

Moto di un Punto Materiale



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007



Esercizi

1.11 Calcolare la profondità di un pozzo sapendo che il tempo tra l'istante in cui si lascia cadere un sasso, senza velocità iniziale, e quello in cui si ode il rumore, in conseguenza dell'urto del sasso con il fondo del pozzo, è $t = 4.8$ s. Si trascuri la resistenza dell'aria e si assuma la velocità del suono pari a 340 m/s.

1.12 Un oggetto viene scagliato verticalmente verso il basso da un'altezza $h = 40$ m, con una velocità iniziale $v_0 = 16$ m/s. Calcolare: a) la velocità con cui arriva al suolo, b) il tempo impiegato.

1.14 Una persona affacciata alla finestra al primo piano di una casa, a un'altezza di $h_1 = 3.77$ m dal suolo, vede passare una palla lanciata dal suolo con una velocità v_0 . La palla ripassa davanti alla persona dopo un tempo $t_1 = 1.04$ s. Calcolare: a) la massima altezza h_2 raggiunta dalla palla rispetto al suolo, b) la velocità iniziale v_0 .

1.15 Dalla cima di una torre, alta 90 m, viene lasciata cadere una sferetta nello stesso istante ($t = 0$) in cui viene lanciata dal suolo, verticalmente verso l'alto, una seconda sferetta con velocità iniziale $v_0 = 30$ m/s. Calcolare: a) la distanza dal suolo alla quale si incontrano le due sferette, b) le loro velocità.

Moto nel Piano

Moti Bidimensionali

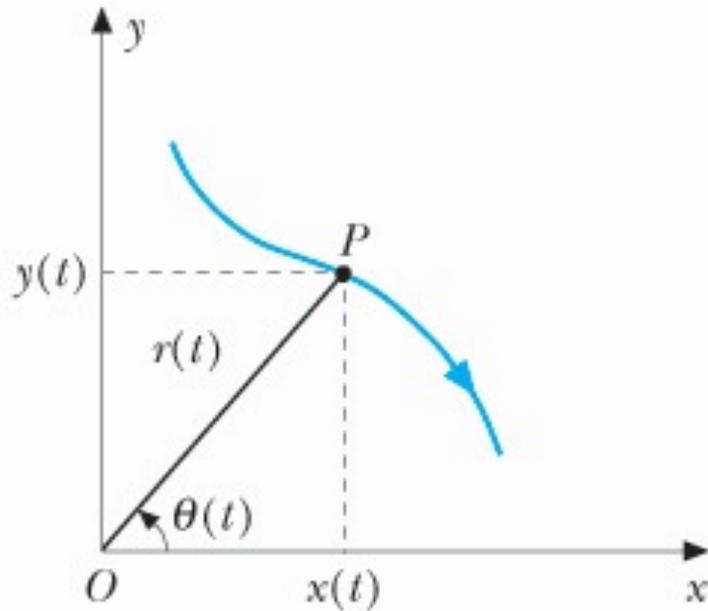
Moto Parabolico

Moto Circolare

Moti Bidimensionali

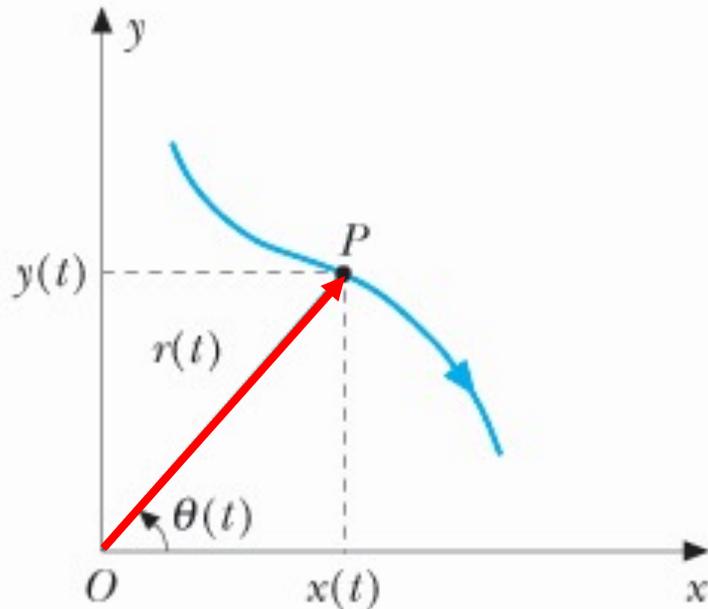
- Moto Circolare

Moto nel Piano



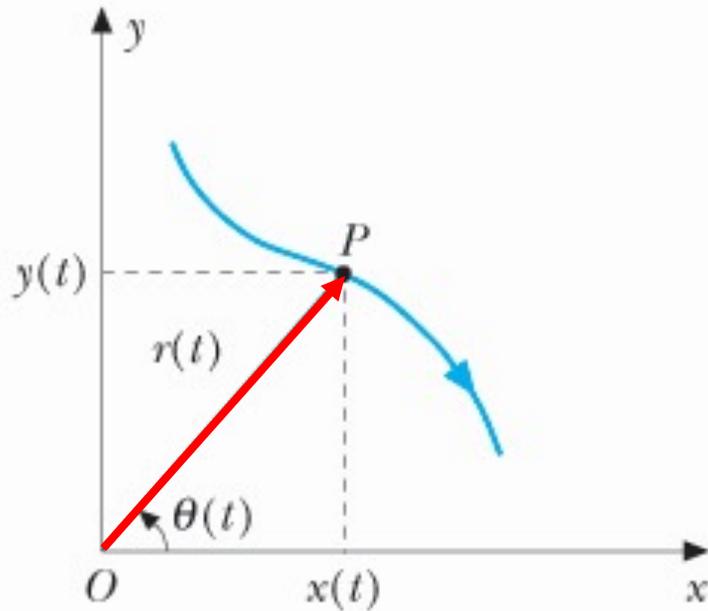
- La direzione istantanea cambia continuamente lungo la traiettoria
- Vettori: $\vec{r}(t)$

Moto nel Piano



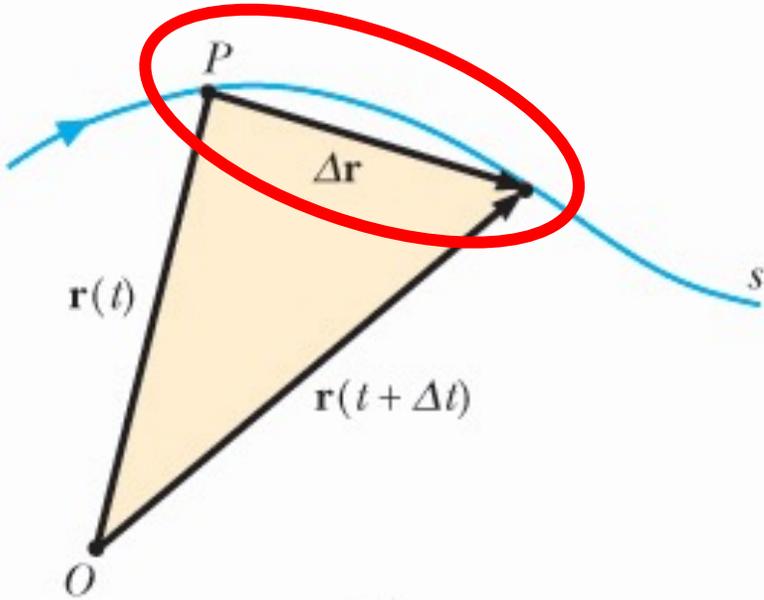
- La direzione istantanea cambia continuamente lungo la traiettoria
- Vettori: $\vec{r}(t)$
- $(x(t), y(t)) \Leftrightarrow (r(t), \theta(t))$
 - $x = r \cos \theta$
 - $y = r \sin \theta$

Moto nel Piano



- La direzione istantanea cambia continuamente lungo la traiettoria
- Vettori: $\vec{r}(t)$
- $(x(t), y(t)) \Leftrightarrow (r(t), \theta(t))$
 - $x = r \cos \theta$
 - $y = r \sin \theta$
- da coordinate cartesiane a coord. polari
 - $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 - $\operatorname{tg} \theta = \frac{y}{x}$

Moto nel Piano



Il punto materiale si sposta dalla posizione $\vec{r}(t)$ alla posizione $\vec{r}(t + \Delta t)$

La velocità sarà vettoriale

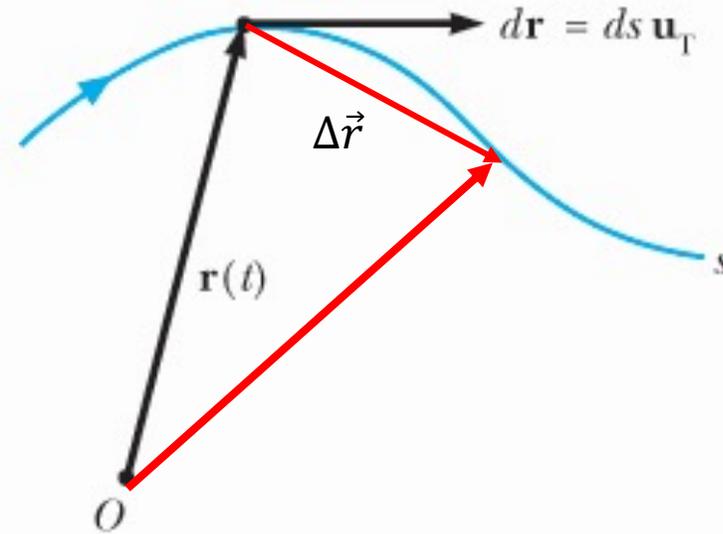
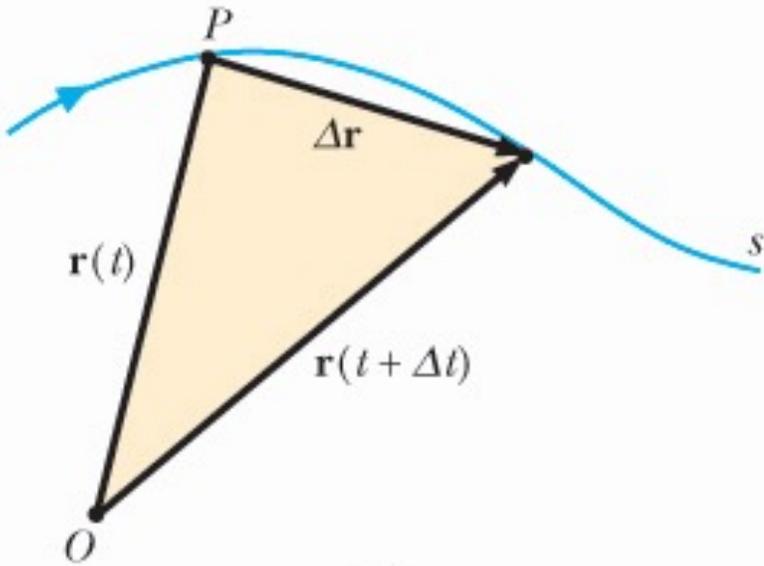
La velocità media: $\vec{v}_m = \frac{(\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t))}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

