MATEMATICA FINANZIARIA

Zelda Marino

Rendite

Le rendite

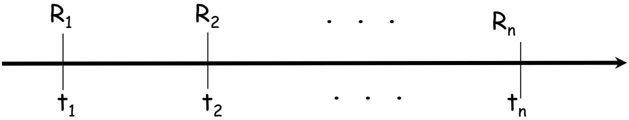
Numerose operazioni finanziarie comportano una sequenza di pagamenti, quali la corresponsione periodica dei dividendi ai possessori di azioni ordinarie, i pagamenti mensili per ripagare un prestito o i pagamenti semestrali degli interessi su un’obbligazione con cedole.

Se l’operazione comporta una sequenza di pagamenti regolari, allora spesso è possibile applicare metodi algebrici che ne semplificano la valutazione.

Il termine generico che si impiega per indicare una sequenza di pagamenti periodici (detti **rate**) è **rendita** (in inglese annuity).

Rappresentazione

Supponiamo di aver stipulato un contratto che prevede n somme di denaro alle scadenze t_1, t_2, …, t_n



$$\boxed{r = \{(R_k, t_k), k \epsilon \mathcal{N}, R_k > 0\}}$$

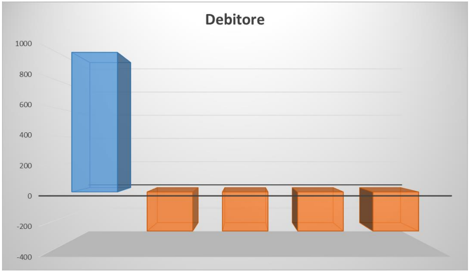
Tali somme di denaro costituiscono le **rate** di una *rendita*.

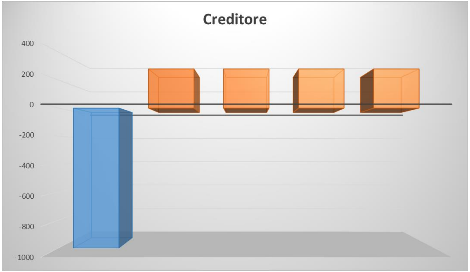
Una *rendita* è una successione di somme di denaro R_k disponibili agli istanti t_k

Le poste sono da considerarsi generalmente tutte dello stesso segno.
Esempio: un debito viene rimborsato mediante rate periodiche che costituiscono una rendita.

Debitore e creditore

Anche per le rendite è possibile considerare due punti di vista: quello del debitore (chi paga le rate) e quello del creditore (chi riceve le rate della rendita)





Valore attuale e montante

Il valore attuale di una rendita è dato dalla somma dei valori attuali di tutte le rate.

$$W(0,r) = \sum_{k=1}^{n} R_k (1+i)^{-t_k}$$

Il montante di una rendita è dato dalla somma dei montanti di tutte le rate.

$$W(t_n,r) = \sum_{k=1}^{n} R_k (1+i)^{t_n - t_k}$$

Progressione geometrica

Una relazione algebrica fondamentale usata per valutare una rendita è la formula per il calcolo della somma di una successione geometrica finita.

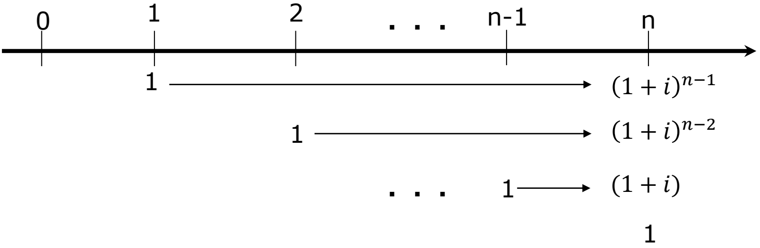
$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n$$

x: ragione della progressione

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x} = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

il primo termine è uguale ad $1 = x^0$

Montante di una rendita



$$W(n,r) = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} \ldots + (1+i) + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\boldsymbol{s_{\overline{n|}\,i} = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} \ldots + (1+i) + 1 = \sum_{k=0}^{n-1} (1+i)^k = \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

s figurato n al tasso i

MONTANTE ALLA DATA DELL'ULTIMO VERSAMENTO DI UNA SEQUENZA DI N RATE DI IMPORTO 1€ PAGATE A SCADENZE EQUIDISTANTI

Montante di una rendita

Il numero totale di rate della sequenza è detto DURATA DELLA RENDITA

L'intervallo temporale tra due rate successive è detto PERIODO DI PAGAMENTO o FREQUENZA

