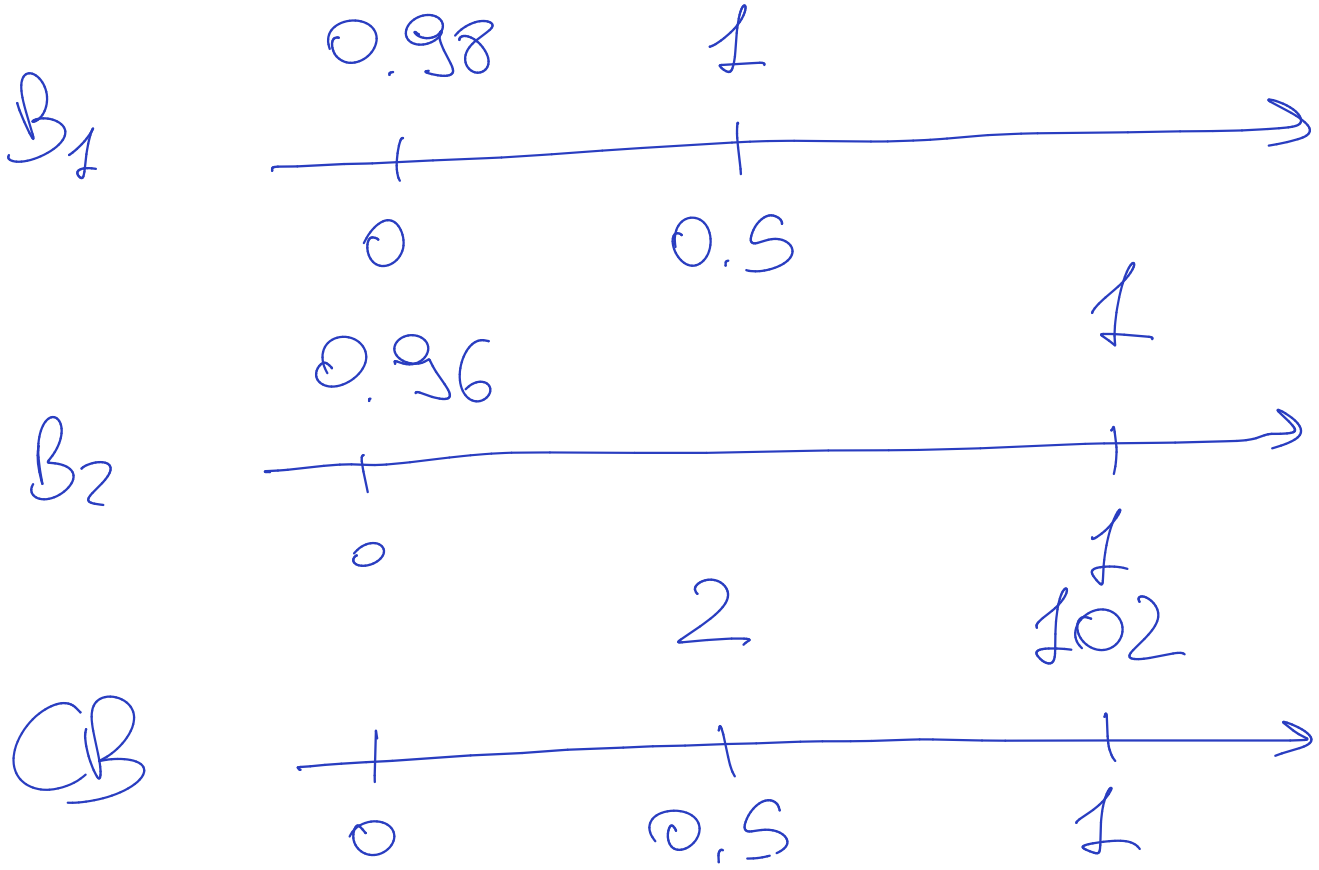
ARB_ES1

Siano B_1 e B_2 gli ZCB unitari emessi in t = 0 con scadenze rispettivamente $t_1 = 0.5$ e $t_2 = 1$ anni e prezzi rispettivamente v(0; 0.5) = 0.98 e v(0; 1) = 0.96.

