

ESERCIZIO 1/1

Un imprenditore ottiene in prestito $S = 110\,000$ euro da un istituto di credito per 5 anni e 2 mesi e deve scegliere fra le seguenti condizioni del prestito:

a) rimborsare alla scadenza $M_a = 210\,000$;

b) rimborsare alla scadenza il valore montante determinato al tasso annuo semplice del 10%.

Si calcoli anzitutto il rimborso M_b nella modalità (b) e i tassi interni di rendimento in base annua i^*_a e i^*_b delle due condizioni di finanziamento. Si individui poi quale delle due modalità sceglierà l'imprenditore.

$$T = 5 + \frac{2}{12} = 5,1667$$

M_b è il montante nel regime degli interessi semplici

$$M_b = 110\,000 (1 + 0,1 \cdot 5,1667) = 166\,833,33$$

Per calcolare il TIR dell'operazione A dobbiamo risolvere la seguente eq. la cui incognita è il tasso di interesse

$$210\,000 = 110\,000 (1 + i^*_A)^{5,1667}$$

da cui

$$\frac{210000}{110000} = (1 + i_A^*)^{5,1667} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{210000}{110000} \right)^{\frac{1}{5,1667}} = 1 + i_A^* \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_A^* = \left(\frac{210000}{110000} \right)^{\frac{1}{5,1667}} - 1 = 0,133323 = 13,3323\%$$

Per calcolare il TIR dell'op. B dobbiamo risolvere la seguente eq.

$$166833,33 = 110000 (1 + i_B^*)^{5,1667}$$

da cui

$$\frac{166\,833,33}{110\,000} = (1 + i_B)^{5,1667} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{166\,833,33}{110\,000} \right)^{\frac{1}{5,1667}} = 1 + i_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_B = \left(\frac{166\,833,33}{110\,000} \right)^{\frac{1}{5,1667}} - 1 = 0,083954 = 8,395\%$$

L'operazione è di finanziamento, pertanto
sceglierò l'operazione B che ha un TIR più
basso

ESERCIZIO 1/2

Un'impresa ha speso 200000 euro per l'acquisto di un capannone e vuole ammortizzarne il costo in 5 esercizi annuali. L'ammortamento prevede che il tasso di interesse sia $i = 6.1\%$, che la prima rata sia $R_1 = 20000$ euro, che le quote capitali della seconda, terza e quarta rata siano uguali ($C_2 = C_3 = C_4$) e che il debito residuo dopo il pagamento della quarta rata sia $D_4 = 40000$. Si compili il piano di ammortamento.

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200000	-	-	-
1				20000
2				
3				
4	40000			
5				

ESERCIZIO 1/2

Un'impresa ha speso 200000 euro per l'acquisto di un capannone e vuole ammortizzarne il costo in 5 esercizi annuali. L'ammortamento prevede che il tasso di interesse sia $i = 6.1\%$, che la prima rata sia $R_1 = 20000$ euro, che le quote capitali della seconda, terza e quarta rata siano uguali ($C_2 = C_3 = C_4$) e che il debito residuo dopo il pagamento della quarta rata sia $D_4 = 40000$. Si compili il piano di ammortamento.

$$I_1 = 200000 \cdot 0,061 = 12200$$
$$C_1 = 20000 - 12200 = 7800$$

$$D_1 = 200000 - 7800 = 192200$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200000	-	-	-
1	192200	7800	12200	20000
2				
3				
4	40000			
5				

ESERCIZIO 1/2

Un'impresa ha speso 200000 euro per l'acquisto di un capannone e vuole ammortizzarne il costo in 5 esercizi annuali. L'ammortamento prevede che il tasso di interesse sia $i = 6.1\%$, che la prima rata sia $R_1 = 20000$ euro, che le quote capitali della seconda, terza e quarta rata siano uguali ($C_2 = C_3 = C_4$) e che il debito residuo dopo il pagamento della quarta rata sia $D_4 = 40000$. Si compili il piano di ammortamento.

$$C_5 = D_4 = 40000 \quad C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = 200000 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 7800 + 3C + 40000 = 200000 \Rightarrow C = \frac{200000 - 40000 - 7800}{3}$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200000	-	-	-
1	192200	7800	12200	20000
2		50733,33		
3		50733,33		
4	40000	50733,33		
5		40000		

ESERCIZIO 1/2

Un'impresa ha speso 200000 euro per l'acquisto di un capannone e vuole ammortizzarne il costo in 5 esercizi annuali. L'ammortamento prevede che il tasso di interesse sia $i = 6.1\%$, che la prima rata sia $R_1 = 20000$ euro, che le quote capitali della seconda, terza e quarta rata siano uguali ($C_2 = C_3 = C_4$) e che il debito residuo dopo il pagamento della quarta rata sia $D_4 = 40000$. Si compili il piano di ammortamento.