La velocità istantanea: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$

- Vettore spostamento $\Delta \vec{r}$

Moto nel Piano

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

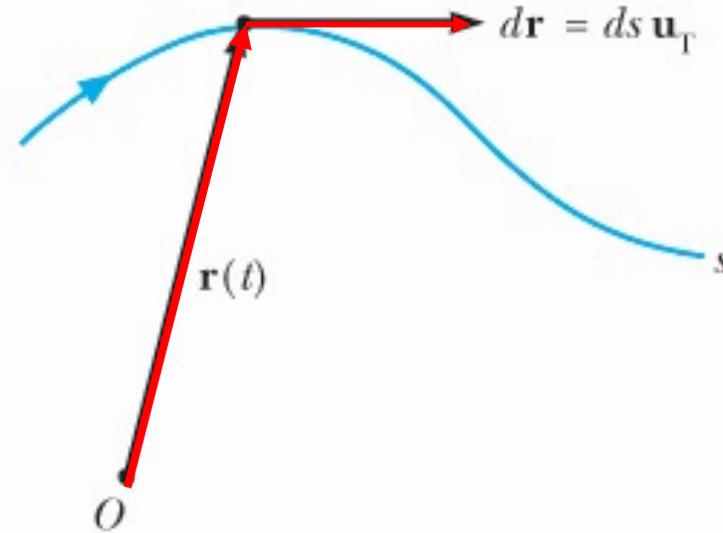
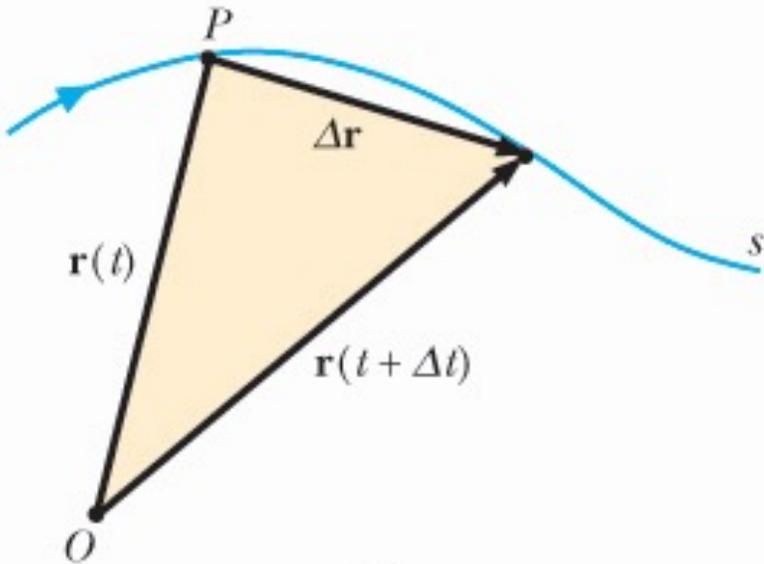


- Vettore spostamento $\Delta\vec{r}$
- $\Delta\vec{r} \rightarrow d\vec{r}$

- Data la traiettoria: s coordinata curvilinea

Moto nel Piano

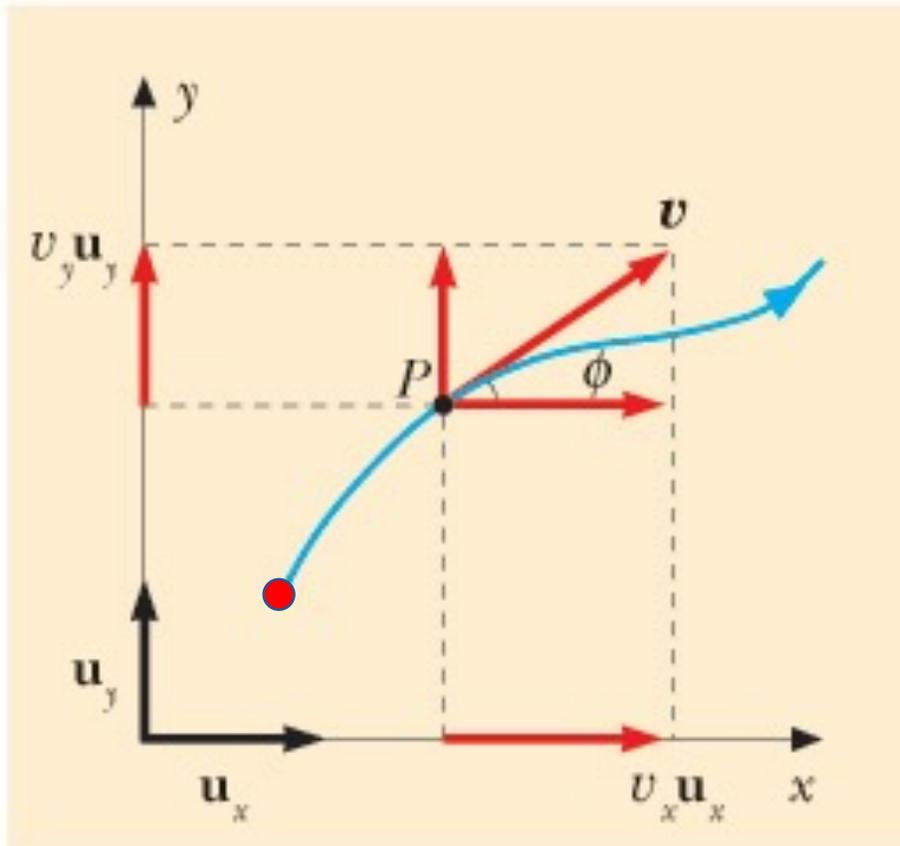
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$



- Vettore spostamento $\Delta\vec{r}$
- $\Delta\vec{r} \rightarrow d\vec{r} = ds\hat{u}_T$

- Data la traiettoria: s coordinata curvilinea

Vettore Velocità

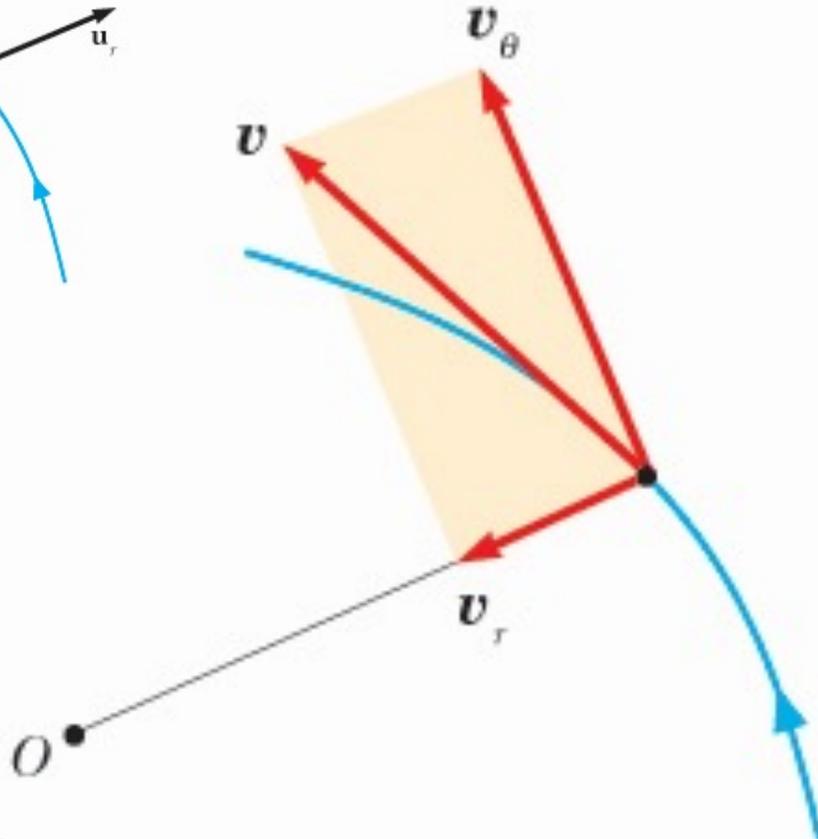
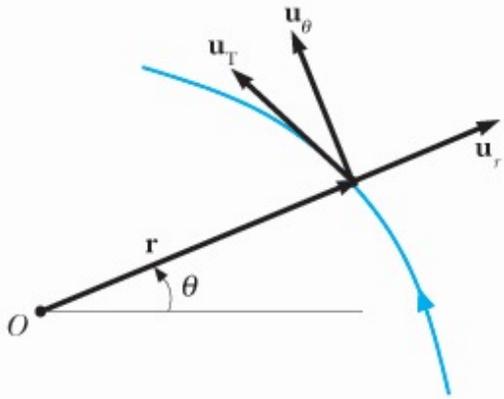


$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

In coordinate Cartesianhe:

$$\vec{v} = \frac{dx(t)}{dt} \hat{u}_x + \frac{dy(t)}{dt} \hat{u}_y$$

Vettore Velocità



- Studiamo la velocità $\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d(r(t)\hat{u}_r)}{dt}$$

In coordinate Polari

$$\vec{v} = \frac{dr(t)}{dt} \hat{u}_r + r \frac{d\theta(t)}{dt} \hat{u}_\theta$$

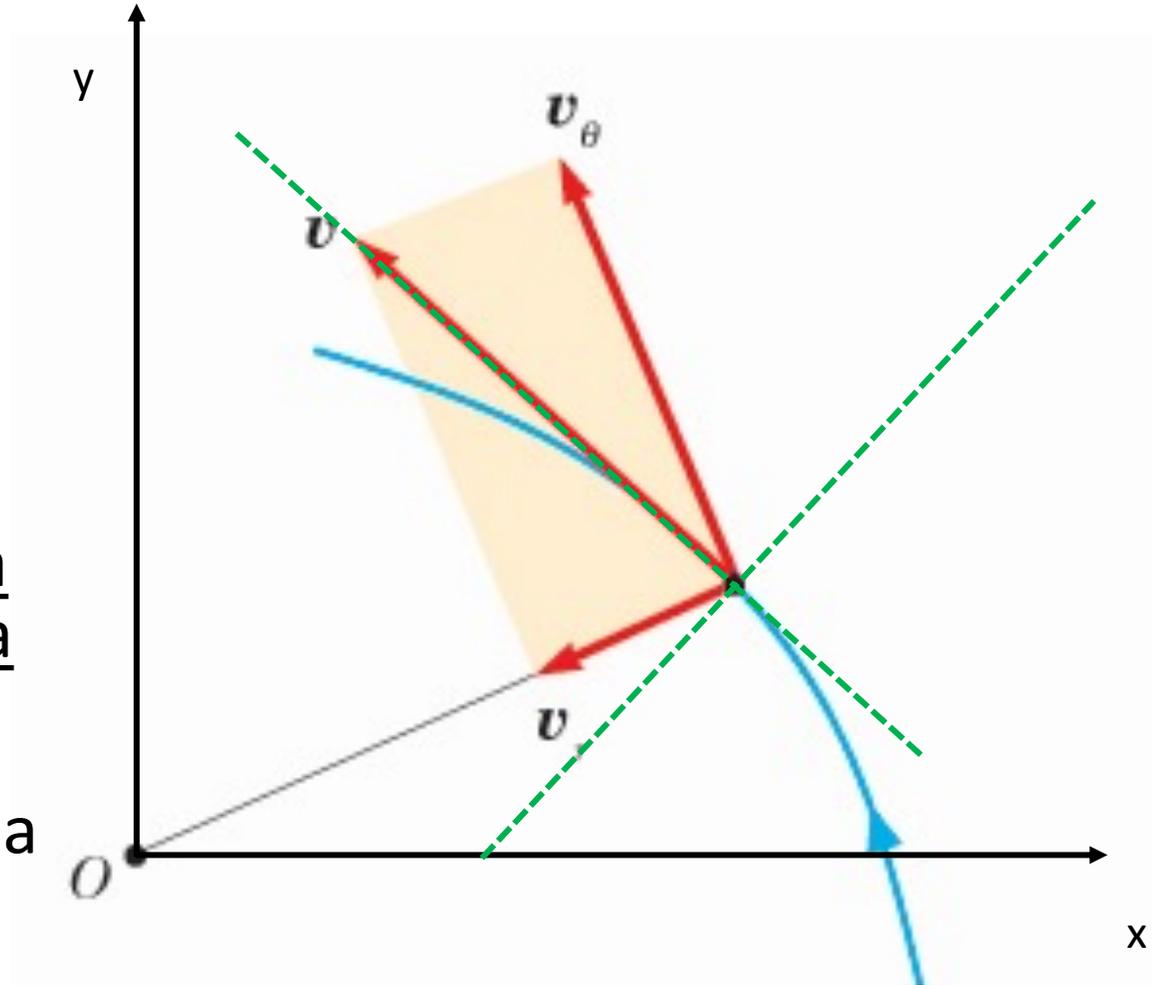
Moto nel Piano: Velocità

- $\vec{r}(t) = r(t)\hat{u}_r + r \cdot \theta(t)\hat{u}_\theta$

- $\vec{v}(t) = v_r(t)\hat{u}_r + v_\theta(t)\hat{u}_\theta$

Ricordiamo che il vettore velocità è sempre tangente alla traiettoria

Fissiamo la direzione tangente alla traiettoria e quella ad essa ortogonale





Se la Velocità Varia si ha l'Accelerazione

- La velocità può variare per due motivi:
 - cambia il modulo
 - cambia la direzione

