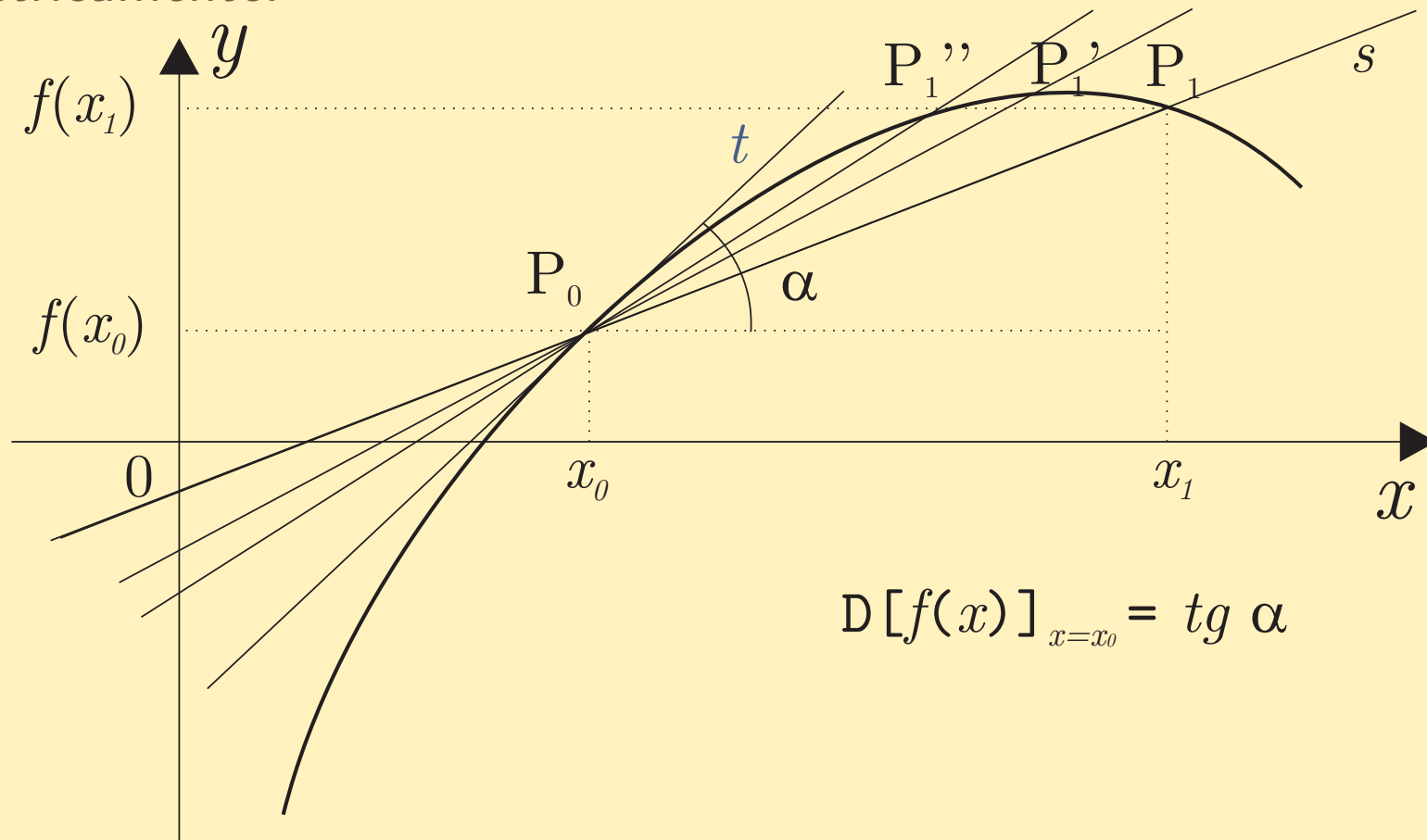
$$\lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}$$

L'equazione della retta tangente è

$$y = D[f(x)]_{x=x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

Retta tangente: caso finito

Geometricamente:



$$D[f(x)]_{x=x_0} = \operatorname{tg} \alpha$$



Retta tangente: caso infinito



Equazione retta secante:

Retta tangente: caso infinito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

Retta tangente: caso infinito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$$D[f(x)]_{x=x_0} = \pm\infty$$

Retta tangente: caso infinito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$$D[f(x)]_{x=x_0} = \pm\infty$$

$$\lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = D[f(x)]_{x=x_0} = \pm\infty$$

Retta tangente: caso infinito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$$D[f(x)]_{x=x_0} = \pm\infty$$

$$\lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = D[f(x)]_{x=x_0} = \pm\infty$$

La retta tangente è la retta verticale passante per P_0 .