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200000	-	-	-
1	192200	7800	12200	20000
2	141466,67	50733,33	11724,20	62457,53
3	90733,33	50733,33	8629,47	59362,80
4	40000	50733,33	5534,73	56268,07
5	-	40000	2440	42440

ESERCIZIO 2/1

Una famiglia vuole investire i suoi risparmi, che ammontano a $S=51000$ euro, per due anni e 9 mesi ed ha a disposizione le seguenti opportunità:

- (a) un conto corrente che prevede la remunerazione dell'investimento al tasso annuo semplice dell'1.4%.
- (b) un titolo, che promette alla scadenza il rimborso del capitale investito, più un interesse di 1500 euro.

Si determini il tasso interno di rendimento di ciascuna delle due opportunità, indicandolo in forma percentuale e in base annua. Si indichi poi quale delle due opportunità dovrebbe scegliere la famiglia, motivando adeguatamente la risposta.

$$T = 2 + \frac{9}{12} = 2,75$$

operazione (a)

$$M_a = 51000 (1 + 0,014 \cdot 2,75) = 52963,50$$

per calcolare il TIR bisogna risolvere

$$52963,50 = 51000 (1 + i_a^*)^{2,75}$$

$$\Rightarrow \frac{52963,50}{51000} = (1 + i_a^*)^{2,75} \Rightarrow \left(\frac{52963,50}{51000} \right)^{\frac{1}{2,75}} = 1 + i_a^*$$

$$\Rightarrow i_a^* = \left(\frac{52963,50}{51000} \right)^{\frac{1}{2,75}} - 1 = 0,013832 = 1,3832\%$$

operazione (b)

$$M_b = 51000 + 1500 = 52500$$

per determinare il TIR bisogna risolvere l'eq.

$$52500 = 51000 (1 + i_b^*)^{2,75} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{52500}{51000} = (1 + i_b^*)^{2,75} \Rightarrow \left(\frac{52500}{51000} \right)^{\frac{1}{2,75}} = 1 + i_b^*$$

$$\Rightarrow i_b^* = \left(\frac{52500}{51000} \right)^{\frac{1}{2,75}} - 1 = 0,010597 = 1,0597\%$$

poiché è un'operazione di investimento scegliere il costo corrente che ha un TIR più alto

ESERCIZIO 2/2

Un'azienda ottiene un prestito da un istituto di credito, per l'importo di 200000 euro. Lo deve restituire in quattro rate semestrali posticipate, secondo un ammortamento di tasso annuo composto 6.09% e con le seguenti caratteristiche:

- il debito residuo dopo il pagamento della seconda rata è il 75% del debito iniziale
- le ultime due rate sono uguali
- la prima rata è di preammortamento.

Si compili il piano di ammortamento, giustificando gli importi inseriti.

$$i_{1/2} = (1 + 0,0609)^{1/2} - 1 = 0,03 = 3\% \quad C_1 = 0$$

$$D_2 = 75\% \cdot 200000 = 150000$$

$$I_1 = 3\% \cdot 200000 = 6000$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200000			
1	200000	-	6000	6000
2	150000			
3				
4				

ESERCIZIO 2/2

Un'azienda ottiene un prestito da un istituto di credito, per l'importo di 200000 euro. Lo deve restituire in quattro rate semestrali posticipate, secondo un ammortamento di tasso annuo composto 6.09% e con le seguenti caratteristiche:

- il debito residuo dopo il pagamento della seconda rata è il 75% del debito iniziale
- le ultime due rate sono uguali
- la prima rata è di preammortamento.

