ESERCIZI SULLE RENDITE

ESERCIZIO 1

Sia data una rendita posticipata r immediata di durata 10 anni a rata costante R = 30 euro. Determinarne il valore in t = 0 secondo la legge di capitalizzazione esponenziale con i = 3.5% anni−1, nei seguenti casi:

(a) periodicità di pagamento annuale,

(b) periodicità di pagamento semestrale,

(c) periodicità di pagamento mensile.

ESERCIZIO 2

Data una rendita immediata anticipata costituita da 20 rate costanti R, determinare l'ammontare della rata R in modo tale che il valore in t = 0 sia di 110 euro secondo la legge esponenziale di tasso annuo i = 3.10% nel caso di:

(a) rata annua,

(b) rata semestrale,

(c) rata mensile.

ESERCIZIO 3

Data una rendita posticipata decennale r con rate semestrali di 50 euro, calcolarne il valore in t=0 rispetto alla legge di capitalizzazione esponenziale con □ = 0.035 anni−1. Determinare quindi il valore della rendita in t0 = 0.25 anni secondo la medesima legge.

ESERCIZIO 4

Si indichi con r il flusso di poste generato da una rendita perpetua posticipata a rata quadrimestrale costante R. Determinare il valore che deve avere la rata R affinché l'operazione finanziaria di acquisto in t = 0 della rendita al prezzo di 100 euro sia equa secondo la legge esponenziale di tasso annuo i = 3.00%. Determinare, inoltre, in base alla stessa legge esponenziale, il valore residuo della rendita dopo 1 anno, ossia immediatamente dopo il pagamento della terza rata.

post. ∞ quadrim. R? $W(0,2)=100$

$i=3\%$

$$i_{1/3} = (1+0{,}03)^{\frac{1}{3}} - 1$$

$$W(0,\infty) = R \cdot \frac{1}{i} \Rightarrow R = W(0,2) \cdot i_{1/3} =$$

$$= 100 \cdot 0.009901 =$$

$$= 0.9901 = 1€$$

ant.

$$W(0,\infty) = R \frac{1}{i}(1+i)$$

ESERCIZIO 5

Si consideri una rendita (immediata) posticipata r a rata costante semestrale R = 50 euro di durata illimitata (perpetua). Determinare l'intensità istantanea d'interesse della legge esponenziale su base annua che rende equa l'operazione finanziaria di acquisto della rendita al prezzo P = 3000 euro e calcolare il valore della rendita in t = 0 in base alla tale legge esponenziale. Determinare inoltre la variazione ?P che deve subire il prezzo affinché l'operazione di acquisto risulti equa al tasso annuo i = 3.00%.

ESERCIZIO 6

Il sig. Rossi vuole ottenere un montante pari a 1000€ per mezzo di depositi semestrali al tasso annuo nominale di interesse i(2)=8% pagabile semestralmente.

a) Supponiamo che i depositi regolari siano di 50 euro ciascuno. Troviamo il numero di depositi necessari e l'importo del deposito frazionario aggiuntivo in ciascuno dei seguenti due casi:

1) Il deposito addizionale viene effettuato insieme all'ultimo versamento regolare;

2) Il deposito addizionale viene effettuato sei mesi dopo l'ultimo deposito regolare.

b) Ripetiamo il problema nel caso in cui i depositi regolari siano di 25€ l'uno.

$$1000 = 50\, s_{\overline{m}|4\%} = 50\,\frac{(1+0.04)^m - 1}{0.04}$$

$$\frac{1000}{50} = \frac{1.04^m - 1}{0.04}$$

$$20 \cdot 0.04 = 1.04^m - 1$$

$$0.8 + 1 = 1.04^m \qquad 1.04^m = 1.8$$

$1.04^{m} = 1.8$

$m \ln 1.04 = \ln 1.8$ $\qquad m = \dfrac{\ln 1.8}{\ln 1.04} = 14.9866$

$m = \begin{cases} 14 \\ 15 \end{cases}$

$m = 14 \qquad R = 50$

$V^{1} = 50\, s_{\overline{14}|4\%} = 50\, \dfrac{1.04^{14} - 1}{0.04} = 914.60$

$R_a = 1000 - 914.60 = 85.40$ $\qquad$ a1

a2 $R_{a,6} = 1000 - 914.6(1+0,04)^{7}$

ESERCIZIO 7

Cedete ad una banca una rendita costituita da 24 rate semestrali posticipate pari a 200 euro, al tasso di valutazione dell'11% annuo. La banca si impegna a darvi subito 1000 euro ed inoltre 10 rate annue a partire dall'anno prossimo. Calcolare l'importo delle rate annue.

