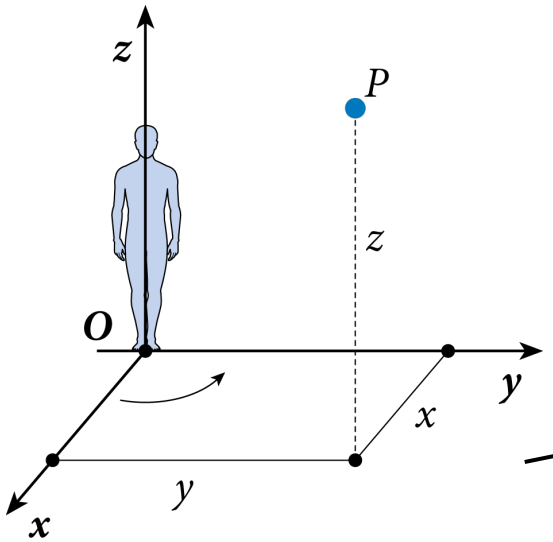
Cinematica: Moti Rettilinei

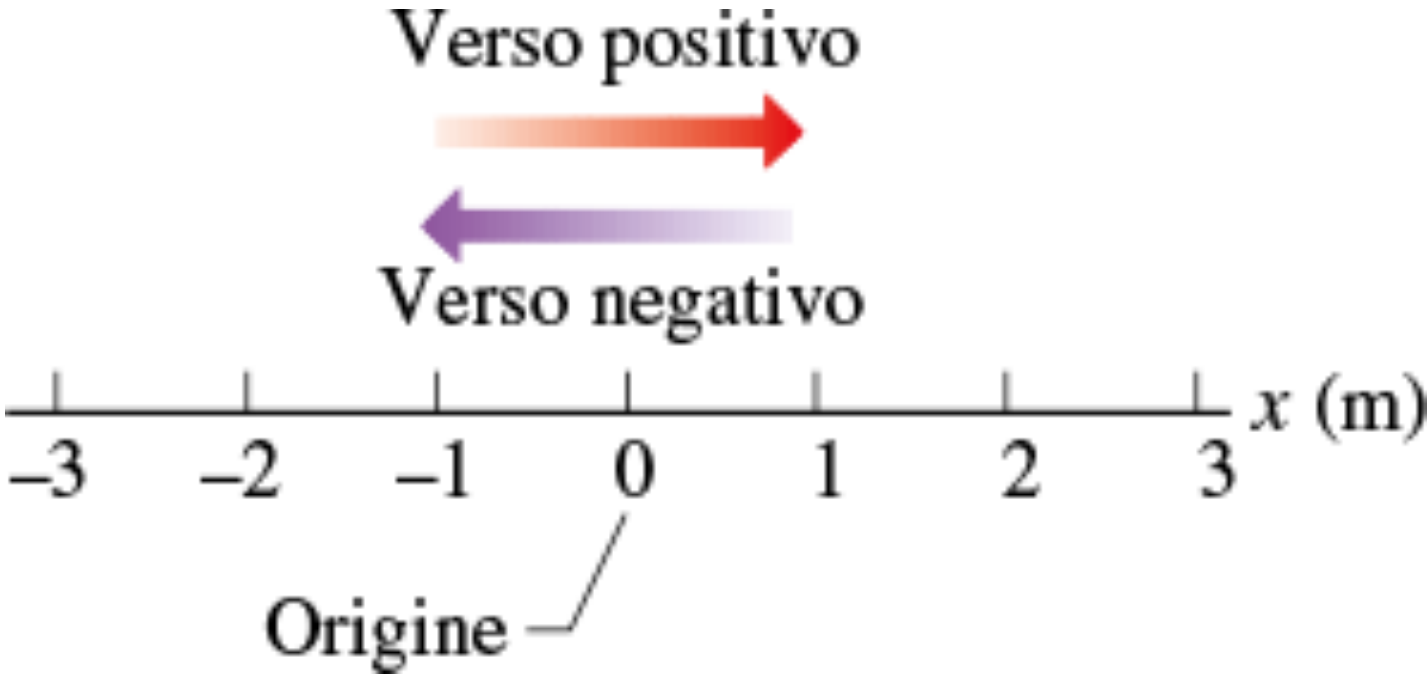
$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$



Sistema di assi coordinati ortogonali nello spazio

Moto Rettilineo

- Il Punto Materiale si muove lungo una retta
- Per specificare il moto ci basta il segno ed il modulo del vettore
- Mi allontano dall'origine x(t) cresce in valore assoluto
- Verso positivo o negativo



Moto Rettilineo

Moto Rettilineo Uniforme:

- La velocità è costante

$$v(t) = v_0$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0)$$

Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato:

- L'accelerazione è costante

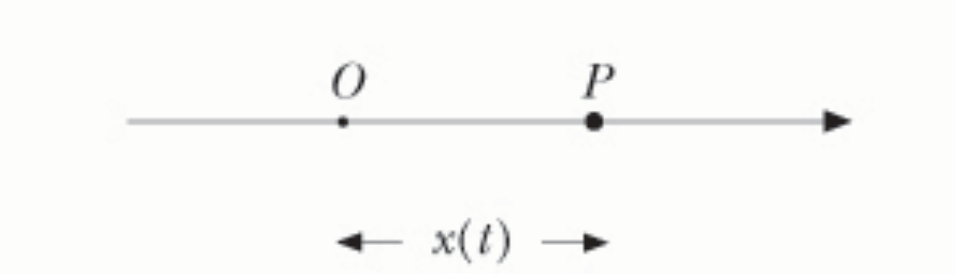
$$a(t) = a$$

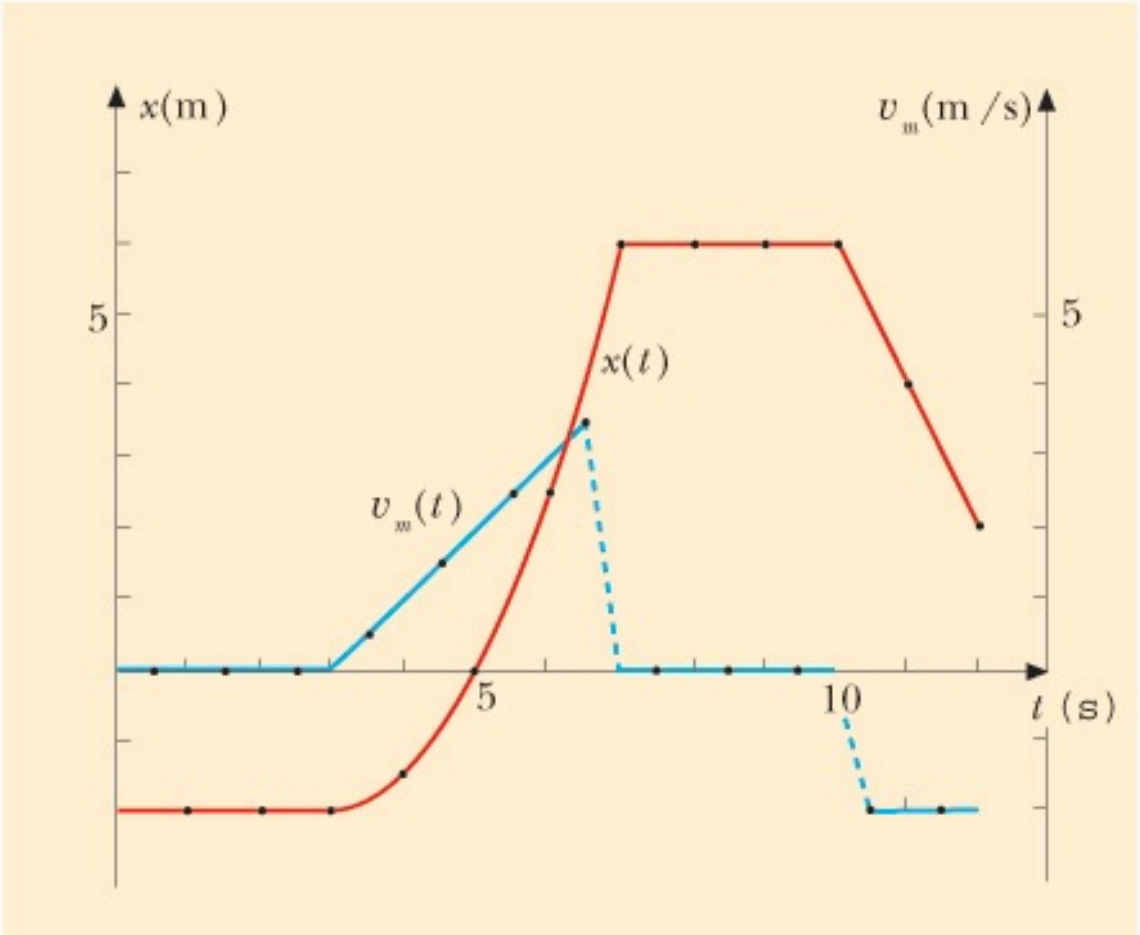
$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

La Velocità Istantanea: Moto Rettilineo

- Definiamo la velocità istantanea:

