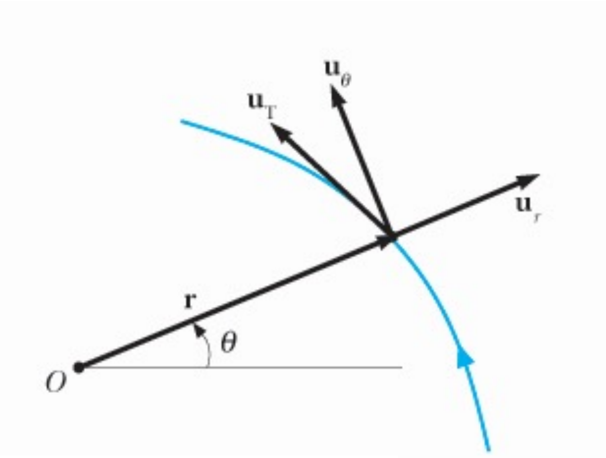
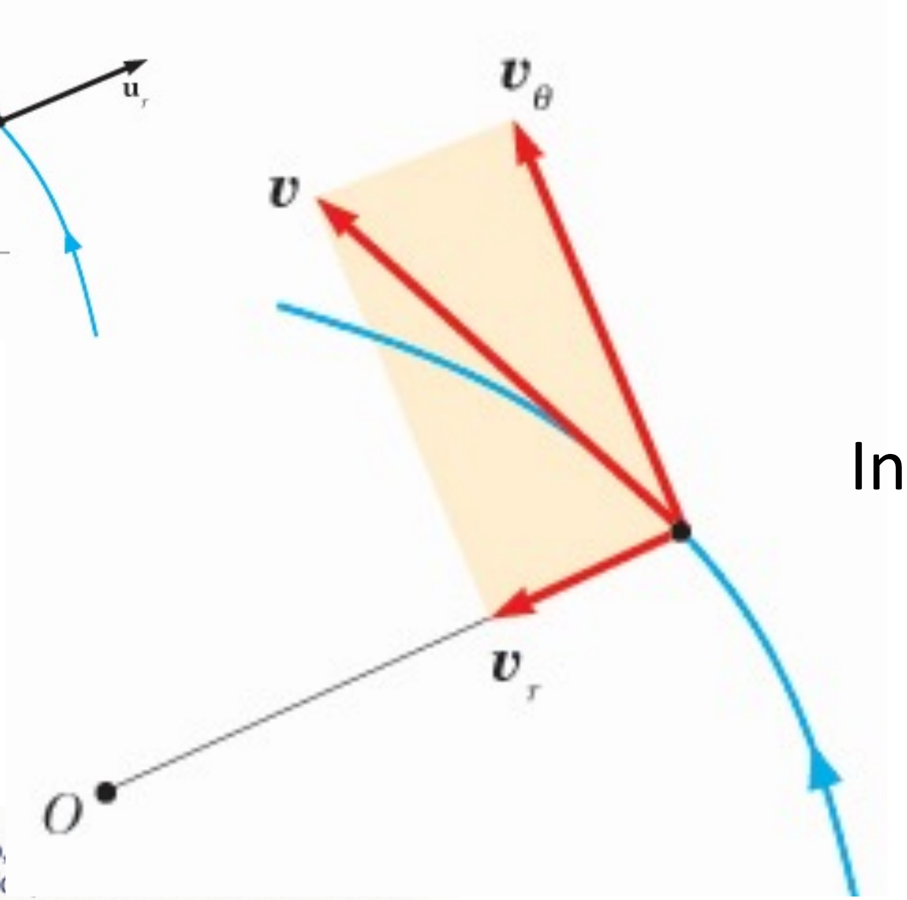
Moto Circolare

EdiSES

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Vettore Velocità in coordinate Polari





Mazzoldi, Nigro,
Elementi di Fisi
EdiSES, 2007

- Studiamo la velocità $\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d(r(t)\hat{u}_r)}{dt}$$

In coordinate Polari

$$\vec{v} = \frac{dr(t)}{dt}\hat{u}_r + r\frac{d\theta(t)}{dt}\hat{u}_\theta$$

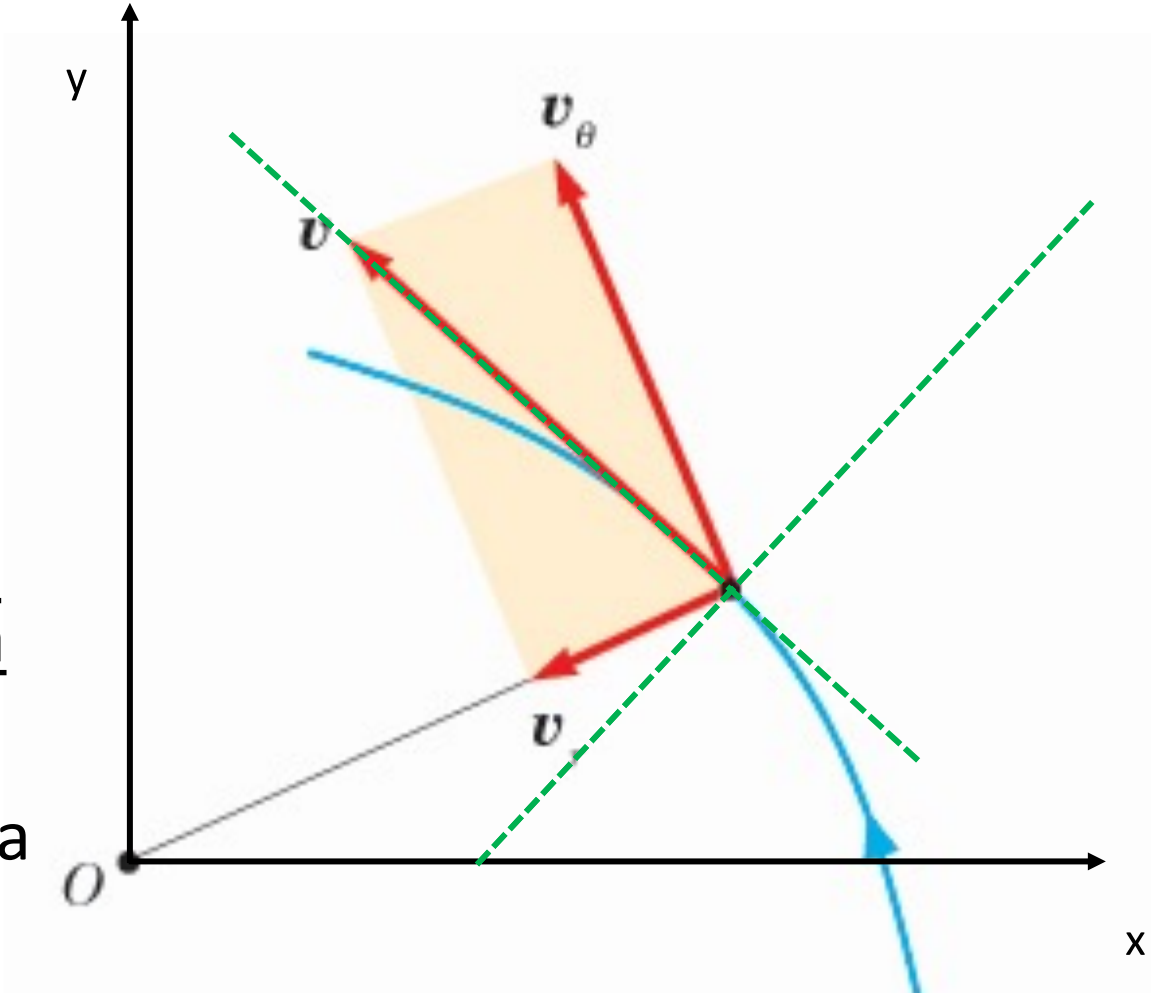
Moto nel Piano: Velocità

- $\vec{r}(t) = r(t)\hat{u}_r + r \cdot \theta(t)\hat{u}_\theta$

- $\vec{v}(t) = v_r(t)\hat{u}_r + v_\theta(t)\hat{u}_\theta$

<u>Ricordiamo che il vettore velocità è sempre tangente alla traiettoria</u>

Fissiamo la direzione tangente alla traiettoria e quella ad essa ortogonale



Se la Velocità Varia si ha l’Accelerazione

- La velocità può variare per due motivi:
  - cambia il modulo
  - cambia la direzione