(a) Calcolare il valore di non arbitraggio in t = 0 di un coupon bond che ha appena staccato cedola, con valore facciale 100, a cedole semestrali, scadenza 1 anno e tasso anno nominale TAN=4%.

(b) Esibire un arbitraggio nel caso che il prezzo di mercato del coupon bond sia 99.



$v(0, 0.5) = 0.98$

$v(0, 1) = 0.96$

$J = 2\%$

Costruisco un portafoglio con 2 titoli B_1 e 102 titoli B_2

$$P = 2B_1 + 102B_2$$

$$V(T, \underline{x}) = 2 \cdot 0{,}98 + 102 \cdot 0{,}96$$

$$= x_1 v(T, T_1) + x_2 v(T, T_2)$$

$$= 99.88 \quad \text{prezzo portaf.}$$

se

$$V(T, \underline{x}) = 99 < 99.88 \quad \text{Port}$$

99 → acquistiamo il titolo

99.88 → vendiamo il portafoglio

A acquistiamo il CB

B_1 vendiamo 2 B_1 con scad. 0.5 (0.98)

B_2 vendiamo 102 B_2 con scad 1 (0.96)

	0	0.5	1
A	-99	2	102
B_1	$2 \cdot 0.98$	-2	
B_2	$102 \cdot 0.96$		-102
	99.88 - 99	0	0

ARB_ES2

Siano B_1 e B_2 due ZCB unitari emessi in t=0 con scadenze rispettivamente t_1=1 e t_2=2 anni e prezzi rispettivamente v(0,1)=0.99 e v(0,2)=0.98. Sia X un titolo con cedola, emesso in t=0, cedola annuale I=5 e scadenza in t_2.

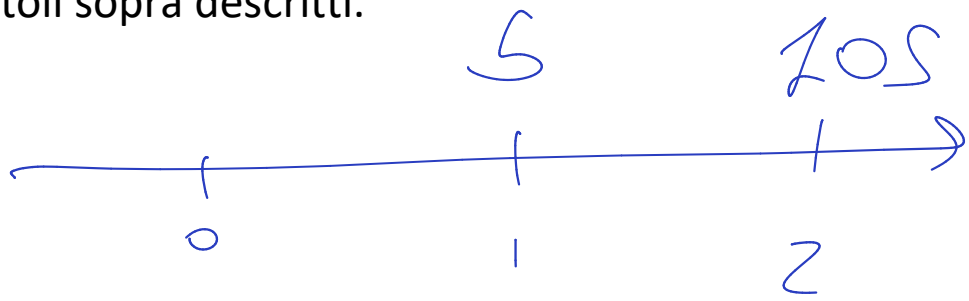
a) determinare le unità di B_1 e B_2 da acquistare per garantirsi lo stesso flusso di pagamenti di X;

b) determinare il prezzo di tale portafoglio.

Supponete ora di poter vendere e comprare i tre titoli sopra descritti.

c) il prezzo di X in t=0 è 106. Cosa fate?

d) il prezzo di X in t=0 è 109. Cosa fate?