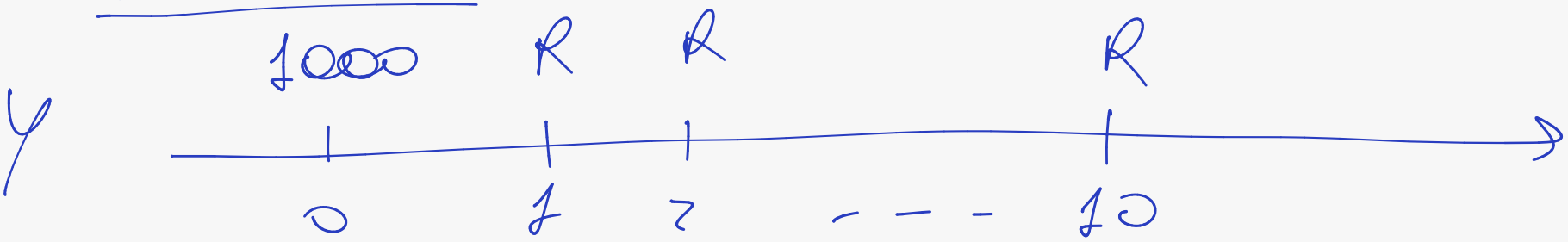
Il valore di quello che cediamo deve essere uguale al valore di quello che riceviamo

Cediamo:

$$i_{1/2} = (1+0{,}11)^{\frac{1}{2}} - 1 = 5{,}3565\%$$

$$W(0,X) = 200\, a_{\overline{24}|i_{1/2}} = 200\, \frac{1-1{,}053565^{-24}}{0{,}053565} = 2666{,}51$$

Riceviamo



$$W(0,y) = 1000 + R\,a_{\overline{10}|11\%}$$

Dove essere

$$W(0,y) = W(0,x) \Rightarrow 1000 + R\,a_{\overline{10}|11\%} = 2666,51$$

$$\Rightarrow R\,a_{\overline{10}|11\%} = 1666,51 \Rightarrow R = \frac{1666,51}{a_{\overline{10}|11\%}} =$$

$$= 282.98$$

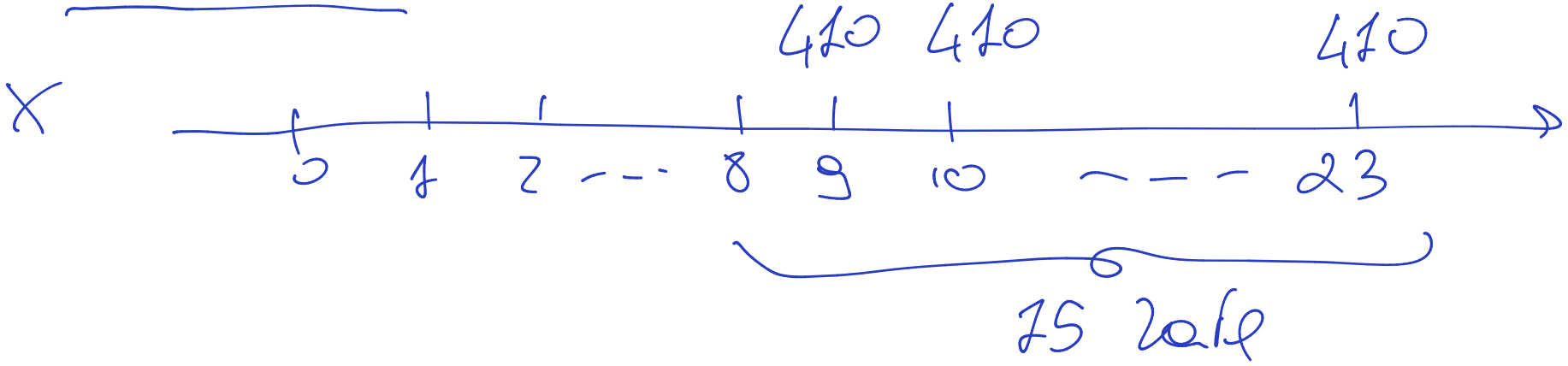
ESERCIZIO 8

Si consideri, al tempo t = 0, una rendita perpetua differita di T = 20 anni e con rata semestrale posticipata R = 1000 euro. In riferimento alla legge esponenziale di tasso annuo i = 3.5%, si calcolino il valore della rendita in t e il valore della rendita in T. Si consideri quindi una rendita immediata di durata 20 anni e rata annua posticipata R1. Si calcoli per quale valore di R1 è equo scambiare la rendita perpetua con quella immediata.