Vettore Accelerazione

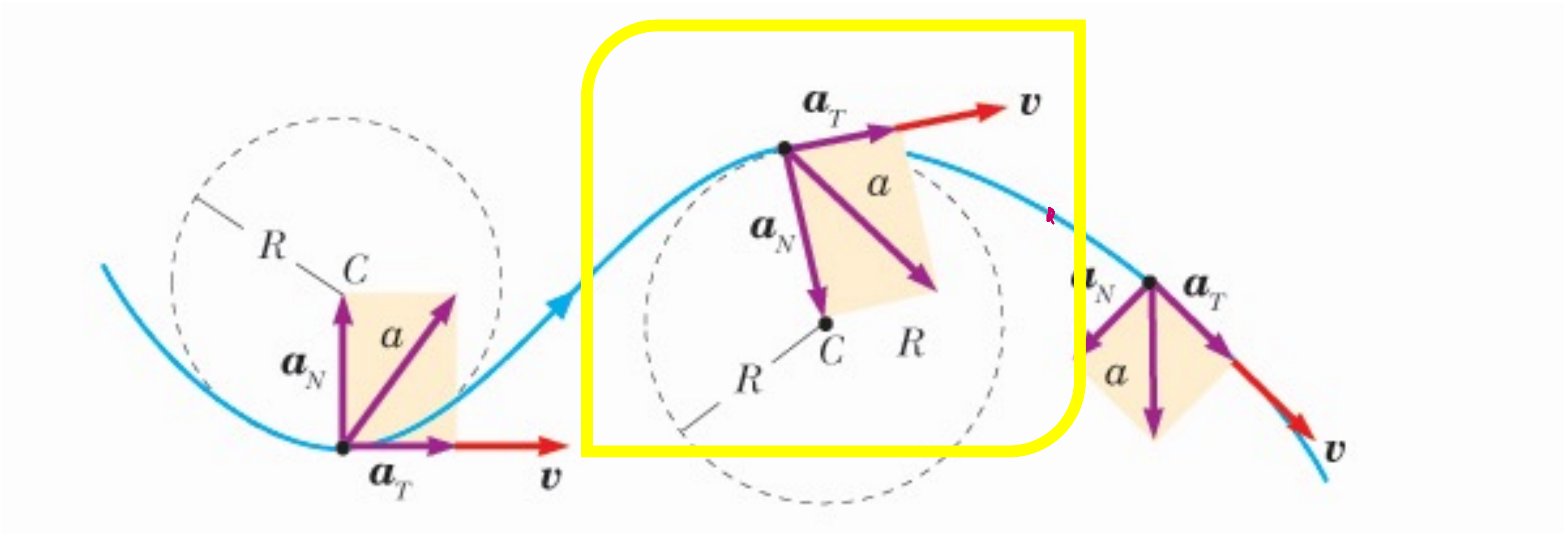
- La velocità può variare per due motivi:
  - cambia il modulo
  - cambia la direzione

$$\vec{v}(t) = v(t) \cdot \hat{v}(t)$$

$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{dv(t)}{dt} \cdot \hat{v}(t) + v(t) \cdot \frac{d\hat{v}(t)}{dt}$$

- La accelerazione avrà due contributi:
  - Dovuto alla variazione in modulo
  - Dovuto alla variazione di direzione

Moto qualsiasi nel piano



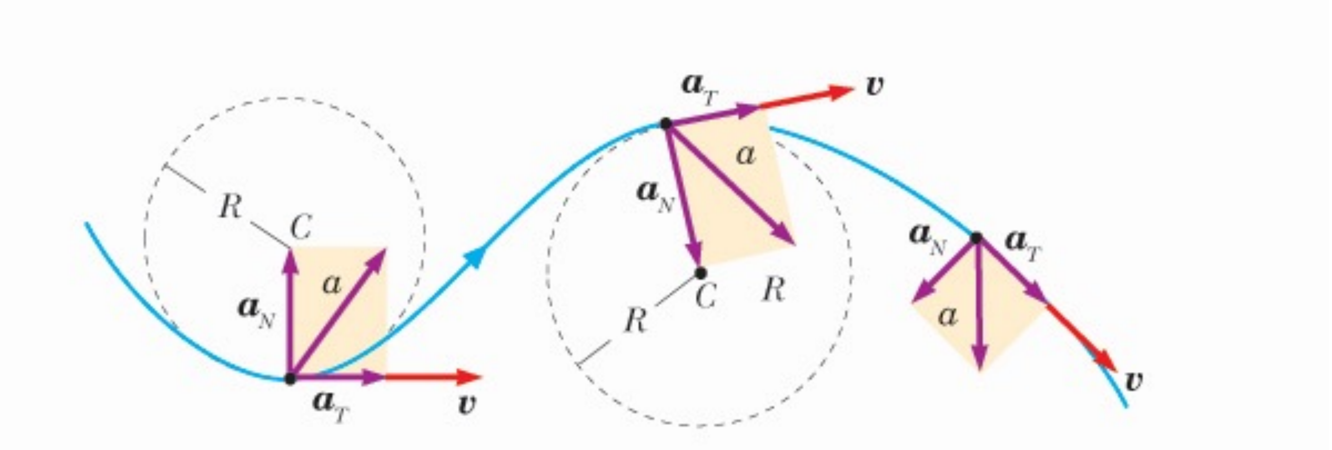
EdiSES
Mazzoldi - Nigro - Voci
Elementi di Fisica - Elettromagnetismo
EdiSES

Moto nel Piano: Posizione, Velocità e Accelerazione

- $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v \cdot \hat{v})}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{v} + v \cdot \frac{d\hat{v}}{dt}$

- $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{R} \cdot \hat{u}_N$

- $\vec{a} = a_T\hat{u}_T + a_N \cdot \hat{u}_N$



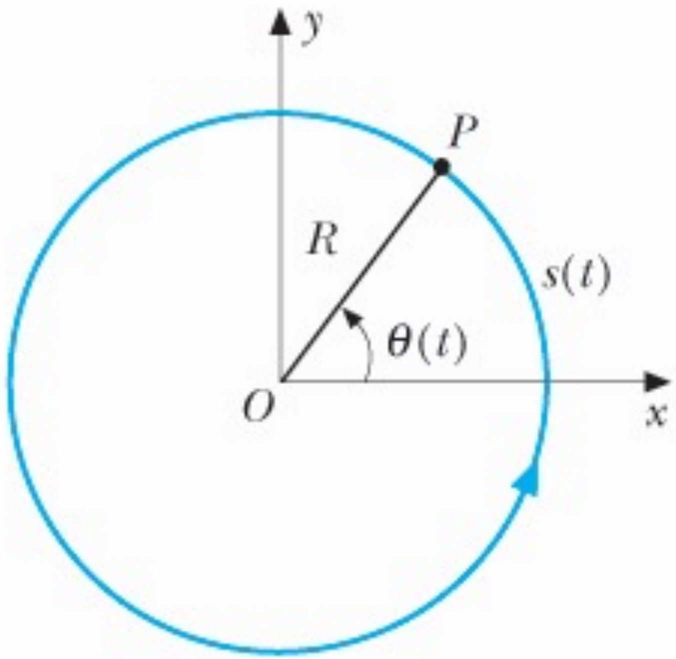
Mazzoldi - Nigro - Voci
Elementi di Fisica - Elettromagnetismo
EdiSES