Retta tangente: caso infinito

Equazione retta secante:

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0).$$

$$D[f(x)]_{x=x_0} = \pm\infty$$

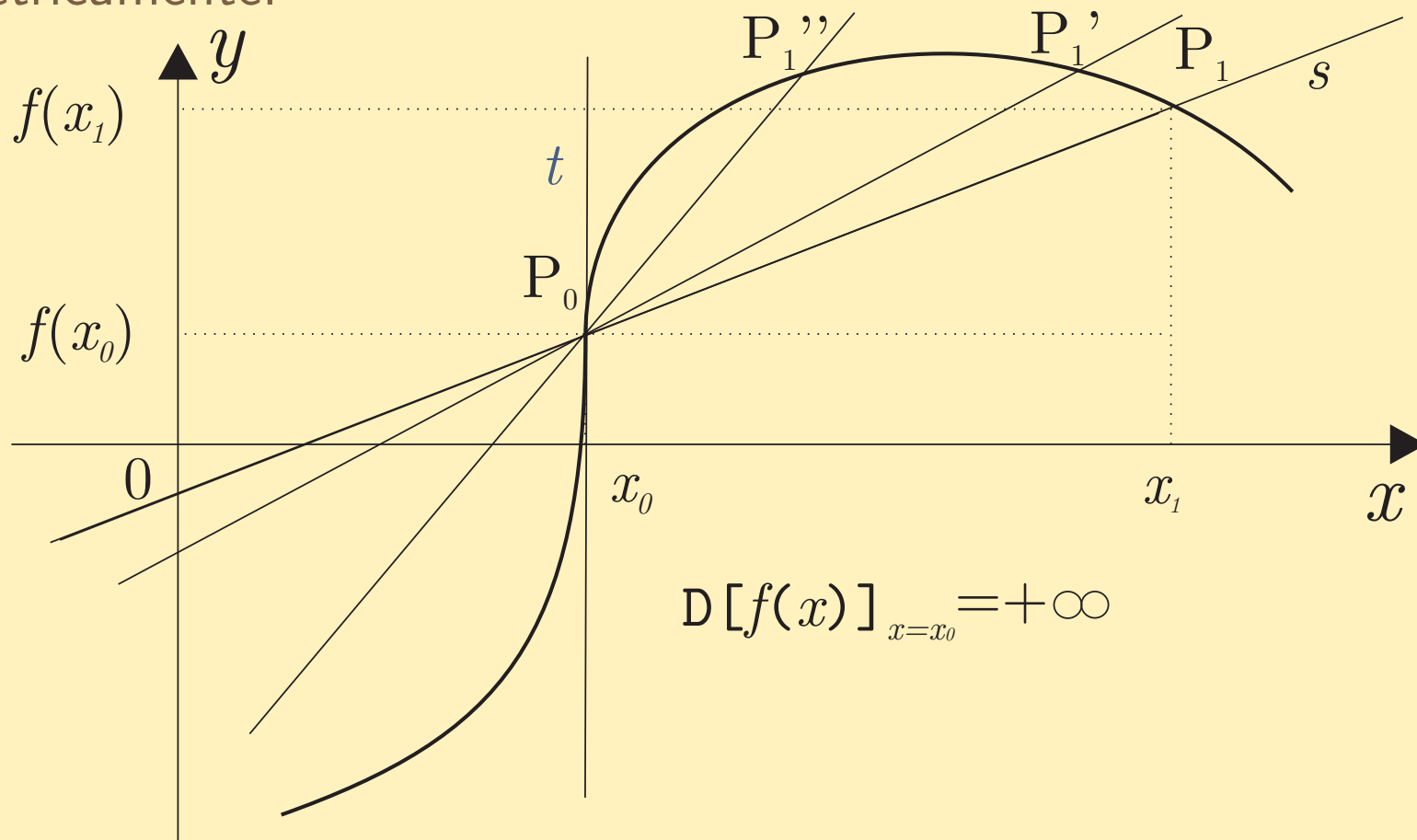
$$\lim_{x_1 \rightarrow x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = D[f(x)]_{x=x_0} = \pm\infty$$

La retta tangente è la retta verticale passante per P_0 .

La sua equazione è $x = x_0$.

Retta tangente: caso infinito

Geometricamente:



Derivata destra e sinistra

Siano $f : X \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in X$.

Derivata destra e sinistra

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$. Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Derivata destra e sinistra