Vettore Accelerazione

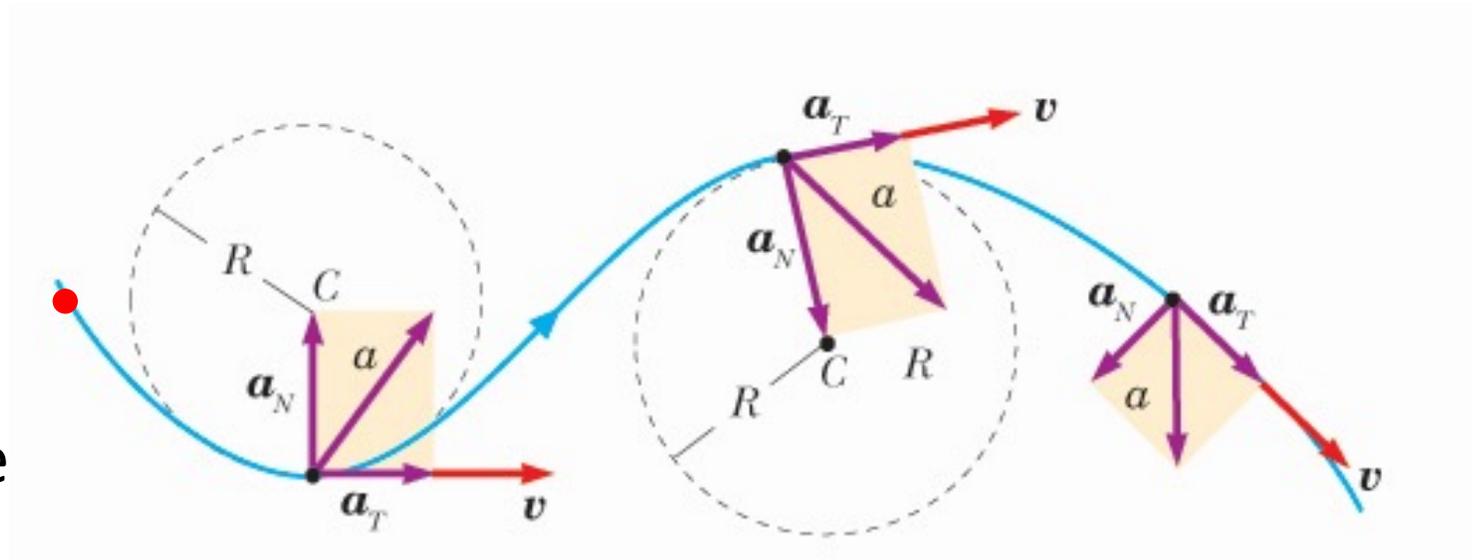
- La velocità può variare per due motivi:
 - cambia il modulo
 - cambia la direzione

- La accelerazione avrà due contributi:
 - Dovuto alla variazione in modulo
 - Dovuto alla variazione di direzione

$$\vec{v}(t) = v(t) \cdot \hat{v}(t)$$

Vettore Accelerazione

- La velocità può variare per due motivi:
 - cambia il modulo
 - cambia la direzione
- La accelerazione avrà due contributi:
 - Dovuto alla variazione in modulo
 - Dovuto alla variazione di direzione



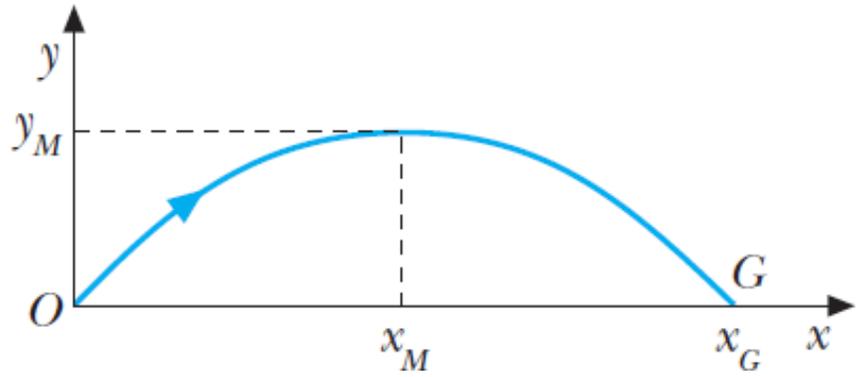
Vettore Accelerazione

- La velocità può variare per due motivi:
 - cambia il modulo
 - cambia la direzione

$$\vec{v}(t) = v(t) \cdot \hat{v}(t)$$

- La accelerazione avrà due contributi:
 - Dovuto alla variazione in modulo
 - Dovuto alla variazione di direzione

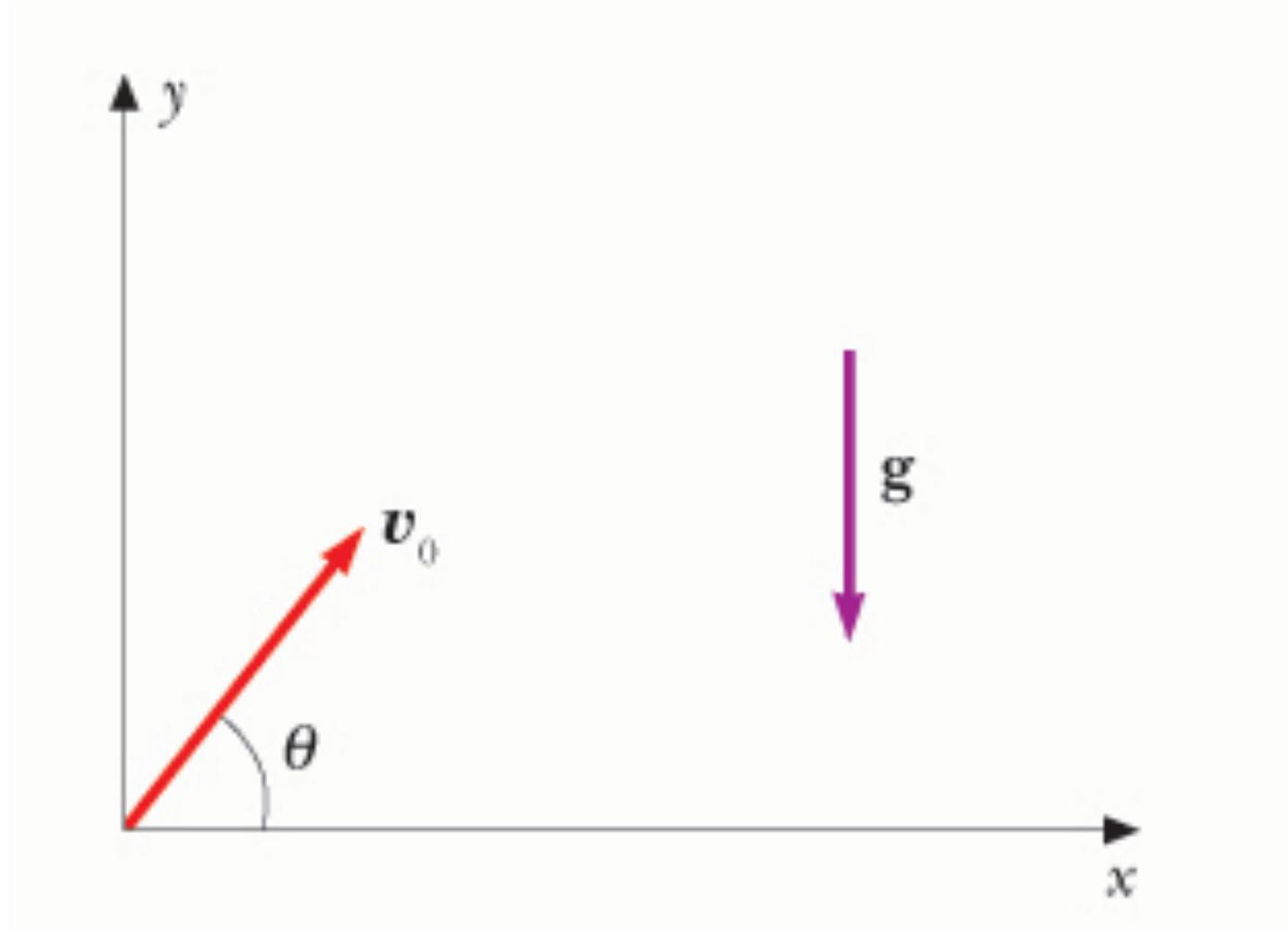
$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{dv(t)}{dt} \cdot \hat{v}(t) + v(t) \cdot \frac{d\hat{v}(t)}{dt}$$