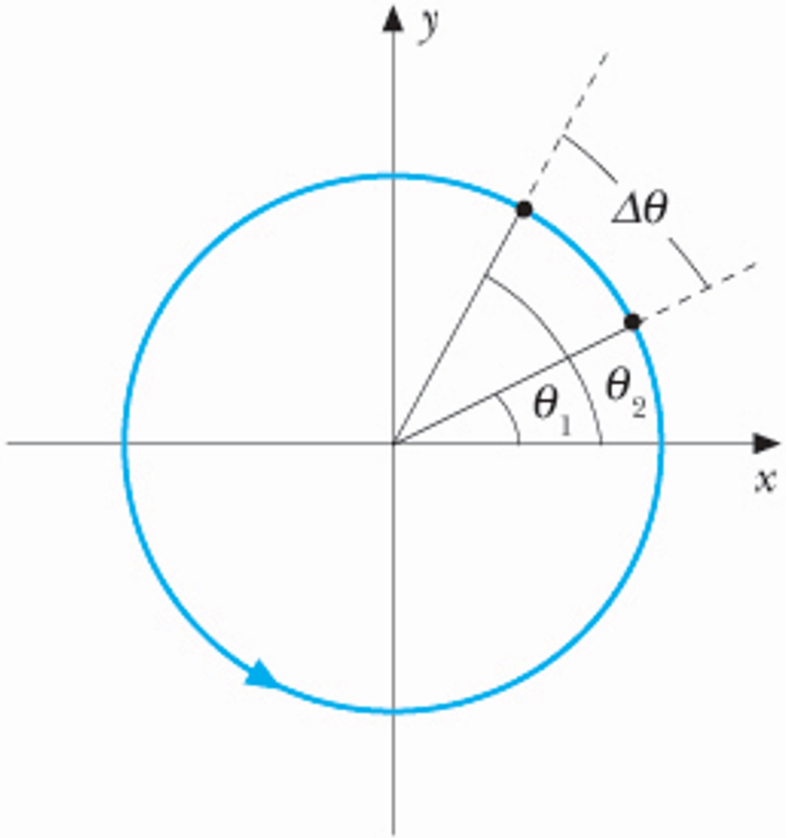
Moti Bidimensionali

- Moto Circolare Uniforme

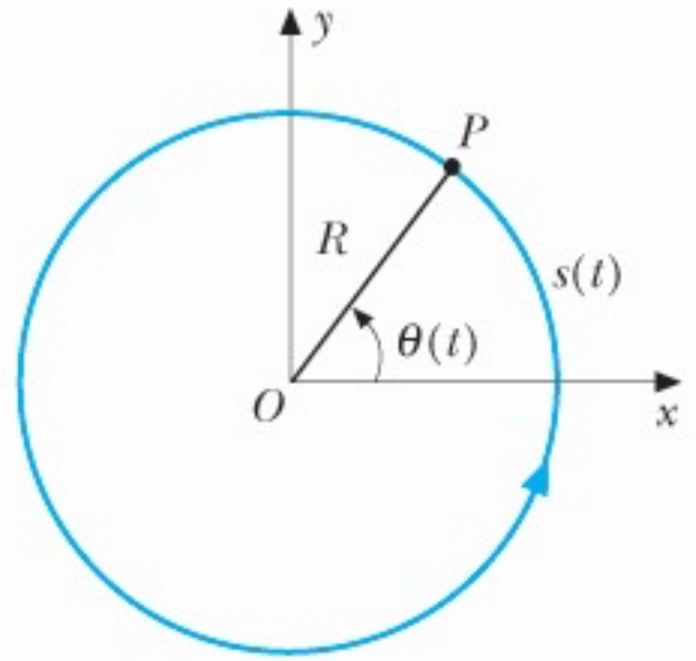
- Moto Circolare Uniformemente accelerato

Moto Circolare



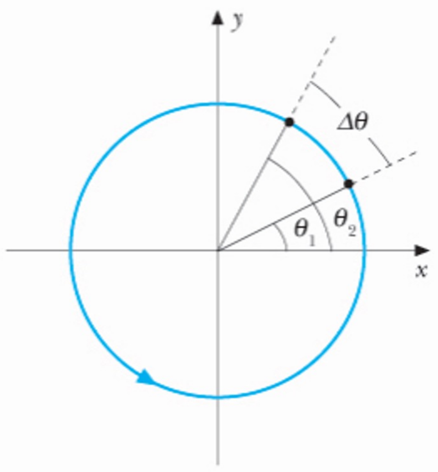


Moto Circolare



Moto Piano: traiettoria circolare

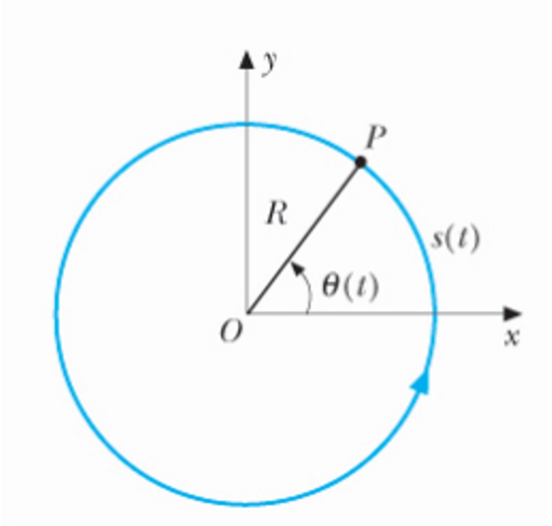
- Moto Circolare Uniforme
- Moto Circolare Uniformemente accelerato
- Lo spazio percorso sulla circonferenza è $s(t)$, a cui corrisponde lo spostamento angolare → $\theta(t)$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

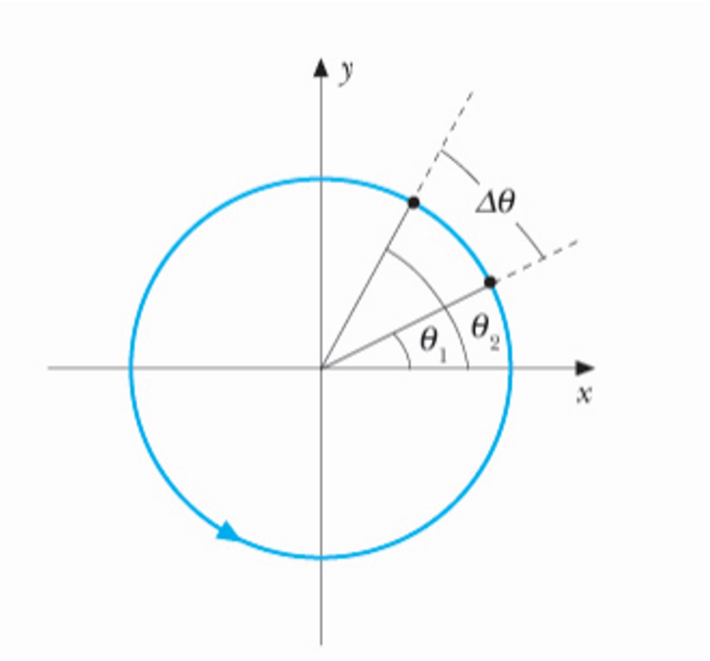
Moto Circolare

La velocità in modulo è: $v = \dfrac{ds}{dt}$



Lo spostamento angolare → $\theta(t) = s(t)/R$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