Siano $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in \mathbf{X}$. Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esso si definisce **derivata destra di f in x_0** e si indica con

$$D_d[f(x)]_{x=x_0}.$$

Derivata destra e sinistra

Siano $f : X \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in X$. Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esso si definisce **derivata destra di f in x_0** e si indica con

$$D_d[f(x)]_{x=x_0}.$$

Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Derivata destra e sinistra

Siano $f : X \rightarrow \mathcal{R}$ e $x_0 \in X$. Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esso si definisce **derivata destra di f in x_0** e si indica con

$$D_d[f(x)]_{x=x_0}.$$

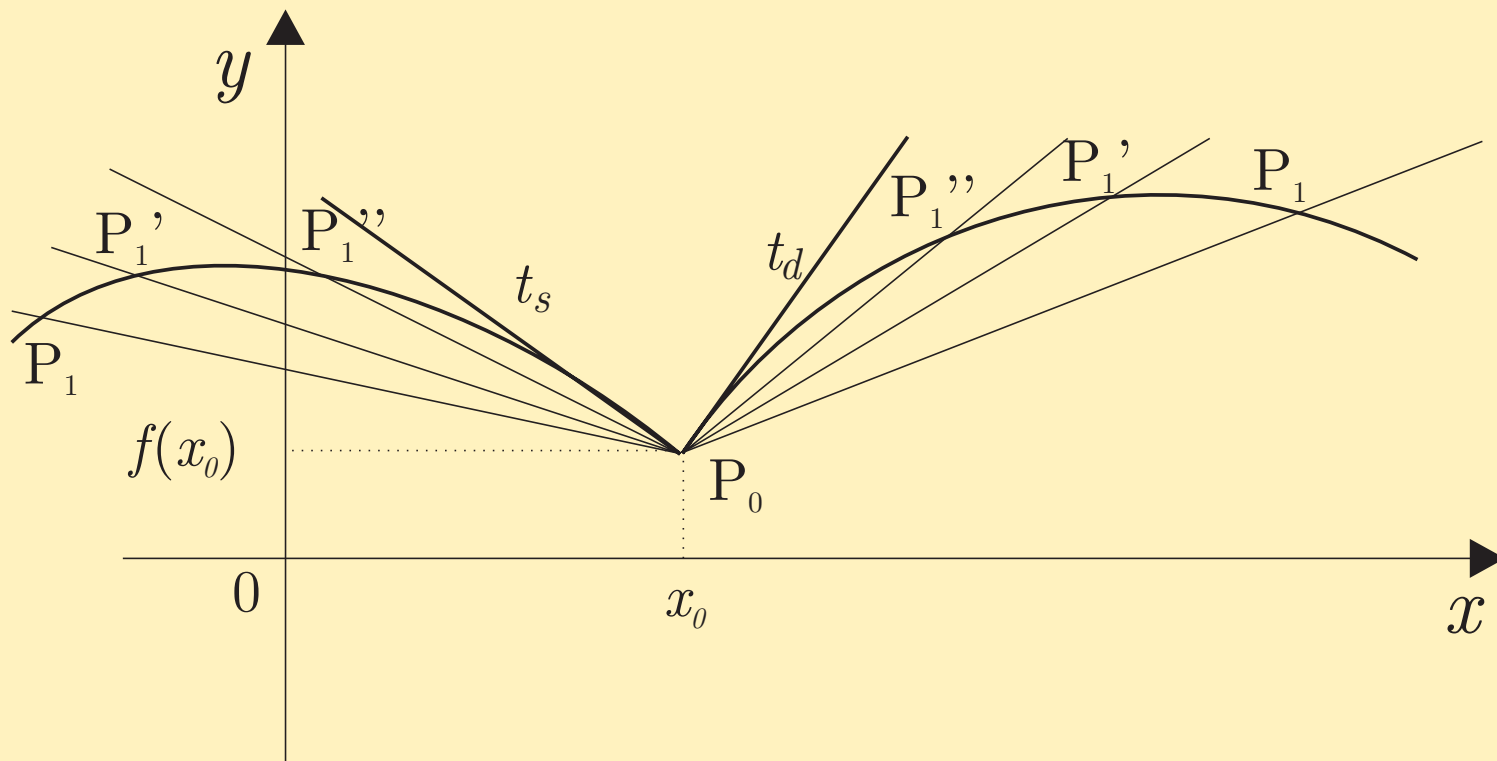
Se esiste

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} g_{x_0}(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esso si definisce **derivata sinistra di f in x_0** e si indica con

$$D_s[f(x)]_{x=x_0}.$$

Tangente destra e sinistra





Sia $f : X \rightarrow \mathcal{R}$.



Sia $f : X \rightarrow \mathcal{R}$. Si dice che f è **derivabile in X** se essa è derivabile in ogni punto di X .



Sia $f : X \rightarrow \mathcal{R}$. Si dice che f è **derivabile in X** se essa è derivabile in ogni punto di X .

Si dice derivabile in $[a, b]$ se, oltre ad essere derivabile in $]a, b[$

$$D_d[f(x)]_{x=a} \in \mathcal{R}, \quad D_s[f(x)]_{x=b} \in \mathcal{R}.$$

Funzione derivata

Sia f derivabile in X .

Funzione derivata

Sia f derivabile in X . Si chiama **funzione derivata** di f :

Funzione derivata

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Si chiama **funzione derivata** di f :

$$f' : x_0 \in \mathbf{X} \rightarrow f'(x_0) = D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}.$$

Funzione derivata

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Si chiama **funzione derivata** di f :

$$f' : x_0 \in \mathbf{X} \rightarrow f'(x_0) = D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}.$$

Essa si indica con i simboli $f'(x)$ oppure $D[f(x)]$.