$$v_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



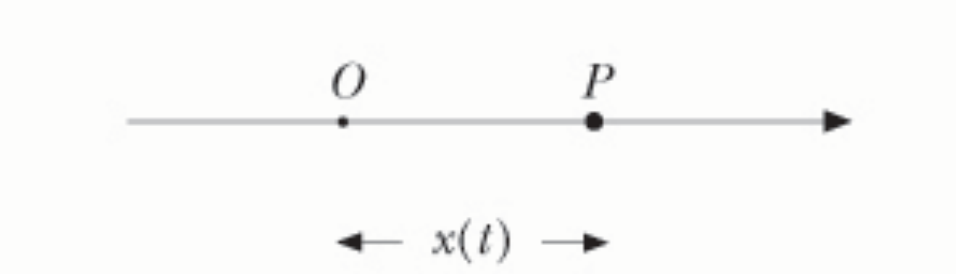


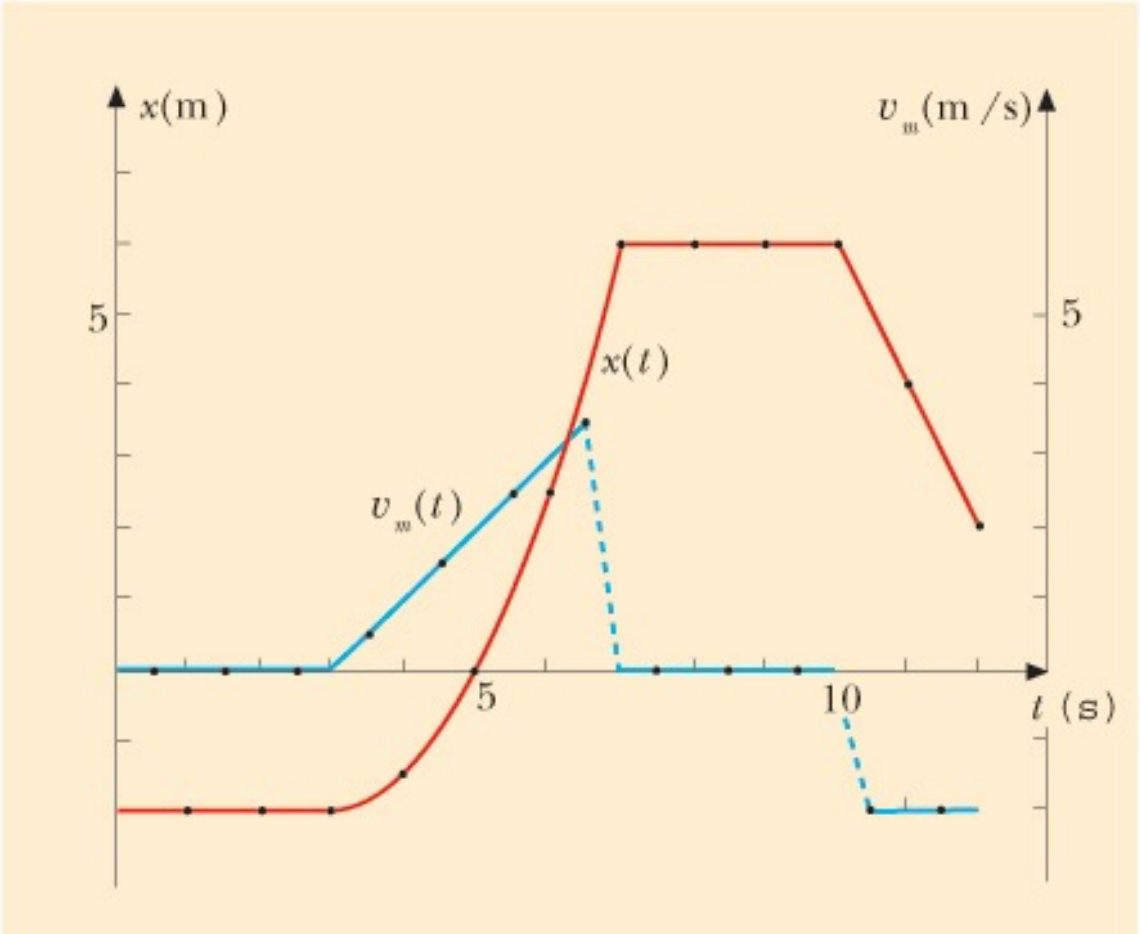
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

La Accelerazione Istantanea: Moto Rettilineo

- Definiamo la accelerazione istantanea:

$$a_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



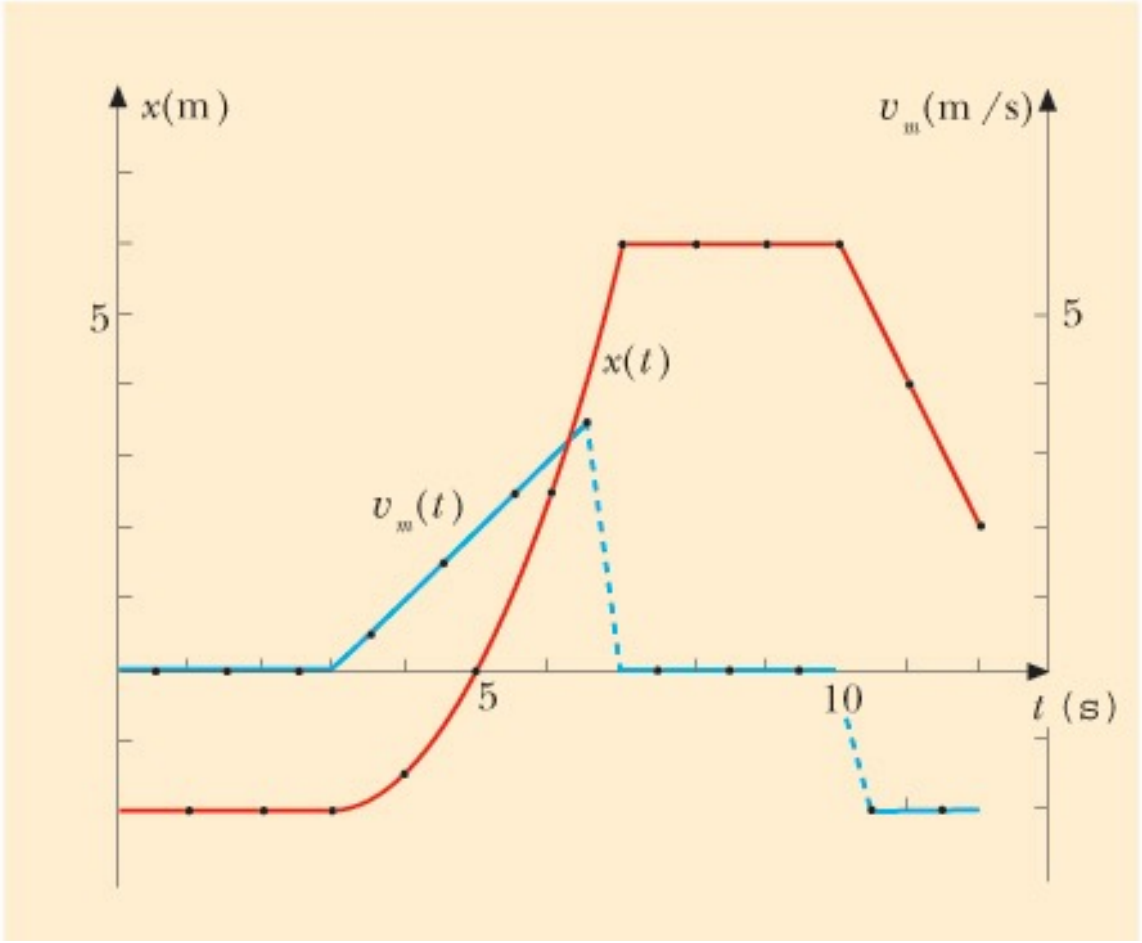


Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

La Velocità: Moto Rettilineo

- Definiamo la velocità istantanea: $\Delta t \to 0$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

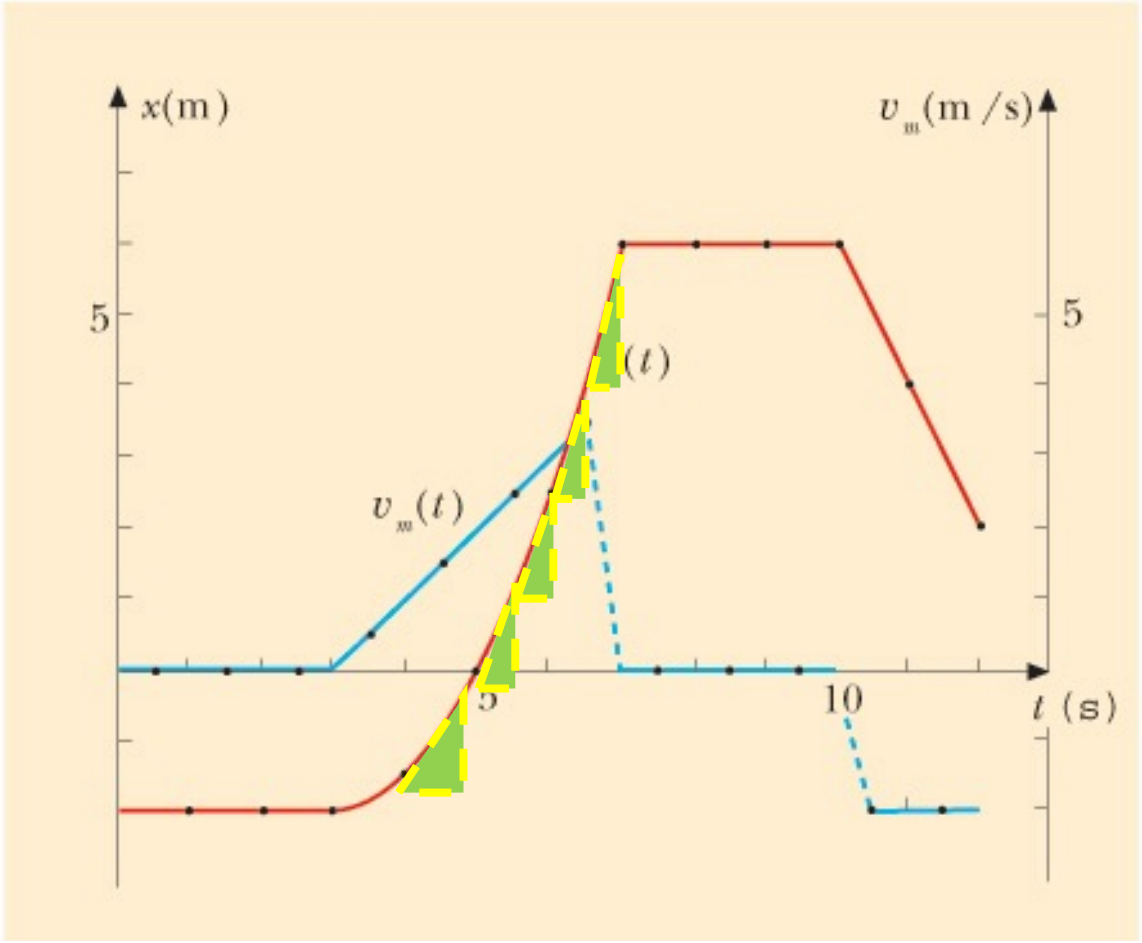


Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

La Velocità: Moto Rettilineo

- Definiamo la velocità istantanea: $\Delta t \to 0$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