Si compili il piano di ammortamento, giustificando gli importi inseriti.

$$C_2 = D_1 - D_2 = 200000 - 150000 = 50000$$

$$I_2 = D_0 \cdot i = 200000 \cdot 0,03 = 6000$$

$$R_2 = C_2 + I_2 = 50000 + 6000 = 56000$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200 000			
1	200 000	-	6 000	6 000
2	150 000	50 000	6 000	56 000
3				
4				

ESERCIZIO 2/2

Un'azienda ottiene un prestito da un istituto di credito, per l'importo di 200000 euro. Lo deve restituire in quattro rate semestrali posticipate, secondo un ammortamento di tasso annuo composto 6.09% e con le seguenti caratteristiche:

- il debito residuo dopo il pagamento della seconda rata è il 75% del debito iniziale
- le ultime due rate sono uguali
- la prima rata è di preammortamento.

Si compili il piano di ammortamento, giustificando gli importi inseriti.

$$D_2 = R @ 273\% \Rightarrow R = \frac{150000}{@ 273\%} = 78391.63$$

$$I_3 = 3\% D_2 = 3\% 150000 = 4500 \quad C_3 = R_3 - I_3$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200000			
1	200000	-	6000	6000
2	150000	50000	6000	56000
3		73891.63	4500	78391.63
4				78391.63

ESERCIZIO 2/2

Un'azienda ottiene un prestito da un istituto di credito, per l'importo di 200000 euro. Lo deve restituire in quattro rate semestrali posticipate, secondo un ammortamento di tasso annuo composto 6.09% e con le seguenti caratteristiche:

- il debito residuo dopo il pagamento della seconda rata è il 75% del debito iniziale
- le ultime due rate sono uguali
- la prima rata è di preammortamento.

Si compili il piano di ammortamento, giustificando gli importi inseriti.

$$D_3 = D_2 - C_3 = 150000 - 73891,63 = 76108,37$$

$$I_4 = 3\% D_3 = 3\% 76108,37 = 2283,25$$

$$C_4 = R_4 - I_4 = 78391,63 - 2283,25 = 76108,37$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200000			
1	200000	-	6000	6000
2	150000	50000	6000	56000
3	76108,37	73891,63	4500	78391,63
4	-	76108,37	2283,25	78391,63

ESERCIZIO 3/1

Anna ha appena ricevuto un'eredità di 50000 euro e decide di investirli in un conto di deposito fino a che non crescano del 25%. Una banca propone due opportunità:

- il conto viola, che remunera l'investimento al tasso $i_A=2.5\%$ annuo composto
- il conto giallo, nel quale il deposito cresce al tasso $i_B=3\%$ annuo semplice.

Per quanti anni T_A e T_B Anna dovrà mantenere l'investimento per raggiungere lo scopo, rispettivamente nelle due opportunità, e qual è il corrispondente il tasso interno di rendimento in base annua i^*_A e i^*_B ?

$$M = 50000 + 25\% 50000 = 62500$$

conto viola

$$62500 = 50000 (1 + 0,025)^{T_A} \Rightarrow \frac{62500}{50000} = 1,025^{T_A}$$

$$\Rightarrow \ln 1,025^{T_A} = \ln (62500/50000) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_A \ln 1,025 = \ln (62500/50000) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_A = \frac{\ln (62500/50000)}{\ln (1,025)} = 9,0369$$

per il TIR

$$62500 = 50000(1 + i_v^*)^{9,0369} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{62500}{50000} = (1 + i_v^*)^{9,0369} \Rightarrow i_v^* = \left(\frac{62500}{50000} \right)^{\frac{1}{9,0369}} - 1$$

conto giallo

$$62500 = 50000 (1 + 0,03 T_B) \Rightarrow$$

$$\frac{62500}{50000} = 1 + 0,03 T_B \Rightarrow 0,03 T_B = \frac{62500}{50000} - 1$$

$$\Rightarrow T_B = \left(\frac{62500}{50000} - 1 \right) \frac{1}{0,03} = 8,3333$$

per il TIR

$$62500 = 50000 (1 + i_G^*)^{8,3333} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{62500}{50000} = (1 + i_G^*)^{8,3333} \Rightarrow i_G^* = \left(\frac{62500}{50000} \right)^{\frac{1}{8,3333}} - 1$$

ESERCIZIO 3/2

Ottieni un prestito da un istituto di credito, per l'importo di $S = 200000$ euro. Lo devi restituire in quattro rate semestrali posticipate, secondo un ammortamento di tasso annuo composto 2.01% e ottieni dall'istituto che l'ammortamento soddisfi le seguenti caratteristiche:

- il debito residuo dopo il pagamento della prima rata è i tre quarti del debito iniziale;
- le ultime due rate sono uguali;
- la seconda rata è un quarto del debito iniziale.