Moto
Parabolico o
del Proiettile

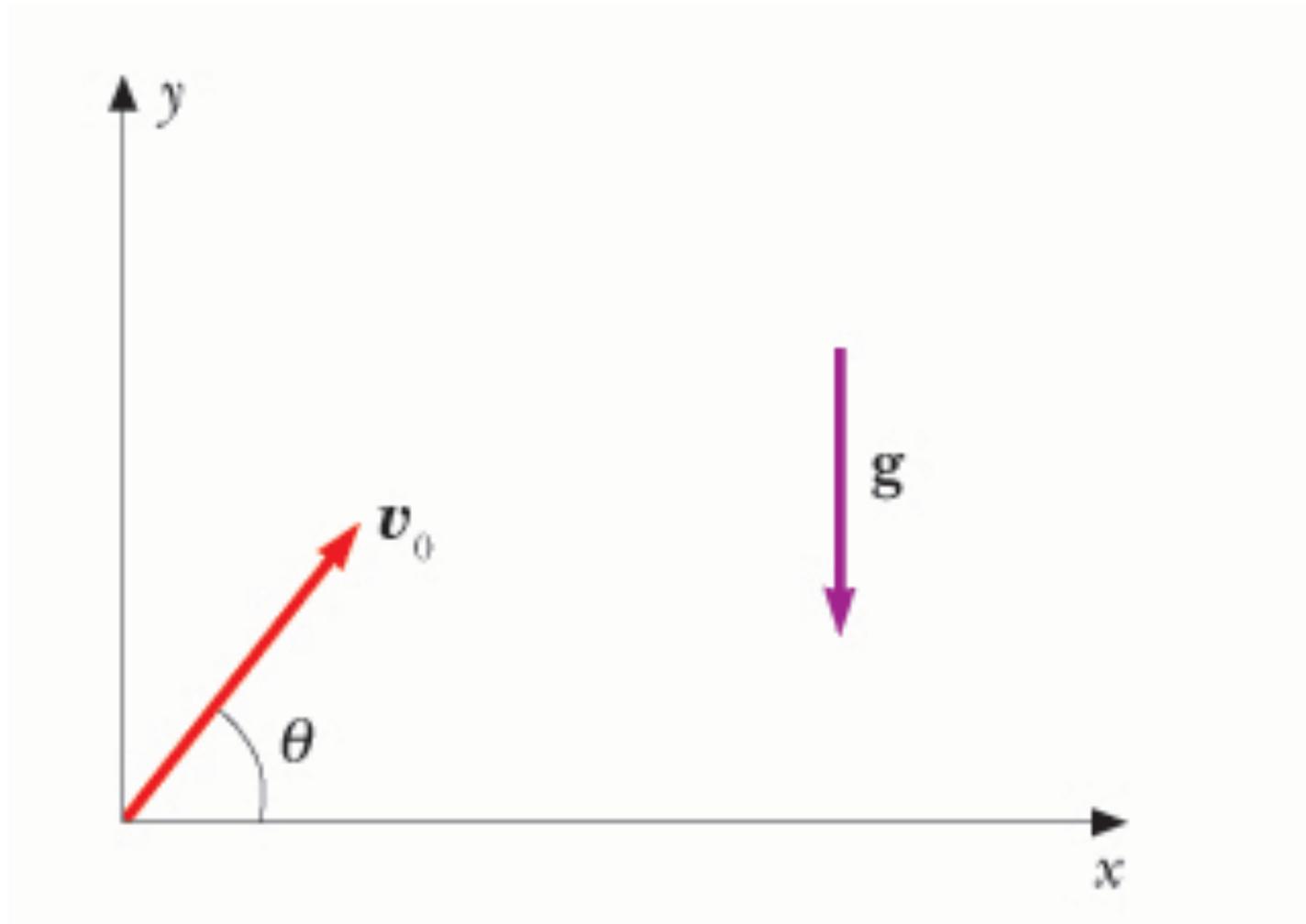
Moto Parabolico o del Proiettile

- $\vec{a} = -g\hat{u}_y$
- $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt$
- Moto bidimensionale: lo proiettiamo in due moti unidimensionali



Moto del Proiettile

- $\vec{a} = -g\hat{u}_y$
- $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt$

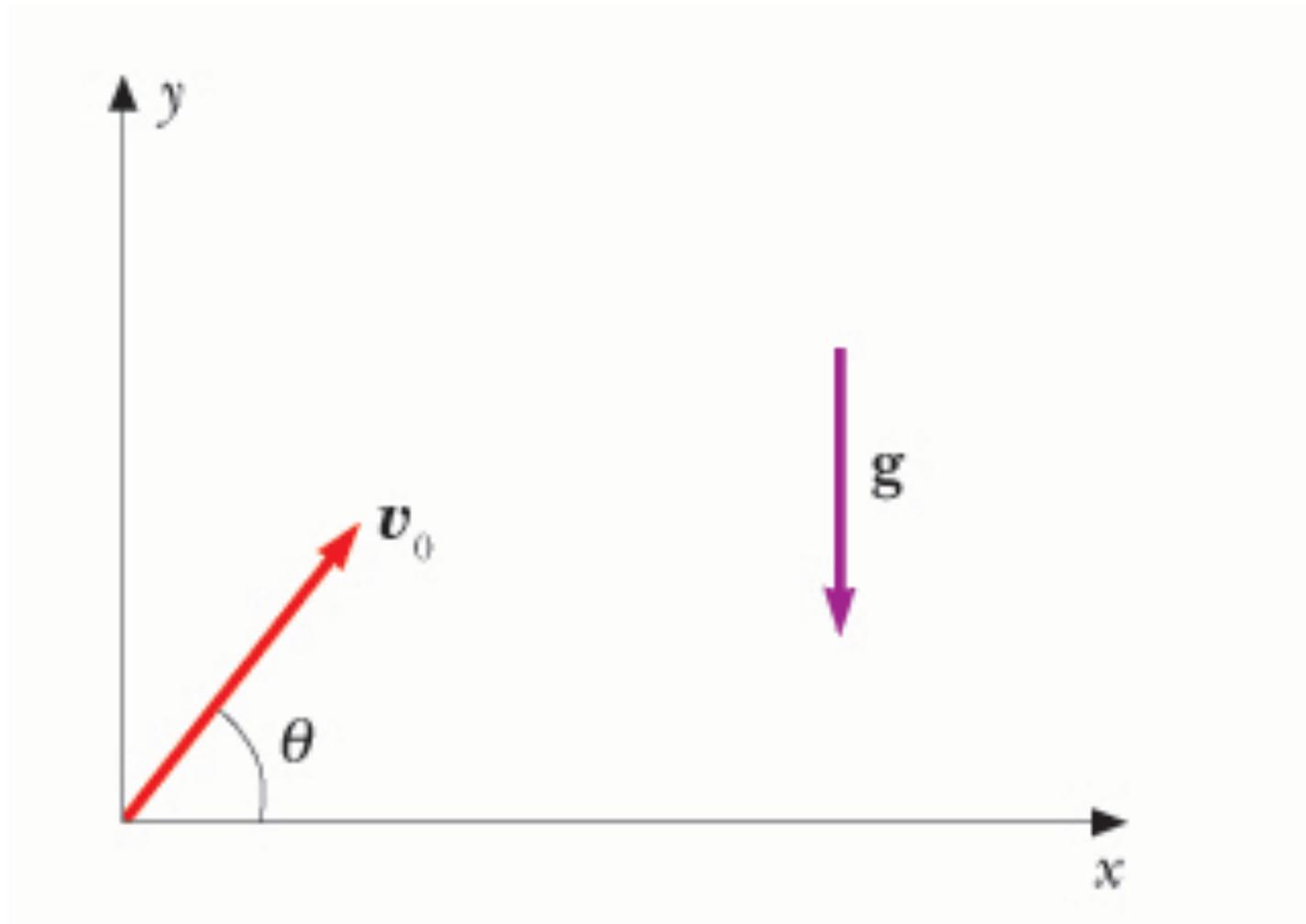


Moto del Proiettile

- $\vec{a} = -g\hat{u}_y$
- $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt$

$$v_x(t) = v_0 \cos \theta$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \theta - gt$$



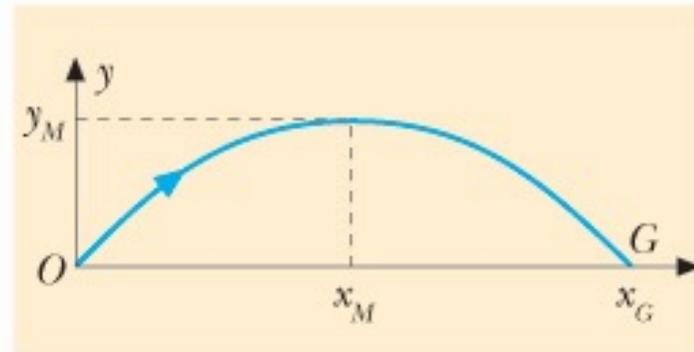
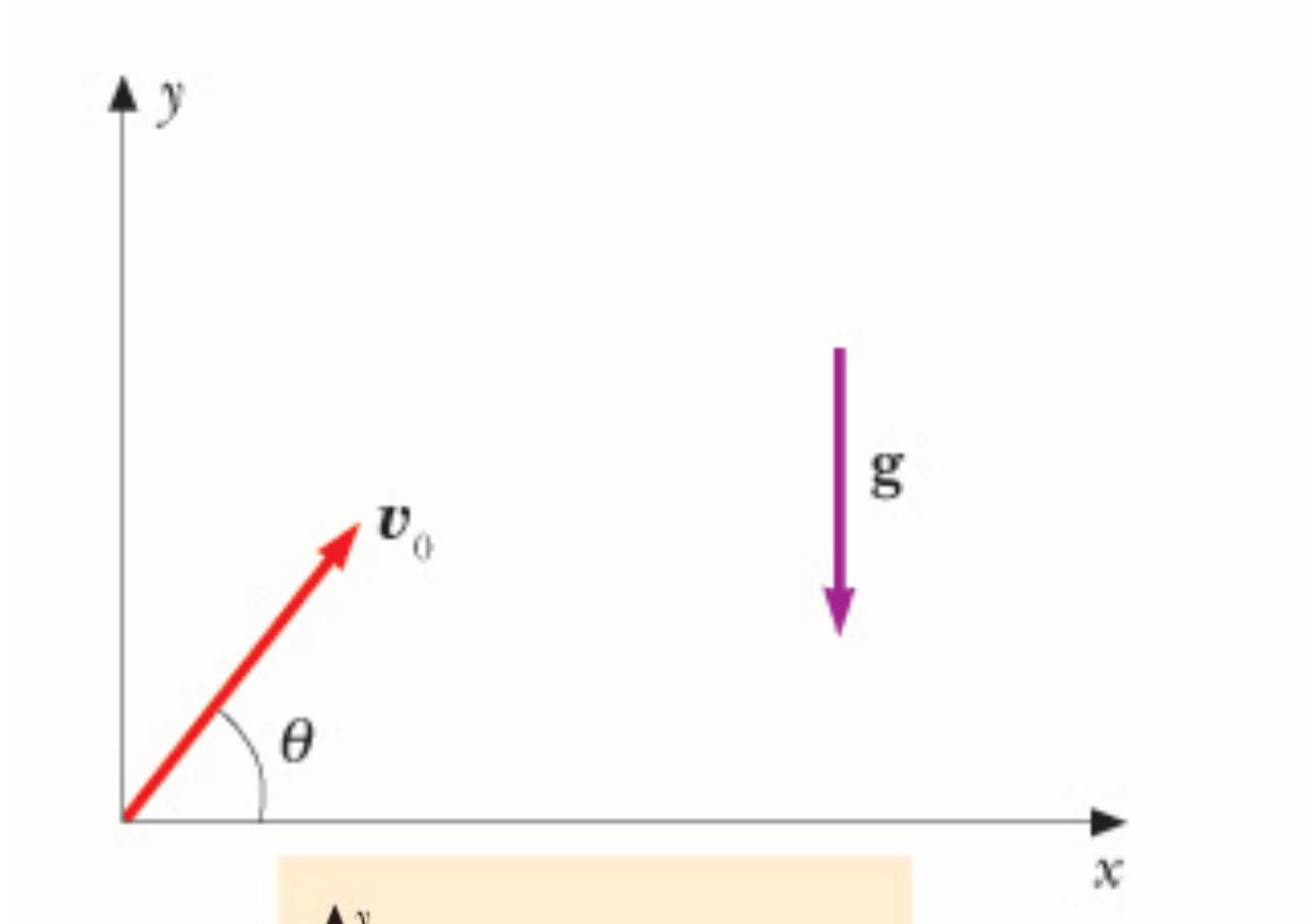
Moto del Proiettile

