



Funzioni numeriche

19 settembre 2022



Funzioni numeriche

- funzioni di $\mathcal{N}$ in $\mathcal{R}$ (*successioni*). $f: \mathcal{N} \mapsto \mathcal{R}$
- funzioni di $X \subseteq \mathcal{R}$ in $\mathcal{R}$. $f: X \subseteq \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$

Funzioni numeriche

- funzioni di $\mathcal{N}$ in $\mathcal{R}$ (*successioni*). $f: \mathcal{N} \mapsto \mathcal{R}$
- funzioni di $X \subseteq \mathcal{R}$ in $\mathcal{R}$. $f: X \subseteq \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$

Si chiama **grafico** di una funzione numerica f

$$f : x \in X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow f(x) \in \mathcal{R}$$

Funzioni numeriche

- funzioni di $\mathcal{N}$ in $\mathcal{R}$ (*successioni*). $f: \mathcal{N} \mapsto \mathcal{R}$
- funzioni di $X \subseteq \mathcal{R}$ in $\mathcal{R}$. $f: X \subseteq \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$

Si chiama **grafico** di una funzione numerica f

$$f : x \in X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow f(x) \in \mathcal{R}$$

l'insieme di coppie ordinate

$$G_f = \{(x, f(x)), x \in X\} \subseteq \mathcal{R}^2.$$

Funzioni numeriche

- funzioni di $\mathcal{N}$ in $\mathcal{R}$ (*successioni*). $f: \mathcal{N} \mapsto \mathcal{R}$
- funzioni di $X \subseteq \mathcal{R}$ in $\mathcal{R}$. $f: X \subseteq \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$

Si chiama **grafico** di una funzione numerica f

$$f : x \in X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow f(x) \in \mathcal{R}$$

l'insieme di coppie ordinate

$$G_f = \{(x, f(x)), x \in X\} \subseteq \mathcal{R}^2.$$

Il grafico di una funzione numerica è un insieme di punti del piano.

Andamento del titolo ENEL



Andamento del prezzo dell'oro



fonte: <https://oro.bullionvault.it/Prezzo-Oro.do>

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

■ $f(1) =$

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

■ $f(1) = 1^2 - 4 = -3$

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

- $f(1) = 1^2 - 4 = -3 \Rightarrow (1, -3) \in \mathbf{G}_f$
- $f(2) =$

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

- $f(1) = 1^2 - 4 = -3 \Rightarrow (1, -3) \in \mathbf{G}_f$
- $f(2) = 2^2 - 4 = 0$

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

- $f(1) = 1^2 - 4 = -3 \Rightarrow (1, -3) \in \mathbf{G}_f$
- $f(2) = 2^2 - 4 = 0 \Rightarrow (2, 0) \in \mathbf{G}_f$
- $f(3) =$

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

- $f(1) = 1^2 - 4 = -3 \Rightarrow (1, -3) \in \mathbf{G}_f$
- $f(2) = 2^2 - 4 = 0 \Rightarrow (2, 0) \in \mathbf{G}_f$
- $f(3) = 3^2 - 4 = 5$

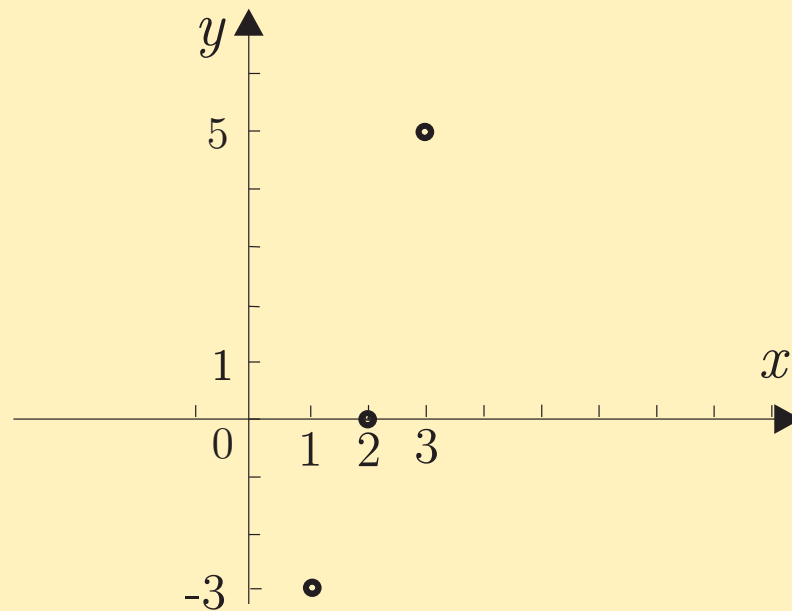
Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

- $f(1) = 1^2 - 4 = -3 \Rightarrow (1, -3) \in \mathbf{G}_f$
- $f(2) = 2^2 - 4 = 0 \Rightarrow (2, 0) \in \mathbf{G}_f$
- $f(3) = 3^2 - 4 = 5 \Rightarrow (3, 5) \in \mathbf{G}_f$

Esempio

Sia $f : x \in \{1, 2, 3\} \rightarrow x^2 - 4 \in \mathcal{R}$

- $f(1) = 1^2 - 4 = -3 \Rightarrow (1, -3) \in \mathbf{G}_f$
- $f(2) = 2^2 - 4 = 0 \Rightarrow (2, 0) \in \mathbf{G}_f$
- $f(3) = 3^2 - 4 = 5 \Rightarrow (3, 5) \in \mathbf{G}_f$