$5\,B_1 + 105\,B_2$

$V(T,X) = 5 \cdot 0.99 + 105 \cdot 0.98 = 107.85$

portafoglio costituito da 5 titoli B_1 e da 105 titoli B_2

	0	1	2
vendo 5 B_1	$5 \cdot 0{,}99$	-5	
vendo 105 B_2	$105 \cdot 0{,}98$		-105
acquisto CB	-106	5	105
	$107{,}85 - 106 = 1{,}85$	0	0

se

$$V(T, \underline{x}) = 106 < 107{,}85 \text{ Pozf.} \left(5B_1 + 105B_2\right)$$

	0	1	2
vendo CB	109	-5	-105
acquisto 5 B1	$-5 \cdot 0{,}99$	5	
acquisto 105 B2	$-105 \cdot 0{,}98$		105
	$109 - 107{,}85$	0	0

$= 1{,}15$

se

$109 > 107{,}85$

ARB_ES3

Siano B_1 e B_2 gli ZCB unitari emessi in t = 0 con scadenze rispettivamente $t_1 = 1$ e $t_2 = 2$ anni e prezzi rispettivamente v(0; 1) = 0.97 e v(0; 2) = 0.95. Sia x un titolo con cedola, emesso in t = 0, che paga la cedola I = 3 in $t_1 = 1$ e che rimborsa 103 in $t_2 = 2$.

(a) Determinare le quote di B_1 e B_2 da acquistare per garantirsi lo stesso flusso di pagamenti di x;

(b) Determinare il prezzo del portafoglio replicante.

(c) Il prezzo di mercato di x in t = 0 risulta essere 99. Che cosa fate?

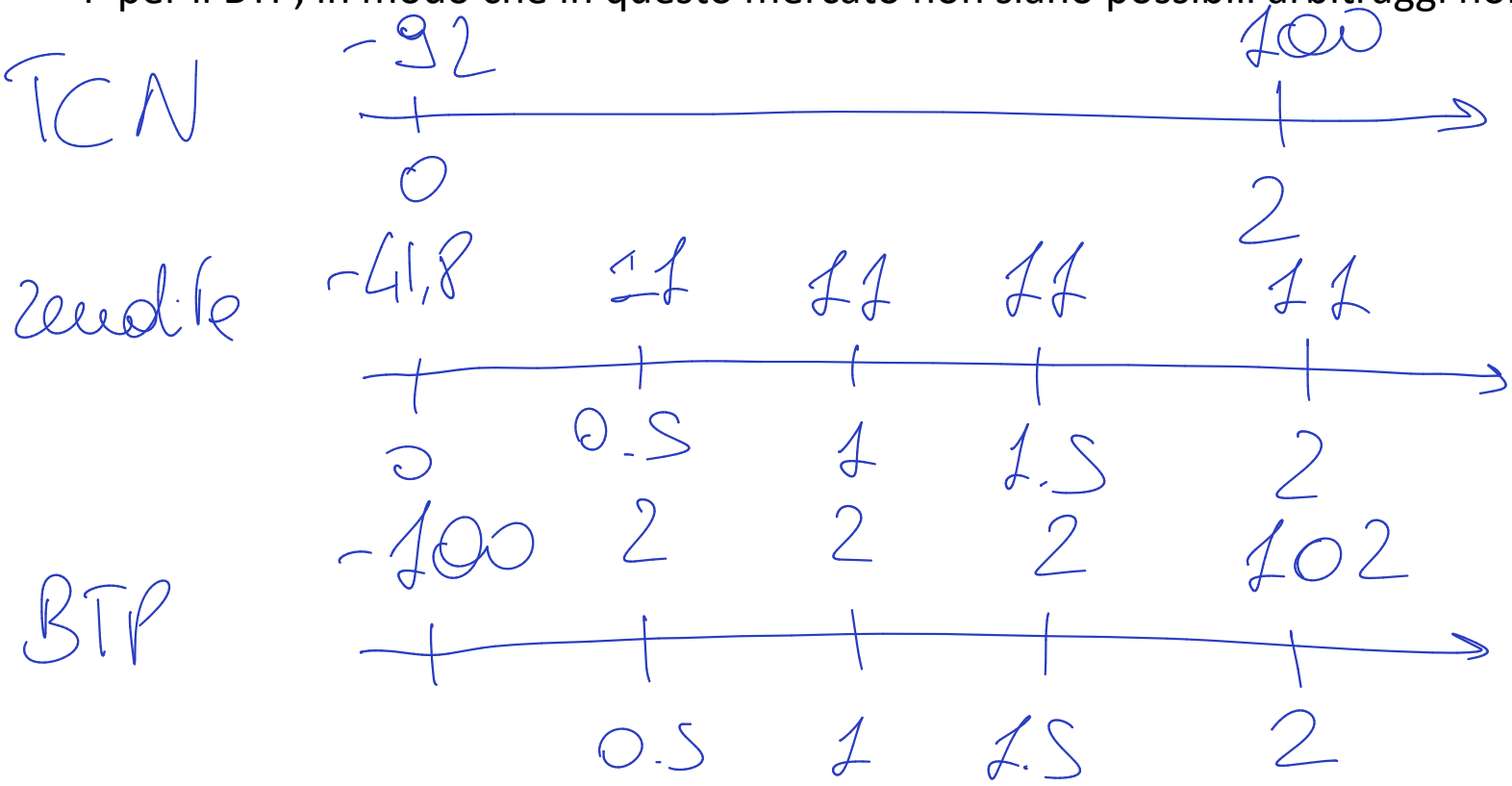
(d) Cosa fate se il prezzo di mercato di x in t = 0 è 102?

