





**Esercizio 2** Il Ministero del Tesoro propone in asta di emissione BTP con varie scadenze. Determinare per ogni titolo il prezzo di emissione tale che il tasso interno di rendimento sia il 6.5% per ciascun BTP.

| scadenza<br>(anni) | nominal<br>e<br>(euro) | Tasso nom.<br>annuo<br>(%) |
|--------------------|------------------------|----------------------------|
| 3                  | 100                    | 5                          |
| 7                  | 100                    | 6                          |
| 10                 | 100                    | 7                          |

→  $m = 6$      $I = 2.5$   
→  $m = 14$      $I = 3$   
→  $m = 20$      $I = 3.5$

$$i_{1/2} = (1 + 0.065)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$1) \quad P = 2.5 \cdot 267 i_{1/2} + 100 (1 + 0.065)^{-3}$$

$$2) \quad P = 3 \cdot 141 i_{1/2} + 100 (1 + 0.065)^{-7}$$

$$3) \quad P = 3.5 \cdot 207 i_{1/2} + 100 (1 + 0.065)^{-10}$$

**Esercizio 5** Si considerino due rendite  $r_1$  e  $r_2$ , entrambe immediate e a rata semestrale costante. La prima è posticipata e perpetua, con rata  $R_1=10$  euro. La seconda è anticipata, ha durata 13 semestri e ha rata  $R_2=100$  euro. Si determini anzitutto il valore attuale  $W$  del portafoglio  $x=r_1+r_2$ , secondo una legge esponenziale di intensità istantanea di interesse  $\delta=0.05 \text{ anni}^{-1}$ . Si consideri quindi l'operazione finanziaria di acquisto al tempo zero del portafoglio  $x$  al prezzo  $W$ . Se ne determini il tasso interno di rendimento in base annua  $i^*$  ~~e il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  sei mesi dopo l'acquisto, secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i^*$ .~~

$r_1$  posticipata  $u=\infty$   $R_1=10\text{€}$   
 $r_2$  anticipata  $u=13$   $R_2=100\text{€}$

} semestrali

$$x = r_1 + r_2 \quad \delta = 0.05 \text{ anni}^{-1} \quad i = e^{\delta} - 1 =$$

$$i_{1/2} = (1+i)^{\frac{1}{2}} - 1 =$$

$$= (1+0.051271)^{\frac{1}{2}} - 1 =$$

$$= 2.5315\%$$

$$= e^{0.05} - 1 =$$

$$= 5.1271\%$$

I perpetuo

$$W(0, 2_1) = R \cdot \frac{1}{i}$$
$$W(0, 2_1) = 10 \cdot \frac{1}{2,5315\%} = 395.02$$

II anticipato  $m = 13$   $R_2 = 100$

$$W(0, 2_2) = R \ddot{a}_{\overline{m}|i_{1/2}} = R a_{\overline{m}|i_{1/2}} (1 + i_{1/2}) =$$
$$= 100 \frac{1 - 1.025315^{-13}}{0.025315} \cdot 1.025315 =$$
$$= 1123.82$$

$$\begin{aligned} W(0, x) &= W(0, 2_1) + W(0, 2_2) = \\ &= 395.02 + 1123.82 = \\ &= 1518.84 \end{aligned}$$



**Esercizio 9** Un'azienda concorda un finanziamento da parte di un istituto di credito, da rimborsarsi in 4 rate annuali posticipate. Per esigenze di programmazione pluriennale, l'ammortamento viene costruito con le seguenti caratteristiche:

- tasso di ammortamento composto annuo è  $i = 6\%$
- la quota capitale di ciascuna rata non supera i 100 000 euro
- la successione delle quote capitali è crescente: ciascuna è il 110% di quella precedente.

Si calcoli l'importo massimo del finanziamento che l'azienda può ottenere a queste condizioni e si compili il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ .

$$C_2 = 110\% C_1 = C_1 \cdot 1.1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = C_2 / 1.1$$

$$C_3 = 110\% C_2 = C_2 \cdot 1.1 \quad \Rightarrow \quad C_2 = C_3 / 1.1$$

$$C_4 = 110\% C_3 = C_3 \cdot 1.1 \quad \Rightarrow \quad C_3 = C_4 / 1.1$$

$$C_4 = 100000 \quad C_3 = \frac{C_4}{1.1} \quad C_2 = \frac{C_3}{1.1} = \frac{C_4}{1.1^2}$$

$$C_1 = \frac{C_2}{1.1} = \frac{C_4}{1.1^3}$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = S$$

$$\frac{C_4}{1.1^3} + \frac{C_4}{1.1^2} + \frac{C_4}{1.1} + C_4 = S$$

$$\text{for } C_4 \left( \frac{1}{1.1^3} + \frac{1}{1.1^2} + \frac{1}{1.1} + 1 \right) = S$$