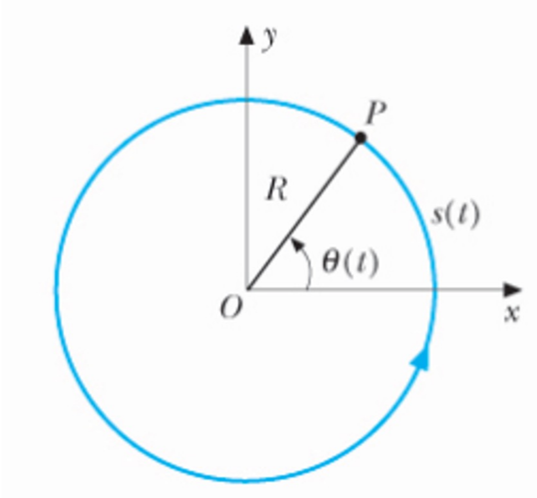


Velocità Angolare Media $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

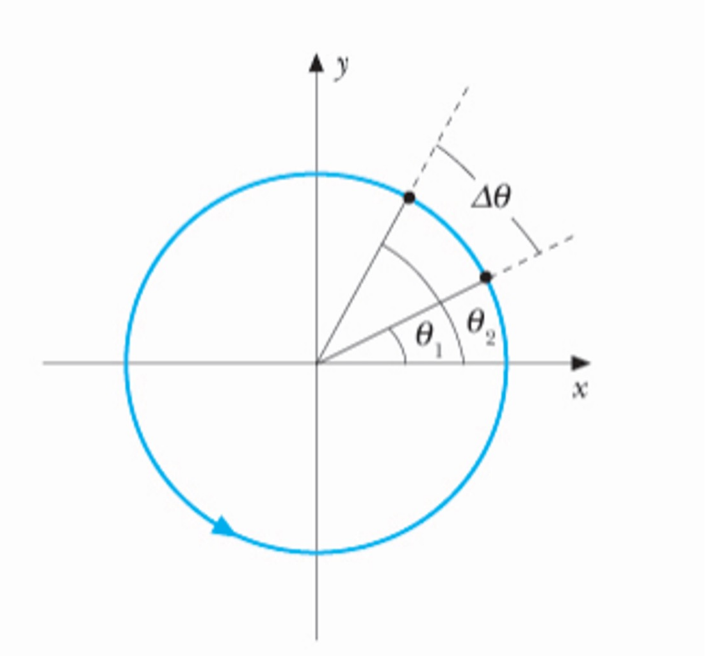
Moto Circolare

La velocità in modulo è: $v = \frac{ds}{dt}$



Lo spostamento angolare → $\theta(t) = s(t)/R$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$



<u>Velocità Angolare Istantanea</u> $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$[rad/s]$

EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

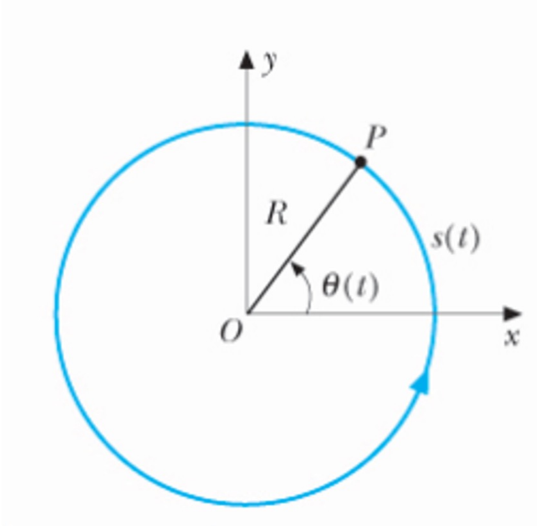
Moto Circolare

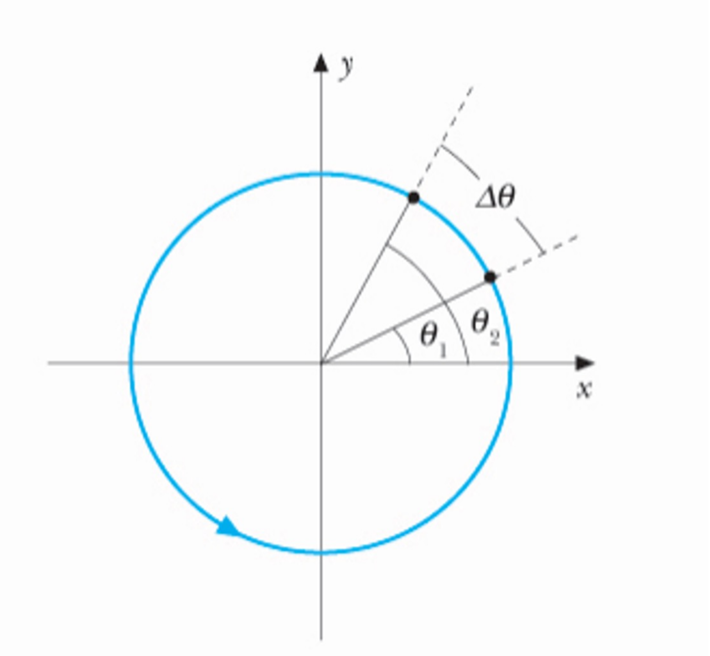
La velocità in modulo è: $v = \dfrac{ds}{dt}$

Lo spostamento angolare → $\theta(t) = s(t)/R$

<u>*Velocità Angolare Istantanea*</u>

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{v(t)}{R}$$

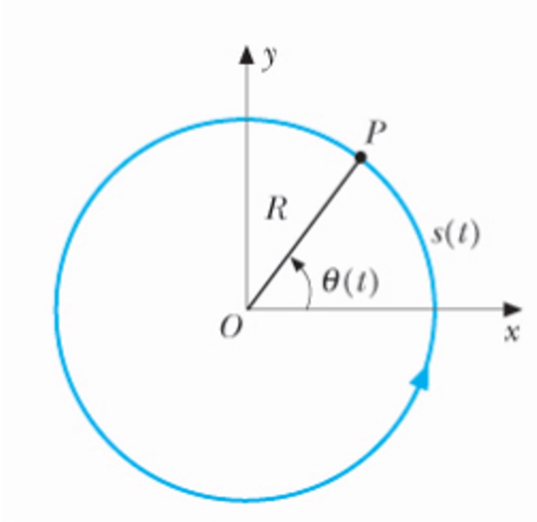




EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Uniforme

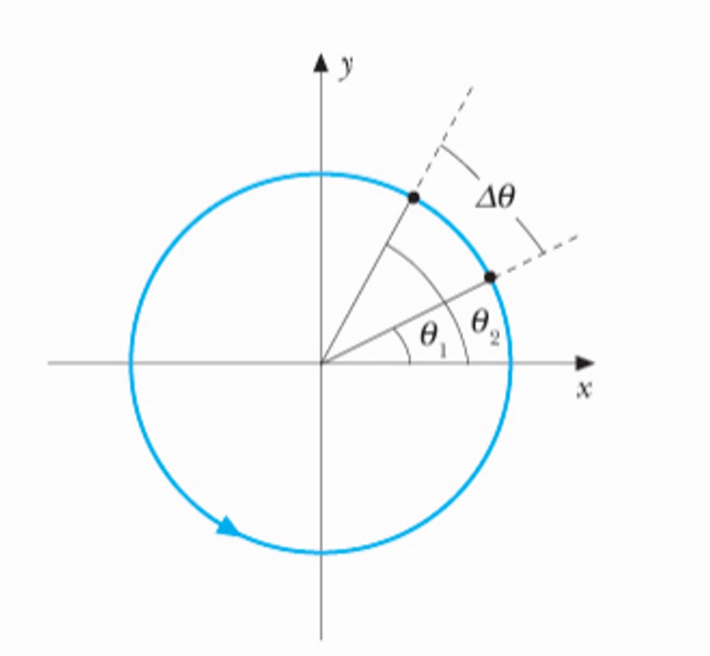
La velocità è in modulo costante: $v = \dfrac{ds}{dt}$



La *Velocità Angolare* è costante anche essa:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

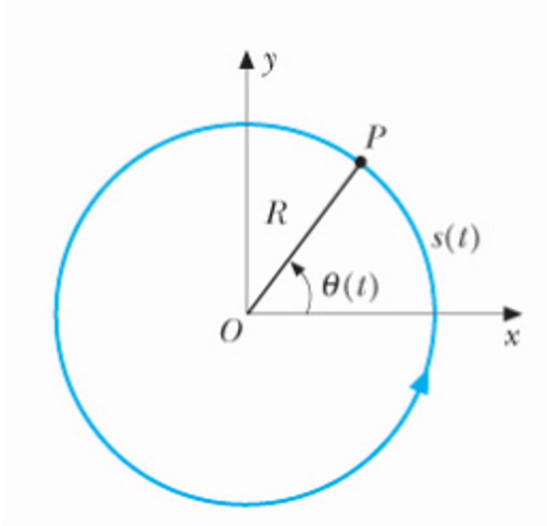
$[rad/s]$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Uniforme