Funzione derivata

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Si chiama **funzione derivata** di f :

$$f' : x_0 \in \mathbf{X} \rightarrow f'(x_0) = D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}.$$

Essa si indica con i simboli $f'(x)$ oppure $D[f(x)]$.

Se f è derivabile in $[a, b]$ si pone

Funzione derivata

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Si chiama **funzione derivata** di f :

$$f' : x_0 \in \mathbf{X} \rightarrow f'(x_0) = D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}.$$

Essa si indica con i simboli $f'(x)$ oppure $D[f(x)]$.

Se f è derivabile in $[a, b]$ si pone

$$f'(a) = D_d[f(x)]_{x=a}$$

Funzione derivata

Sia f derivabile in $\mathbf{X}$. Si chiama **funzione derivata** di f :

$$f' : x_0 \in \mathbf{X} \rightarrow f'(x_0) = D[f(x)]_{x=x_0} \in \mathcal{R}.$$

Essa si indica con i simboli $f'(x)$ oppure $D[f(x)]$.

Se f è derivabile in $[a, b]$ si pone

$$f'(a) = D_d[f(x)]_{x=a} \quad f'(b) = D_s[f(x)]_{x=b}$$

Un esempio di uso della derivata in Economia

Consideriamo un'impresa che, per produrre una quantità q di merce, debba sostenere un costo $C = C(q)$.

Un esempio di uso della derivata in Economia

Consideriamo un'impresa che, per produrre una quantità q di merce, debba sostenere un costo $C = C(q)$. Se l'impresa passa da un livello di produzione q_0 ad un livello q , il rapporto incrementale:

$$\frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

Un esempio di uso della derivata in Economia

Consideriamo un'impresa che, per produrre una quantità q di merce, debba sostenere un costo $C = C(q)$. Se l'impresa passa da un livello di produzione q_0 ad un livello q , il rapporto incrementale:

$$\frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

esprime il **costo medio**.

Un esempio di uso della derivata in Economia

Consideriamo un'impresa che, per produrre una quantità q di merce, debba sostenere un costo $C = C(q)$. Se l'impresa passa da un livello di produzione q_0 ad un livello q , il rapporto incrementale:

$$\frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

esprime il **costo medio**. Il valore

$$C'(q_0) = \lim_{q \rightarrow q_0} \frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

Un esempio di uso della derivata in Economia

Consideriamo un'impresa che, per produrre una quantità q di merce, debba sostenere un costo $C = C(q)$. Se l'impresa passa da un livello di produzione q_0 ad un livello q , il rapporto incrementale:

$$\frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

esprime il **costo medio**. Il valore

$$C'(q_0) = \lim_{q \rightarrow q_0} \frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

è il **costo marginale** in q_0 .

Un esempio di uso della derivata in Economia

Consideriamo un'impresa che, per produrre una quantità q di merce, debba sostenere un costo $C = C(q)$. Se l'impresa passa da un livello di produzione q_0 ad un livello q , il rapporto incrementale:

$$\frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

esprime il **costo medio**. Il valore

$$C'(q_0) = \lim_{q \rightarrow q_0} \frac{C(q) - C(q_0)}{q - q_0}$$

è il **costo marginale** in q_0 . Esso esprime la variazione di C relativa ad una variazione infinitesima di q .

Siano $f > 0$ una funzione, $x_0 \in E[f]$.

Siano $f > 0$ una funzione, $x_0 \in E[f]$. Si chiama **elasticità d'arco di f , relativa ad un incremento $x - x_0$** , la quantità:

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{f(x_0)} \cdot \frac{x_0}{x - x_0}$$

Siano $f > 0$ una funzione, $x_0 \in E[f]$. Si chiama **elasticità d'arco di f , relativa ad un incremento $x - x_0$** , la quantità:

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{f(x_0)} \cdot \frac{x_0}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \frac{x_0}{f(x_0)}$$

Siano $f > 0$ una funzione, $x_0 \in E[f]$. Si chiama **elasticità d'arco di f , relativa ad un incremento $x - x_0$** , la quantità:

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{f(x_0)} \cdot \frac{x_0}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \frac{x_0}{f(x_0)}$$

Si definisce **elasticità puntuale di f in x_0** la quantità:

$$E_f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \frac{x_0}{f(x_0)}$$

Siano $f > 0$ una funzione, $x_0 \in E[f]$. Si chiama **elasticità d'arco di f , relativa ad un incremento $x - x_0$** , la quantità:

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{f(x_0)} \cdot \frac{x_0}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \frac{x_0}{f(x_0)}$$

Si definisce **elasticità puntuale di f in x_0** la quantità:

$$E_f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \frac{x_0}{f(x_0)} = f'(x_0) \cdot \frac{x_0}{f(x_0)}$$

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo.