- $\vec{a} = -g\hat{u}_y$

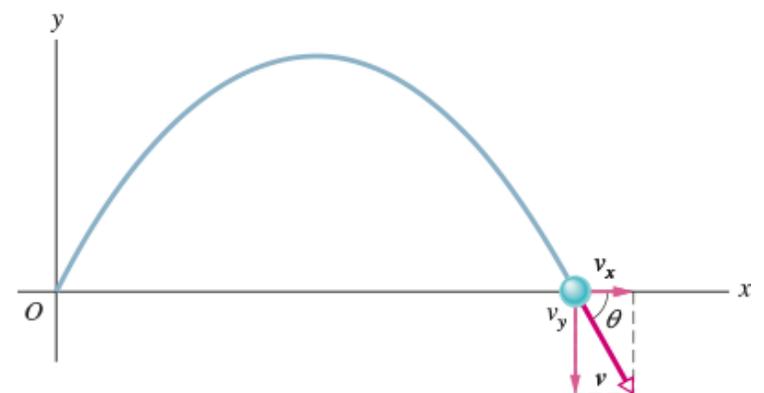
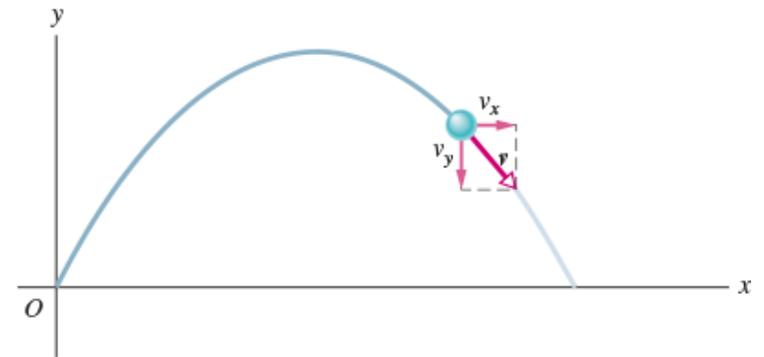
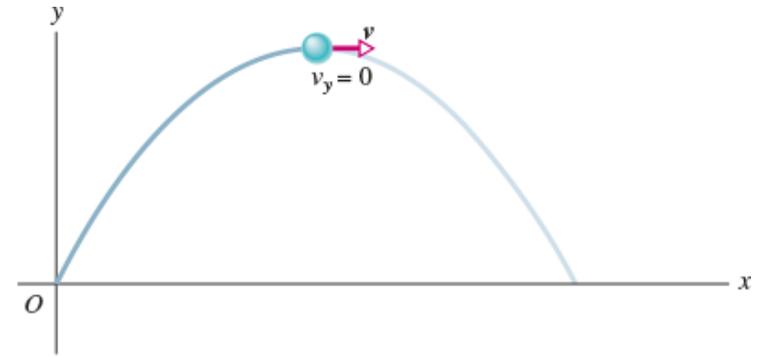
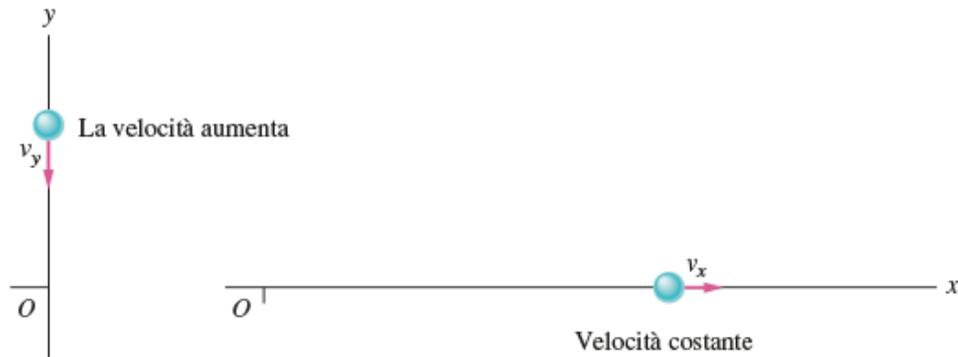
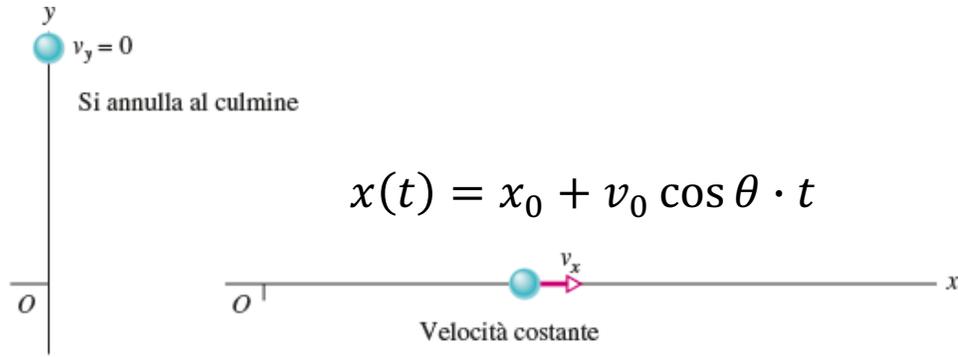
- $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos \theta \cdot t$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

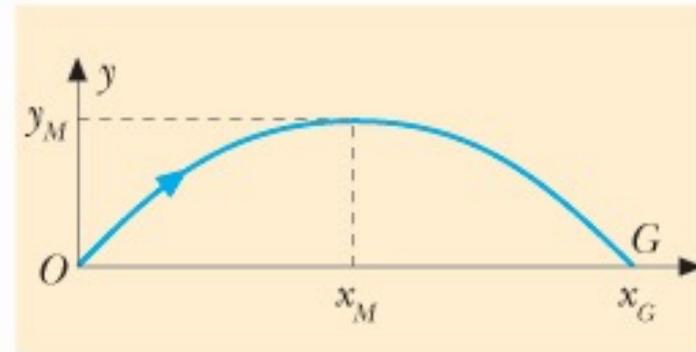
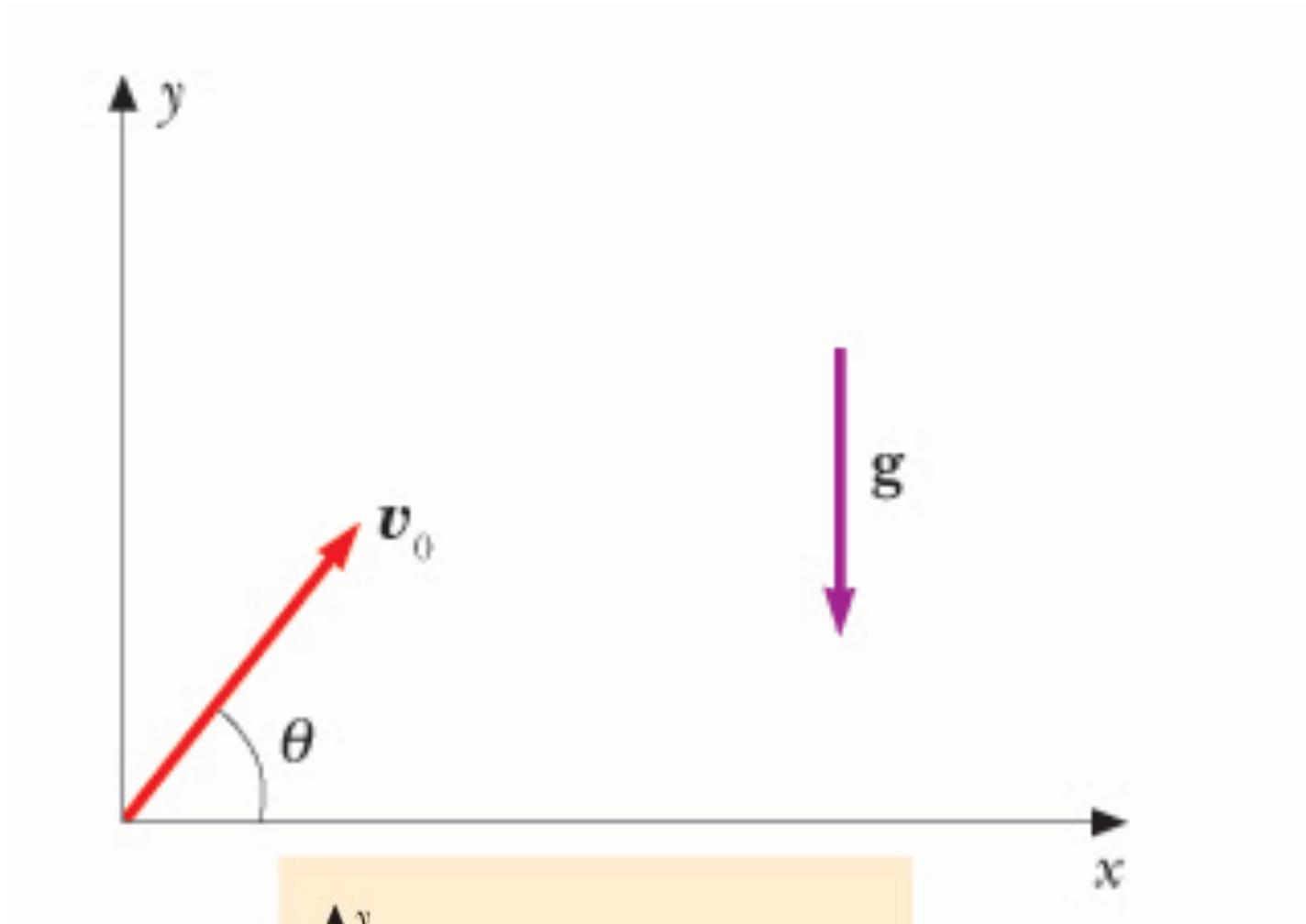