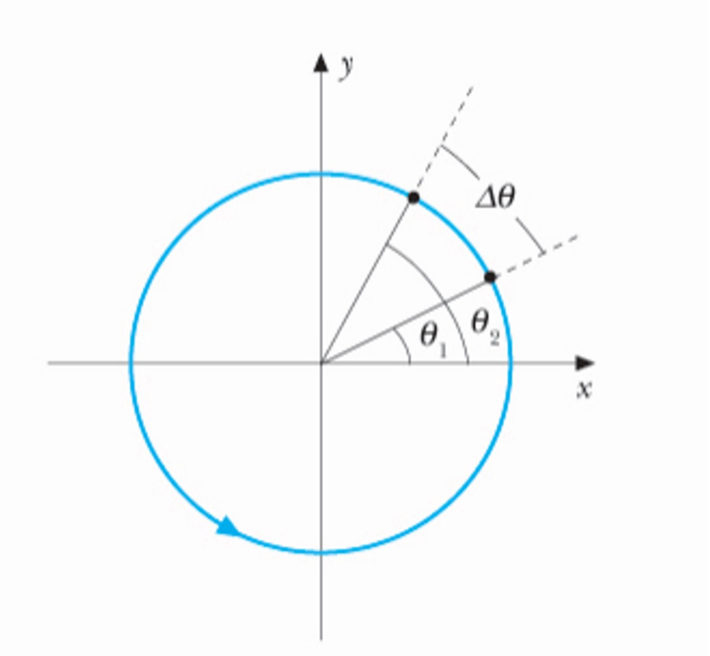
La velocità è in modulo costante: $v = R\omega$



Leggi Orarie:

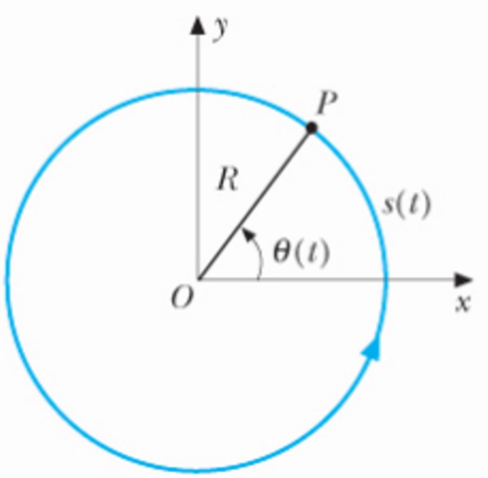
$$s(t) = s_0 + v \cdot t$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega \cdot t$$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

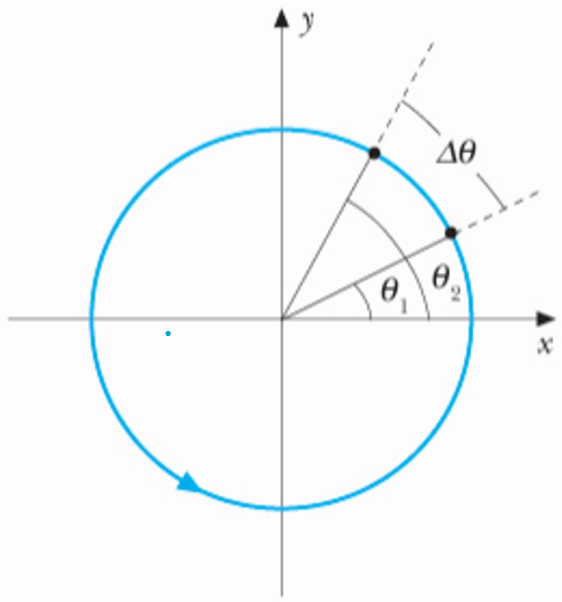
Moto Circolare Uniforme



È un moto accelerato con accelerazione costante

Accelerazione centripeta o normale:

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$



Moto Periodico $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

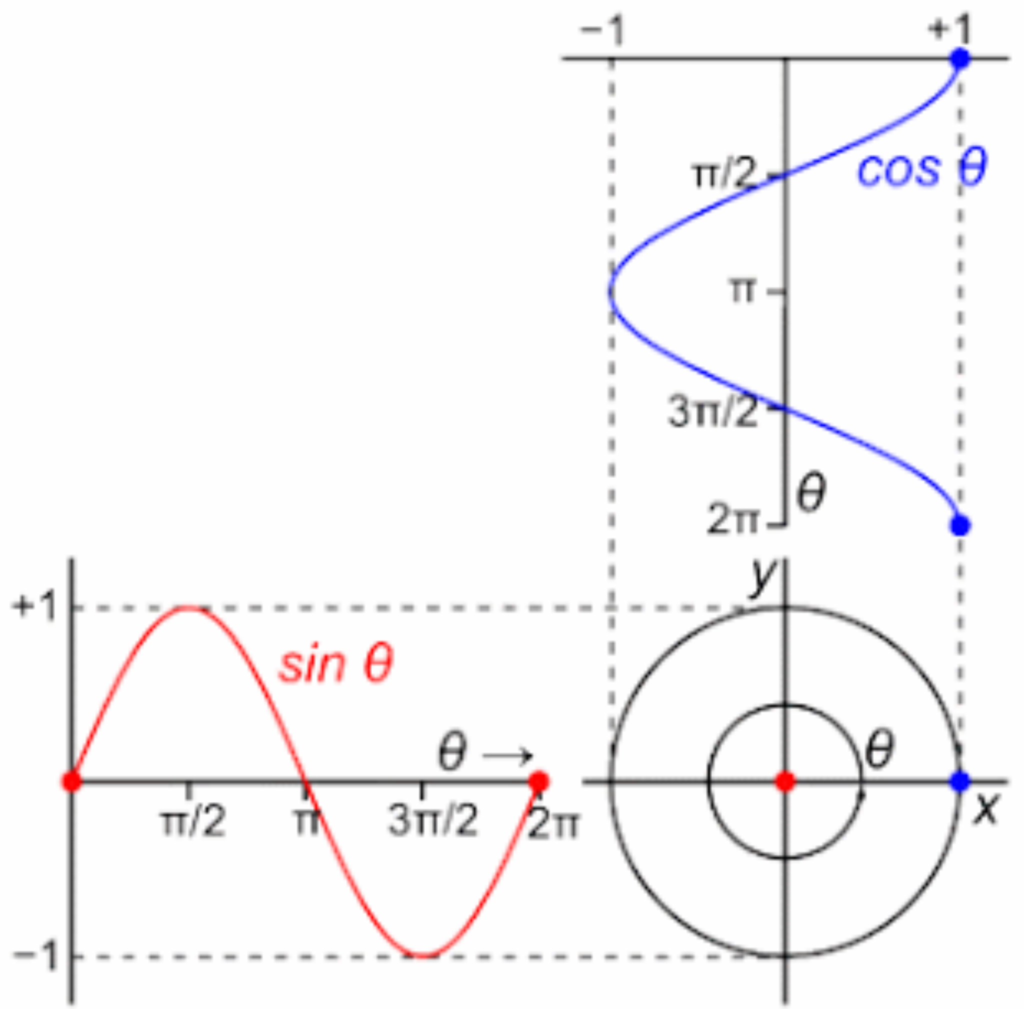
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Uniforme

- $x(t) = Rcos(\theta) = Rcos(\omega \cdot t + \theta_0)$
- $y(t) = Rsin(\theta) = Rsin(\omega \cdot t + \theta_0)$

ω costante

- Moti armonici



Credits: bachecaesperimenti.blogspot.com

Moto Circolare Uniforme

- $x(t) = Rcos(\theta) = Rcos(\omega \cdot t + \theta_0)$
- $y(t) = Rsin(\theta) = Rsin(\omega \cdot t + \theta_0)$

- Deriviamo per ω costante:

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d(R\cos\theta)}{dt} = R\,\frac{d(\cos\theta)}{dt} = -Rsin\theta\,\frac{d\theta}{dt} =$$
$$-\,Rsin\theta\,\frac{d(\omega t)}{dt} = -R\omega sin\theta\,\frac{d(t)}{dt} = -\omega Rsin\theta$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = -\omega R\,\frac{d(sin\theta)}{dt} = -\omega^2 R\mathrm{cos}\theta$$

