

ESERCITAZIONE 9bis: limiti, continuità, asintoti - 3 parte

ESERCIZIO 1. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- 1.a) La funzione $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 0 \\ x(1+x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$ ha una discontinuità di salto in $x = 0$.
- 1.b) La funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+x^2)}{x(1-\cos x)} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$ ha una discontinuità eliminabile in $x = 0$.
- 1.c) La funzione $f(x) = 3x + e^{1/x} - x \log x$ ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$.
- 1.d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \log(\cos(1/x)) = 0$.
- 1.e) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x} = e$.
- 1.f) non esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3 \sin x}{\sqrt{x}}$.

ESERCIZIO 2. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x}$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | |
|--|---|
| 2.a) $x = 0$ è un punto di discontinuità | ☐ V ☐ F |
| 2.b) $x = 0$ è un asintoto verticale per $x \rightarrow 0$ | ☐ V ☐ F |
| 2.c) $f(x)$ ha un asintoto orizzontale per $x \rightarrow -\infty$ | ☐ V ☐ F |
| 2.d) c'è un asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ | ☐ V ☐ F |
| 2.e) c'è un asintoto verticale per $x \rightarrow +\infty$ | ☐ V ☐ F |
| 2.f) $f(x)$ ha massimo nell'intervallo $(0, 1)$ | ☐ V ☐ F |
| 2.g) $f(x)$ ha minimo nell'intervallo $(0, 1)$ | ☐ V ☐ F |
| 2.h) $f(x)$ ha certamente massimo nell'intervallo $(2, 3)$ | ☐ V ☐ F |
| 2.i) $f(x)$ ha massimo nell'intervallo $[2, 3]$ | ☐ V ☐ F |
| 2.j) $f(x)$ verifica le ipotesi del Teorema degli zeri nell'intervallo $[-1, 1/2]$ | ☐ V ☐ F |

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x}}$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | |
|---|---|
| 3.a) $f(x)$ è pari | ☐ V ☐ F |
| 3.b) il dominio è $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ | ☐ V ☐ F |
| 3.c) l'immagine contiene $(0, +\infty)$ | ☐ V ☐ F |
| 3.d) l'immagine è $(0, +\infty)$ | ☐ V ☐ F |
| 3.e) l'immagine è $[0, +\infty)$ | ☐ V ☐ F |
| 3.f) c'è asintoto verticale per $x \rightarrow 0^-$ | ☐ V ☐ F |
| 3.g) c'è asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ | ☐ V ☐ F |

ESERCIZIO 4. Si consideri la funzione $f(x) = x^2 + |x|$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------|
| 4.a) $f(x)$ è pari | ☐ V | ☐ F |
| 4.b) $x = 0$ è un punto di discontinuità in | ☐ V | ☐ F |
| 4.c) $x = 0$ è un asintoto verticale per $x \rightarrow 0$ | ☐ V | ☐ F |
| 4.d) $f(x)$ verifica le ipotesi del Teorema degli zeri nell'intervallo $[-2, 1]$ | ☐ V | ☐ F |

ESERCIZIO 5. Si consideri la funzione $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 5.a) $f(x)$ è pari | ☐ V | ☐ F |
| 5.b) l'immagine è contenuta nel semipiano $y \geq 0$ | ☐ V | ☐ F |
| 5.c) il grafico si ottiene riflettendo il grafico di $\frac{x+1}{x-1}$ sul semipiano $y \geq 0$ | ☐ V | ☐ F |
| 5.d) $y = 1$ è un asintoto orizzontale | ☐ V | ☐ F |
| 5.e) $x = 1$ è un asintoto verticale | ☐ V | ☐ F |
| 5.f) $x = -1$ è un asintoto verticale | ☐ V | ☐ F |
| 5.g) $x = 1$ è un punto di discontinuità | ☐ V | ☐ F |
| 5.h) $x = -1$ è un punto di discontinuità | ☐ V | ☐ F |
| 5.i) l'equazione $f(x) = 1/2$ ha almeno due soluzioni | ☐ V | ☐ F |
| 5.j) l'equazione $f(x) = 2$ ha almeno due soluzioni | ☐ V | ☐ F |

ESERCIZIO 6. Si consideri la funzione $f(x) = (x^2 - 1)e^x$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------|
| 6.a) il dominio è $\mathbb{R}$ | ☐ V | ☐ F |
| 6.b) c'è un asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ | ☐ V | ☐ F |
| 6.c) $y = 0$ è un asintoto orizzontale | ☐ V | ☐ F |
| 6.d) nell'intervallo $[-1, 1]$ sono verificate le ipotesi del Teorema degli zeri | ☐ V | ☐ F |
| 6.e) nell'intervallo $[-1, 1]$ sono verificate le ipotesi del Teorema di Weierstrass | ☐ V | ☐ F |
| 6.f) $f(x)$ ha un punto di minimo assoluto, che si trova nell'intervallo $[-1, 1]$ | ☐ V | ☐ F |
| 6.g) $f(x)$ ha un punto di massimo assoluto, che si trova nell'intervallo $(1, +\infty)$ | ☐ V | ☐ F |