ARB_ES4

Alla data t = 0, si consideri un mercato con i seguenti titoli:

- un titolo a cedola nulla, che paga 100 a due anni al prezzo di 92 euro;
- una rendita francese a rata semestrale di 11 euro e durata 4 semestri, al prezzo di 41.8 euro;
- un BTP con nominale 100 euro, durata 2 anni, tasso nominale annuo del 4% e quotato alla pari.

Si determini un arbitraggio non rischioso che permetta un profitto di 10 euro alla data di valutazione, avendo chiuso in pareggio le posizioni ai rimanenti istanti. Si calcoli infine un prezzo P per il BTP, in modo che in questo mercato non siano possibili arbitraggi non rischiosi.



ST_ES1

Siano V (0; x_1) = 99.96 euro, V (0; x_2) = 190.25 euro e V (0; x_3) = 270.50 euro i prezzi di mercato al tempo t = 0 di tre zero coupon bond con valori di rimborso x1 = 100 euro, x2 = 200 euro e x3 = 300 euro, esigibili ai tempi t1 = 1, t2 = 2 e t3 = 3.

Calcolare la struttura per scadenza dei prezzi a pronti e a termine, e quella dei tassi di interesse a pronti e a termine su base annua nei seguenti casi:

(a) i tempi sono espressi in anni,

(b) i tempi sono espressi in semestri.

K	x_K	$V(T, x_K)$	$\gamma(T, T_K)$	$i(T, T_K)$
0				
1	100	99.96	0.9996	0,04%
2	200	190.25	0.9513	2,5277%
3	300	270.50	0.9017	3,5093%

ST_ES1

Siano V (0; x_1) = 99.96 euro, V (0; x_2) = 190.25 euro e V (0; x_3) = 270.50 euro i prezzi di mercato al tempo t = 0 di tre zero coupon bond con valori di rimborso x1 = 100 euro, x2 = 200 euro e x3 = 300 euro, esigibili ai tempi t1 = 1, t2 = 2 e t3 = 3.

Calcolare la struttura per scadenza dei prezzi a pronti e a termine, e quella dei tassi di interesse a pronti e a termine su base annua nei seguenti casi:

(a) i tempi sono espressi in anni,

(b) i tempi sono espressi in semestri.