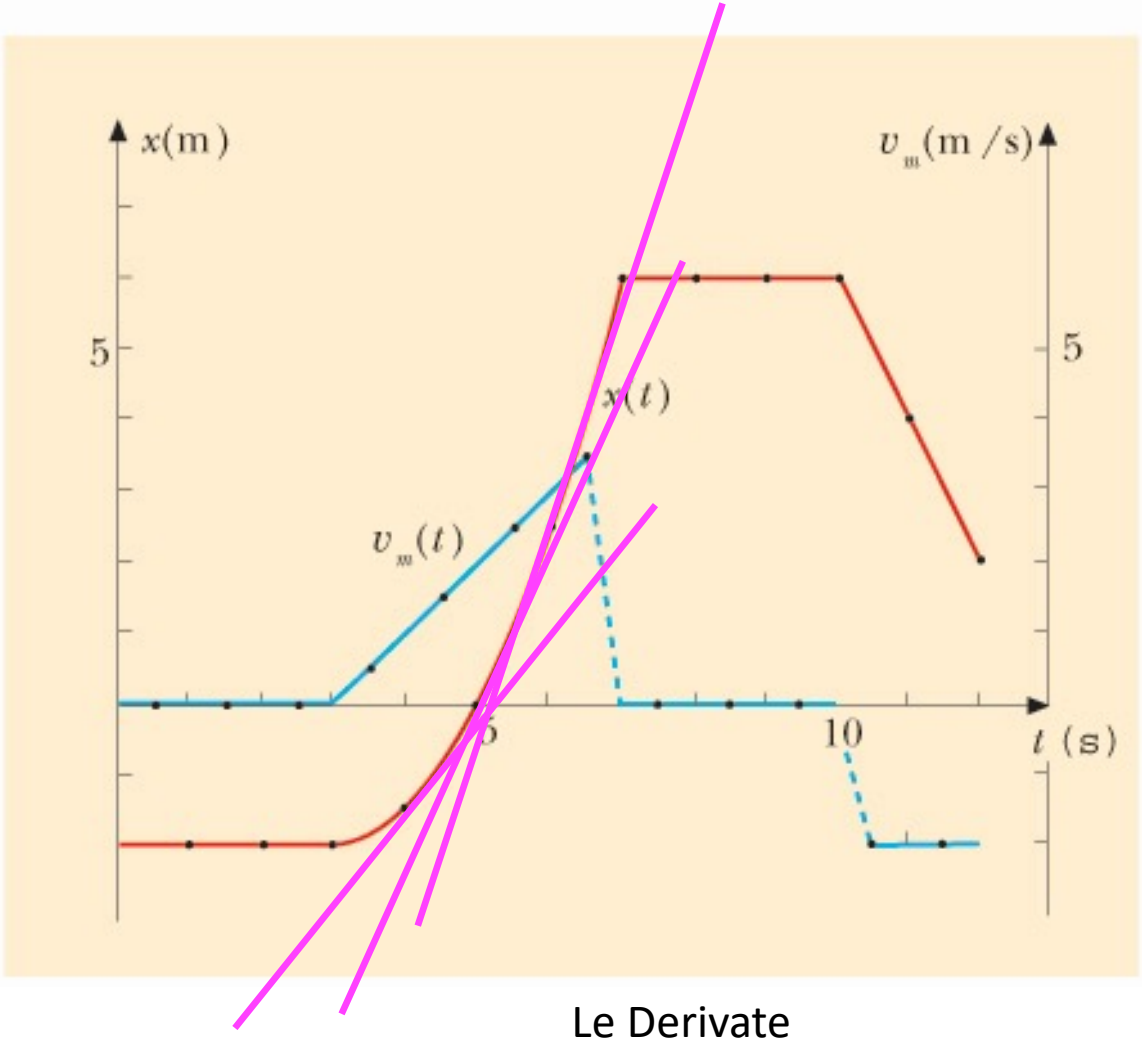
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

La Velocità: Moto Rettilineo

- Definiamo la velocità istantanea: $\Delta t \to 0$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$



Le Derivate

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

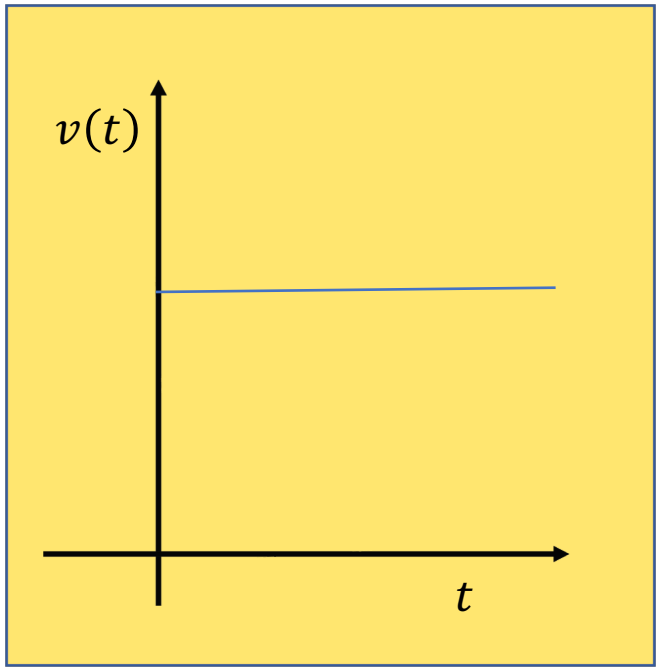
Moto Rettilineo Uniforme

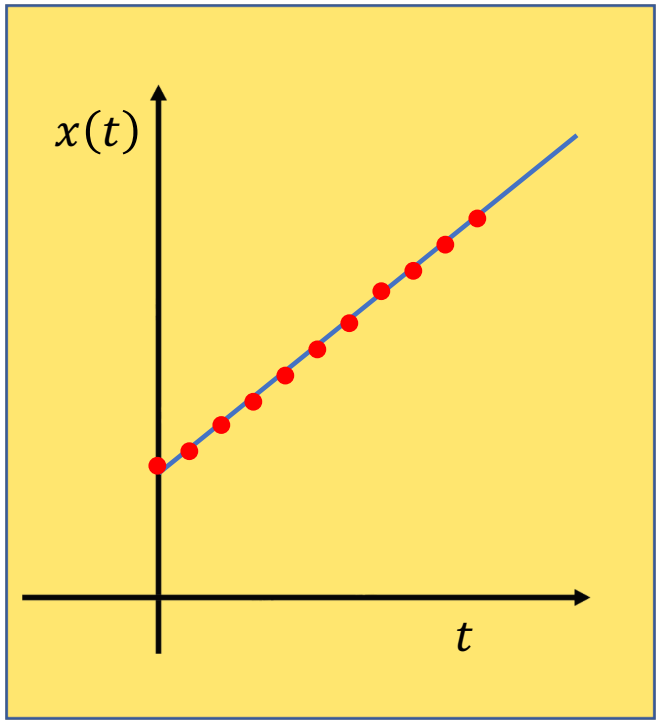
- Il punto si muove con velocità costante $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$$\Delta x = v_0 \Delta t$$

$$x(t) - x_0 = v_0 \cdot (t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0)$$





Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

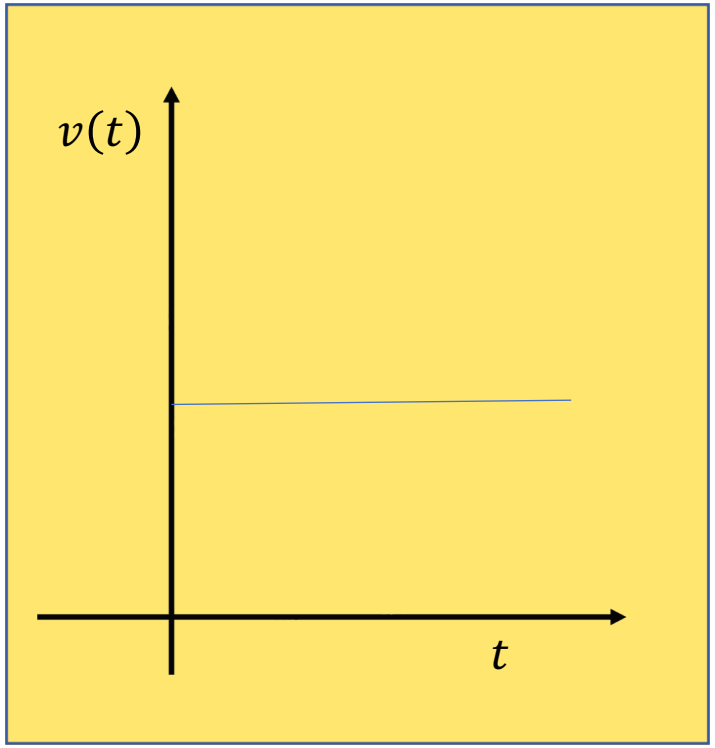
Moto Rettilineo Uniforme

- Il punto si muove con velocità costante $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

- Velocità istantanea:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$v = v_0$$



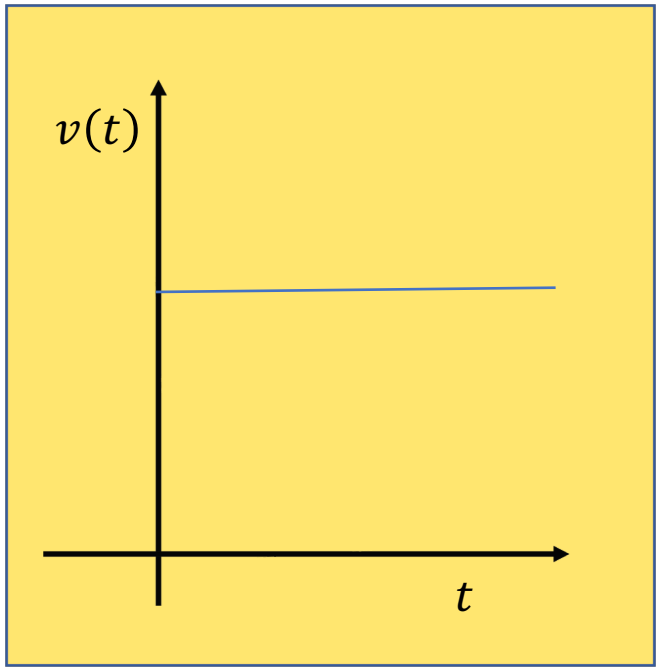
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