$s_{\overline{1}|\,i} = 1$ $\qquad s_{\overline{n}|\,i} > n$

A causa dell'interesse maturato
Sui depositi precedenti

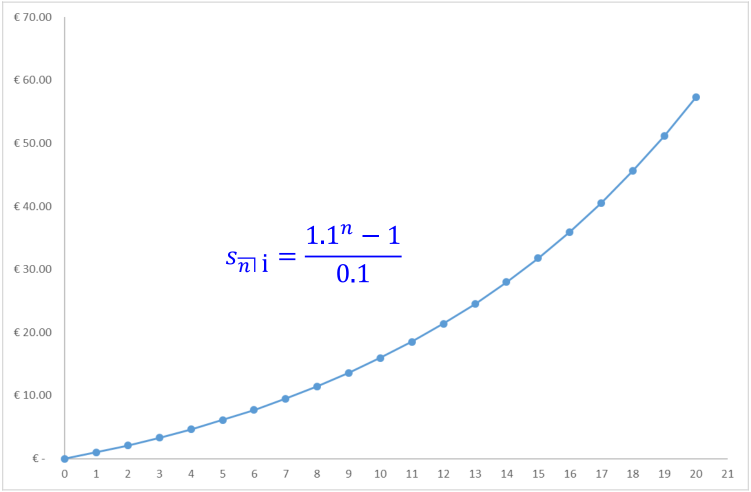
Si può usare il simbolo $s_{\overline{n}|\,i}$ purché siano rispettate le seguenti condizioni:

- il tasso di interesse per periodo di pagamento è costante;
- vi sono n rate tutte dello stesso importo;
- le rate sono pagate a scadenze equidistanti, con la stessa frequenza con la quale si compone il tasso di interesse i;
- il montante è calcolato nella data della rata finale e comprende il pagamento di quest'ultima

Montante di una rendita

Al variare di n

montante funzione crescente di n

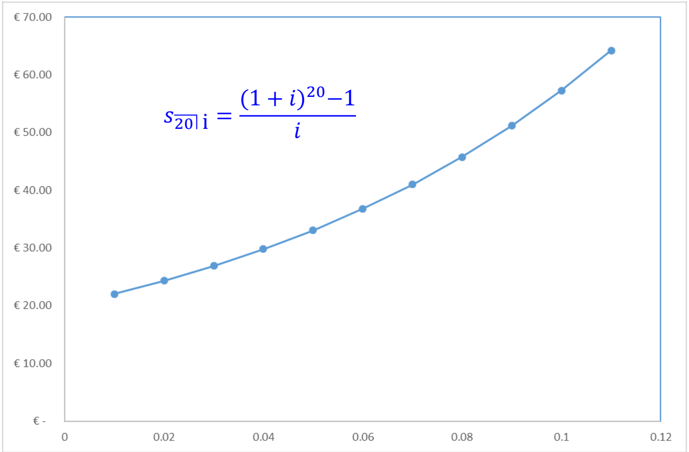


$$s_{\overline{n|}\,\mathrm{i}} = \frac{1.1^n - 1}{0.1}$$

Montante di una rendita

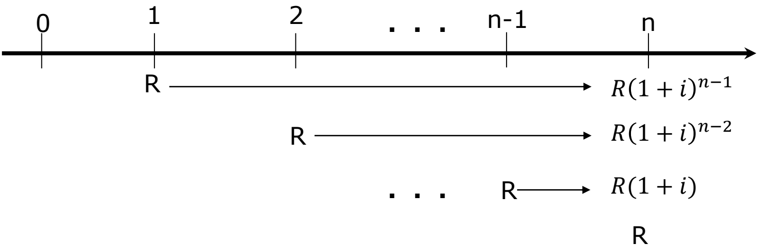
Al variare di i

montante funzione crescente del tasso



Montante di una rendita

Rata non unitaria



$$W(n,r) = R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + \cdots + R(1+i) + R =$$

$$= R[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i) + 1] =$$

$$= R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} = R\,\boldsymbol{s}_{\overline{n}|\mathbf{i}}$$

Esempio

Ogni mese l'INPS invia al sig. Fabbri un assegno familiare di 30€ per suo figlio. Il sig. Fabbri deposita questi pagamenti su un cc l'ultimo giorno di ogni mese. Il conto garantisce un tasso di interesse del 9% annuale nominale pagabile mensilmente; gli interessi sono accreditati sul conto l'ultimo del mese. Se il primo assegno è stato depositato il 31 maggio 2007, qual è il montante sul conto il 31 dicembre 2018, comprensivo del pagamento appena eseguito e dell'interesse pagato quel giorno?

31 maggio | 30 giugno | 31 luglio

$$i_{1/12} = \frac{0.09}{12} = 0.75\%$$

$$30 \longrightarrow 30\left(1+i_{1/12}\right) \longrightarrow 30\left(1+i_{1/12}\right)^2$$

$$+30 \longrightarrow +30\left(1+i_{1/12}\right)$$

$$+30$$

$$W(2) = 30\left(1+i_{1/12}\right) + 30$$

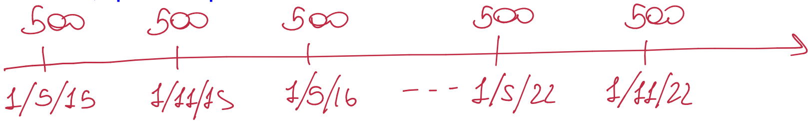
$$W(3) = 30\left(1+i_{1/12}\right)^2 + 30\left(1+i_{1/12}\right) + 30$$

$$W(140) = 30\left(1+i_{1/12}\right)^{139} + 30\left(1+i_{1/12}\right)^{138} + \cdots + 30\left(1+i_{\frac{1}{12}}\right) + 30 =$$

$$= 30\left[\left(1+i_{1/12}\right)^{139} + \left(1+i_{1/12}\right)^{138} + \cdots + \left(1+i_{\frac{1}{12}}\right) + 1\right] = 30\,\frac{1.0075^{140}-1}{0.0075}$$