ESERCIZIO 9

Una persona cede oggi il valore di una rendita posticipata di 15 rate annue, ciascuna di 410 euro, differita di 8 anni, in cambio di una rendita immediata di 20 rate semestrali di importo R. Operando in regime di capitalizzazione composta al tasso annuo effettivo del 5%, dire per quale valore di R il contratto è equo. Se R=180€ dire se il contratto è equo e, in caso di risposta negativa, determinare la somma che la persona in questione dovrà versare o riscuotere all'atto dello scambio.

Cediamo



$$W(0,X) = 410\, a_{\overline{15}|5\%}\,(1+0{,}05)^{-8} = 2880{,}40€$$

Riceviamo

$$i_{1/2} = (1+0{,}05)^{\frac{1}{2}} - 1 = 2{,}4695\%$$

$$W(0,y) = R\,a_{\overline{20}|2{,}4695\%}$$

deve essere

$$R\,a_{\overline{20}|2{,}4695\%} = 2880{,}40 \Rightarrow R = \frac{2880{,}40}{a_{\overline{20}|2{,}4695\%}} =$$

$$= 184.24$$

ESERCIZIO 10

Effettuo 60 versamenti mensili, a partire dal prossimo mese, ad un tasso di interesse annuo del 5%. A quanto ammonta il capitale versato M subito dopo l'ultimo versamento se effettuo 60 versamenti da 100€? Si supponga che dalla fine del terzo anno il tasso di interesse diminuisca al 4%. Quale rata devo versare per accumulare il capitale M precedentemente calcolato? A quanto ammonta il capitale versato se effettuo 30 versamenti da 100€ e 30 versamenti da 200€ al tasso di interesse costante del 6%?

ESERCIZIO 11

Determinare il numero minimo m di semestralità con le quali si può ammortizzare un debito di 12000 euro a rata costante semestrale pagata posticipatamente al tasso semestrale del 3.00%, nel caso in cui la rata non possa superare l'importo di 1000 euro. Determinare inoltre l'ammontare della rate. Determinare il numero m di semestralità con cui l'individuo estinguerà il debito.

ESERCIZIO 12

Un individuo deve acquistare un'automobile. Il prezzo è di 18000 euro e l'individuo deve scegliere tra due modalità di pagamento:
(1) pagare in contanti, con uno sconto di 1500 euro,
(2) pagare (senza sconto) in 20 rate mensili costanti al tasso annuo dell'1%.
Si determini l'importo R della rata della modalità di pagamento (2). Si supponga inoltre che l'individuo svolga le sue considerazioni di equità secondo la legge esponenziale di tasso annuo i= 3%. Si stabilisca quale delle due modalità di pagamento l'individuo sceglierà.

$P = 18000 \qquad n = 20 \qquad i_{1/12} = (1+0{,}01)^{\frac{1}{12}} - 1$

$= 0.0830\%$

$18000 = R\, a_{\overline{20}|0.0830\%}$

$R = \dfrac{18000}{a_{\overline{20}|0.083\%}} = \dfrac{18000}{\dfrac{1-1.00083^{-20}}{0.00083}} = \dfrac{18000 \cdot 0.00083}{1-1.00083^{-20}} =$

$= 907.86$

ESERCIZIO 13

Una persona cede oggi il valore di una rendita posticipata di 15 rate annue, ciascuna di 410 euro, differita di 8 anni, in cambio di una rendita immediata di 20 rate semestrali di importo R. Operando in regime di capitalizzazione composta al tasso annuo effettivo del 5%, dire per quale valore di R il contratto è equo. Se R=180€ dire se il contratto è equo e, in caso di risposta negativa, determinare la somma che la persona in questione dovrà versare o riscuotere all'atto dello scambio.