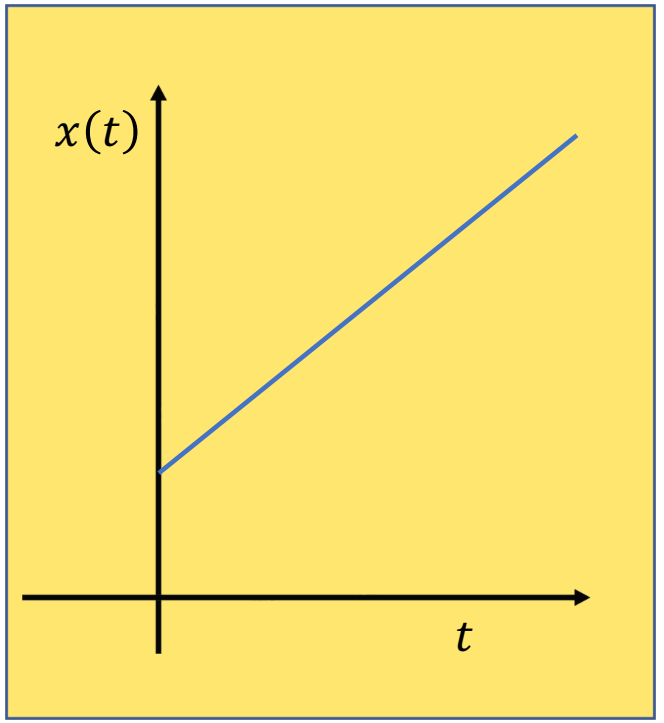
Moto Rettilineo Uniforme

- Il punto si muove con velocità costante

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v(t)dt$$





Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

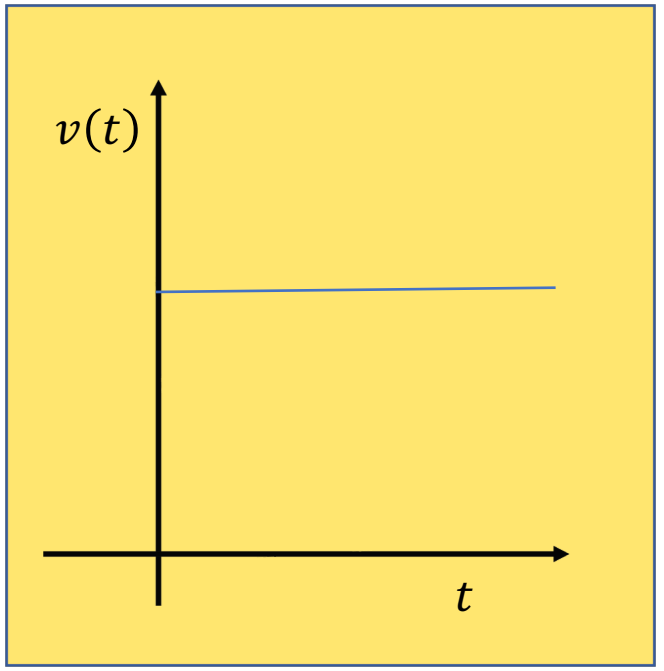
Moto Rettilineo Uniforme

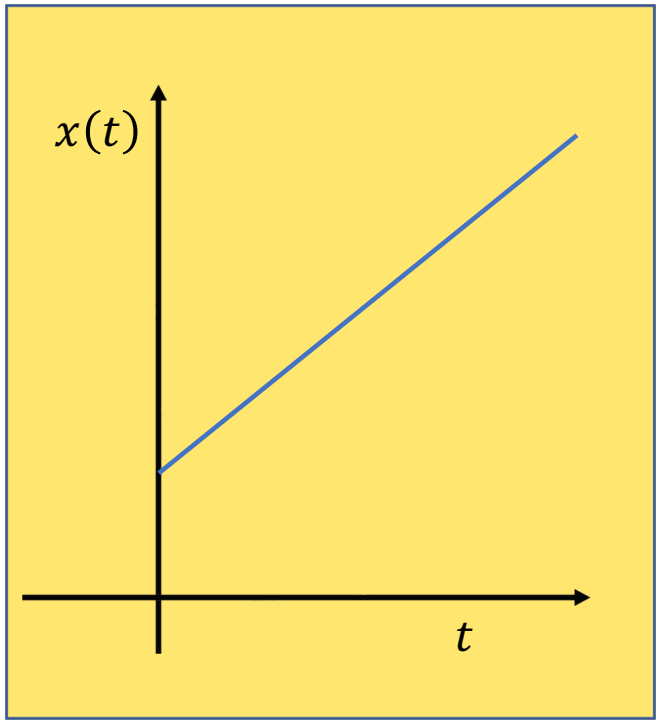
- Il punto si muove con velocità costante

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v(t)dt$$

$$\Delta x = \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$





Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

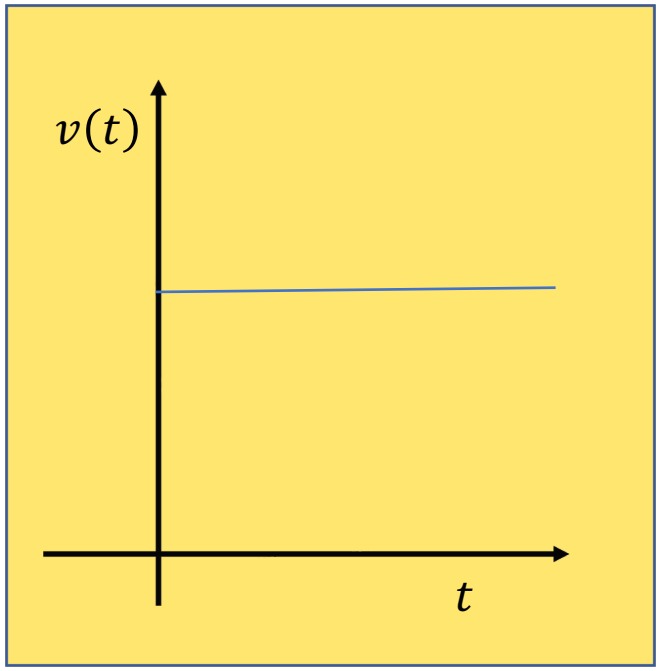
Moto Rettilineo Uniforme

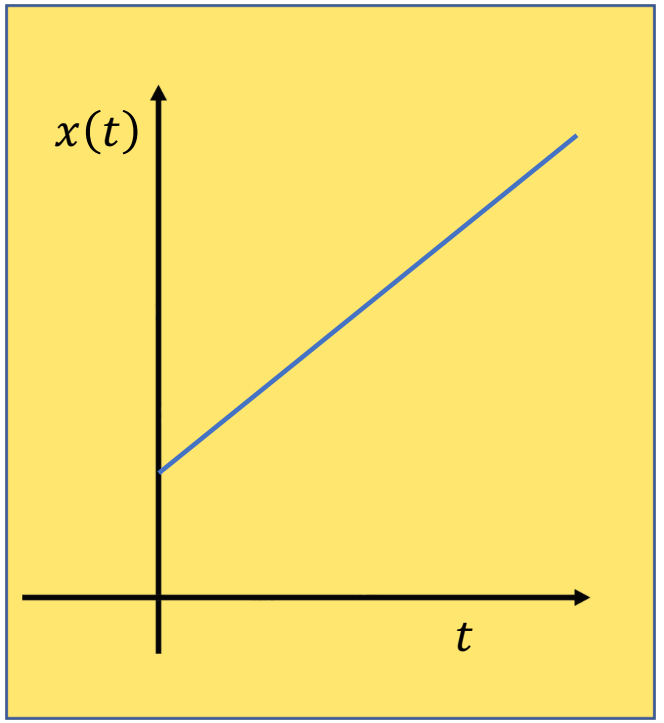
- Il punto si muove con velocità costante $v = \frac{dx}{dt}$

$$dx = v(t)dt$$

$$\Delta x = \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

$$x(t) - x_0 = \int_{t_0}^{t} v_0 dt$$





Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

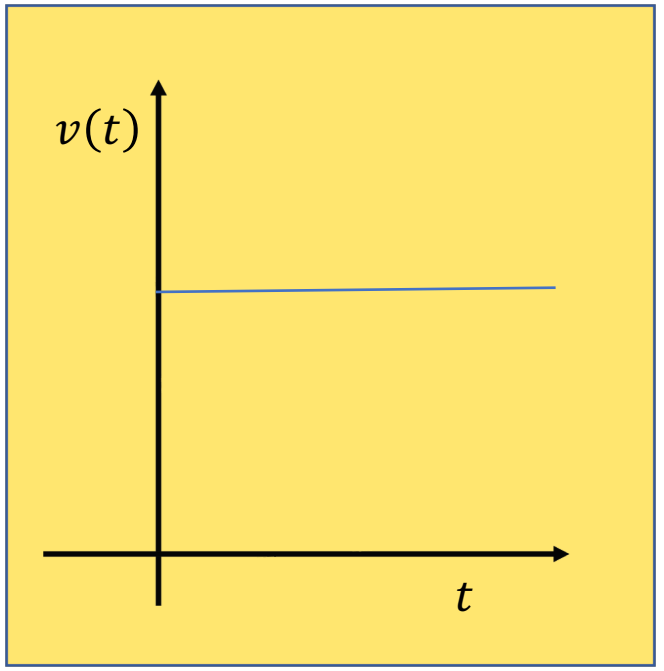
Moto Rettilineo Uniforme

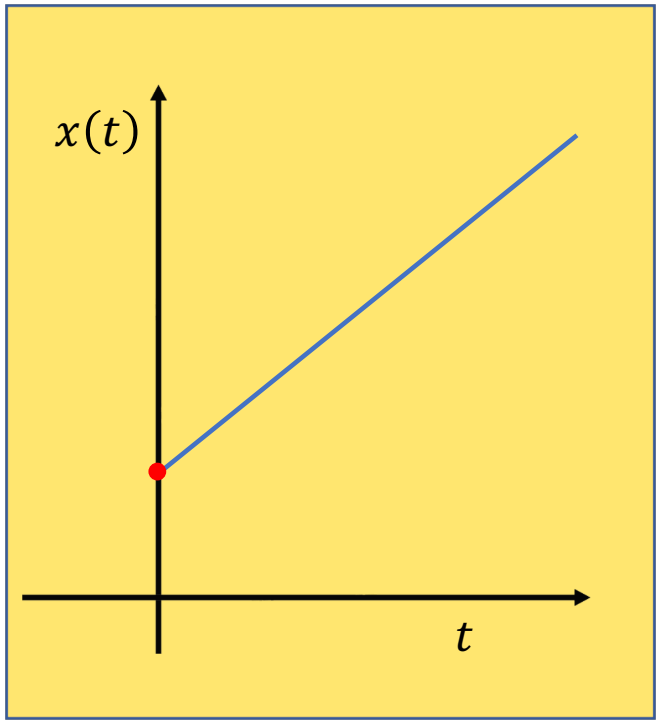
- Il punto si muove con velocità costante $v = \frac{dx}{dt}$

$$x(t) - x_0 = v_0 \int_{t_0}^{t} dt$$

$$x(t) - x_0 = v_0 \cdot (t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0)$$