ESERCIZIO

Se il tasso nominale annuo di interesse pagabile semestralmente è uguale al 9% e il 1° maggio e il 1° novembre di ogni anno dal 2015 al 2022 inclusi depositate 500€, quale capitale avrete accumulato il 1° novembre 2022?



$$TAN = 9\% \Rightarrow i_{1/2} = \frac{0{,}09}{2} = 0{,}045 = 4{,}5\%$$

durata 8 anni, pagamenti semestrali $\Rightarrow n = 16$

$$W(1/11/22, R) = 500\, s_{16\rceil 4{,}5\%} = 500\, \frac{(1+0{,}045)^{16} - 1}{0{,}045} =$$

$$= 11359{,}67€$$

ESERCIZIO

Se il tasso nominale annuo di interesse pagabile semestralmente è uguale al 9%, quale capitale si deve depositare il 1° maggio e il 1° novembre di ogni anno dal 2015 al 2022 inclusi per avere un montante uguale a 7000€ il 1° novembre 2022?

$$W(n,r) = R\,s_{\overline{n}|i} \Rightarrow R = \frac{W(r,n)}{s_{\overline{n}|i}}$$

$$7000 = R\,s_{\overline{16}|4{,}5\%} \Rightarrow R = \frac{7000}{s_{\overline{16}|4{,}5\%}} =$$

$$= \frac{7000}{\frac{(1+0{,}045)^{16}-1}{0{,}045}} = \frac{7000 \cdot 0{,}045}{1{,}045^{16}-1} = 308{,}11€$$

ESERCIZIO

Ogni mese l'INPS invia al sig. Fabbri un assegno familiare di 30€ per suo figlio. Il sig. Fabbri deposita questi pagamenti su un cc l'ultimo giorno di ogni mese. Il conto garantisce un tasso di interesse del 9% annuale nominale pagabile mensilmente; gli interessi sono accreditati sul conto l'ultimo del mese. Se il primo assegno è stato depositato il 31 maggio 2007, qual è il montante sul conto il 31 dicembre 2018, comprensivo del pagamento appena eseguito e dell'interesse pagato quel giorno?

Supponiamo ora che il figlio del sig. Fabbri sia nato nell'aprile del 2007 e che il primo assegno familiare sia ricevuto da Fabbri in maggio e depositato alla fine di maggio. Gli assegni familiari continuano ad arrivare e i versamenti sul conto continuano ad essere eseguiti fino a che il ragazzo compie 16 anni, compreso il mese del compleanno. Dopodiché gli assegni cessano di arrivare, ma sul conto continuano a cumularsi gli interessi, fino al mese in cui il ragazzo compie 21 anni. Qual è il saldo il giorno del 21esimo compleanno del sig. Fabbri.

ESERCIZIO

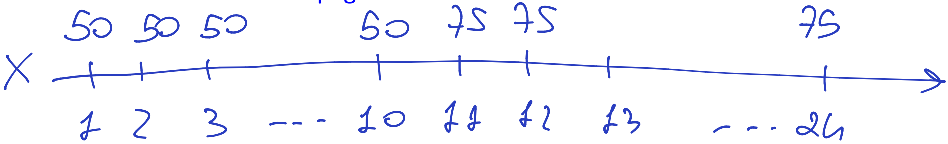
Ogni mese l'INPS invia al sig. Fabbri un assegno familiare di 30€ per suo figlio. Il sig. Fabbri deposita questi pagamenti su un cc l'ultimo giorno di ogni mese. Il conto garantisce un tasso di interesse del 9% annuale nominale pagabile mensilmente; gli interessi sono accreditati sul conto l'ultimo del mese. Se il primo assegno è stato depositato il 31 maggio 2007, qual è il montante sul conto il 31 dicembre 2018, comprensivo del pagamento appena eseguito e dell'interesse pagato quel giorno?

Supponiamo ora che il tasso nominale di interesse su base annua applicato al conto venga modificato in data 1° gennaio 2013, diventando il 7,5% (composto mensilmente). Qual è il montante al 31 dicembre 2018?

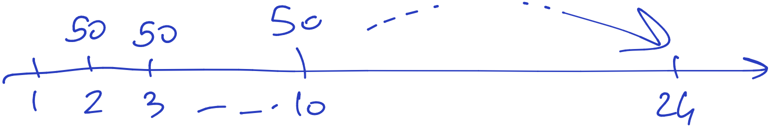
ESERCIZIO

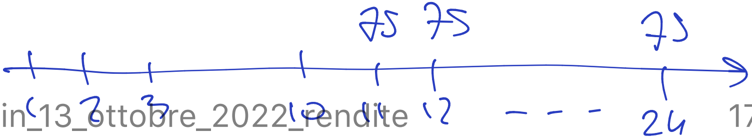
mensili

In una rendita 10 rate mensili di importo 50€ ciascuna sono seguite da 14 rate di importo 75€ ciascuna. Se il tasso effettivo di interesse su base mensile è uguale all'1%, qual è il montante all'atto dell'ultimo pagamento?