$$y(t) = y_0 + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2;$$



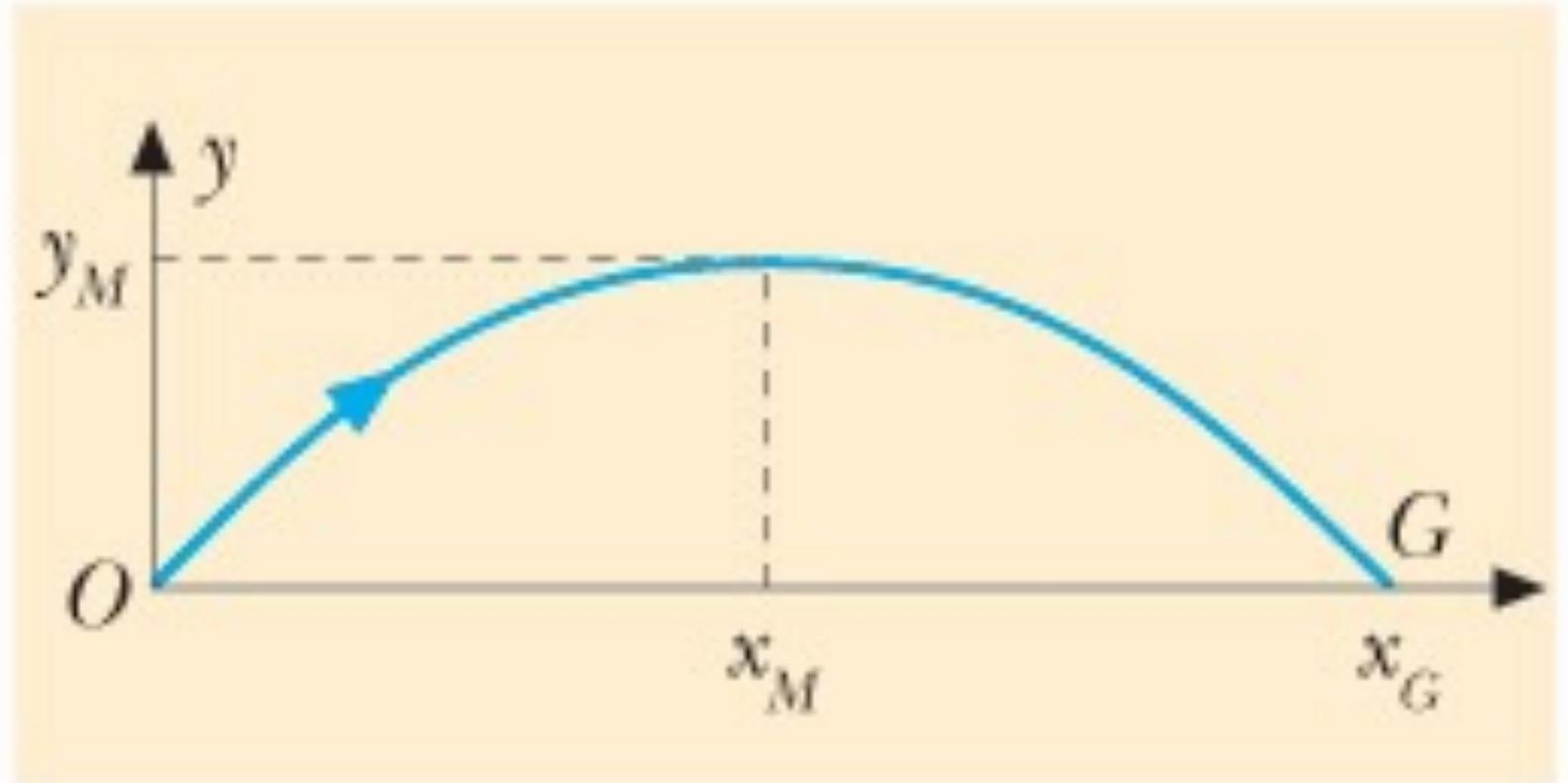
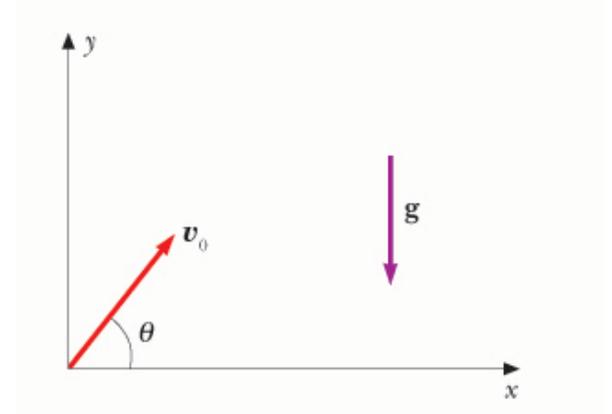
Moto del Proiettile

- Traiettoria
- Altezza Massima
- Gittata
- Tempo di Volo
- Velocità vettoriale



Moto del Proiettile

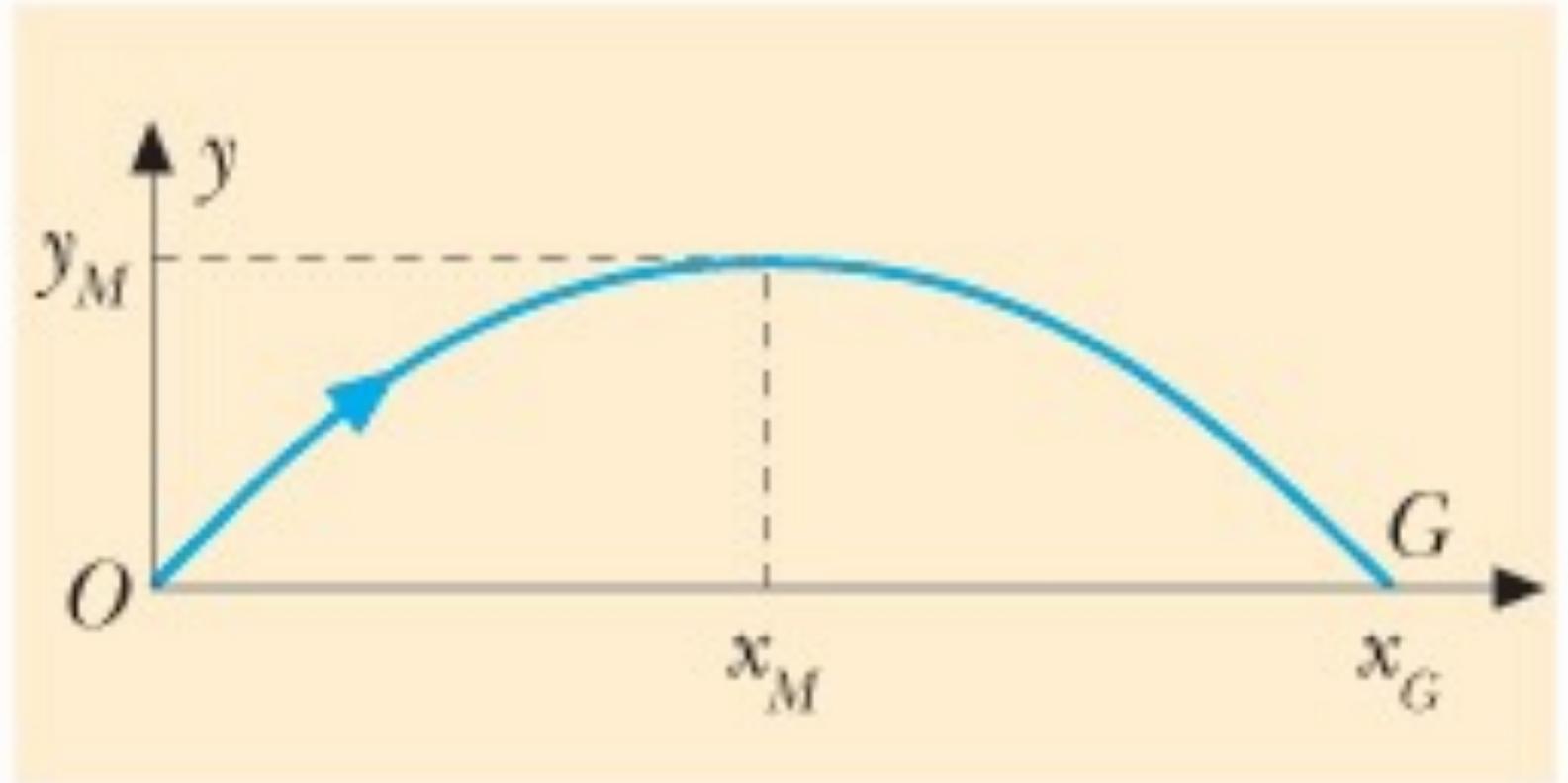
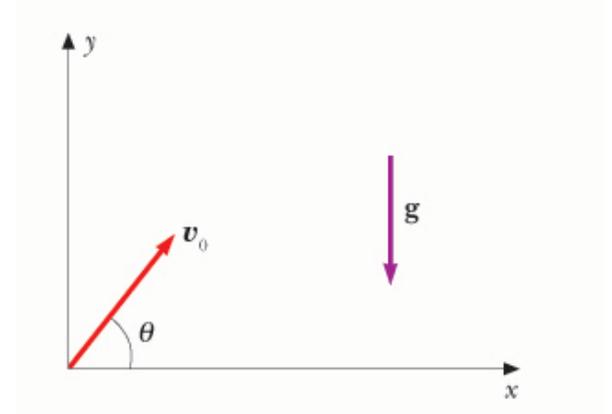
La traiettoria
$$y(x) = x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$$



Moto del Proiettile

La altezza massima

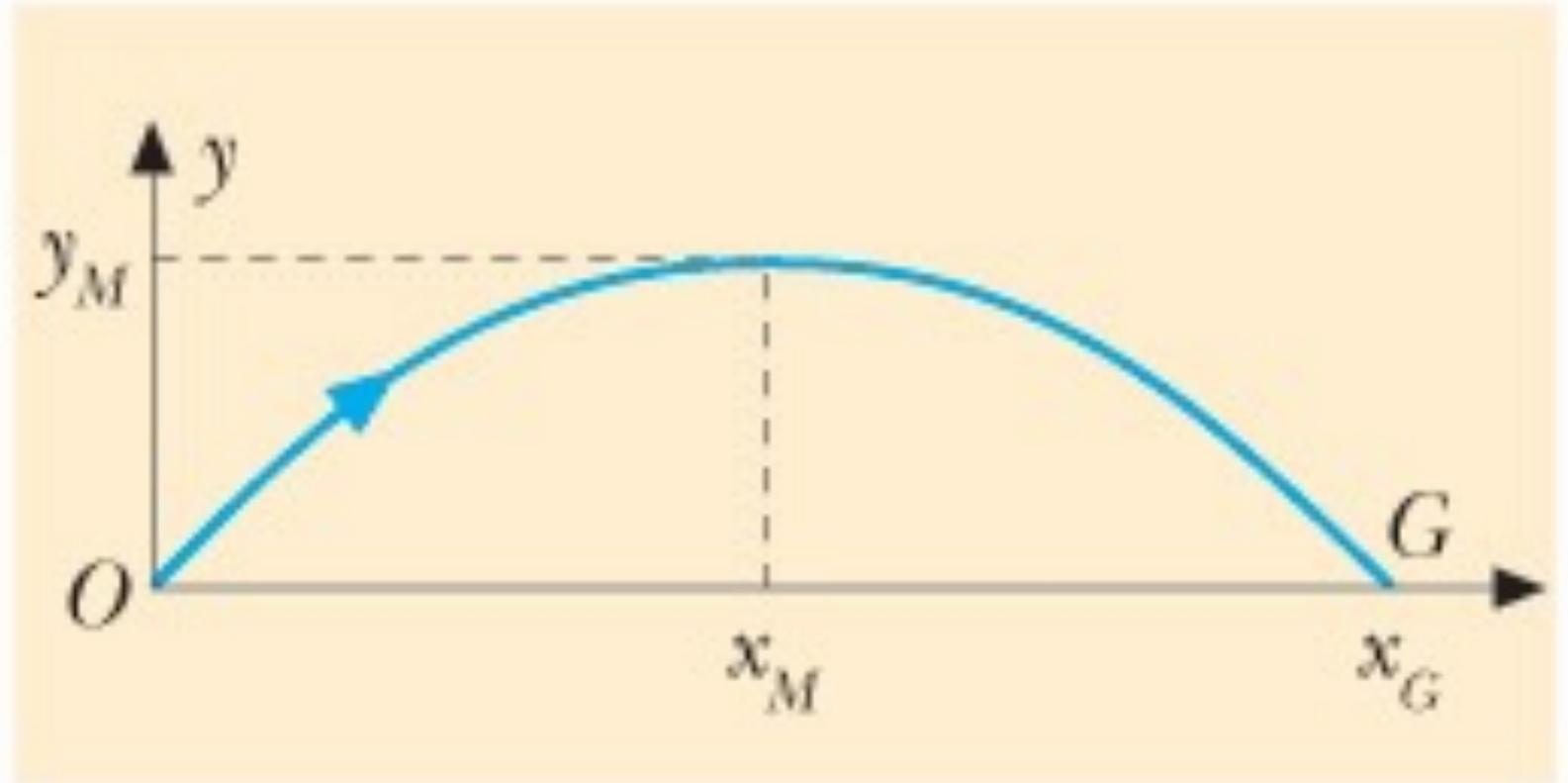
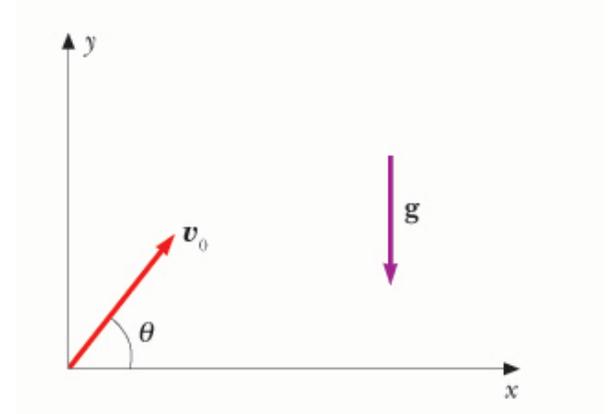
$$y_M = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$