T_k	K	x_k	$V(T, x_k)$	$r(T, T_k)$	$i(T, T_k)$
0	0				
0.5	1	100	99.96	0.9996	$\left(\frac{1}{0.9996}\right)^{\frac{1}{0.5-0}} - 1$
1	2	200	190.25	0.9513	$(1/0.9513)\ 1$
1.5	3	300	270.50	0.9017	$(1/0.9017)^{\frac{1}{1.5-0}} - 1$

ST_ES2

Siano V (0; x_1) = 99.96 euro, V (0; x_2) = 192.75 euro e V (0; x_3) = 280.50 euro i prezzi di mercato al tempo t = 0 di tre zero coupon bond con valori di rimborso x_1=100 euro, x_2=200 euro e x_3=300 euro, esigibili ai tempi t_1 = 60 giorni, t_2 = 170 giorni e t_3 = 360 giorni.

(a) Calcolare la struttura per scadenza dei prezzi a pronti e a termine, e quella dei tassi di interesse a pronti e a termine su base annua. Si assuma la durata commerciale dell'anno.

(b) Si determini il valore attuale in t=0 rispetto alla struttura calcolata del flusso x={20, 40, 60} relativo allo scadenzario {t1, t2, t3}.

K	K anni	X_K	$V(T, X_K)$	$r(T, T_K)$	$i(T, T_K)$
0					
60g	0.1667	100	99.96	0.9996	$\left(\frac{1}{0.9996}\right)^{\frac{1}{0,1667}} - 1$
170g	0.4722	200	192.75	0.9638	$\left(\frac{1}{0.9638}\right)^{\frac{360}{170}} - 1$
360g	1	300	280.50	0.935	

Utilizzo la struttura per calcolare il prezzo del flusso $\{20, 40, 60\}$ / $\{60, 170, 360\}$ giorni

$$P = 20\, v(0, 60g) + 40\, v(0, 170g) + 60\, v(0, 360g) =$$

$$= 20 \cdot 0{,}9996 + 40 \cdot 0{,}9638 + 60 \cdot 0{,}935$$

ST_ES3

Si consideri un mercato in cui siano presenti i seguenti titoli:

- uno zero coupon bond x = {100, 0, 0}/t,
- un bullet bond y = {3, 0, 103}/t,
- un bullet bond z = {5, 5, 105}/t,

dove t = {0.5, 1, 1.5} anni. Si supponga che i prezzi di mercato al tempo 0 siano V(0;x)=98.77 euro, V (0; y) = 100.08 euro e V (0; z) = 108.80 euro.

(a) Calcolare la struttura per scadenza dei tassi d'interesse a pronti e a termine su base annua implicata dalla struttura dei prezzi osservata.

(b) Mostrare che lo zero coupon bond v = {0, 100, 0} è replicato da un portafoglio costituito dai titoli x, y e z, determinando le quote di composizione α_x, α_y e α_z.

ST_ES4

Siano $V(0;x_1)$=99.77 euro, $V(0;x_2)$=148.80 euro e $V(0;x_3)$=176.30 euro i prezzi di mercato al tempo t=0 di tre zero coupon bond con valori di rimborso x_1 =100 euro, x_2=150 euro e x_3 =180 euro, esigibili ai tempi t_1=90 giorni, t_2=180 giorni e t_3=351 giorni.

Si calcoli la struttura per scadenza dei prezzi e dei tassi a pronti su base annua. Si assuma la durata commerciale dell'anno.

ST_ES5

Siano V (0; x_1) = 99 euro, V (0; x_2) = 190 e V (0; x_3) = 270 euro i prezzi di mercato al tempo 0 di tre zero coupon bond con valori di rimborso x_1 = 100 euro, x_2 = 200 euro e x_3=300 euro, esigibili ai tempi t_1 = 30 giorni, t_2 = 180 giorni e t_3 = 360 giorni.

(a) Calcolare la struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti su base annua, assumendo la durata commerciale dell'anno.

(b) Considerato il flusso x = {x_1, x_2, x_3} esigibili ai tempi {t_1, t_2, t_3}, sia P = 558 il valore di mercato del flusso x. Dire se è possibile realizzare un profitto certo al tempo t = 0, avendo chiuso in pareggio la posizione negli altri periodi ed indicarne l'eventuale guadagno G.