Compila il piano di ammortamento, giustificando gli importi inseriti.

$$i_{1/2} = (1 + 0,0201)^{1/2} - 1 = 0,01 = 1\%$$

$$D_1 = \frac{3}{4} D_0 = \frac{3}{4} 200000 = 150000$$

$$R_2 = \frac{1}{4} D_0 = \frac{1}{4} 200000 = 50000$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	200 000			
1	150 000	50 000	2 000	52 000
2				50 000
3				
4				

$$I_1 = 1\% D_0 = 1\% \cdot 200\,000 = 2\,000$$

$$C_1 = D_0 - D_1 = 200\,000 - 150\,000 = 50\,000$$

$$R_1 = C_1 + I_1 = 50\,000 + 2\,000 = 52\,000$$

K	D _K	C _K	I _K	R _K
0	200 000			
1	150 000	50 000	2 000	52 000
2	101 500	48 500	1 500	50 000
3				
4				

$$I_2 = 1\% D_1 = 1\% 150\ 000 = 1\ 500$$

$$C_2 = R_2 - I_2 = 50\ 000 - 1\ 500 = 48\ 500$$

$$D_2 = D_1 - C_2 = 150\ 000 - 48\ 500 = 101\ 500$$

K	D _k	C _k	I _k	R _k
0	200 000			
1	150 000	50 000	2 000	52 000
2	101 500	48 500	1 500	50 000
3	51 002,49	50 497,51	1 015	51 512,51
4				51 512,51

$$D_2 = R_{0,21\%} \Rightarrow R = \frac{101500}{0,21\%} = 51512,51$$

$$I_3 = 1\% D_2 = 1\% 101500 = 1015,00$$

$$C_3 = R_3 - I_3 = 51512,51 - 1015 = 50497,51$$

$$D_3 = D_2 - C_2 = 101500 - 50497,51$$

K	D _K	C _K	I _K	R _K
0	200 000			
1	150 000	50 000	2 000	52 000
2	101 500	48 500	1 500	50 000
3	51 002,49	50 497,51	1 015	51 512,51
4	—	51 002,49	510,02	51 512,51

$$I_4 = 1\% \cdot 51\,002,49 = 510,02$$

$$C_4 = R_4 - I_4 = 51\,512,51 - 510,02 = 51\,002,49$$

$$D_4 = D_3 - C_4 = 51\,002,49 - 51\,002,49$$

ESERCIZIO 4/1

Un imprenditore ottiene al tempo zero due prestiti, entrambi di 51000 euro:

- il primo da rimborsare dopo 3 mesi, al tasso annuo composto $i_1=3.5\%$;
- l'altro dopo sei mesi al tasso annuo semplice $i_2=3.3\%$.

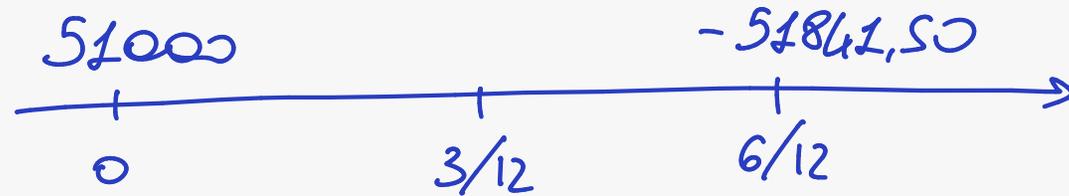
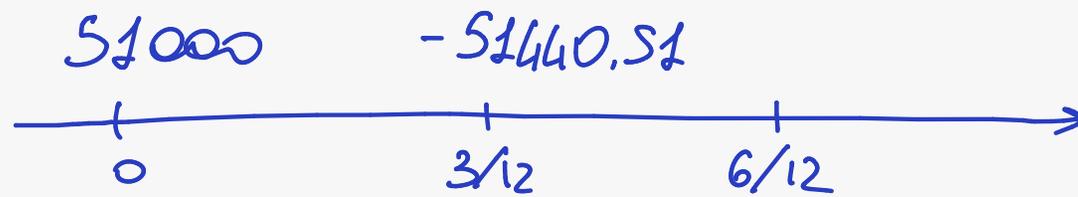
Si determinino gli importi M_1 e M_2 che verranno pagati a scadenza nei due casi, i t.i.r. i_1^* e i_2^* in base annua dei due prestiti e quello i_{tot}^* dell'operazione somma dei due.

