

Titolo unità didattica: **Approccio incrementale**

[06]

Titolo modulo : **Algoritmi per il calcolo di somme**

[01-T]

Sviluppo di algoritmi per il calcolo di sommatorie

Argomenti trattati:

- ✓ l'idea "incrementale"
- ✓ algoritmo incrementale per la somma dei primi n naturali
- ✓ formula di Gauss per la somma dei primi n naturali
- ✓ sequenza di istanze dello stesso problema
- ✓ algoritmo incrementale per la somma armonica
- ✓ analisi del costo di un algoritmo

Prerequisiti richiesti: **AP-02-*-T, AP-04-*-T, AP-05-*-T**

primi criteri di progetto di un algoritmo

individuazione di

- **dati di input** del problema
- **dati di output** del problema
- **costrutti di ripetizione** da utilizzare;

individuare:

- **costrutti ripetitivi più adatti**
- **operazioni che vengono ripetute**
- **predicati di permanenza dei cicli**

problema:

calcolo della somma dei primi n numeri naturali

$$s = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n$$

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{i=1}^n i$$

unico
dato di output

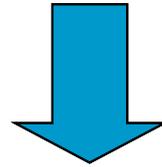
unico
dato di input

dato di input: il numero n

dato di output: il numero s

idea!

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



approccio incrementale

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

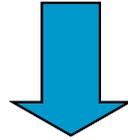
$$3 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$6 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$10 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

idea!

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



approccio incrementale

$$15 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$21 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$28 + 8 + 9 + 10$$

$$36 + 9 + 10$$

$$45 + 10$$

55

problema:

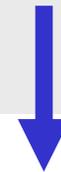
calcolo della somma dei primi n numeri naturali

dato di input: il numero n (variabile n)

dato di output: il numero s (variabile **somma**)

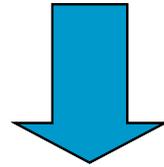
costrutto ripetitivo: **for**

operazione ripetuta (al generico passo i):
sommare il numero i (l'addendo i -simo
della sommatoria) alla **somma degli ($i-1$)
numeri precedenti**



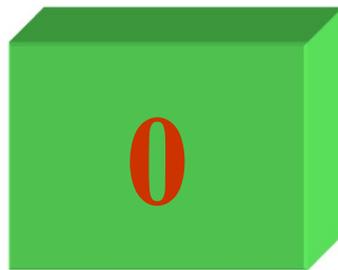
variabile
somma_parziale

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



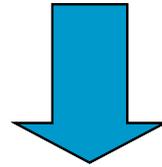
approccio incrementale

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$



somma_parziale

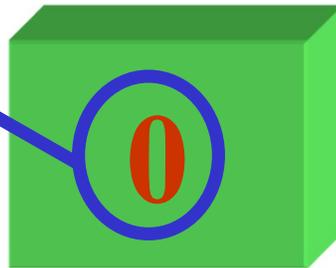
costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



approccio incrementale

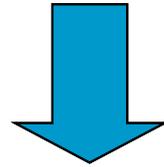
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10

+



somma_parziale

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



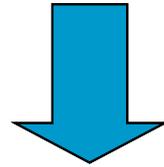
approccio incrementale

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$



somma_parziale

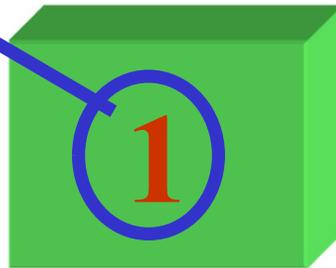
costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



approccio incrementale

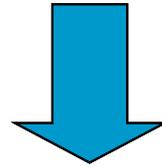
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10

+



somma_parziale

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



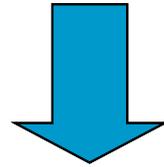
approccio incrementale

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$



somma_parziale

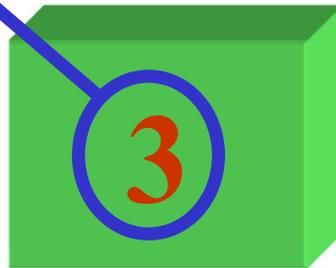
costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



approccio incrementale

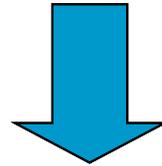
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10