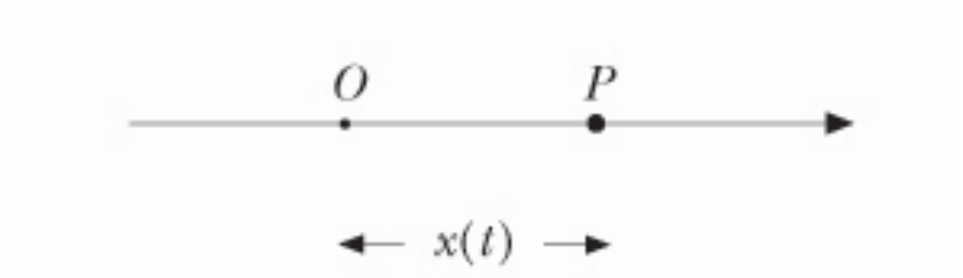


Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di Fisica, Meccanica - Termodinamica
EdiSES, 2007

Moto Rettilineo Accelerato

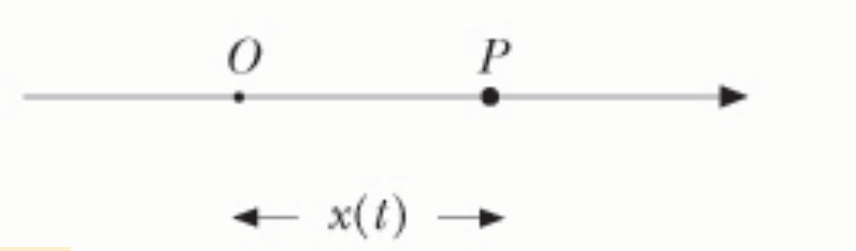
$$a = \frac{dv}{dt}$$

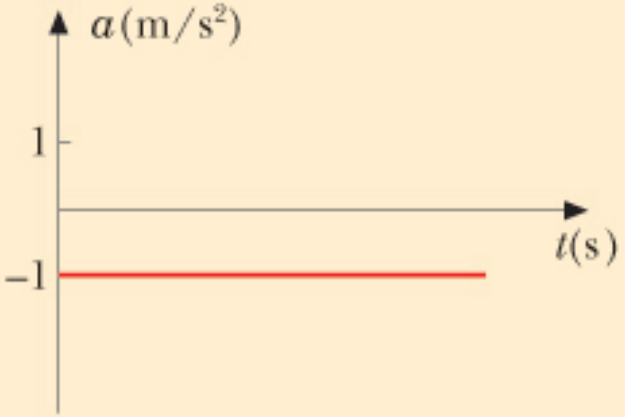
- Nota la accelerazione ricaviamo la velocità



Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

L’accelerazione è costante e il moto avviene lungo una retta

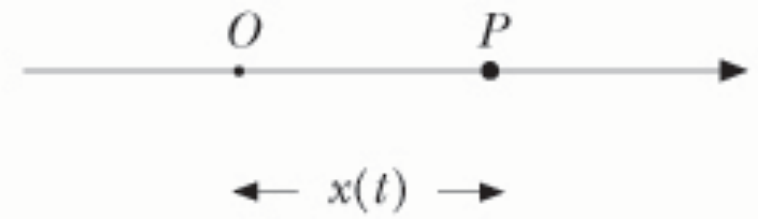




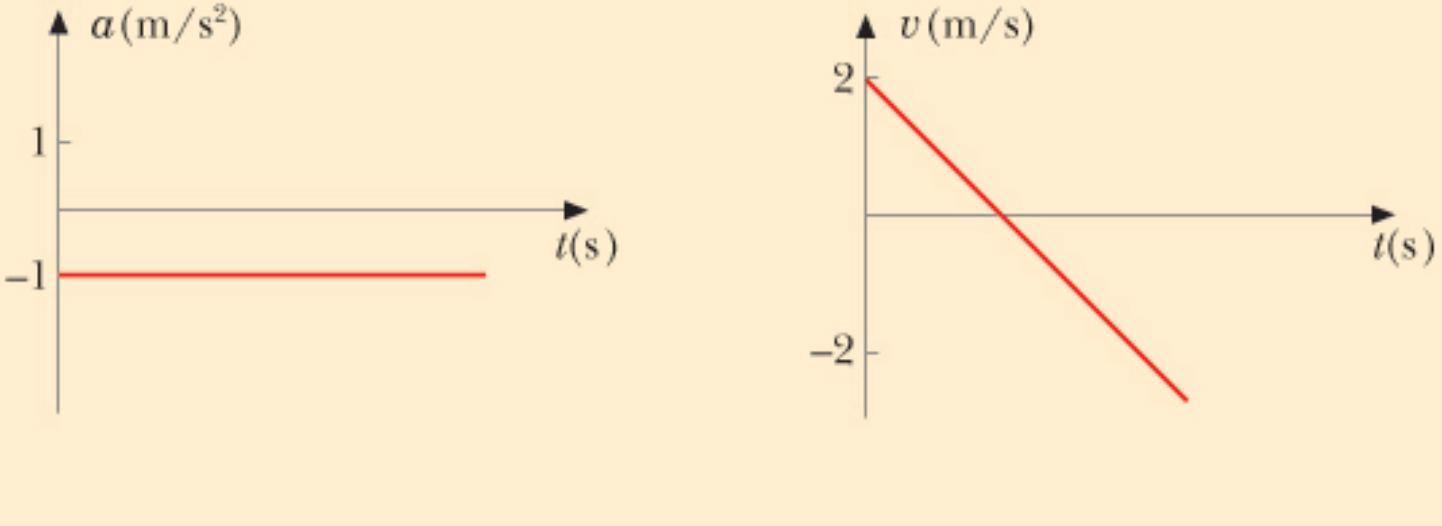
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = cost$$

Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

L’accelerazione è costante e il moto avviene lungo una retta

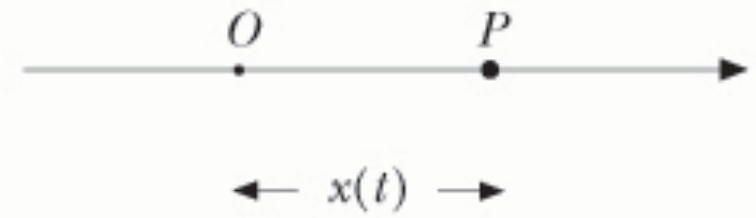


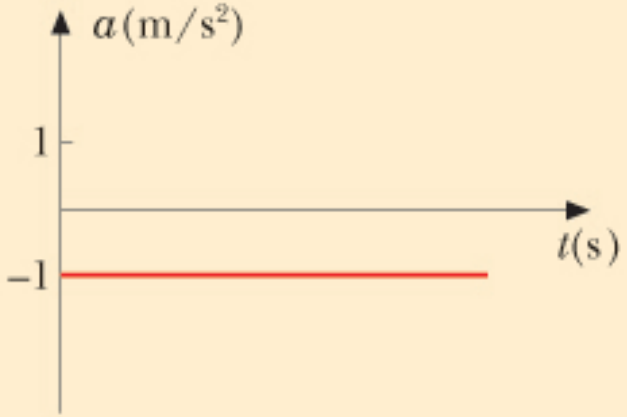
$$\Delta v = a\Delta t$$

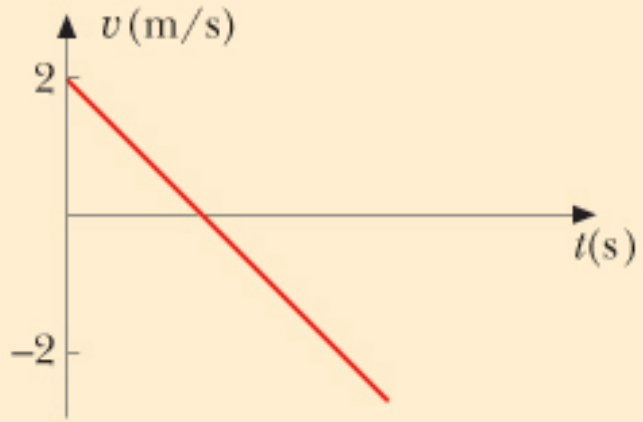


Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

L’accelerazione è costante e il moto avviene lungo una retta







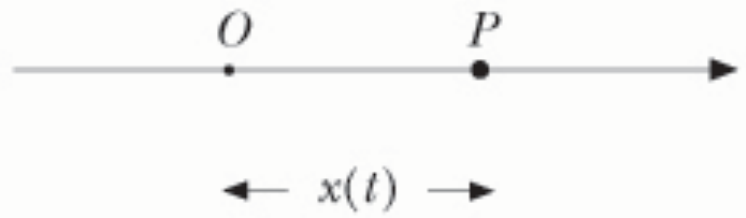
$$\Delta v = a\Delta t$$

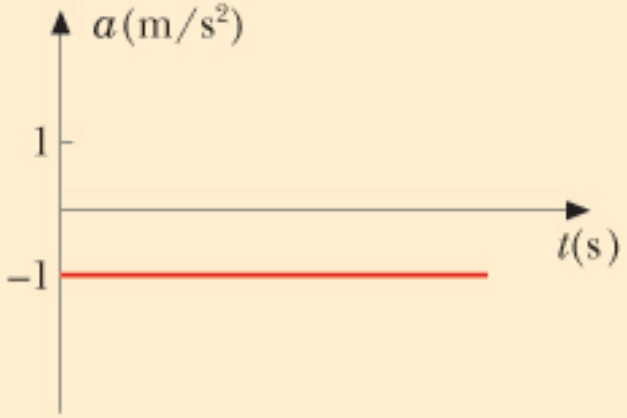
$$v(t) - v_0 = a \cdot (t - t_0)$$

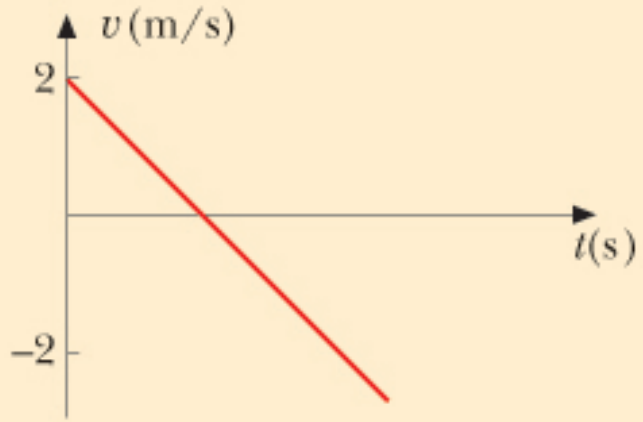
$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

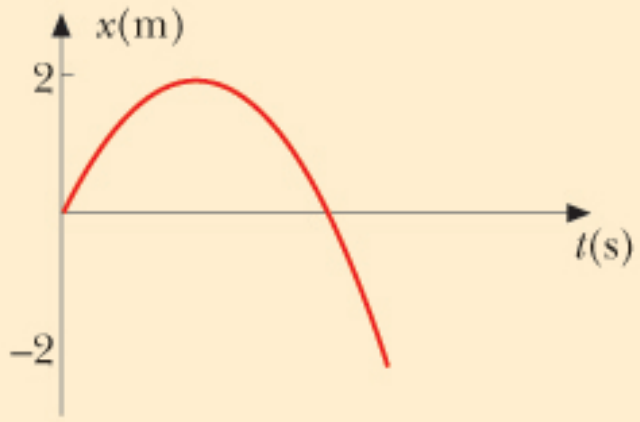
Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