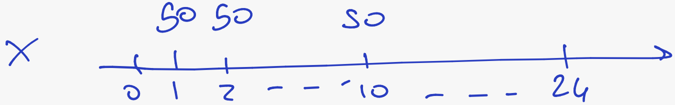


Poiché le rate cambia devo considerare due rendite, una di rate 50€ e l'altra di rate 75€



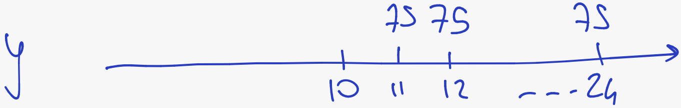


Calcoliamo il valore in 24 mesi della prima rendita



$$W(24, x) = 50\, s_{\overline{10}|1\%}\,(1+0{,}01)^{14} = 601.30$$

il valore della seconda rendita in 24 mesi è

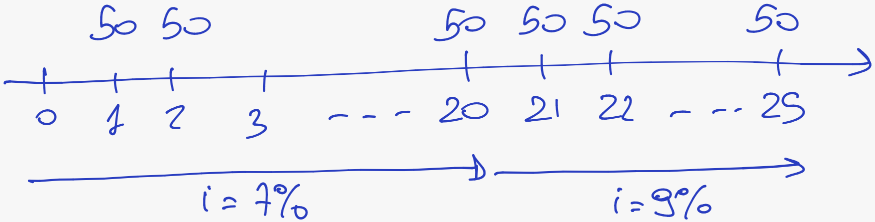


$$W(24, y) = 75\, s_{\overline{14}|1\%} = 1121.06$$

$$W(24, R) = 601{,}30 + 1121{,}06 = 1722{,}36$$

ESERCIZIO

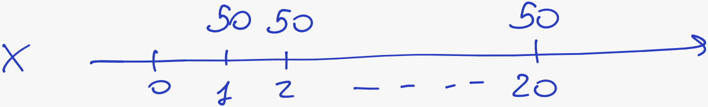
Consideriamo una rendita di 25 rate semestrali di importo $R = 50€$ e supponiamo che per i primi 10 anni il tasso in vigore sia $i = 7\%$ e dal $10°$ anno in poi sia del 9%. Calcolare il valore della rendita in $T=0$.



$i_{1/2} = 1{,}07^{\frac{1}{2}} - 1 = 3.4408\%$

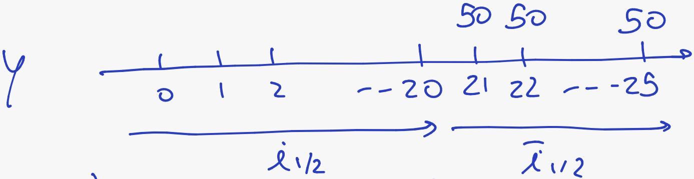
$i_{1/2} = 1.09^{\frac{1}{2}} - 1 = 4{,}4031\%$

Calcoliamo il valore della prima rendita



$$W(0,X) = 50\, a_{\overline{20}|3,4408\%} = 714,44\ €$$

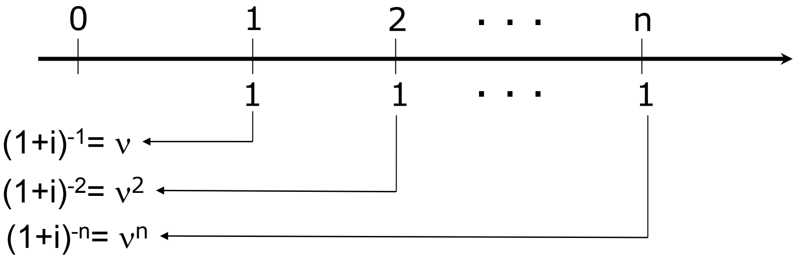
Il valore della seconda rendita è:



$$W(0,Y) = 50\, a_{\overline{5}|4,4031\%}(1+0,07)^{-10} = 111,88$$

$$W(0,Z) = 714,44 + 111,88 = 826,33$$

Valore attuale di una rendita



$$a_{\overline{n}|i} = \nu + \nu^2 + \ldots + \nu^n = v(1 + \nu + \ldots + \nu^{n-1}) = v \sum_{k=0}^{n-1} \nu^k =$$

$$= v \frac{1 - v^n}{1 - v}$$

Valore attuale di una rendita

$$a_{\overline{n|}i} = v\frac{1-v^n}{1-v} = \frac{1}{(1+i)}\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{1-(1+i)^{-1}} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{(1+i)-1} =$$

$$= \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a_{\overline{n|}i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