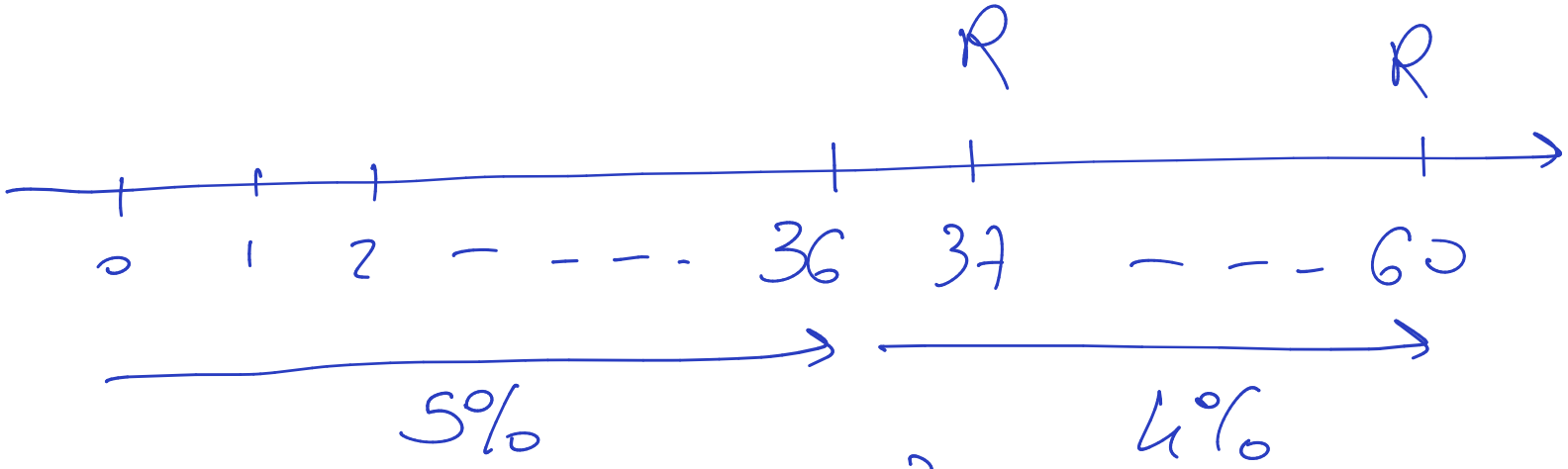
ESERCIZIO 14

Effettuo 60 versamenti mensili, a partire dal prossimo mese, ad un tasso di interesse annuo del 5%. A quanto ammonta il capitale versato M subito dopo l'ultimo versamento se effettuo 60 versamenti da 100€? Si supponga che dalla fine del terzo anno il tasso di interesse diminuisca al 4%. Quale rata devo versare per accumulare il capitale M precedentemente calcolato? A quanto ammonta il capitale versato se effettuo 30 versamenti da 100€ e 30 versamenti da 200€ al tasso di interesse costante del 6%?

$i = 5\%$ $\quad i_{1/12} = (1+0{,}05)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}4074\%$

(1)

$M = 100\, s_{\overline{60}|i_{1/12}} = 6781.58€$



(2)

$100\, s_{\overline{36}|0{,}4074\%}(1+0{,}04)^2 + R\, s_{\overline{24}|i_{1/12}} = 6781.5$

$$R = \frac{6781.5 - 100\, s_{\overline{30}|0.4074\%}\,(1+0.04)^2}{s_{\overline{24}|\bar{i}_{1/2}}} = 104.18$$

$$\bar{i}_{1/2} = (1+0.04)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.3274\%$$

③ $i = 6\% \Rightarrow i_{1/12} = (1+0.06)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.4868\%$

$$M = 100\, s_{\overline{30}|0.4868\%}\,(1+0.06)^{\frac{30}{12}} + 200\, s_{\overline{30}|0.4868\%} =$$

$$= 10170.26$$

oppure

$$= 100\, s_{\overline{60}|0.4868\%} + 100\, s_{\overline{30}|0.0468\%}$$

ESERCIZIO 15

Tizio deve rimborsare un capitale di 20000 tra otto anni. Egli paga annualmente in via posticipata gli interessi del 6%; al contempo provvede alla costituzione del capitale da rimborsare mediante versamenti annui di importo costante e posticipati presso una banca al tasso del 5%. Determinare l'esborso annuo complessivo.

ESERCIZIO 16

In una rendita a rate mensili 10 rate di importo 50€ ciascuna sono seguite da 14 rate di importo 75€ ciascuna. Se il tasso effettivo di interesse su base mensile è uguale all'1%, qual è il montante all'atto dell'ultimo pagamento?

ESERCIZIO 17

Il sig. Rossi richiede un finanziamento di 12000€ per comprare una nuova auto. Il concessionario gli offre due opzioni per rimborsare il finanziamento:

a) Pagando rate mensili per 3 anni, iniziando un mese dopo l'acquisto, al tasso di interesse nominale annuo del 12% pagabile mensilmente;

b) Pagando rate mensili per 4 anni, iniziando un mese dopo l'acquisto, al tasso di interesse nominale annuo del 15% pagabile mensilmente.

Determiniamo per ciascuna delle due opzioni, l'importo della rata mensile e il totale pagato dal sig. Rossi per rimborsare il finanziamento.

ESERCIZIO 18

Ad un tasso effettivo di interesse dell'8% su base annuale, un deposito di 10.000€ genererà un interesse pasi a 800€ dopo un anno. Se dal conto di «preleva» tale interesse, ma si lascia per un altro anno il capitale di 10.000€, quest'ultimo genererà un altro accredito di 800€ al termine del secondo anno. Ciò può andare avanti all'infinito, purché l'unico prelevamento alla fine dell'anno sia quello dell'interesse generato per quell'anno. Da un altro punto di vista si può dire che 10.000€ è il valore attuale al tasso di interesse dell'8% delle rate di importo 800€ pagate alla fine di ogni anno, tutti gli anni.