$\vec{r}(t)=(Rcos(\theta), Rsin(\theta))$

Moto Proiettato sugli assi cartesiani

$x(t) = Rcos(\theta) = Rcos(\omega \cdot t)$

$y(t) = Rsin(\theta) = Rsin(\omega \cdot t)$

ω costante

- Velocità

$v_x(t) = -R\omega sin(\omega \cdot t)$

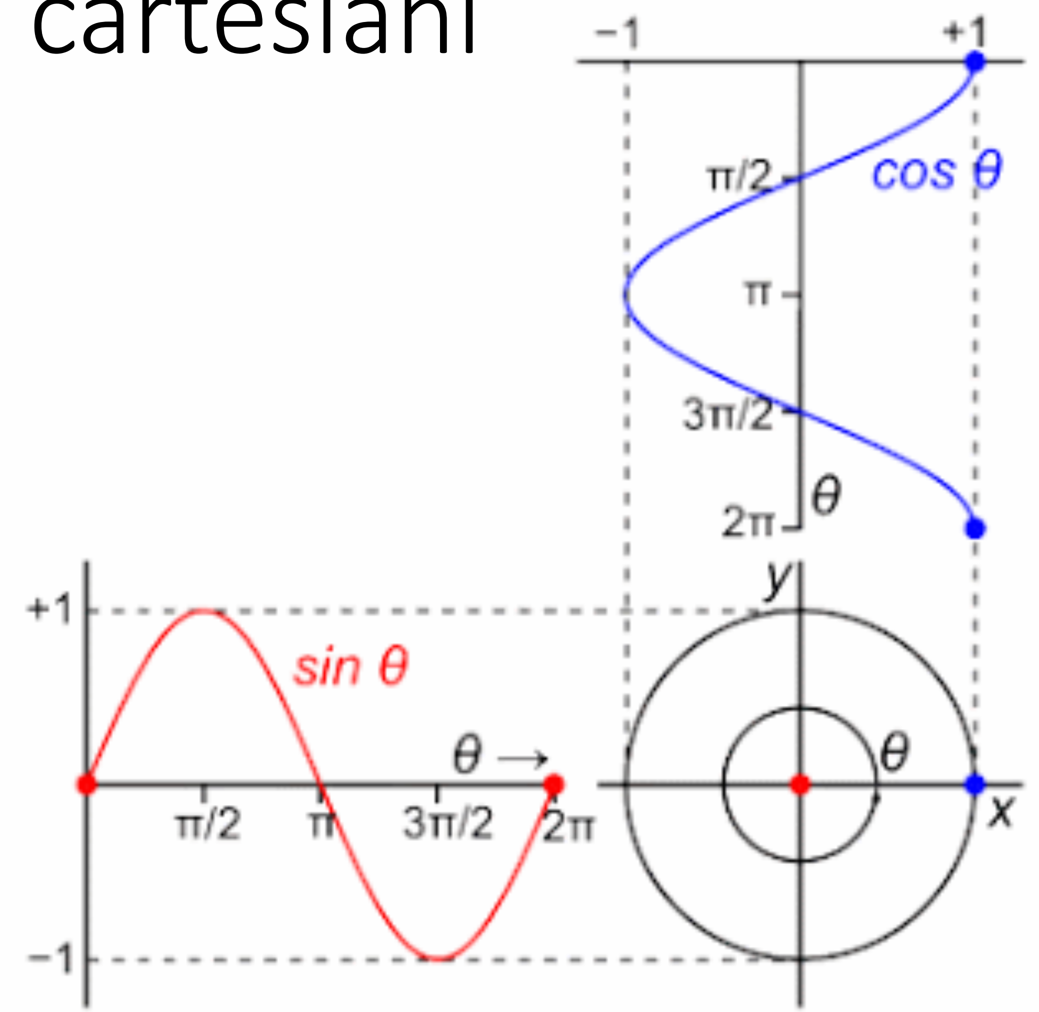
$v_y(t) = R\omega cos(\omega \cdot t)$

- Accelerazione

$a_x(t) = -R\omega^2 cos(\omega \cdot t)$

$a_y(t) = -R\omega^2 sin(\omega \cdot t)$

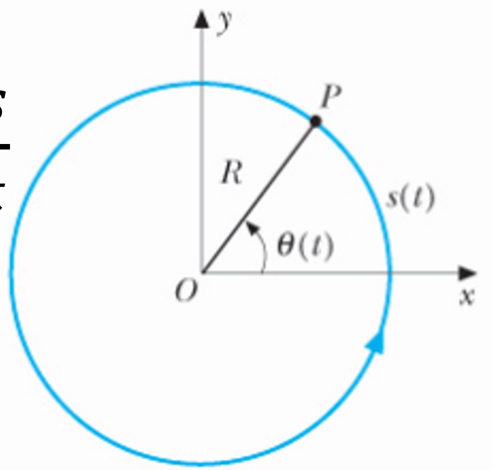
$$\boxed{\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}(t)}$$



Credits: bachecaesperimenti.blogspot.com

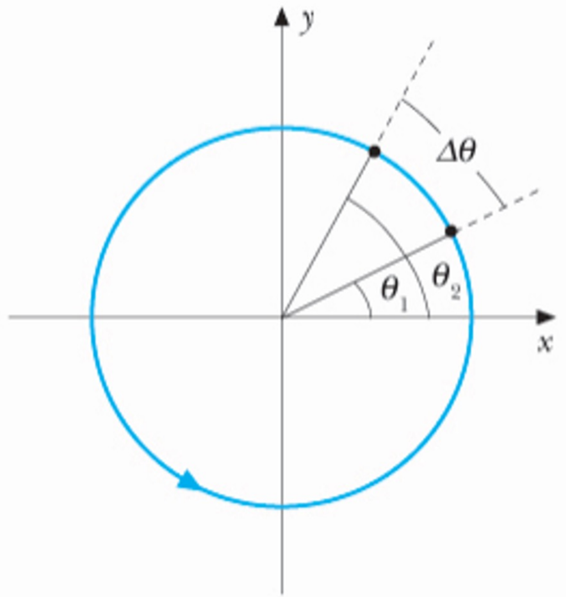
Moto Circolare Non Uniforme

La velocità varia in modulo e direzione: $v(t) = \frac{ds}{dt}$



Accelerazione Angolare media:

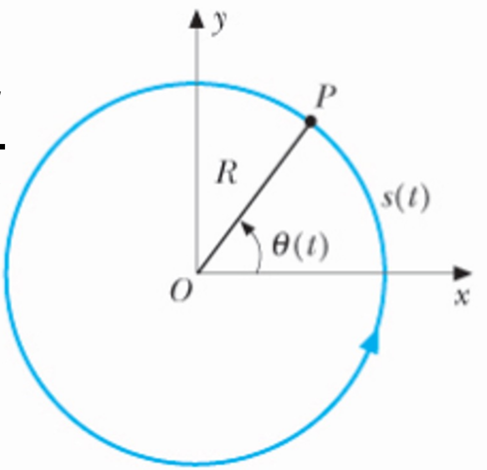
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Non Uniforme

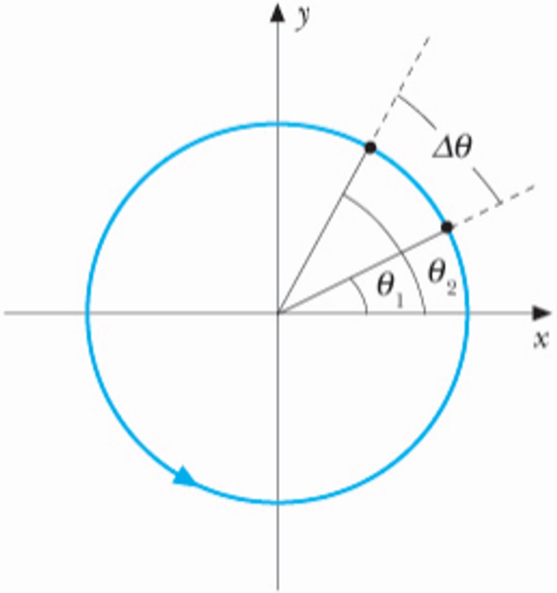
La velocità varia in modulo e direzione: $v(t) = \frac{ds}{dt}$