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo.
Si assume che sia $q' < 0$.

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)}$$

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 2$.

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 2$. **Se il prezzo aumenta del 10%**

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 2$. **Se il prezzo aumenta del 10% $\Leftrightarrow dp/p = 0.1$,**

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 2$. Se il prezzo aumenta del 10% $\Leftrightarrow dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -2 \cdot 0.1$$

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 2$. Se il prezzo aumenta del 10% $\Leftrightarrow dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -2 \cdot 0.1 = -0.2$$

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 2$. Se il prezzo aumenta del 10% $\Leftrightarrow dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -2 \cdot 0.1 = -0.2$$

La domanda diminuisce del 20%.

Elasticità della domanda

Sia $q = q(p)$ la funzione che esprime la domanda in funzione del prezzo. Si assume che sia $q' < 0$. **L'elasticità della domanda** è definita come:

$$E_q(p) = -q'(p) \cdot \frac{p}{q(p)}$$

$$E_q(p) = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 2$. Se il prezzo aumenta del 10% $\Leftrightarrow dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -2 \cdot 0.1 = -0.2$$

La domanda diminuisce del 20%.

L'effetto è amplificato rispetto alla causa.

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$.

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$. Se, come prima, $dp/p = 0.1$, abbiamo:

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$. Se, come prima, $dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -0.5 \cdot 0.1$$

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$. Se, come prima, $dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -0.5 \cdot 0.1 = -0.05$$

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$. Se, come prima, $dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -0.5 \cdot 0.1 = -0.05$$

La domanda diminuisce del 5%.

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$. Se, come prima, $dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -0.5 \cdot 0.1 = -0.05$$

La domanda diminuisce del 5%.

L'effetto è ridotto rispetto alla causa.

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$. Se, come prima, $dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -0.5 \cdot 0.1 = -0.05$$

La domanda diminuisce del 5%.

L'effetto è ridotto rispetto alla causa.

Se $E_q(p) = 1$

Elasticità della domanda

$$\frac{dq}{q} = -E_q(p) \cdot \frac{dp}{p}$$

Supponiamo che sia $E_q(p) = 0.5$. Se, come prima, $dp/p = 0.1$, abbiamo:

$$\frac{dq}{q} = -0.5 \cdot 0.1 = -0.05$$

La domanda diminuisce del 5%.

L'effetto è ridotto rispetto alla causa.

Se $E_q(p) = 1 \Rightarrow$ la causa e l'effetto sono equivalenti.

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$]0, +\infty)$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$]0, +\infty)$	$\frac{\log_a e}{x}$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$]0, +\infty)$	$\frac{\log_a e}{x}$	$]0, +\infty)$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$]0, +\infty)$	$\frac{\log_a e}{x}$	$]0, +\infty)$
$\log x$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$]0, +\infty)$	$\frac{\log_a e}{x}$	$]0, +\infty)$
$\log x$	$]0, +\infty)$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$]0, +\infty)$	$\frac{\log_a e}{x}$	$]0, +\infty)$
$\log x$	$]0, +\infty)$	$\frac{1}{x}$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$x^n, n \in \mathcal{N}$	$\mathcal{R}$	nx^{n-1}	$\mathcal{R}$
$\sqrt[n]{x}, n \in \mathcal{N}$	$[0, +\infty)$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$]0, +\infty)$
$a^x, a > 0$	$\mathcal{R}$	$a^x \log a$	$\mathcal{R}$
e^x	$\mathcal{R}$	e^x	$\mathcal{R}$
$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$]0, +\infty)$	$\frac{\log_a e}{x}$	$]0, +\infty)$
$\log x$	$]0, +\infty)$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty)$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$ $[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty), \alpha < 0$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty), \alpha < 0$		$]0, +\infty)$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty), \alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\text{sen } x$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty), \alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty)$, $\alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty), \alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\sin x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty)$, $\alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty)$, $\alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\sin x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty)$, $\alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$
	$[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$		$]0, +\infty)$
	$]0, +\infty)$, $\alpha < 0$		$]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$ $[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty)$, $\alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$ $[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty)$, $\alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$ $[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty)$, $\alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$	$\frac{1}{\cos^2 x} =$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$ $[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty)$, $\alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$	$\frac{1}{\cos^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$
$\mathbf{A} =$	$\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$	$= 1 + \text{tg}^2 x$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$ $[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty)$, $\alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$	$\frac{1}{\cos^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$
$\mathbf{A} =$	$\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$	$= 1 + \text{tg}^2 x$	
$\text{cotg } x$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$ $[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty), \alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$	$\frac{1}{\cos^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$
$\mathbf{A} =$	$\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$	$= 1 + \text{tg}^2 x$	
$\text{cotg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{B}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty)$, $\alpha \geq 1$ $[0, +\infty)$, $0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty)$, $\alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$	$\frac{1}{\cos^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$
$\mathbf{A} =$	$\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$	$= 1 + \text{tg}^2 x$	
$\text{cotg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{B}$	$\frac{-1}{\text{sen}^2 x} =$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$ $[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty), \alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$	$\frac{1}{\cos^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$
$\mathbf{A} =$	$\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$	$= 1 + \text{tg}^2 x$	
$\text{cotg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{B}$	$\frac{-1}{\text{sen}^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{B}$
$\mathbf{B} =$	$\{k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
x^α	$[0, +\infty), \alpha \geq 1$ $[0, +\infty), 0 < \alpha < 1$ $]0, +\infty), \alpha < 0$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$[0, +\infty)$ $]0, +\infty)$ $]0, +\infty)$
$\text{sen } x$	$\mathcal{R}$	$\cos x$	$\mathcal{R}$
$\cos x$	$\mathcal{R}$	$-\text{sen } x$	$\mathcal{R}$
$\text{tg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$	$\frac{1}{\cos^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{A}$
$\mathbf{A} =$	$\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$	$= 1 + \text{tg}^2 x$	
$\text{cotg } x$	$\mathcal{R} - \mathbf{B}$	$\frac{-1}{\text{sen}^2 x} =$	$\mathcal{R} - \mathbf{B}$
$\mathbf{B} =$	$\{k\pi, k \in \mathcal{Z}\}$	$= -1 - \text{cotg}^2 x$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
arcsen x			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
arcsen x	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
arccos x			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\operatorname{arctg} x$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\operatorname{arctg} x$	$\mathcal{R}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arctg x$	$\mathcal{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\operatorname{arctg} x$	$\mathcal{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathcal{R}$

