

## ESERCITAZIONE 8: limiti, continuità, asintoti - 1 parte

ESERCIZIO 1. Utilizzando la definizione di limite, verificare che

$$\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(2-x)^2} = +\infty.$$

ESERCIZIO 2. Stabilire quali delle seguenti funzione sono infiniti e quali infinitesimi per  $x \rightarrow +\infty$  (è possibile che non siano né l'uno nè l'altro)

$$\begin{array}{ccccc} 3^x, & 3^{\frac{1}{x}}, & \left(\frac{1}{3}\right)^x, & \log(x^2 - 1), & \log\left(\frac{1}{3+x}\right), \\ \frac{1-x}{x^2+3x}, & \frac{x^3-x^5}{2-x^4}, & \sin\left(\frac{2}{3+x}\right), & \exp_3\left(\frac{x}{1+x}\right) = 3^{\frac{x}{1+x}}, & \exp_3\left(\frac{x}{1-x^2}\right). \end{array}$$

ESERCIZIO 3. Stabilire quali delle seguenti funzione sono infiniti e quali infinitesimi per  $x \rightarrow 0$  (è possibile che non siano né l'uno nè l'altro)

$$\begin{array}{ccccc} \cos x, & 3^{\frac{1}{x}}, & \sin(2x), & \log(1+x^2), & \log(x^2), \\ \log(\cos x), & \exp\left(\frac{1-x^5}{x^2}\right), & e^x - 1, & \frac{1+3x}{x}, & 1 - \exp_{10}\left(\frac{x}{1+x^2}\right). \end{array}$$

ESERCIZIO 4. Individuare il dominio e gli eventuali asintoti delle seguenti funzioni

$$\begin{array}{ccccc} \frac{1-x}{4-x^2}, & \frac{1-x^3}{2+x}, & \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}}, & 2x + \sin x, & \frac{2x + \sin x}{1+x}, \\ \arctan \frac{x^2}{x-1}, & \log \frac{x}{x+1}, & \exp \frac{x}{x+1}, & \log \frac{x^2}{x+1}, & \exp(x^2 - 1). \end{array}$$

ESERCIZIO 5. Utilizzando l'algebra dei limiti (e le sue estensioni), i teoremi di confronto e il cambiamento di variabile nei limiti, calcolare:

5.a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x}$	[ $+\infty$ ]	5.b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{1/x}$	[0]
5.c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \arctan x$	[ $+\infty$ ]	5.d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log\left(\frac{x+3}{x-1}\right)$	[0]
5.e) $\lim_{x \rightarrow 1} \log\left(\frac{x}{x^2-2x+1}\right)$	[ $+\infty$ ]	5.f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{1-x^3}\right)$	[0]
5.g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{3+x}{1+x^3}\right)$	[0]	5.h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \exp\left(\frac{3x-1}{x+2}\right)$	[ $e^3$ ]
5.i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} - \cos \frac{1+x}{x}$	[ $+\infty$ ]	5.j) $\lim_{x \rightarrow 0^-} x e^{1/x}$	[0]
5.k) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-2}$	[ $\lim_{x \rightarrow 2^\pm} = \mp\infty$ ]	5.l) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3}{(x+2)^2}$	[ $+\infty$ ]
5.m) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos(e^x - \log x)$	[0]	5.n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}}$	[0]
5.o) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x}{x}$	[ $-\infty$ ]	5.p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3-3x+7}}{x^2+1}$	[0]