Titolo unità didattica: Approccio incrementale [06]

Titolo modulo : Algoritmi per somme di potenze e per il massimo comun divisore [05-AT]

Sviluppo di algoritmi per il calcolo di particolari sommatorie e per il massimo comun divisore

Argomenti trattati:

- ✓ algoritmi per il calcolo di somme a segni alterni
- ✓ algoritmo per il calcolo di somme di potenze
- ✓ algoritmo di Euclide per il mcd

Prerequisiti richiesti: AP-06-1-T

problema:
calcolo della sommatoria $z = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^i}{2i+1}$

$$z = -\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots + \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

dato di input: il numero n (variabile **n**)

dato di output: il numero z (variabile **somma**)

costrutto ripetitivo: **for**

operazione ripetuta (al generico passo **i**):

sommare l'addendo **i**-simo alla somma degli (**i-1**) addendi precedenti

problema:
calcolo della sommatoria $$z = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^i}{2i+1}$$

```
float somma_alterni (int n) {
 int i;
 float somma,addendo;
  somma = 0.0 ;
  for (i=1; i <= n; i++) {
     addendo = (float)(-1)^i)/(2.0*(float)(i)+1.0);
     somma = somma + addendo ;
  }
  return somma ;
}
```

2n somme
2n prodotti
n potenze

il calcolo di una potenza **i** richiede **i-1** prodotti

problema:
calcolo della sommatoria $$z = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^i}{2i+1}$$

```
float somma_alterni (int n) {
 int i;
 float somma,addendo;
  somma = 0.0 ;
  for (i=1; i <= n; i++) {
     addendo = (float)(-1)^i)/(2.0*(float)(i)+1.0);
     somma = somma + addendo ;
  }
  return somma ;
}
```

2n somme
$(n^2-n)/2$ +2n prodotti

il numero complessivo di prodotti per le potenze è
0+1+2+3 +...+n-1=n*(n-1)/2

problema:
calcolo della sommatoria $$z = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^i}{2i+1}$$

idea

valore assoluto dell'addendo

```
addendo = 1.0/(2.0*float(i)+1.0)
somma = somma+segno*addendo
```

segno è una variabile il cui valore è **+1** oppure **-1** e consente di rappresentare il cambio di segno in modo immediato

```
segno = -segno
```

problema:
calcolo della sommatoria $z = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^i}{2i+1}$

```
float somma_alterni (int n) {
 int i;
 float somma,addendo,segno;
  somma = 0.0 ;
  segno = -1.0;
  for (i=1; i <= n; i++) {
      addendo = 1.0/(2.0*(float)(i)+1.0);
      somma = somma + segno*addendo ;
      segno = - segno;
  }
  return somma ;
}
```

2n somme
3n prodotti

problema: calcolo della sommatoria di potenze (detta **geometrica**)

$$\sum_{i=0}^{n} x^i$$

$$g = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n$$

dati di input: il numero n (variabile **n**), il numero x (variabile **x**)

dato di output: il numero g (variabile **somma**)

costrutto ripetitivo: **for**

operazione ripetuta (al generico passo **i**):

sommare l'addendo **i**-simo (x^i) alla somma degli (**i-1**) addendi precedenti

problema: calcolo della sommatoria di potenze (detta **geometrica**)

$$\sum_{i=0}^{n} x^{i}$$

```
float somma_potenze(float x, int n){
 int i;
 float somma;
  somma = 1.0 ;
  for (i=1; i <= n; i++) {
     somma = somma + x^i ;
   }
  return somma ;
end
```

n somme
n potenze

n somme
$(n^2-n)/2$ prodotti

il numero complessivo di prodotti è
0+1+2+3 +...+n-1=n*(n-1)/2

calcolare x^i quando è stato già calcolato,

al passo precedente, il numero x^{i-1}

$$x^i = x \cdot x^{i-1}$$

è un numero già calcolato

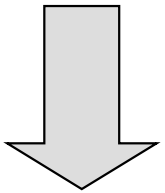
conservare l'ultimo valore calcolato della potenza di x

calcolare x^i quando è stato già calcolato,

al passo precedente, il numero x^{i-1}

associare alla variabile **potenza_x** l'ultimo valore calcolato della potenza di x

$$x^i = x \cdot x^{i-1}$$



```
potenza_x = potenza_x * x
```

calcolare x^i quando è stato già calcolato,

al passo precedente, il numero x^{i-1}

```
float somma_potenze(float x, int n) {
 int i ;
 float somma, potenza_x;
  somma = 1.0 ;
  potenza_x = 1.0 ;
  for (i=1; i <= n; i++) {
      potenza_x = potenza_x * x ;
      somma = somma + potenza_x ;
  }
  return somma ;
}
```

n
somme
n
prodotti

problema:
calcolo del **Massimo Comun Divisore** di due numeri (interi positivi)

è il più grande numero intero che divide (resto = 0) ognuno dei due numeri

MCD(30,42) = 6

MCD(50,40)=10

MCD(32,240)=16

MCD(16,23) = 1

MCD(a,b) è il più grande dei fattori comuni della scomposizione di a e b in fattori primi

problema:
calcolo del **Massimo Comun Divisore** di due numeri (interi positivi)

MCD(a,b) è il più grande dei fattori comuni della scomposizione di a e b in fattori primi

MCD(32,240)=16

32 = 2^5

240 = 2^4 3 5

più grande dei fattori comuni

2^4 = 16

proprietà di MCD(a,b)

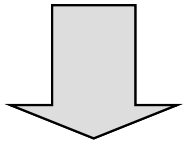
$MCD(a,a)=a$

$MCD(a,b) = MCD(a,a-b) = MCD(b,a-b)$

$a>b$

$MCD(a,b) = MCD(a,r) = MCD(b,r)$

$a = qb+r$ $r = a \bmod b$



se $r=0$ allora b è MCD(a,b)

Algoritmo di Euclide

$a>b$

325 AC-265 AC

calcolare $r = a \bmod b$

se $r = 0$ allora MCD è b

altrimenti calcolare l'MCD di b e r

continuare .....

è considerato il primo algoritmo complesso della storia dell'uomo

Algoritmo di Euclide

$a>b$

```
int a,b,r,mcd;
...
  r = mod(a,b) ;
  while (r != 0) {
       a = b ;
       b = r ;
       r = mod(a,b) ;
  }
  mcd = b ;
```

Algoritmo di Euclide

$a>b$

```
int max_com_div(int a, int b) {
 int r;
 r = mod(a,b) ;
 while (r != 0) {
        a = b ;
        b = r ;
        r = mod(a,b) ;
  }
 return b ;
}
```