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arctg x$	$\mathcal{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathcal{R}$
$\operatorname{arccotg} x$			

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arctg x$	$\mathcal{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathcal{R}$
$\operatorname{arccotg} x$	$\mathcal{R}$		

Derivate delle funzioni elementari

funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arctg x$	$\mathcal{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathcal{R}$
$\operatorname{arccotg} x$	$\mathcal{R}$	$\frac{-1}{1+x^2}$	

Derivate delle funzioni elementari

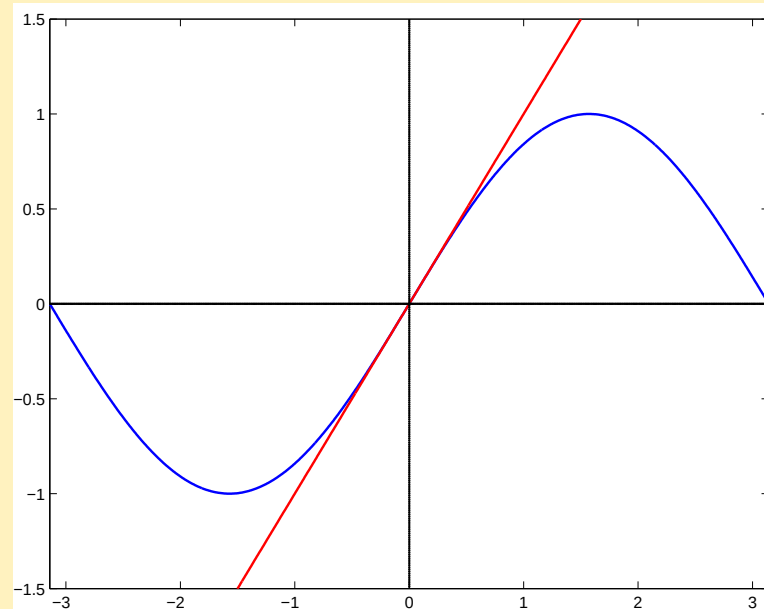
funzione	dominio	derivata	dominio
$\arcsen x$	$[-1, 1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arccos x$	$[-1, 1]$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] - 1, 1[$
$\arctg x$	$\mathcal{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathcal{R}$
$\operatorname{arccotg} x$	$\mathcal{R}$	$\frac{-1}{1+x^2}$	$\mathcal{R}$

Esempio

Calcoliamo la retta tangente alla curva $y = \sin x$ nel punto $x = 0$.