a figurato n al tasso i

Valore attuale di una rendita

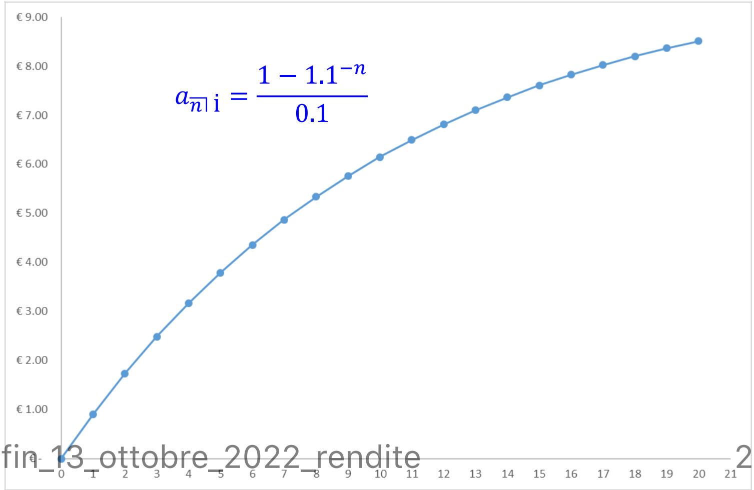
Si può usare il simbolo $a_{\overline{n}|\,i}$ purché siano rispettate le seguenti condizioni:

- il tasso di interesse per periodo di pagamento è costante;
- vi sono n rate tutte dello stesso importo;
- le rate sono pagate a scadenze equidistanti, con la stessa frequenza con la quale si compone il tasso di interesse i;
- <u>il valore attuale è calcolato un periodo prima del primo pagamento</u>

Valore attuale di una rendita

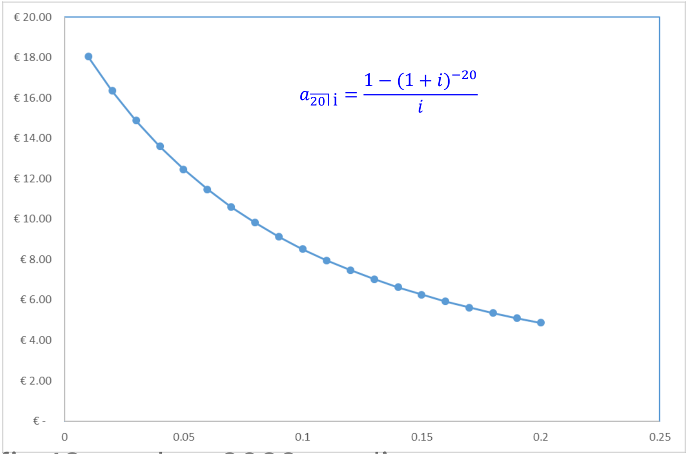
Al variare di n

funzione crescente del numero di pagamenti n

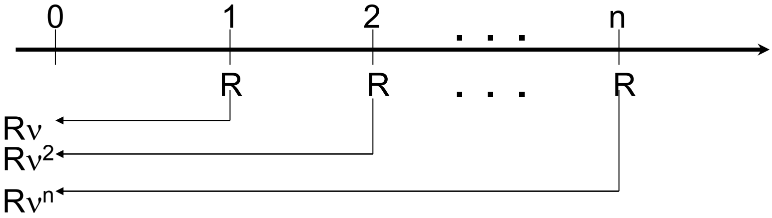


Valore attuale di una rendita

Al variare di i funzione decrescente del tasso i



Rendita costante annua posticipata immediata temporanea



$$W(0,n) = R\nu + R\nu^2 + \ldots + R\nu^n$$

$$= R(\nu + \nu^2 + \ldots + \nu^n)$$

$$= \boxed{R a_{\overline{n|}\,i}}$$

Esercizio

CALCOLARE IL VALORE ATTUALE

n = 15
i = 4,5%
R = 300€

$$Ra_{\overline{n|}\, i} = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 300\frac{1-(1+0,045)^{-15}}{0,045}$$

$$= 300 \times 10,739545 = 3221,8635$$

Valore attuale = 3221,86€

Osservazione

Relazione tra il montante e il valore attuale di una rendita unitaria

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$W(n,r) = (1+i)^n a_{\overline{n}|i} = (1+i)^n \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} =$$

$$= \frac{(1+i)^n - 1}{i} = s_{\overline{n}|i}$$

$$\boxed{s_{n\neg i} = (1+i)^n a_{n\neg i}}$$

Esercizio

n = 15 anni
R = 300€ posticipate
i = 4,5%

$$W(0) = 300 a_{\overline{15|}\,4,5\%}$$

$$W(15) = 300 s_{\overline{15|}\,4,5\%}$$

$$W(0) = 300 \cdot \frac{1-(1,045)^{-15}}{0,045}$$

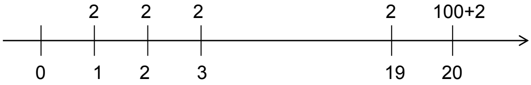
$$W(15) = 300 \cdot \frac{(1,045)^{15}-1}{0,045}$$

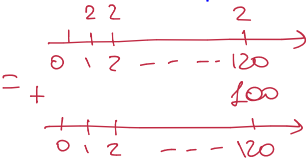
$$W(15) = W(0)(1+i)^{15}$$

Esercizio

Consideriamo un BTP decennale con tasso nominale annuo del 4%, valore nominale 100€ e supponiamo che sul mercato sia in vigore un tasso annuo pari all'1.5%. Determinare il prezzo del titolo.