Accelerazione Angolare istantanea:

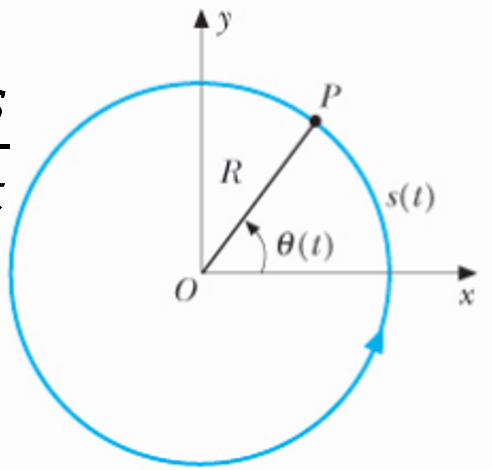
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$[rad/s^2]$



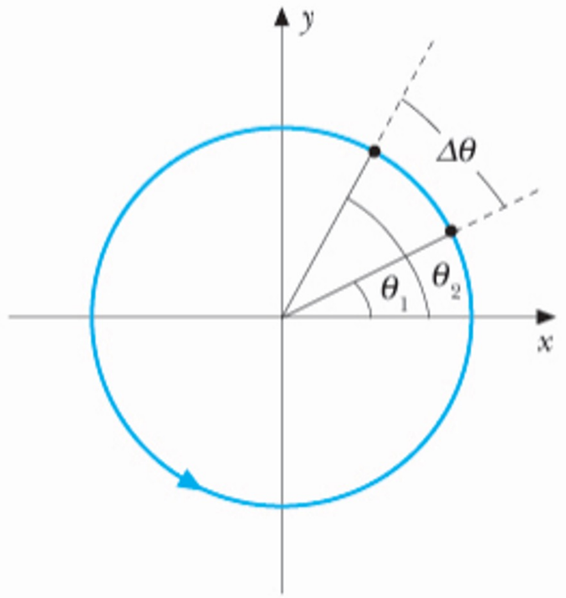
Moto Circolare Non Uniforme

La velocità varia in modulo e direzione: $v(t) = \frac{ds}{dt}$



<u>Accelerazione Angolare</u> istantanea:

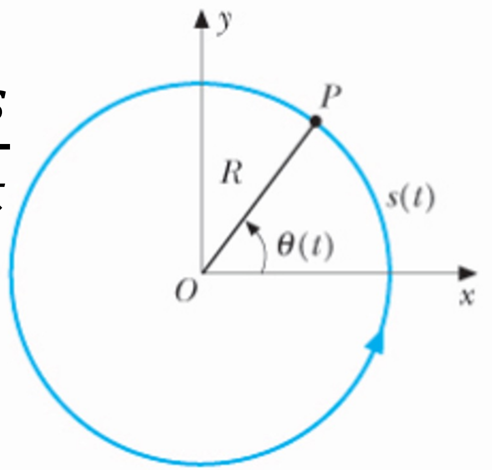
$$\alpha = \frac{d(\frac{v}{R})}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{dv}{dt}$$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Non Uniforme

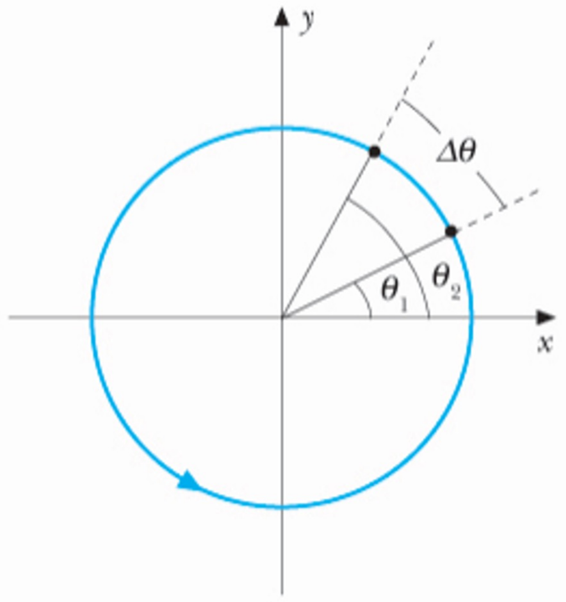
La velocità varia in modulo e direzione: $v(t) = \frac{ds}{dt}$



<u>*Accelerazione Angolare*</u> istantanea:

$$\alpha = \frac{d(\frac{v}{R})}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{a_T}{R}$$

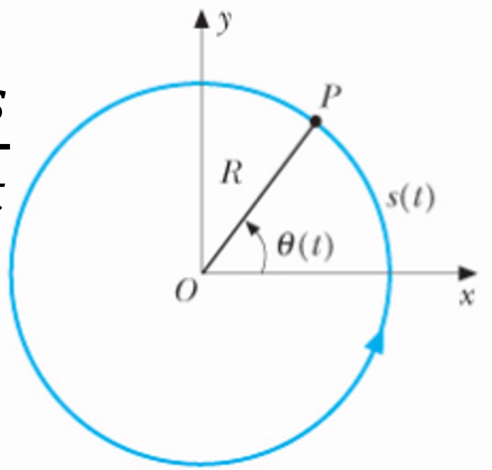
$[rad/s^2]$



EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

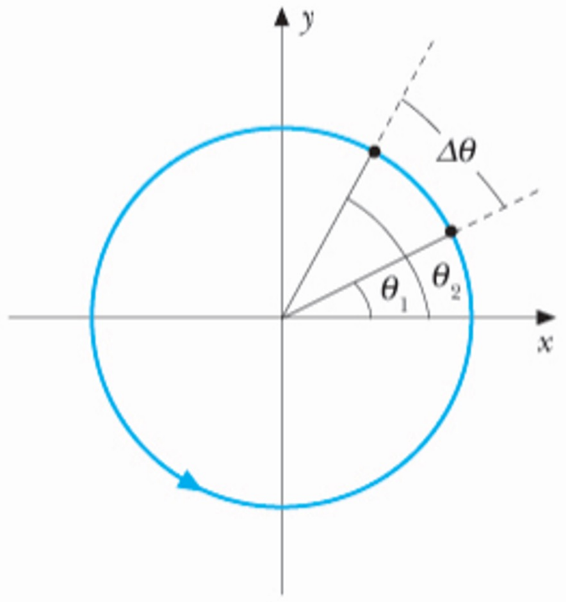
Moto Circolare Uniformemente Accelerato

La velocità varia in modulo e direzione: $v(t) = \frac{ds}{dt}$



<u>*Accelerazione Angolare*</u> istantanea è costante:

$$\alpha = \frac{a_T}{R}$$

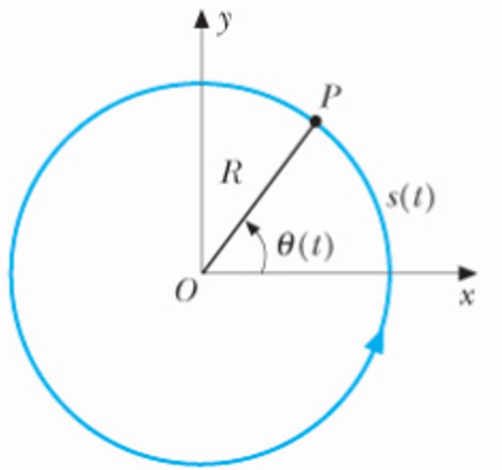


$[rad/s^2]$

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Uniformemente Accelerato

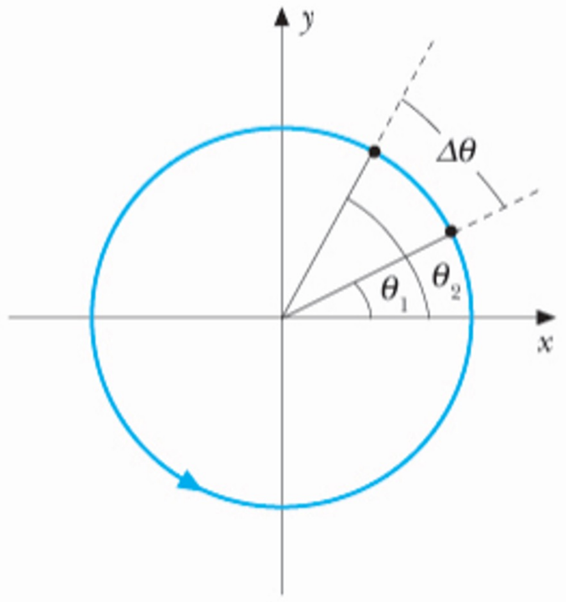
La accelerazione angolare è costante: $\alpha = \frac{a_T}{R}$