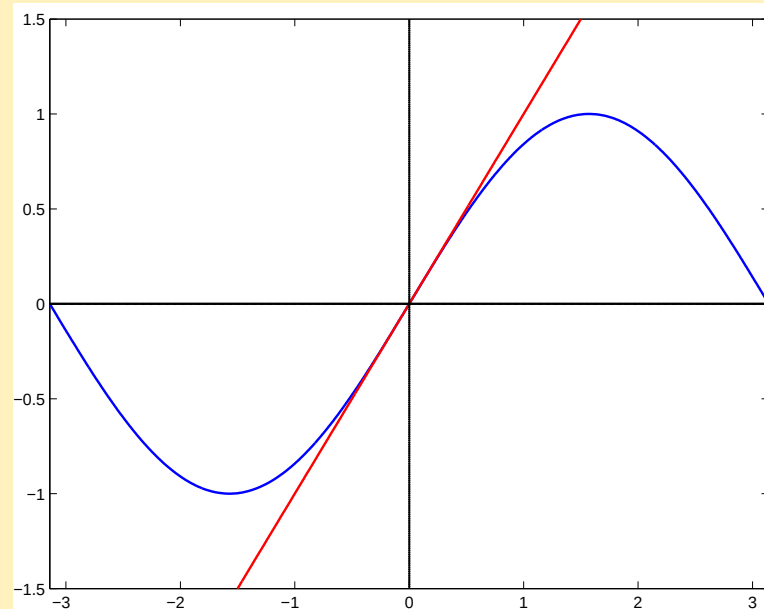
Esempio

Calcoliamo la retta tangente alla curva $y = \sin x$ nel punto $x = 0$.



Esempio

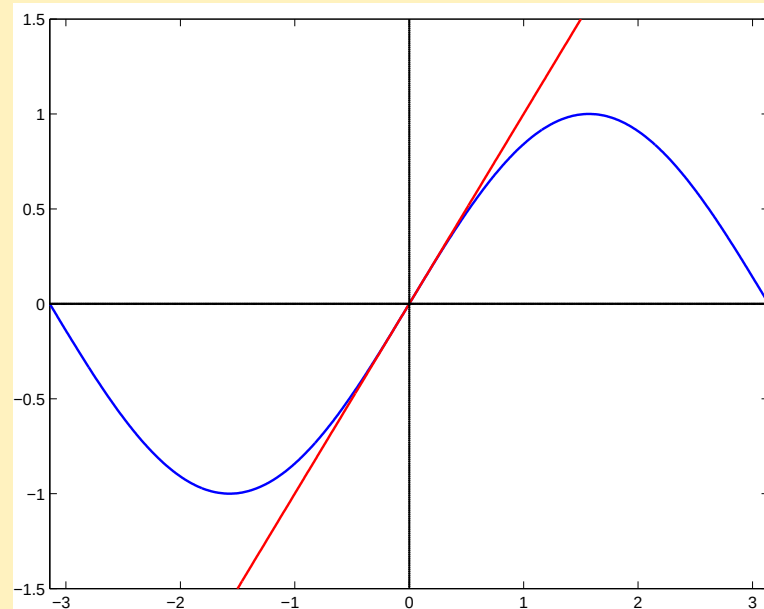
Calcoliamo la retta tangente alla curva $y = \sin x$ nel punto $x = 0$.



$$y = D[f(x)]_{x=x_0}(x - x_0) + f(x_0),$$

Esempio

Calcoliamo la retta tangente alla curva $y = \sin x$ nel punto $x = 0$.



$$y = D[f(x)]_{x=x_0}(x - x_0) + f(x_0), \quad x_0 = 0, \quad f(x) = \sin x$$

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è
 $f'(x) = \cos x$

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è
 $f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(0)$

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è
 $f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(0) = \cos 0$

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è
 $f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(0) = \cos 0 = 1$

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è

$$f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(0) = \cos 0 = 1$$

la tangente ha equazione:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è

$$f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(0) = \cos 0 = 1$$

la tangente ha equazione:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



$$y = 1 \cdot (x - 0) + 0$$

Esempio

La derivata della funzione $f(x) = \sin x$ è

$$f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(0) = \cos 0 = 1$$

la tangente ha equazione:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



$$y = 1 \cdot (x - 0) + 0 = x$$

Regole di derivazione

Siano f e g due funzioni derivabili.

Regole di derivazione

Siano f e g due funzioni derivabili.

Valgono le seguenti regole:

Regole di derivazione

Siano f e g due funzioni derivabili.

Valgono le seguenti regole:

$$D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$$

Regole di derivazione

Siano f e g due funzioni derivabili.

Valgono le seguenti regole:

$$D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$$

$$D[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$$

Regole di derivazione

Siano f e g due funzioni derivabili.

Valgono le seguenti regole:

$$D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$$

$$D[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$$

$$D[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Regole di derivazione

Siano f e g due funzioni derivabili.

Valgono le seguenti regole:

$$D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$$

$$D[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$$

$$D[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right], g(x) \neq 0 = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Regole di derivazione

Siano f e g due funzioni derivabili.