BTP





$$j = \frac{4\%}{2} = 2\%$$

$$i_{1/2} = (1 + 0.015)^{1/2} - 1 = 0.7472\%$$

$$V(x,0) = 2a_{\overline{20}|0.007472} + 100(1 + 0.015)^{-10} = 2\,\frac{1 - (1 + 0.007472)^{-20}}{0.007472} + 100 \cdot 1.015^{-10}$$

$$= 37.03 + 86.17 = 123.19$$

Un BTP può essere visto come un portafoglio costituito da una rendita di rata uguale alla cedola e uno zero coupon bond con valore nominale uguale a quello del BTP.

ESERCIZIO

Il sig. Fabbri ha un nipote che tra un anno inizierà a frequentare un corso universitario di quattro anni. Desidera aprire un conto in banca, facendo oggi un singolo versamento la cui rendita contribuirà all'istruzione universitaria di suo nipote. Nelle intenzioni del sig. Fabbri, il nipote dovrebbe poter ritirare dal conto 1000€ ogni anno per 4 anni, cominciando tra un anno. Il saldo dovrebbe essere zero subito dopo l'ultimo prelevamento, tra quattro anni. Il conto su cui versa il denaro applica un tasso di interesse del 6%. Qual è l'importo che deve versare oggi il sig. Fabbri?

ESERCIZIO

Il sig. Rossi richiede un finanziamento di 12000€ per comprare una nuova auto. Il concessionario gli offre due opzioni per rimborsare il finanziamento:

a) Pagando rate mensili per 3 anni, iniziando un mese dopo l'acquisto, al tasso di interesse nominale annuo del 12% pagabile mensilmente;
b) Pagando rate mensili per 4 anni, iniziando un mese dopo l'acquisto, al tasso di interesse nominale annuo del 15% pagabile mensilmente.

Determiniamo per ciascuna delle due opzioni, l'importo della rata mensile e il totale pagato dal sig. Rossi per rimborsare il finanziamento.

Rappresentazione

$$\boxed{S = \{(R_k, t_k), k \epsilon \mathcal{N}, R_k > 0\}}$$

$R_k \longrightarrow$ rata

$t_k \longrightarrow$ scadenza

$t_0 \longrightarrow$ data di inizio

$t_1 \longrightarrow$ data di pagamento della prima rata

Classificazione

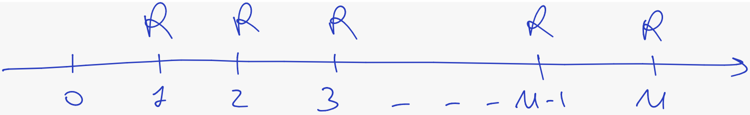
- *rendita periodica: periodo costante* $t_k - t_{k-1} = \tau$
- *rendita aperiodica in caso contrario*

- *rendita anticipata* $t_1 = t_0$ La data di pagamento della I rata coincide con l'inizio della rendita
- *rendita posticipata* $t_1 = t_0 + \tau$ → La data di pagamento della I rata è un periodo DOPO la data di inizio

- *rendita temporanea: le rate sono in numero finito*
- *rendita perpetua: durata infinita* $n \to \infty$

- *rendita immediata: la data di inizio coincide con l'istante contrattuale (t_0=0)*
- *rendita differita in caso contrario (t_0>0)*

post.



antici.

la I rata della posticipata è attualizzata

$$R(1+i)^{-1}$$

nella anticipata non deve esserlo.
Per annullare l'anticipazione

$$R(1+i)^{-1}(1+i)$$

Nella posticipata la II rata è attualizzata per due periodi

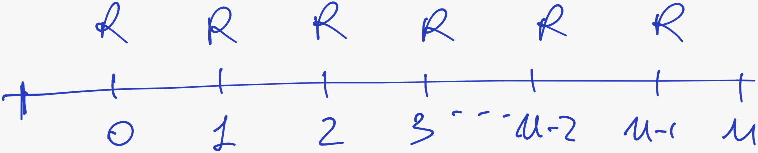
$$R(1+i)^{-2}$$

nella anticipata la II rata deve essere attualizzata per un periodo. Per "annullare" la attualizzazione di un periodo dobbiamo moltiplicare per $(1+i)$

$$R(1+i)^{-2}(1+i) = R(1+i)^{-1}$$

In definitiva

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)$$



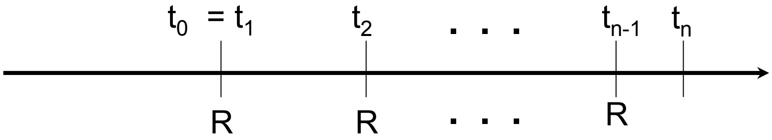
Questa è una rendita anticipata. Se calcolo $Ra_{\overline{n}|i}$ sto calcolando il v.a. un periodo prima del primo pagamento cioè in $T=-1$. Per calcolare il valore in $T=0$ dobbiamo capitalizzare per un periodo

$$Ra_{\overline{n}|i}(1+i) = R\ddot{a}_{\overline{n}|i}$$

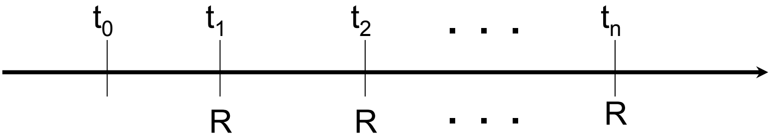
$\underline{\text{v.a. di una rendita anticipata}}$