ST_ES6

Siano V (0; x1) = 98.35 €, V (0; x2) = 192.50 € e V (0; x3) = 282.50 € i prezzi di mercato al tempo t = 0 di tre zero coupon bond con valori di rimborso (nominali) x1 = 100 €, x2 = 200 € ex3 = 300 €, esigibili ai tempi t1 = 0.5 anni, t2 = 1 anno e t3 = 1.5 anni.

Calcolare la struttura per scadenza:

- dei tassi di interesse a pronti
- dei tassi d'interesse a termine uniperiodale

corrispondente alla struttura dei prezzi assegnata, esprimendo i tassi su base annua.

ST_ES7

Data la struttura per scadenza dei tassi d’interesse a pronti, calcolare la struttura per scadenza dei:

- fattori di sconto;
- fattori di sconto a termine uniperiodali su base annua;
- tassi d’interesse a termine uniperiodali su base annua.

Inoltre calcolare per ciascuna scadenza:

- Il tasso d’interesse a pronti su base semestrale
- Il tasso d’interesse a pronti su base trimestrale
- Il tasso d’interesse a pronti su base mensile
- Il tasso d’interesse periodale

ST_ES8

Siano $V(0; x_1) = 98.84$, $V(0; x_2) = 192.50$ e $V(0; x_3) = 277.50$ i prezzi di mercato al tempo $t = 0$ di tre zero coupon bond con valori di rimborso (nominali) $x_1 = 100$, $x_2 = 200$ e $x_3 = 300$, esigibili ai tempi $t_1 = 65$ giorni, $t_2 = 187$ giorni e $t_3 = 365$ giorni.

Calcolare la struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uniperiodali corrispondente alla struttura dei prezzi assegnata, esprimendo i tassi su base annua ed assumendo la durata civile dell'anno (365 giorni).

ST_ES9

Siano $V(0; x_1) = 97.05$, $V(0; x_2) = 125.20$ e $V(0; x_3) = 141.9$ i prezzi di mercato al tempo $t = 0$ di tre zero coupon bond con valori di rimborso (nominali) $x_1 = 100$, $x_2 = 135$ e $x_3 = 170$ euro, esigibili ai tempi $t_1 = 90$ giorni, $t_2 = 180$ giorni e $t_3 = 360$ giorni.

Calcolare la struttura per scadenza dei prezzi e dei tassi a pronti e a termine, assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni).

ST_ES10

Sia dato un mercato in cui al tempo $t_0 = 0$ siano presenti tre titoli obbligazionari i quali, in riferimento ad uno scadenzario $t = \{t_1, t_2, t_3\} = \{1, 2, 4\}$ trimestri, siano così composti:

- uno zero coupon bond che garantisce 150 euro in t_1 al prezzo di 147 euro;
- uno zero coupon bond che garantisce 100 euro in t_2 al prezzo di 96 euro;
- un contratto che garantisce 200 euro in t_3 al prezzo, pattuito in t_0 e pagabile in t_2, di 192 euro.

Si calcoli il tasso a termine $i(t_0,t_1,t_3)$ implicato dalla struttura dei prezzi assegnata, esprimendolo in forma percentuale e su base annua. Siano inoltre x uno zcb unitario con maturity in t_3 e $y = \{10,10\}/\{t_2,t_3\}$.

Determinare quali prezzi p_x e p_y, rispettivamente, devono avere affinché il mercato sia privo di arbitraggi non rischiosi.