Valgono le seguenti regole:

$$D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$$

$$D[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$$

$$D[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right], g(x) \neq 0 = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$D[f \circ g(x)] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Derivabilità delle funzioni inverse

Sia $f : X \rightarrow Y$ derivabile ed invertibile;

Derivabilità delle funzioni inverse

Sia $f : X \rightarrow Y$ derivabile ed invertibile; Se $f'(x) \neq 0$ allora la funzione inversa

$$f^{-1} : Y \rightarrow X$$

è derivabile

Derivabilità delle funzioni inverse

Sia $f : X \rightarrow Y$ derivabile ed invertibile; Se $f'(x) \neq 0$ allora la funzione inversa

$$f^{-1} : Y \rightarrow X$$

è derivabile e

$$D[f^{-1}(y)]$$

Derivabilità delle funzioni inverse

Sia $f : X \rightarrow Y$ derivabile ed invertibile; Se $f'(x) \neq 0$ allora la funzione inversa

$$f^{-1} : Y \rightarrow X$$

è derivabile e

$$D[f^{-1}(y)] = \frac{1}{D[f(x)]_{x=f^{-1}(y)}}.$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

$$f'(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

$$f'(x) = D[\cos x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

$$f'(x) = D[\cos x + \log_3 x]$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

$$f'(x) = D[\cos x + \log_3 x] = D[\cos x]$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

$$f'(x) = D[\cos x + \log_3 x] = D[\cos x] + D[\log_3 x]$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\cos x + \log_3 x] = D[\cos x] + D[\log_3 x] = \\ &= -\operatorname{sen} x \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \cos x + \log_3 x$$

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \cos x \quad f_2(x) = \log_3 x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) = D[\cos x + \log_3 x] &= D[\cos x] + D[\log_3 x] = \\ &= -\sin x + \frac{\log_3 e}{x} \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{sen} x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \operatorname{sen} x$$

Quindi

$$f'(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

$$f'(x) = D[\sqrt[3]{x} \cdot \sin x]$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \sin x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \sin x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \cdot \sin x \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \sin x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \cdot \sin x + \sqrt[3]{x} \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \text{sen } x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \text{sen } x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \text{sen } x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \cdot \text{sen } x + \sqrt[3]{x} \cdot D[\text{sen } x] \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \sin x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \cdot \sin x + \sqrt[3]{x} \cdot D[\sin x] = \\ &= \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \sin x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \cdot \sin x + \sqrt[3]{x} \cdot D[\sin x] = \\ &= \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \sin x \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{sen} x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \operatorname{sen} x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{sen} x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \cdot \operatorname{sen} x + \sqrt[3]{x} \cdot D[\operatorname{sen} x] = \\ &= \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{sen} x + \sqrt[3]{x} \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$$

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x} \quad f_2(x) = \sin x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= D[\sqrt[3]{x} \cdot \sin x] = \\ &= D[\sqrt[3]{x}] \cdot \sin x + \sqrt[3]{x} \cdot D[\sin x] = \\ &= \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \sin x + \sqrt[3]{x} \cos x \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

$$f'(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

$$f'(x) = D[x^2] \operatorname{arctg} x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

$$f'(x) = D[x^2] \operatorname{arctg} x - x^2 D[\operatorname{arctg} x]$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

$$f'(x) = \frac{D[x^2] \operatorname{arctg} x - x^2 D[\operatorname{arctg} x]}{\operatorname{arctg}^2 x} =$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{D[x^2] \operatorname{arctg} x - x^2 D[\operatorname{arctg} x]}{\operatorname{arctg}^2 x} = \\ &= \frac{2x \operatorname{arctg} x}{\operatorname{arctg}^2 x} \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{D[x^2] \operatorname{arctg} x - x^2 D[\operatorname{arctg} x]}{\operatorname{arctg}^2 x} = \\ &= \frac{2x \operatorname{arctg} x - x^2 \frac{1}{1+x^2}}{\operatorname{arctg}^2 x} \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$$

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \operatorname{arctg} x$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{D[x^2] \operatorname{arctg} x - x^2 D[\operatorname{arctg} x]}{\operatorname{arctg}^2 x} = \\ &= \frac{2x \operatorname{arctg} x - x^2 \frac{1}{1+x^2}}{\operatorname{arctg}^2 x} \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Quindi

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Quindi

$$f'(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Quindi

$$f'(x) = f_1'(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Quindi

$$f'(x) = f_1'(x) \cdot f_2'(x)$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= f_1'(x) \cdot f_2'(x) = \\ &= 3 \operatorname{sen}^2 x \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= f_1'(x) \cdot f_2'(x) = \\ &= 3 \operatorname{sen}^2 x \cdot \mathbf{D}[\operatorname{sen} x] \end{aligned}$$

Esempio

Calcoliamo la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 x$$

$$f(x) = f_1(x) \circ f_2(x)$$

$$f_1(x) : x \in \mathcal{R} \rightarrow \operatorname{sen} x \in [-1, 1]$$

$$f_2(x) : y \in [-1, 1] \rightarrow y^3 \in [-1, 1]$$

Quindi

$$\begin{aligned} f'(x) &= f_1'(x) \cdot f_2'(x) = \\ &= 3 \operatorname{sen}^2 x \cdot \mathbf{D}[\operatorname{sen} x] = 3 \operatorname{sen}^2 x \cos x \end{aligned}$$