Classificazione

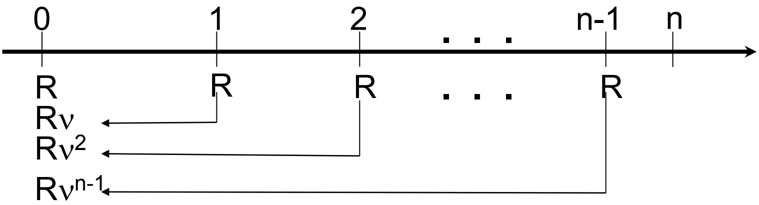
➢*rendita anticipata:* $t_1 = t_0$



➢*rendita posticipata:* $t_1 = t_0+1$



Rendita anticipata



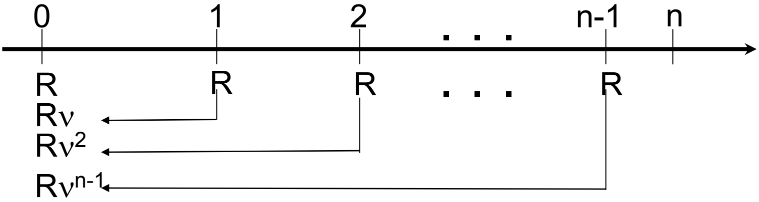
$$R + Rv + Rv^2 + \cdots + Rv^{n-1} =$$

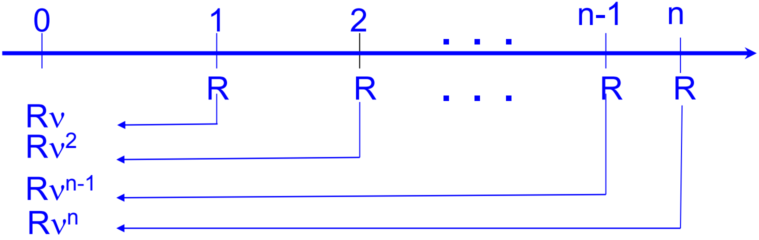
$$R(1 + v + v^2 + \cdots + v^{n-1}) =$$

$$R\,\frac{1 - v^n}{1 - v} = R\,\frac{1 - (1+i)^{-n}}{1 - (1+i)^{-1}} = R\,\frac{1 - (1+i)^{-n}}{1 - \frac{1}{1+i}} = R\,\frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{1+i-1}{1+i}}$$

$$= R\,\frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}} = R(1+i)\,\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = R(1+i)\,a_{n\neg i}$$

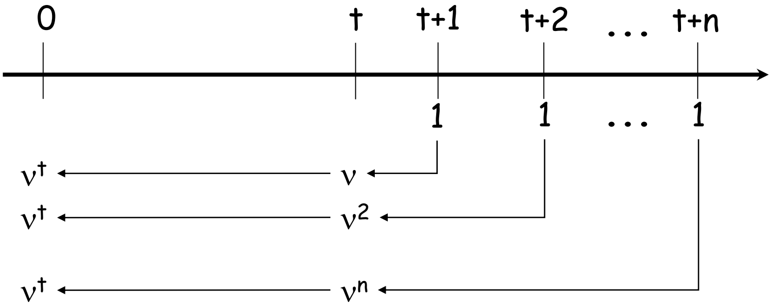
Rendita anticipata



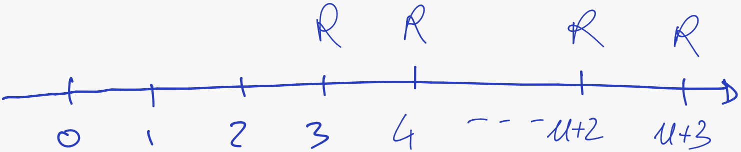


$W(0,r) = R(1+i)a_{n\neg i}$ $\qquad$ $\ddot{a}_{n\neg i} = (1+i)a_{n\neg i}$

Rendita unitaria annua posticipata temporanea differita



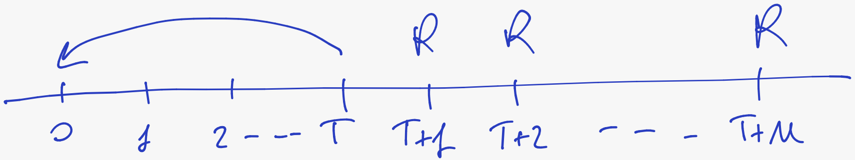
$$W(0, r) = v^t (v + v^2 + \cdots + v^n) = v^t a_{n\neg i}$$



Se calcolo $R a_{\overline{n}|i}$ sto calcolando il valore un periodo prima del primo pagamento cioè in $T=2$. Per calcolare il valore in $T=0$ devo attualizzare di due periodi

$$W(0,2) = R a_{\overline{n}|i} (1+i)^{-2}$$

rendita di n rate differita di T periodi posticipata



$$W(0,r) = \underbrace{R\, a_{\overline{n}|i}}_{\text{al tempo } T} (1+i)^{-T} \to \text{attualizzo in } t=0$$