$$S = 348685.20$$

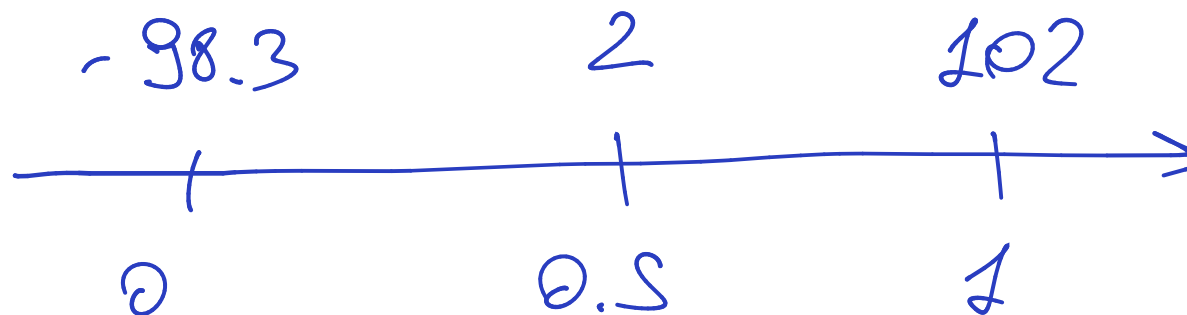
| $K$ | $D_K$     | $C_K$                          | $I_K$ | $R_K$ |
|-----|-----------|--------------------------------|-------|-------|
| ○   | 348685.20 |                                |       |       |
| 1   |           | <u>100000</u><br>$f \cdot f^3$ |       |       |
| 2   |           | <u>100000</u><br>$f \cdot f^2$ |       |       |
| 3   |           | <u>100000</u><br>$f \cdot f$   |       |       |
| 4   |           | <u>100000</u>                  |       |       |



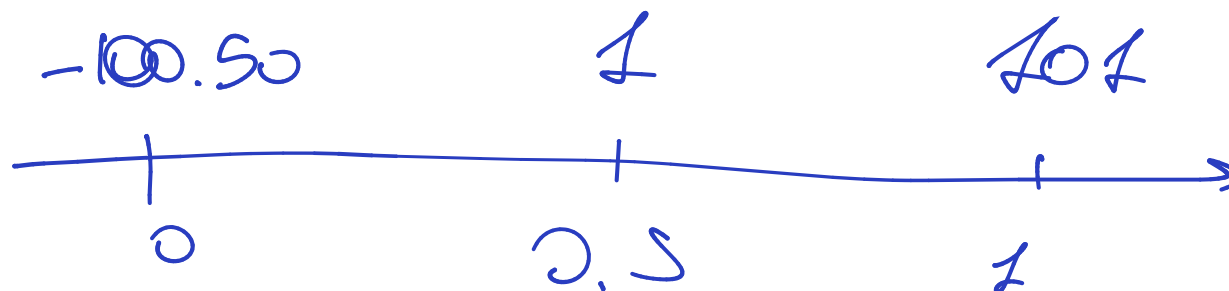


**Esercizio 11** Nel mercato secondario dei titoli di Stato, il BTP con vita residua un anno e cedola semestrale del 4% nominale annuo quota 98.3 per ogni 100 euro di nominale. Il Bund (titolo di Stato della Repubblica Federale Tedesca analogo al BTP) con stessa vita residua e cedola semestrale del 2% nominale annuo quota 100.5 per ogni 100 euro di nominale. Si calcolino i tassi interni di rendimento dei due titoli e lo spread fra i due, esprimendo i tassi in forma percentuale e in base annua e lo spread in punti base (cfr. 100 p.b. = 1%).

BTP



Bund



$$-98.3 + 2 r_{1/2} + 102 r_{1/2}^2 = 0$$

$$-100.50 + r_{1/2} + 101 r_{1/2}^2 = 0$$

8

**Esercizio 22** Si consideri l'investimento di 18 000 euro in due modalità: 1) in interessi semplici al tasso  $i_s = 4\%$ ; 2) in interessi composti al tasso  $i_c = 3.1\%$ . Si calcolino innanzitutto gli interessi  $I_1$  e  $I_2$  prodotti dai due investimenti in  $T = 3$  anni e 4 mesi. Si calcoli poi il tempo  $T_1$  e  $T_2$  necessario a produrre un interesse di 5 000 euro nei due casi.

$$S = 18000 \quad \text{investimento}$$

$$1) \text{ RIS } i_s = 4\%$$

$$T = 3 + 4/12$$

$$I = 5000$$

$$I_1 = S \cdot i \cdot T = 18000 \cdot 0.04 \left( 3 + \frac{4}{12} \right)$$

$$2) \text{ RIC } i_c = 3.1\%$$

$$I_2 = S \left[ (1+i)^T - 1 \right] = 18000 \left[ 1.031^{\frac{3+4}{12}} - 1 \right]$$

$$1) \quad 5000 = 18000 \cdot 0.04 \cdot T_1$$

$$T_1 = \frac{5000}{18000 \cdot 0.04}$$

$$2) \quad 5000 = 18000 \left[ 1.031^{T_2} - 1 \right]$$

$$\frac{5000}{18000} = 1.031^{T_2} - 1$$

$$1.031^{T_2} = \frac{5000}{18000} + 1$$

$$T_2 = \frac{\ln\left(\frac{23000}{18000}\right)}{\ln 1.031}$$