L’accelerazione è costante e il moto avviene lungo una retta



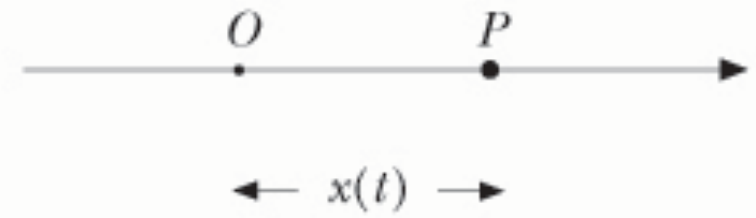




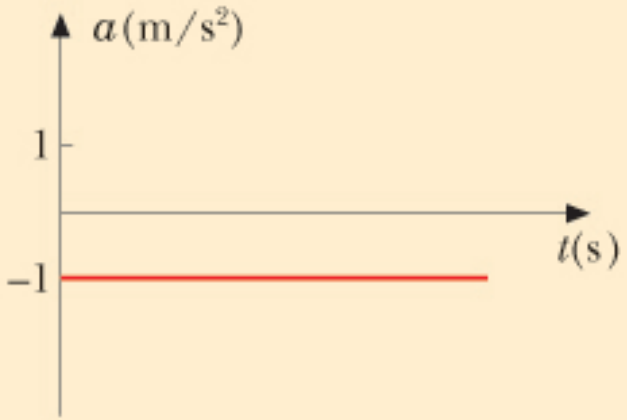


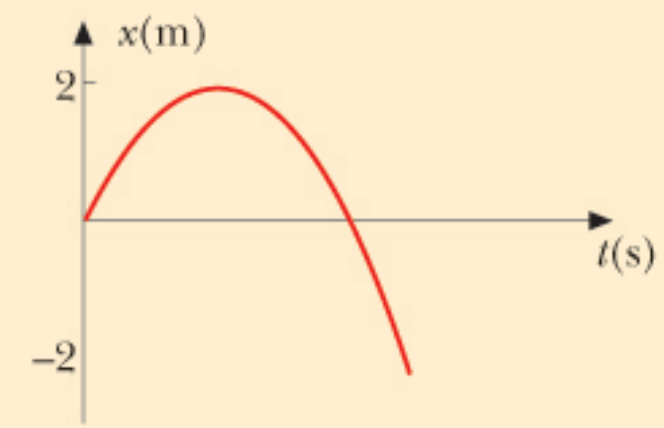
Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

L’accelerazione è costante e il moto avviene lungo una retta



$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$



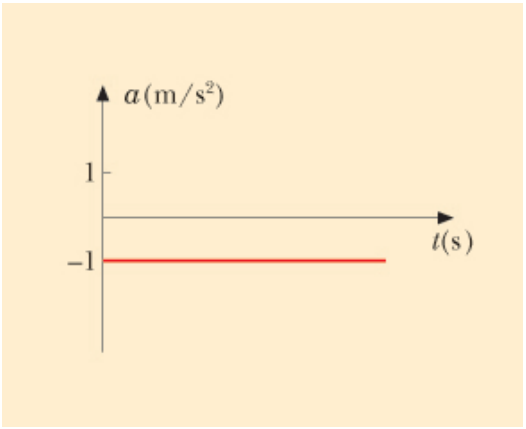


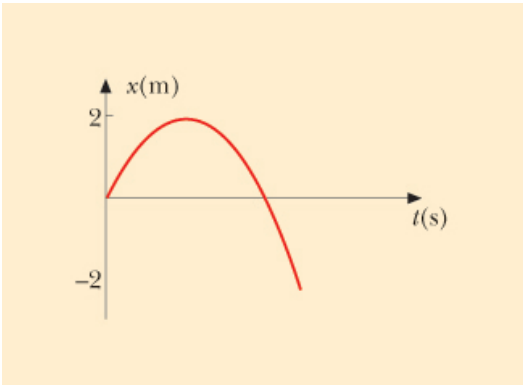
$$v(t) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

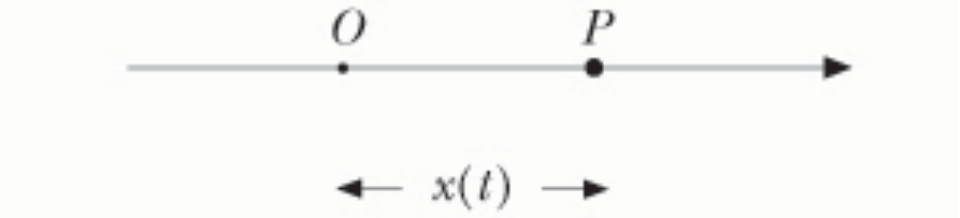
$$\Delta x = ?$$

Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

L'accelerazione è costante e il moto avviene lungo una retta







$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

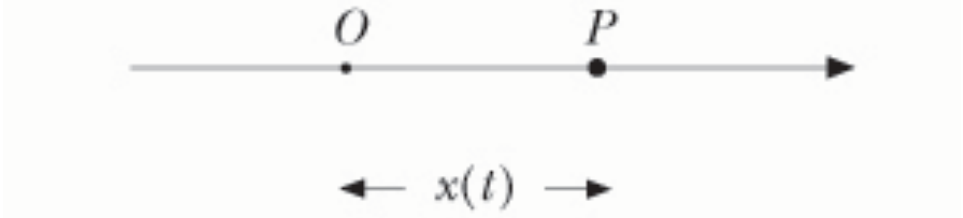
Dividiamo l'intervallo temporale $\Delta t = \sum \Delta t_i$, nei quali $v_{m_i} = \frac{\Delta x_i}{\Delta t_i}$; lo spazio percorso sarà la somma degli spazi percorsi nei diversi intervalli, ciascuno caratterizzato da una velocità *localmente* costante

$$\Delta t_i \Longrightarrow \Delta x_i = v_{m_i} \Delta t_i$$

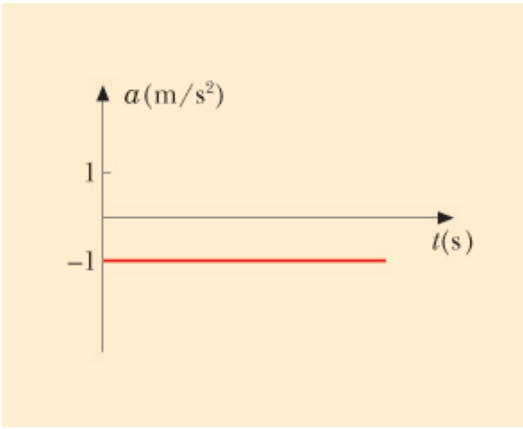
$$\Delta x = \sum_i v_{m_i} \Delta t_i$$

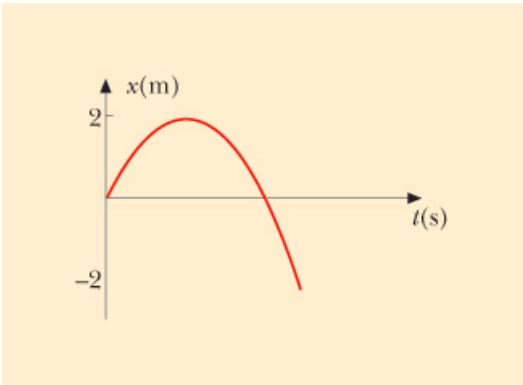
Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

L’accelerazione è costante e il moto avviene lungo una retta



$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$





Ma la velocità varia linearmente nel tempo, quindi essa può essere considerata costante solo per un istante, se $\Delta t_i \longrightarrow 0$, possiamo prendere il valore della velocità in quell’istante

$$\Delta x = \sum_i v_{m_i} \Delta t_i \longrightarrow \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

Moto Rettilineo

- Moto Rettilineo Uniforme

$$a(t) = 0$$

$$v(t) = v_0$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0)$$

- Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

$$a(t) = a$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + ?$$

Dovremmo conoscere la velocità in ogni istante.
Quanto vale un istante?
È un intervallo nullo $\Delta t = 0 \Longrightarrow \Delta t \to 0$

Velocità e Accelerazione Istantanea

- Il Moto può essere studiato in ogni istante

  $x(t)$ funzione del tempo

  $v(t) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

  $a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

- Istantaneamente: in un intervallo nullo

  $$\Delta t \to 0$$

- Non possiamo dividere per zero!!

- Usiamo: $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = \frac{df}{dt}$

Moto Rettilineo

- Moto Rettilineo Uniforme

$$a(t) = 0$$

$$v(t) = v_0$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0)$$

- Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

$$a(t) = a$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2$$

Esercizi

1.1 Un punto si muove con legge oraria $x(t) = 3 - 6t$ m. Calcolare: a) la velocità, b) la posizione per $t = 0$ e $t = 2$ s, c) il tempo al quale passa per l'origine.

1.2 Un punto si muove lungo l'asse x con velocità costante, $v = 0.4$ m/s. La posizione iniziale è $x_0 = -2.5$ m. a) Scrivere la legge oraria. Calcolare: b) la posizione al tempo $t = 5$ s, c) lo spazio percorso nell'intervallo di tempo da $t = 0$ a $t = 5$ s.

1.4 Un'automobile in moto con velocità $v_0 = 100$ km/h frena uniformemente fino a fermarsi. Se l'accelerazione vale $a = -3.5$ m/s^2, calcolare: a) il tempo di arresto t_a, b) lo spazio di arresto x_a.