Moto del Proiettile

La gittata $y(x_G) = 0$

$$x_G = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta \tan \theta}{g}$$
$$= \frac{2v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

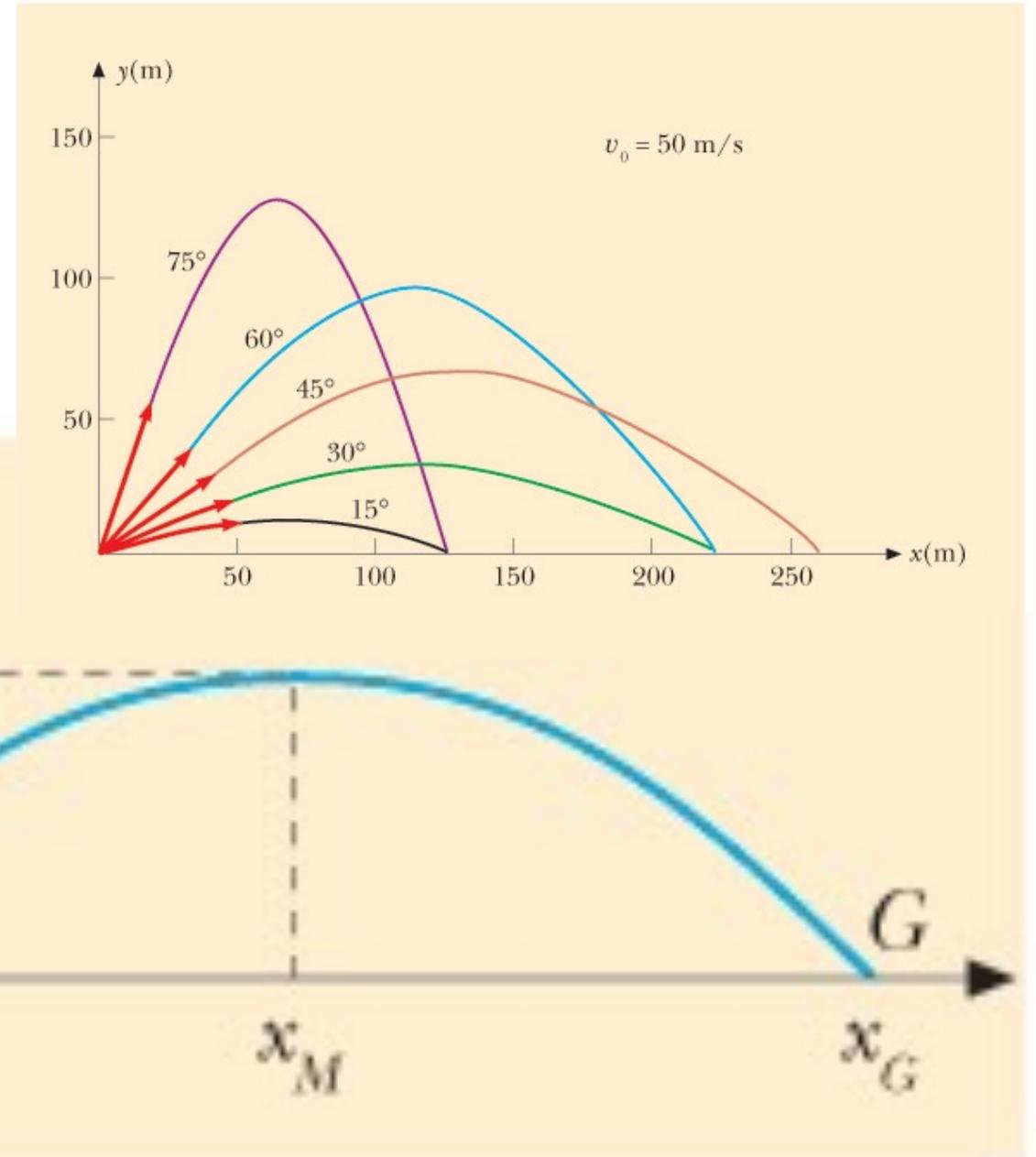


Moto del Proiettile

La gittata $y(x_G) = 0$

$$x_G = \frac{2v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

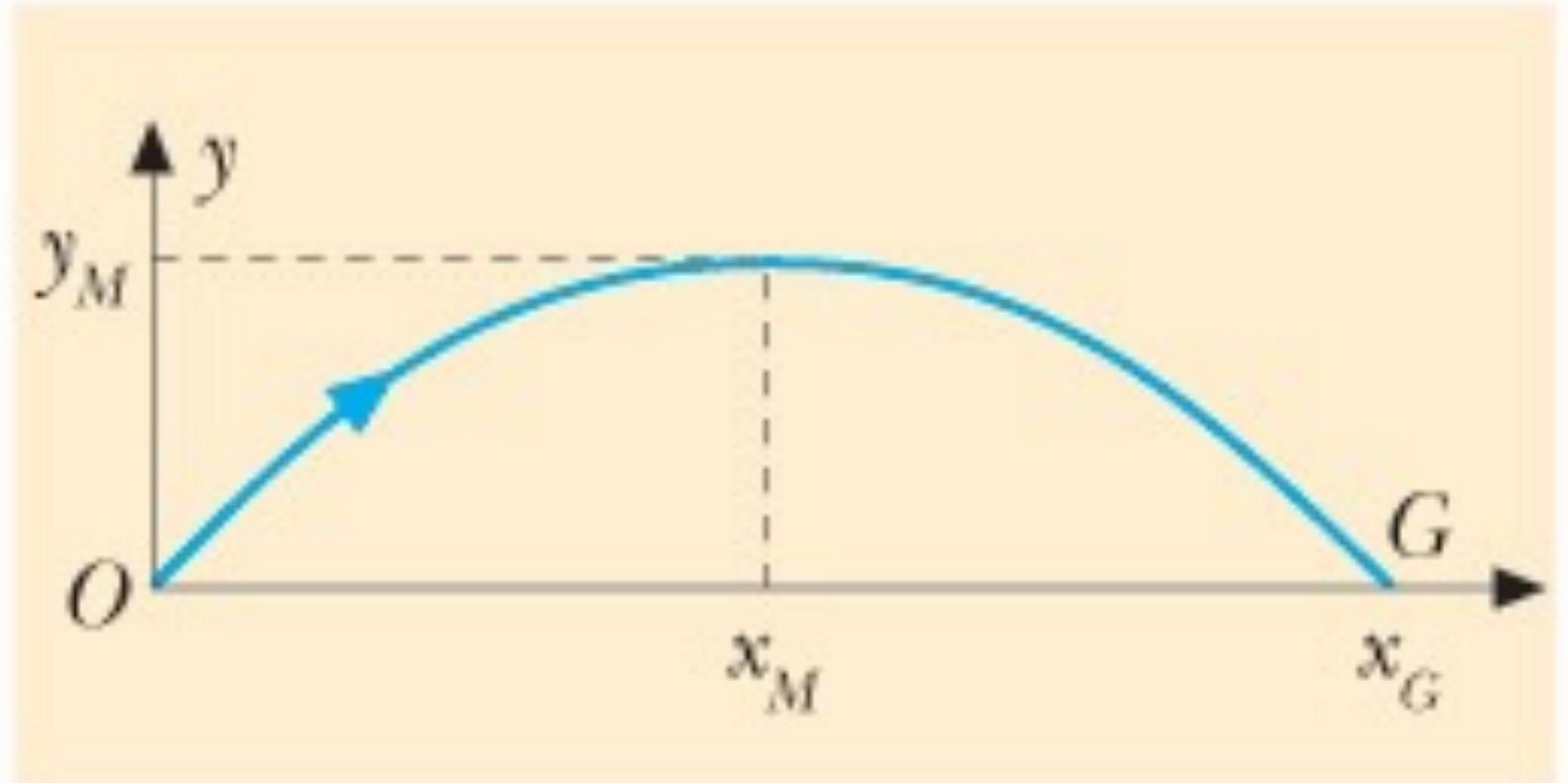
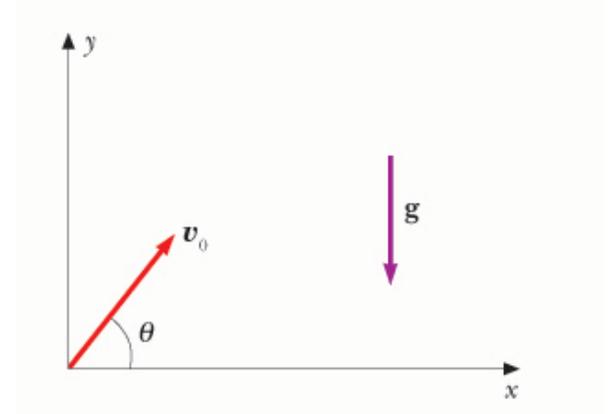
$$\frac{dx_G}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$