ST_ES11

Si consideri un mercato definito al tempo t=0 sullo scadenzario $t=\{t_1,t_2,t_3\}=\{1,2,3\}$ anni; siano trattati sul mercato tre titoli obbligazionari:

· uno zero coupon bond con valore di rimborso x=100 in t_1 e prezzo a pronti di 95.75;

· uno zero coupon bond con valore di rimborso y=200 in t_2 e prezzo a termine, pattuito in t e pagabile in t_1, di 188;

· uno zero coupon bond con valore di rimborso z=200 in t_3 e prezzo a termine, pattuito in t e pagabile in t_1, di 173.5

Si calcolino le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine uniperiodali corrispondenti ai prezzi di mercato osservati in t, esprimendo i tassi su base annua.

ST_ES12

Sul mercato TXRATES, ad un certo istante, sono presenti le seguenti quotazioni:

1. tasso annuo semplice a sei mesi del 2.5%;
2. titolo a cedola fissa semestrale del 4% nominale annuo, con nominale 100 euro, scadenza un anno e prezzo 101.1 euro;
3. contratto a termine, che paga 100 a un anno e mezzo, con prezzo pagabile fra sei mesi di 96.8 euro.

Si calcoli la struttura per scadenza dei tassi a pronti e dei tassi a termine in vigore su questo mercato (tempo in anni, tassi in % e composti in base annua).

In tale mercato, si voglia proporre un contratto a termine, con rimborso di 100 000 euro fra un anno e pagamento del prezzo P fra sei mesi. Che prezzo si deve fissare per evitare arbitraggi non rischiosi?

ST_ES13

Si consideri un mercato in cui sono quotati, al tempo t = 0, i seguenti titoli: il TCN a pronti x, che rimborsa 100 euro a 1 anno, al prezzo Px = 97 euro; il TCN a termine y, che rimborsa 100 euro a 2 anni, al prezzo Py = 97.5 euro, pagabile al tempo 1 anno; il TCF biennale a pronti z, con nominale 100 euro e cedola annuale del 4%. Si replichi il flusso di pagamenti del TCF con un portafoglio di α quote del titolo x e β quote del titolo y, e se ne deduca il prezzo Pz che deve avere in modo da impedire che su questo mercato vi siano arbitraggi non rischiosi.

Nell'ipotesi che z sia invece quotato alla pari sul mercato, si costruisca un arbitraggio non rischioso che garantisce un profitto certo immediato di 10 000 euro al tempo zero, avendo chiuso in pareggio le posizioni negli istanti successivi e si indichi l'importo V che occorre investire nel TCF per realizzare l'arbitraggio (con segno "+" se occorre acquistarlo, con segno "−" se occorre venderlo).

ST_ES14

Si consideri un mercato in cui, al tempo t=0, sono quotati i seguenti tre titoli (tutti riferiti a un facciale C = 100):

1. un TCN a pronti, con scadenza t_3=3 anni, e prezzo P = 90;
2. un TCN a termine, con scadenza t_3=3 anni con prezzo, da pagare in t_2=2 anni di P=94;
3. un TCF a pronti, con scadenza t_3=3 anni, cedola annuale, tasso cedolare annuo del 3.55% e quotato alla pari.

Si determini anzitutto la struttura per scadenza dei tassi di interessi a pronti, esprimendola in forma percentuale e su base annua.

Si calcoli in questo mercato il prezzo P di una rendita posticipata di durata m=3 rate annuali, tutte pari a R=600.

ST_ES15

Si consideri alla data odierna un mercato in cui sono quotati:

1. un titolo a cedola nulla con scadenza un anno, nominale 100 euro e prezzo a pronti 97.1 euro;
2. un titolo a cedola nulla con scadenza un anno, nominale 100 euro e prezzo a termine 98.5 euro, pagabile tra sei mesi;
3. un titolo a cedola fissa semestrale, con scadenza un anno e mezzo, quotato alla pari e con tasso nominale annuo 3.10%.

Si determini la struttura per scadenza dei tassi a pronti e a termine in questo mercato.

Si determini quindi in questo mercato il prezzo a termine P, pagabile fra sei mesi, di un contratto che paga 1000 euro fra un anno e 1000 euro fra un anno e mezzo.