+



somma_parziale

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



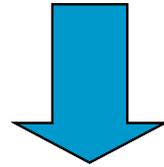
approccio incrementale

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$



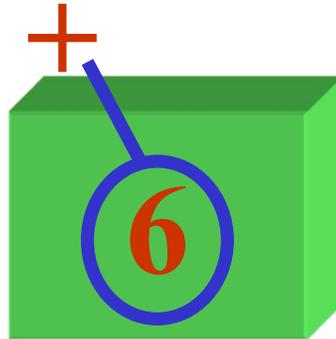
somma_parziale = somma_parziale + i

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



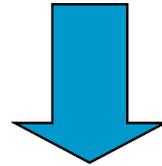
approccio incrementale

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10



somma_parziale = somma_parziale + i

costruire la soluzione attraverso
incrementi successivi
della difficoltà dell'istanza del problema



approccio incrementale

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$



somma_parziale = somma_parziale + i

problema:

calcolo della somma dei primi n numeri naturali

approccio incrementale

```
int somma_naturali (int n)
{
    int i, somma_parziale, somma_finale;
    somma_parziale = 0 ;
    for (i=1; i <= n; i++) {
        somma_parziale = somma_parziale + i ;
    }
    somma_finale = somma_parziale ;
    return somma_finale ;
}
```

```
int somma_naturali (int n)
{
  int i, somma;
  somma = 0 ;
  for (i=1; i <= n; i++) {
    somma = somma + i ;
  }
  return somma ;
}
```

versione finale

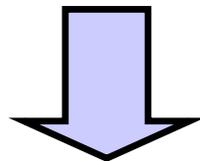
sequenza computazionale (**n=5**)

somma:=0+1; somma:=1+2; somma:=3+3;
somma:=6+4; somma:=10+5

```
int somma_naturali (int n)
{
int i, somma;
  somma = 0 ;
  for (i=1; i <= n; i++) {
    somma = somma + i ;
  }
return somma ;
}
```

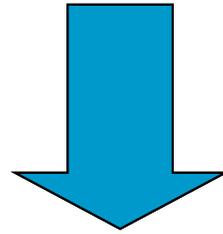
n
addizioni

la sequenza computazionale (in questo caso operazioni di addizione) è costituita da **n** addizioni



l'algoritmo ha un **costo** di **n** addizioni

approccio incrementale



la soluzione è costruita risolvendo una sequenza di **istanze** del problema, a partire da quella più semplice e **incrementando** ogni volta la difficoltà (**dimensione**) dell'istanza

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

a ogni passo, la soluzione dell'**istanza** del problema da risolvere (a quel passo) è costruita a partire dalla soluzione dell'istanza **precedente**

richiami

formula (chiusa) per il calcolo della somma dei primi n numeri naturali

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n \equiv \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{10(10+1)}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$$

formula di Gauss

richiami

formula di Gauss

formula (chiusa) per il calcolo della somma dei primi n numeri naturali

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$$

+

$$s = n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 2 + 1$$

$$2s = (n + 1) + (n + 1) + (n + 1) + \dots + (n + 1) + (n + 1)$$

n

$$2s = n(n + 1)$$

$$s = \frac{n(n + 1)}{2}$$

problema:

calcolo della sommatoria (detta **armonica**)

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

dato di input: il numero n (variabile **n**)

dato di output: il numero S (variabile **somma**)

costrutto ripetitivo: **for**

operazione ripetuta (al generico passo **i**):

sommare l'addendo **i**-simo (cioè **1/i**)

alla somma degli (**i-1**) addendi precedenti

```

float somma_armonica (int n)
{
  int i;
  float somma;
  somma = 0 ;
  for (i=1; i <= n; i++) {
    somma = somma + 1/((float) i);
  }
  return somma ;
}

```

n
 addizioni e
n
 divisioni

sequenza computazionale (**n=5**)

somma:=0+1/1; somma:=1+1/2;
 somma:=1.5+1/3; somma:=1.833+1/4;
 somma:=2.083+1/5