Leggi Orarie:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_T t^2$$

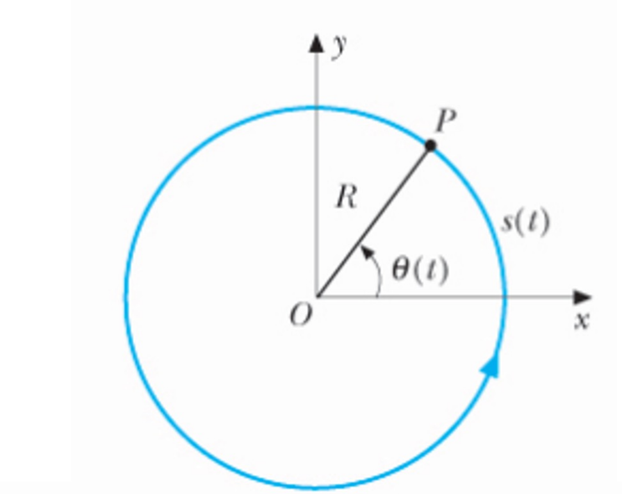
$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$



EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Uniformemente Accelerato

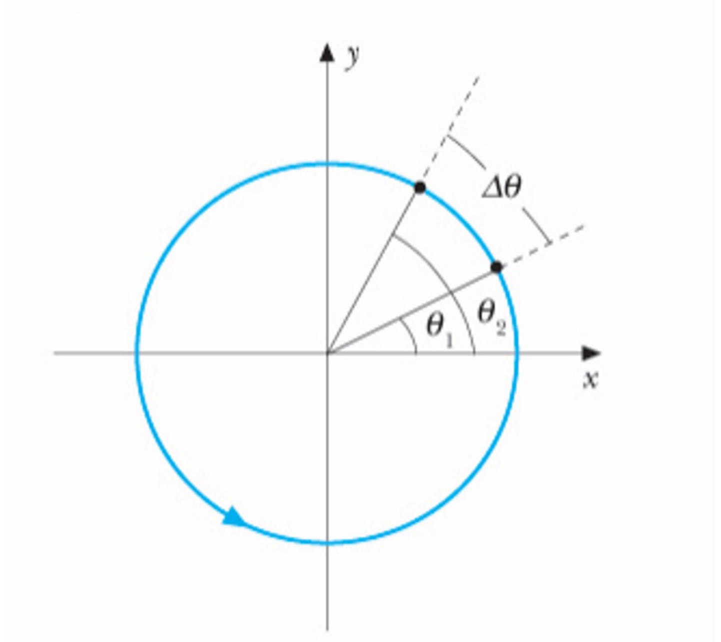
La accelerazione angolare è costante: $\alpha = \dfrac{a_T}{R}$



Le velocità:

$$v(t) = v_0 + a_T \cdot t$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot t$$



EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Circolare Uniformemente Accelerato

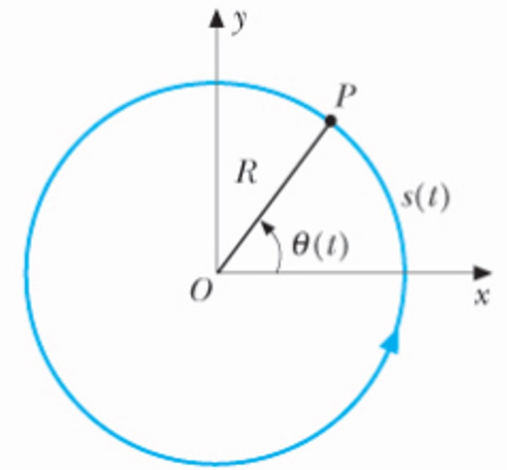
La accelerazione angolare è costante: $\alpha = \frac{a_T}{R}$

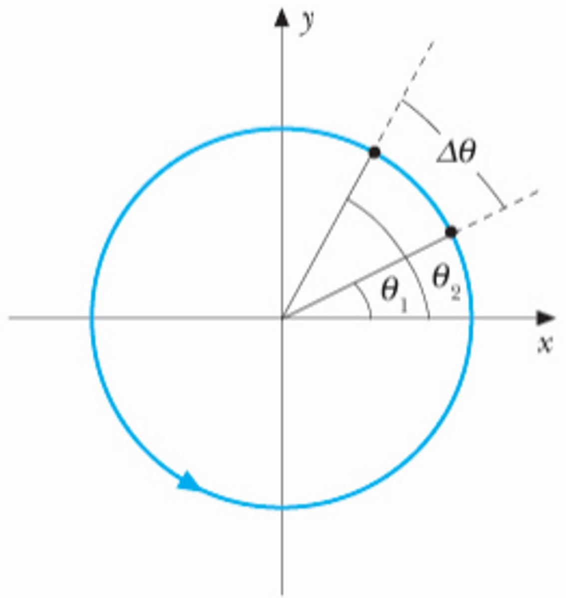
La accelerazione avrà due contributi:

$$a_T = R\alpha$$

$$a_N = R\omega^2$$

$$\text{con } \omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot t$$





EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Esercizi

Esercizi: Moto Circolare

- Un punto materiale si muove lungo una circonferenza di raggio $R = 1.8\ m$ con accelerazione angolare $\alpha_1 = 2.39\ rad/s^2$; all'istante $t = 0, \theta = 0$ e $\omega = 0$. Dopo aver percorso mezzo giro il moto del punto diventa uniformemente decelerato ed esso si ferma dopo aver percorso un altro mezzo giro. Calcolare l'accelerazione angolare α_2 durante il secondo mezzo giro e il tempo totale impiegato a percorrere il giro completo. Se nello stesso intervallo di tempo il moto fosse uniforme, quale sarebbe l'accelerazione centripeta del punto?

Problemi

- 2.1 Un punto percorre una traiettoria circolare con velocità costante in modulo $v = 0.3$ m/s. La velocità cambia la sua direzione di 45° nel tempo $\Delta t = 5$ s. Calcolare: a) le componenti e b) il modulo dell'accelerazione.

Problemi

- 2.3 Un punto P descrive un moto circolare uniforme lungo una circonferenza di raggio R. Il periodo T vale 7.1 s. Si osserva che la velocità massima del moto proiettato su un qualsiasi diametro vale v_{max} = 0.44 m/s. Calcolare: a) il valore di R e b) dell'accelerazione del punto.

Problemi

- 2.5 Una automobile affronta una curva circolare di raggio R = 25 m. Calcolare la velocità massima dell’auto vmax se le ruote possono tollerare una accelerazione centripeta massima a_N= 7 m/s^2 senza slittare.

Problemi

- 2.6 Calcolare quanti giri al minuto deve compiere una piattaforma circolare di raggio $r = 3$ m affinché un punto del bordo sia sottoposto ad un'accelerazione pari a 10 g.

Problemi

- 2.7 Un punto si muove con moto circolare uniforme lungo una circonferenza di raggio $R = 0.4$ m. Nell'istante iniziale, quando si ha $\theta = 0$ e $\omega = \omega_0 = 5$ rad/s, il punto inizia a frenare e si ferma dopo aver percorso un giro completo. Calcolare: a) il tempo t0 impiegato a compiere il giro, b) il modulo dell'accelerazione del punto al tempo t0/2.