Esercizio

- Due auto si muovono lungo la stessa direzione e l'auto 1 insegue l'auto 2 con $v_1 > v_2$. All'istante $t = 0$ esse sono a distanza d e la prima auto (1) inizia a frenare con accelerazione costante $a_1(t) = -a$.
- SI determini la relazione tra le variabili fisiche, velocità distanza ed accelerazione, perchè l'auto 1 non tamponi la 2

Esercizio

- Due auto si muovono lungo la stessa direzione e l'auto 1 insegue l'auto 2 con $v_1 > v_2$. All'istante $t = 0$ esse sono a distanza d e la prima auto (1) inizia a frenare con accelerazione costante $a_1(t) = -a$.
- SI determini la relazione tra le variabili fisiche, velocità distanza ed accelerazione, perchè l'auto 1 non tamponi la 2

$$x_1(t) < x_2(t)$$

$$x_2(0) - x_1(0) = d$$

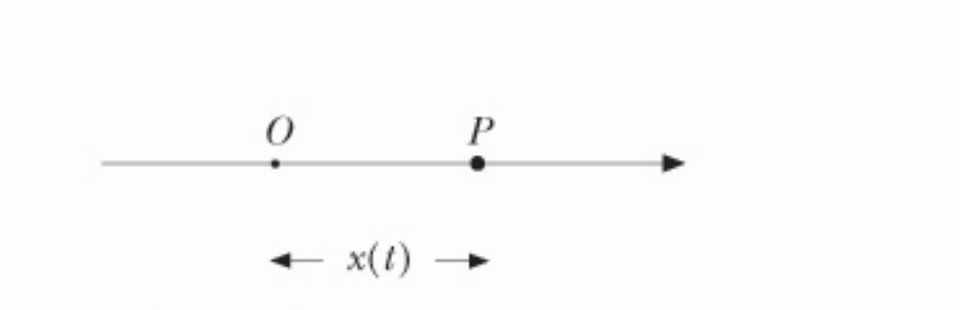
Le Derivate

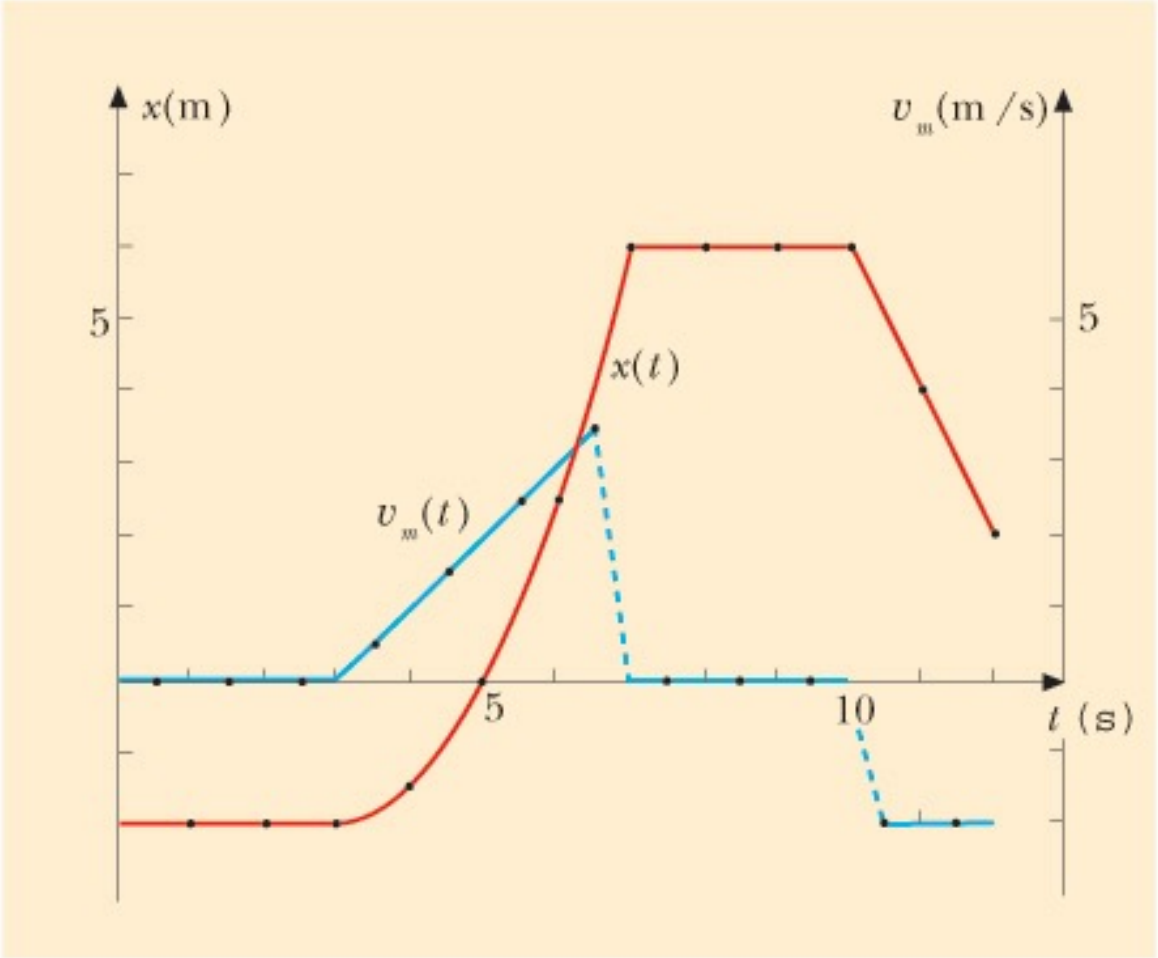
A cosa servono?

Funzioni e grafici

- Relazioni funzionali tra diverse variabili fisiche

$$x = f(t)$$



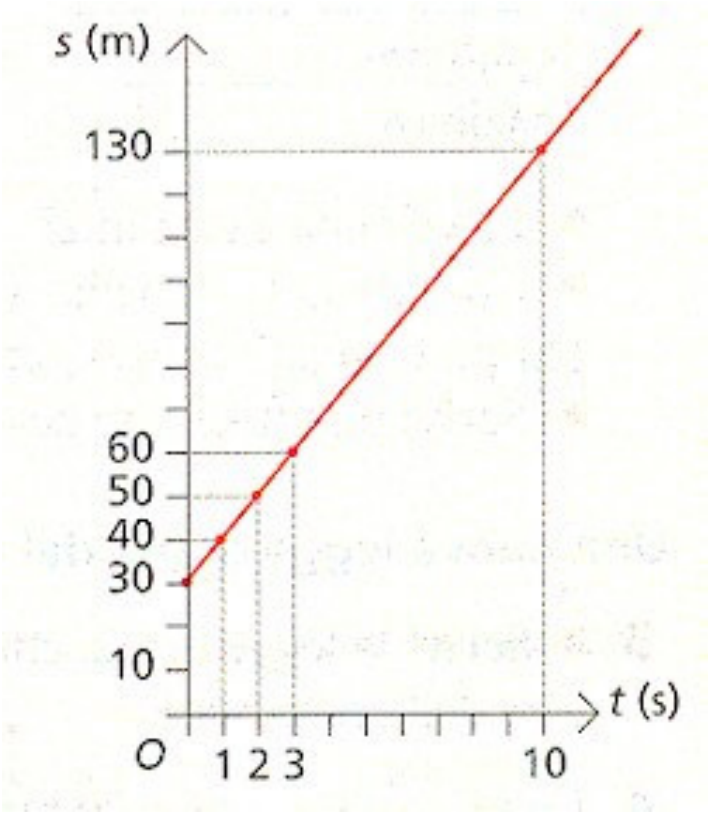


Funzioni e grafici

- La rappresentazione di relazioni funzionali
  - Per mezzo di una tabella
  - Per mezzo di un grafico
  - Per mezzo di una equazione

t(s)	s(m)
1	30
2	40
3	50
10	130

$$y = ax + b$$



La retta generica

- La relazione funzionale più semplice si verifica quando una delle variabili è direttamente proporzionale all'altra: relazione lineare

$$y = ax + b$$

- La x è la variabile indipendente e la y è la variabile dipendente
- a è la pendenza della retta e b l'intercetta

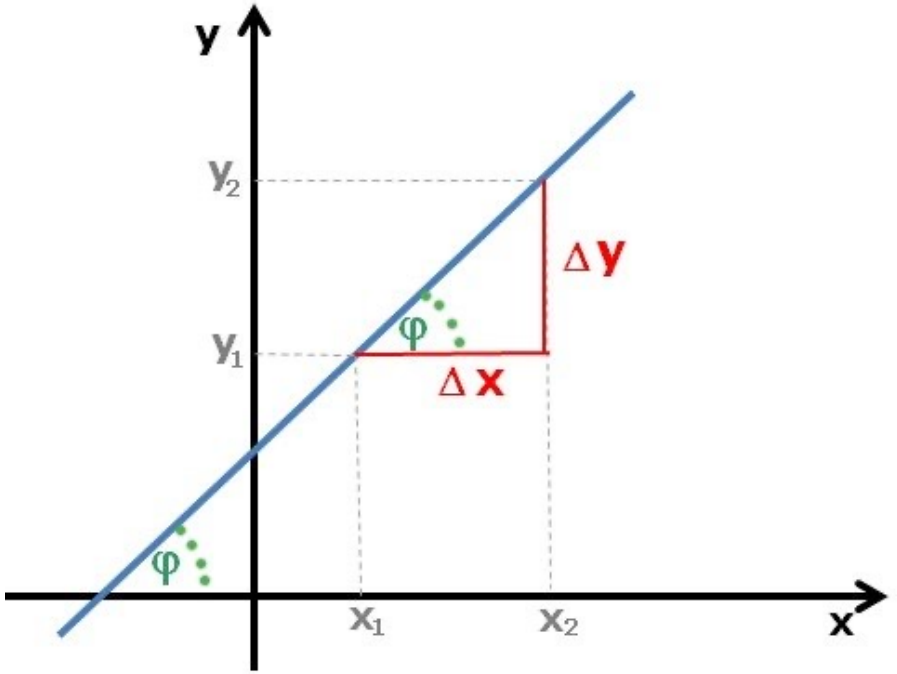
La retta generica

$$y = ax + b$$

- a è la pendenza della retta e b l'intercetta
- $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