Moto del Proiettile

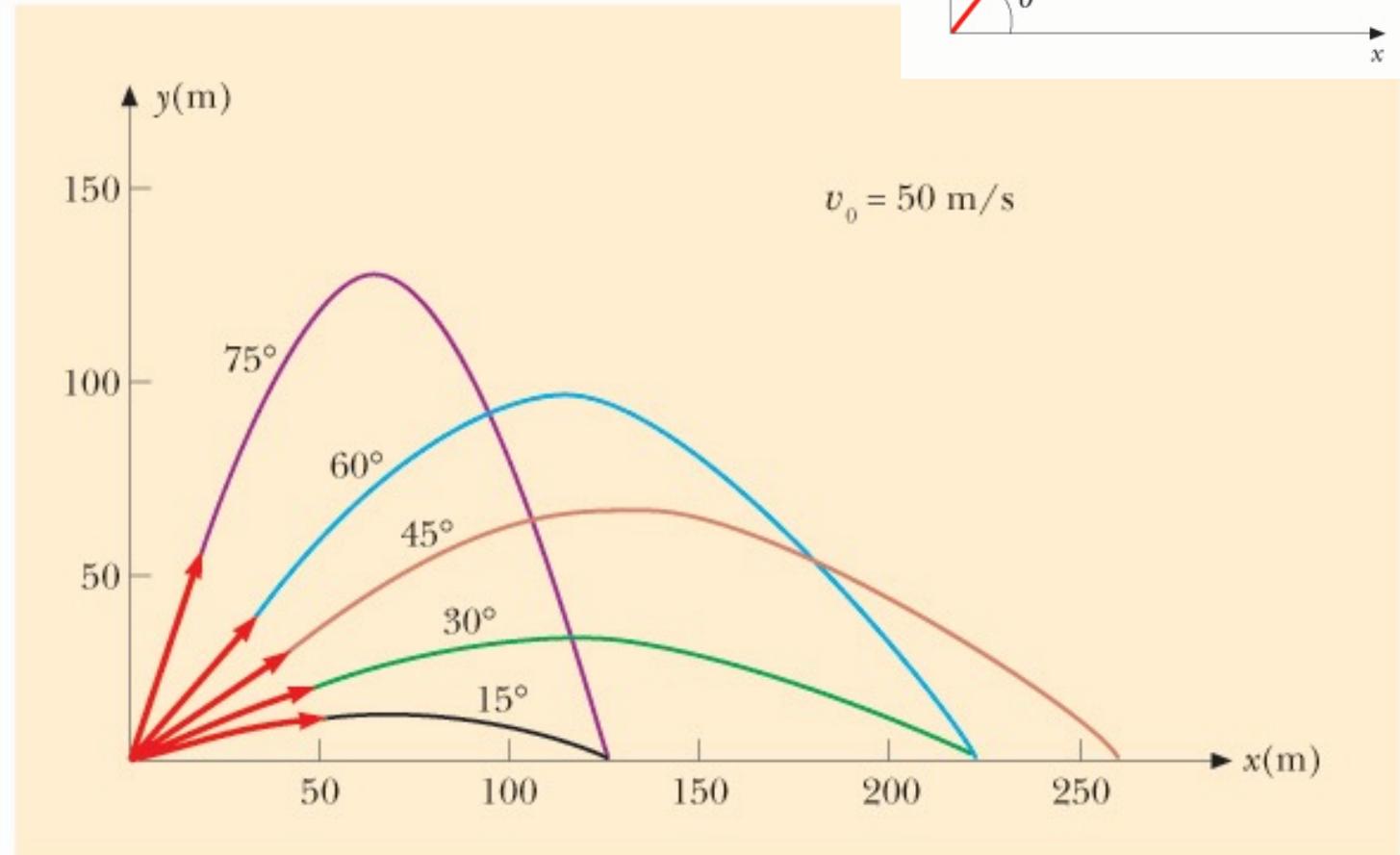
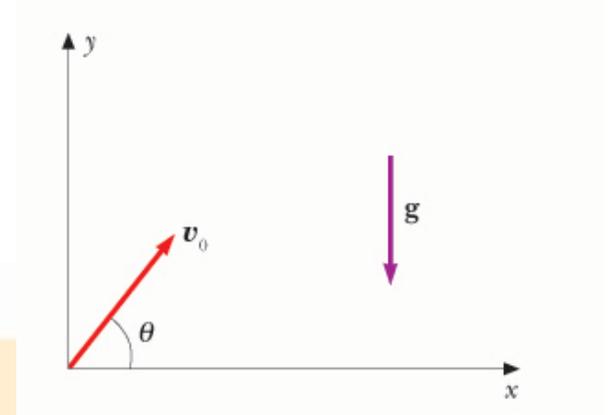
Il Tempo di volo $t_G = x_G / v_0 \cos \theta$

$$\text{Con } x_G = \frac{2v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$



Moto del Proiettile

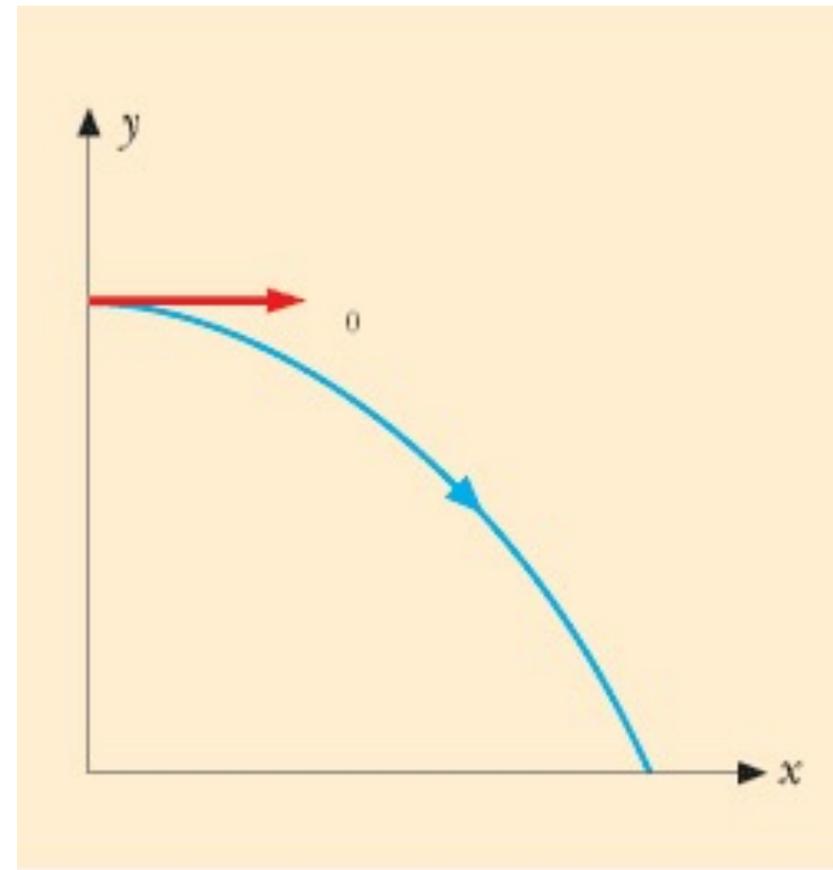
- Traiettoria
- Altezza Massima
- Gittata
- Tempo di Volo
- Velocità vettoriale



Esercizi

Un punto materiale viene fatto cadere da un'altezza h rispetto al suolo lanciandolo orizzontalmente con velocità iniziale v_0 .

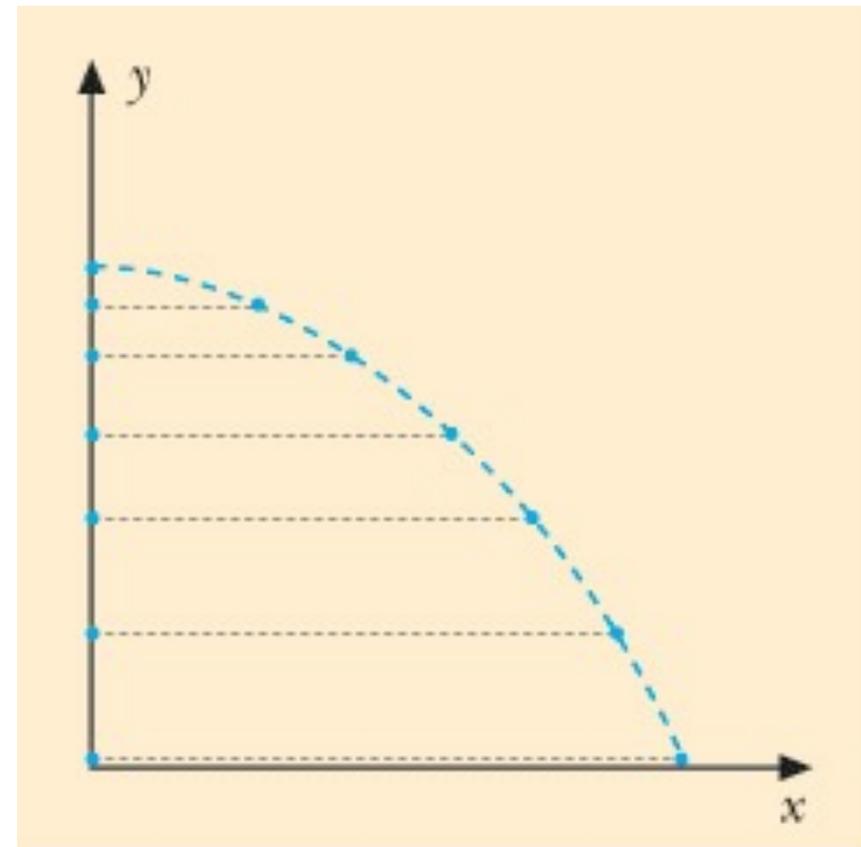
- Descrivere il moto e confrontare con la caduta verticale



Esercizi

Un punto materiale viene fatto cadere da un'altezza h rispetto al suolo lanciandolo orizzontalmente con velocità iniziale v_0 .

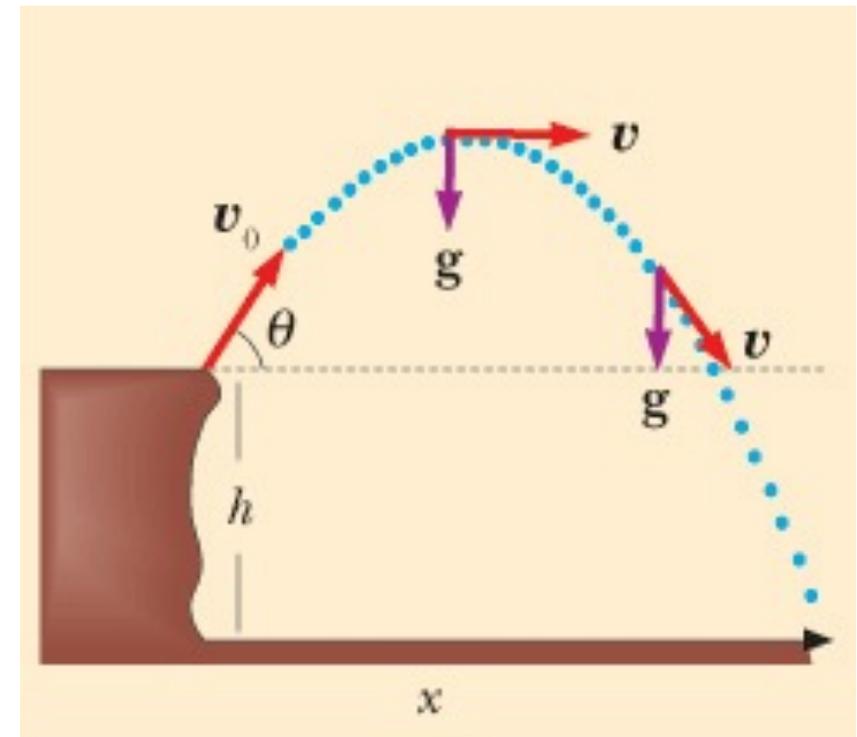
- Descrivere il moto e confrontare con la caduta verticale



Esercizi

Un proiettile viene lanciato con velocità iniziale $v_0=50$ m/s e con un angolo $\theta=50^\circ$ da un sito posto a $h = 50$ m dal suolo.

- Calcolare a quale distanza x può arrivare il proiettile. Ripetere il calcolo per $\theta = 0$.



Esercizi

Un proiettile viene lanciato con velocità iniziale $v_0=50$ m/s e con un angolo $\theta=50^\circ$ da un sito posto a $h = 50$ m dal suolo.

- Calcolare a quale distanza x può arrivare il proiettile. Ripetere il calcolo per $\theta = 0$.

La traiettoria nel piano xy è descritta dalle equazioni:

$$x(t) = v_0 \cos \theta \cdot t$$

$$y(t) = h + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

Dalla seconda equazione ricaviamo il tempo t tale che: $y(t) = 0$

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g} \pm \sqrt{\frac{(v_0 \sin \theta)^2}{g^2} + \frac{2h}{g}}$$