Potendo ottenere l'intero importo di 102000 ad una sola delle due condizioni, quale sceglierebbe e perché?

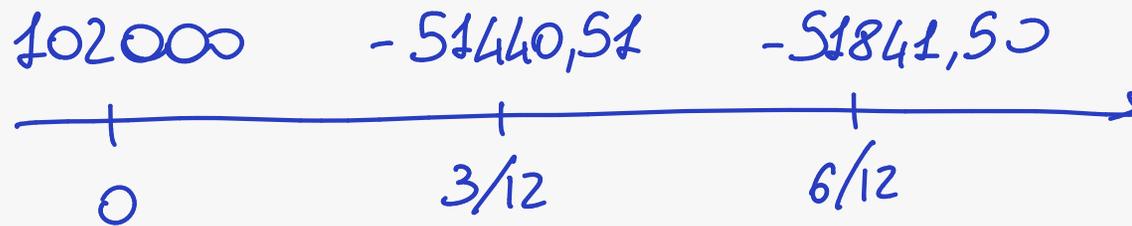
$$M_1 = 51000 (1 + 0,035)^{3/12} = 51440,51$$

$$i_1^* = 3,5\%$$

$$M_2 = 51000 (1 + 0,033 \cdot 0,5) = 51841,50$$



SOMMA



eq. TIR $102000 - 51440,51 \gamma - 51841,50 \gamma^2 = 0$

con γ fattore di sconto Trimestrale

$$\gamma_{12} = \frac{51440,51 \pm \sqrt{51440,51^2 + 4 \cdot 102000 \cdot 51841,50}}{-2 \cdot 51841,50}$$

0,9917
-1,9839

$$i_{1/4}^* = \frac{1}{0,9917} - 1 = 0,8357\%$$

$$i^* = \left(1 + 0,008357\right)^4 - 1 = 3,3848\%$$

ESERCIZIO 4/2

Si sviluppi il piano di ammortamento non standard, con $S=500000$ euro, 5 rate semestrali posticipate al tasso annuo nominale $i=4\%$, in cui la prima rate è di preammortamento, la seconda e la terza sono entrambe di 150000 euro e le ultime due hanno le quote capitale uguali.

$$i_{1/2} = \frac{4\%}{2} = 2\%$$

$$C_1 = 0 \quad I_1 = 2\% D_0 = 2\% 500\,000 = 10\,000$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	500 000			
1	500 000	—	10 000	10 000
2				150 000
3				150 000
4				
5				

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	500 000	-		
1	500 000	-	10 000	10 000
2	360 000	140 000	10 000	150 000
3				150 000
4				
5				

$$I_2 = 2\% D_1 = 2\% 500\,000 = 10\,000$$

$$C_2 = R_2 - I_2 = 150\,000 - 10\,000 = 140\,000$$

$$D_2 = D_1 - C_2 = 500\,000 - 140\,000 = 360\,000$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	500000	-		
1	500000	-	10000	10000
2	360000	140000	10000	150000
3	217200	142800	7200	150000
4				
5				

$$I_3 = 2\% D_2 = 2\% \cdot 360000 = 7200$$

$$C_3 = R_3 - I_3 = 150000 - 7200 = 142800$$

$$D_3 = D_2 - C_3 = 360000 - 142800 = 217200$$

K	D _K	C _K	I _K	R _K
0	500000	-		
1	500000	-	10000	10000
2	360000	140000	10000	150000
3	217200	142800	7200	150000
4	108600	108600	4344	112944
5		108600		

$$D_3 = C_4 + C_5 = 2C \quad \Rightarrow \quad C = \frac{D_3}{2} = \frac{217200}{2} = 108600$$

$$I_4 = 2\% D_3 = 2\% 217200 = 4344$$

$$R_4 = C_4 + I_4 = 108600 + 4344 = 112944$$

$$D_4 = D_3 - C_4 = 217200 - 108600$$

K	D_k	C_k	I_k	R_k
0	500000	-		
1	500000	-	10000	10000
2	360000	140000	10000	150000
3	217200	142800	7200	150000
4	108600	108600	4344	112944
5	-	108600	2172	110772

$$I_5 = 2\% D_4 = 2\% 108600 = 2172$$

$$R_5 = C_5 + I_5 = 108600 + 2172 = 110772$$

$$D_5 = D_4 - C_5 = 108600 - 108600 = 0$$