V.a. di una rendita posticipata differita di T

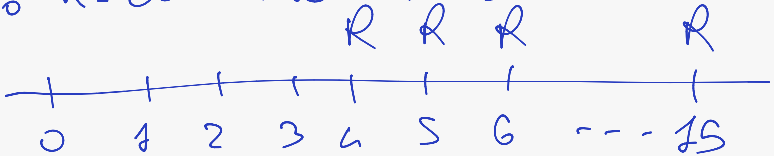
$$_{T/}a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)^{-T}$$

Rendite anticipate differite di T

$$W(0,R) = \underbrace{R\ddot{a}_{\overline{n}|i}}_{\text{v. in } T}(1+i)^{-T} \to \text{attualizzazione in } 0$$

$$= R a_{\overline{n}|i}(1+i)(1+i)^{-T} = \underbrace{R a_{\overline{n}|i}}_{\substack{\text{valore in } T-1 \\ \text{(un periodo prima del primo pagamento)}}} \underbrace{(1+i)^{-(T-1)}}_{\substack{\text{attualizzaz. di } T-1 \\ \text{periodi}}}$$

$i = 2\%$ $R = 30$ $n = 15 - 4 + 1 = 12$



- anticipata differita di 4 anni

$$W(0,2) = 30\,\ddot{a}_{\overline{12}|0,02}(1+0,02)^{-4} = 30\,\underline{a_{\overline{12}|0,02}\,1,02}\;1,02^{-4}$$

- posticipata differita di 3 anni

$$W(0,2) = 30\,a_{\overline{12}|0,02}(1+0,02)^{-3} = 30\,\frac{1-1,02^{-12}}{0,02}\,1,02^{-3}$$

$$= 298.96$$

Rendita unitaria annua posticipata temporanea differita

$$\boxed{W(0) = v^t a_{\left.\overline{n}\right| i}} \longleftarrow W(t) = a_{\left.\overline{n}\right| i}$$

Rendite perpetue

Rendita unitaria annua immediata posticipata

$$a_{\overline{\infty|}\,i} = \lim_{n\to+\infty} a_{\overline{n|}\,\mathrm{i}} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1}{i}$$

tasso posticipato

tasso anticipato

Rendita unitaria annua immediata anticipata

$$\ddot{a}_{\overline{\infty|}\,\mathrm{i}} = \frac{1}{v} a_{\overline{\infty|}\,i} = \frac{1}{vi} = \frac{1}{d}$$

$$\ddot{a}_{\overline{\infty|}\,\mathrm{i}} = (1+i)a_{\overline{\infty|}\,i} = 1 + \frac{1}{i}$$

Per la rendita perpetua non è possibile formulare un’espressione per il montante

ESERCIZIO

Ad un tasso effettivo di interesse dell'8% su base annuale, un deposito di 10.000€ genererà un interesse pasi a 800€ dopo un anno. Se dal conto di «preleva» tale interesse, ma si lascia per un altro anno il capitale di 10.000€, quest'ultimo genererà un altro accredito di 800€ al termine del secondo anno. Ciò può andare avanti all'infinito, purché l'unico prelevamento alla fine dell'anno sia quello dell'interesse generato per quell'anno. Da un altro punto di vista si può dire che 10.000€ è il valore attuale al tasso di interesse dell'8% delle rate di importo 800€ pagate alla fine di ogni anno, tutti gli anni.

Problemi inversi

$$W(0) = Ra_{n\neg i} = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{W(0)}{R} \qquad 1-(1+i)^{-n} = i\,\frac{W(0)}{R}$$

$$(1+i)^{-n} = 1 - i\,\frac{W(0)}{R} \qquad ln(1+i)^{-n} = ln\left(1 - i\,\frac{W(0)}{R}\right)$$

$$-n\ln(1+i) = ln\left(1 - i\,\frac{W(0)}{R}\right)$$

$$n = -\frac{ln\left(1 - i\,\frac{W(0)}{R}\right)}{\ln(1+i)}$$

Risolvendo rispetto all'incognita tempo si ottiene di solito un valore non intero di n. La sua parte intera sarà il numero di pagamenti periodici interi richiesti; ci sarà poi una frazione di pagamento necessaria per il completamento della rendita. Questa frazione di pagamento può essere versata alla data dell'ultimo pagamento intero oppure un periodo dopo.

ESERCIZIO

Il sig. Rossi vuole ottenere un montante pari a 1000€ per mezzo di depositi semestrali al tasso annuo nominale di interesse i(2)=8% pagabile semestralmente.

a) Supponiamo che i depositi regolari siano di 50 euro ciascuno. Troviamo il numero di depositi necessari e l'importo del deposito frazionario aggiuntivo in ciascuno dei seguenti due casi:
   1) Il deposito addizionale viene effettuato insieme all'ultimo versamento regolare;
   2) Il deposito addizionale viene effettuato sei mesi dopo l'ultimo deposito regolare.

b) Ripetiamo il problema nel caso in cui i depositi regolari siano di 25€ l'uno.