P.S.: $b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1}$

Trigonometria: tangente dell'angolo



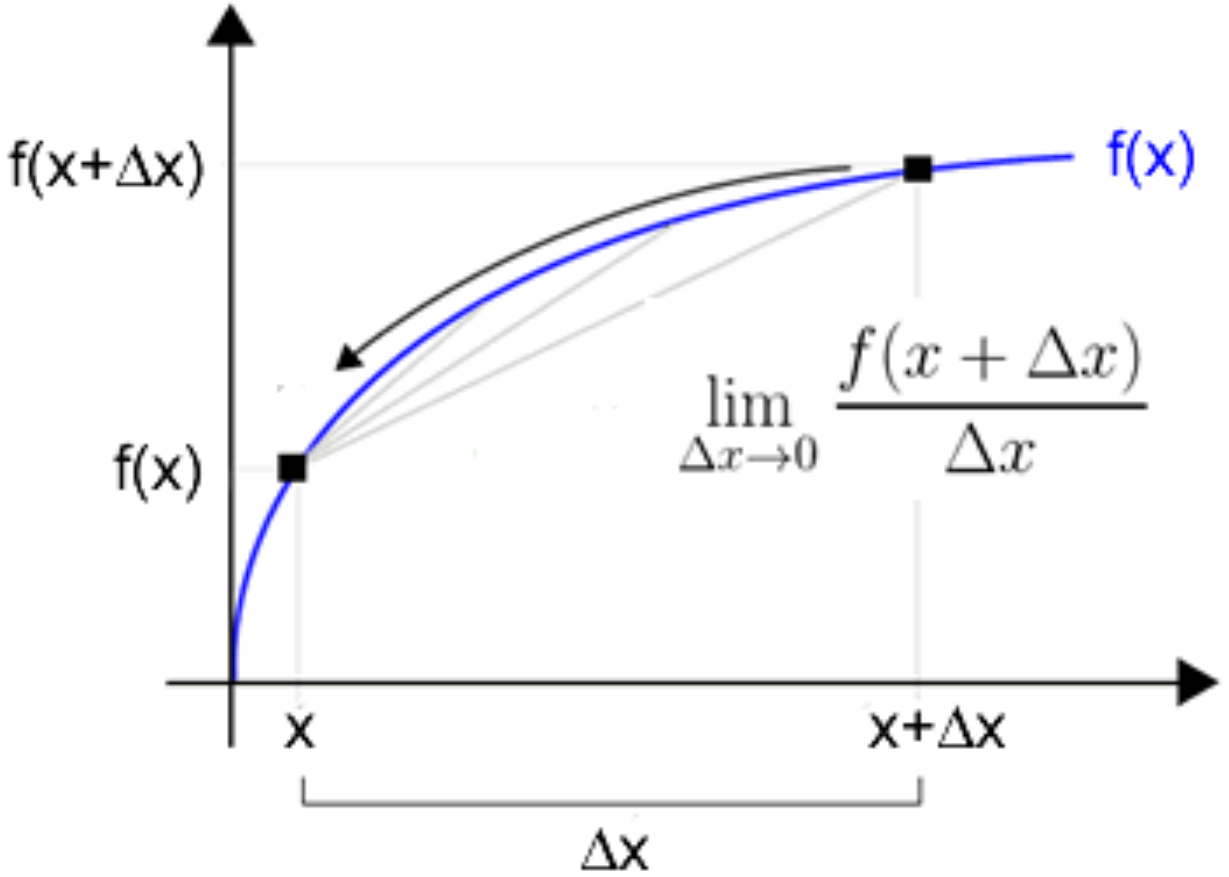
Dal grafico alla variabile fisica

- In un moto a velocità costante si ha $x = v_0 t$
- Per uno spostamento Δx, in un intervallo di tempo Δt:

$$\Delta x = v_m \Delta t \implies v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Cosa succede se vogliamo misurare lo spostamento istantaneo???? Δt=0
- Non possiamo dividere per zero…. E allora?

Derivate



$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

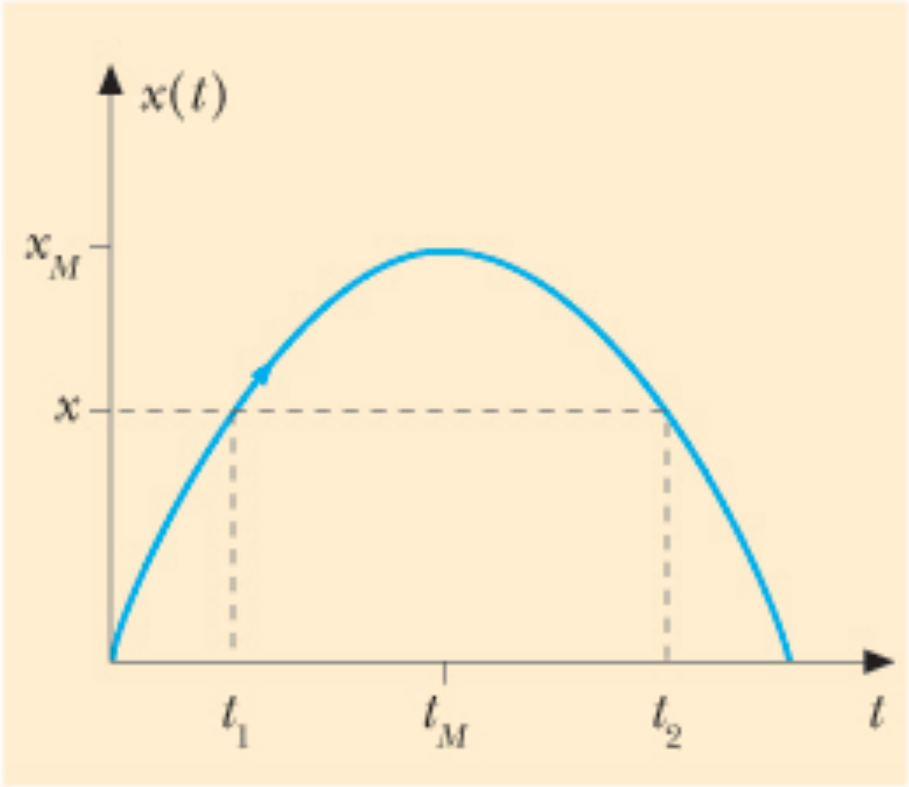
Geometria: Tangente alla curva.
Ha in comune con la curva due punti che coincidono

Dal grafico alla variabile fisica

- In un moto a velocità variabile, per uno spostamento Δx, in un intervallo di tempo Δt:

  La velocità media $\Longrightarrow v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

- Misuriamo lo spostamento istantaneo: $\Delta t \rightarrow 0$



Regole di derivazione

- $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
- $\frac{d}{dx}[\alpha f(x)] = \alpha \frac{df}{dx}$
- $\frac{d}{dx}[\alpha f(x) + \beta g(x)] = \alpha \frac{df}{dx} + \beta \frac{dg}{dx}$
- $\frac{d}{dx}(f \cdot g) = f \frac{dg}{dx} + g \frac{df}{dx}$
- Se $\mathrm{g} = g\big(f(x)\big)$ allora $\frac{dg}{dx} = \frac{dg}{df} \cdot \frac{df}{dx}$

La velocità

- La velocità è la derivata dello spostamento, rispetto alla variabile tempo: $v(t) = \frac{dx}{dt}$
- Si legge *“de-x-in-de-t”*

La velocità

- La velocità è la derivata dello spostamento, rispetto alla variabile tempo: $v(t) = \frac{dx}{dt}$
- Si legge *“de-x-in-de-t”*

- Se conosciamo la Legge Oraria $x(t) = f(t)$, possiamo conoscere la velocità, eseguendo l’operazione di derivazione, rispetto alla variabile tempo

Torniamo al moto rettilineo

Dalla velocità alla legge oraria

- Se conosciamo la velocità, come possiamo ricavare la legge oraria?

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$v(t)dt = dx$$

- Occorre l'operazione inversa della derivata: Integrale

Gli integrali

IntegraLI

- L'operazione inversa della derivazione si chiama integrazione
- Se deriviamo una funzione del tempo $I(t)$, otterremo una nuova funzione del tempo

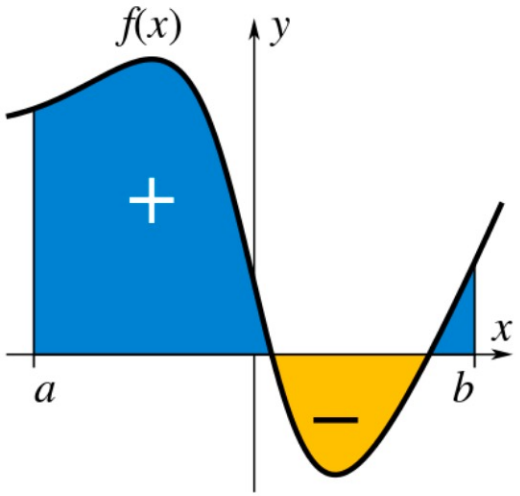
$$f(t) = \frac{dI}{dt}$$

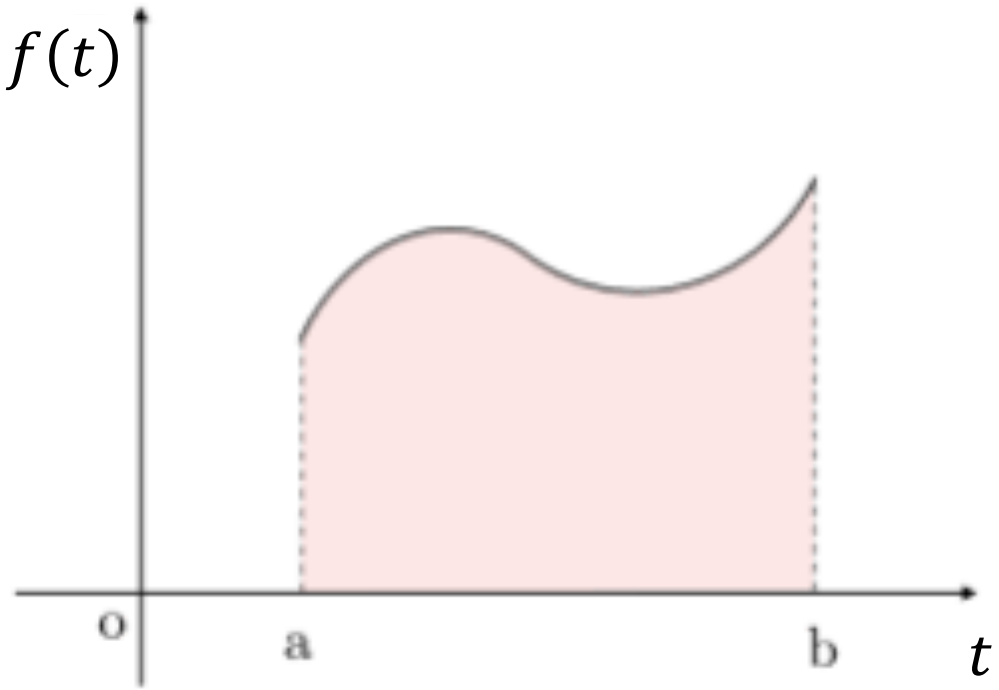
- Se conosciamo la $f(t)$ e vogliamo determinare la $I(t)$, allora stiamo determinando *l'integrale indefinito* di $f(t)$

$$I(t) = \int f(t)dt$$

Integrali definiti

- L'integrale definito di $f(t)$ è l'area sotto la curva, tra i due valori della variabile indipendente





Regole di integrazione

- $\int bx^n dx = \frac{1}{n+1} bx^{n+1} + C, per\ n \neq -1$
- $\int [\alpha f(x) + \beta g(x)] dx = \alpha \int f(x) dx + \beta \int g(x) dx$

Torniamo al moto rettilineo