Esempio

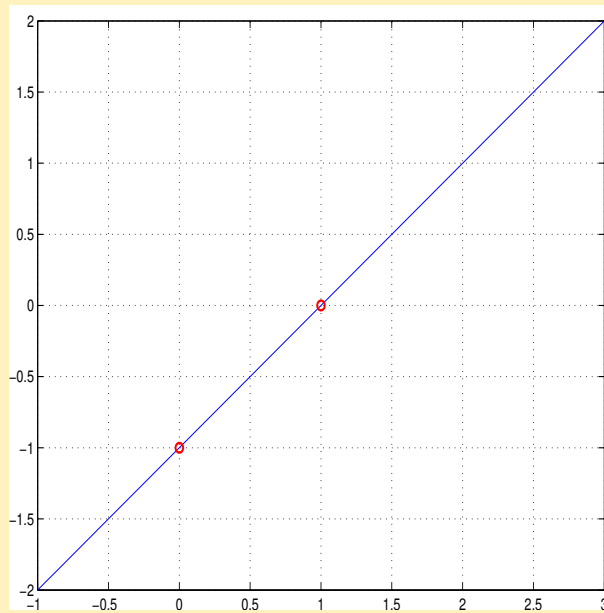
Sia

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow x - 1 \in \mathcal{R}$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow x - 1 \in \mathcal{R}$$



Minimo di una funzione numerica

Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Minimo di una funzione numerica

Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\min_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

si indica il **minimo assoluto di f** per $x \in X$.

Minimo di una funzione numerica

Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\min_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

si indica il **minimo assoluto di f** per $x \in X$.

Si ha:

$$\min_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \min f(X).$$

Minimo di una funzione numerica

Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\min_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

si indica il **minimo assoluto di f** per $x \in X$.

Si ha:

$$\min_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \min f(X).$$

Si ha $\min_{x \in X} f(x) \leq f(x), \forall x \in X$.

Punto di minimo

Un valore $x_0 \in X$ nel quale si realizza il minimo assoluto:

Punto di minimo

Un valore $x_0 \in X$ nel quale si realizza il minimo assoluto:

$$\min_{x \in X} f(x) = f(x_0)$$

si chiama **punto di minimo assoluto per la funzione f** .



Massimo di una funzione numerica



Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Massimo di una funzione numerica

Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\max_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

si indica il **massimo assoluto** di **f** per $x \in X$.

Massimo di una funzione numerica

Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\max_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

si indica il **massimo assoluto di f** per $x \in X$.

Si ha:

$$\max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \max f(X).$$

Massimo di una funzione numerica

Sia $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\max_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

si indica il **massimo assoluto** di **f** per $x \in X$.

Si ha:

$$\max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \max f(X).$$

Si ha $\max_{x \in X} f(x) \geq f(x), \forall x \in X$.

Punto di massimo

Un valore $x_0 \in \mathbf{X}$ nel quale si realizza il massimo assoluto:

Punto di massimo

Un valore $x_0 \in \mathbf{X}$ nel quale si realizza il massimo assoluto:

$$\max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = f(x_0)$$

si chiama **punto di massimo assoluto per la funzione f** .

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2,$$

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2, \quad f(2) = 2^2 + 1 = 5,$$

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2, \quad f(2) = 2^2 + 1 = 5,$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10,$$

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2, \quad f(2) = 2^2 + 1 = 5,$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10, \quad f(4) = 4^2 + 1 = 17.$$

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2, \quad f(2) = 2^2 + 1 = 5,$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10, \quad f(4) = 4^2 + 1 = 17.$$

minimo di $f = 2$

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2, \quad f(2) = 2^2 + 1 = 5,$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10, \quad f(4) = 4^2 + 1 = 17.$$

minimo di $f = 2$ con $x=1$ punto di minimo

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2, \quad f(2) = 2^2 + 1 = 5,$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10, \quad f(4) = 4^2 + 1 = 17.$$

minimo di $f = 2$ con $x=1$ punto di minimo

massimo di $f = 17$

Esempio

Siano $X = \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Determiniamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2, \quad f(2) = 2^2 + 1 = 5,$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10, \quad f(4) = 4^2 + 1 = 17.$$

minimo di $f = 2$ con $x=1$ punto di minimo

massimo di $f = 17$ con $x = 4$ punto di massimo

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1$$

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = f(1) = 2,$$

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = f(1) = 2, \quad f(-2) = f(2) = 5,$$

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = f(1) = 2, \quad f(-2) = f(2) = 5,$$

$$f(-3) = f(3) = 10,$$

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = f(1) = 2, \quad f(-2) = f(2) = 5,$$

$$f(-3) = f(3) = 10, \quad f(-4) = f(4) = 17.$$

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = f(1) = 2, \quad f(-2) = f(2) = 5,$$

$$f(-3) = f(3) = 10, \quad f(-4) = f(4) = 17.$$

minimo di $f = 1$ con $x = 0$ punto di minimo

Esempio

Siano $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathcal{R}$ e

$$f : x \in X \rightarrow x^2 + 1 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = f(1) = 2, \quad f(-2) = f(2) = 5,$$

$$f(-3) = f(3) = 10, \quad f(-4) = f(4) = 17.$$

minimo di $f = 1$ con $x = 0$ **punto di minimo**

massimo di $f = 17$ con $x = -4$ e $x = 4$ **punti di massimo**

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathcal{R}$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

$$f(-1) = f(1) = 0,$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

$$f(-1) = f(1) = 0, \quad f(-2) = f(2) = -3,$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

$$f(-1) = f(1) = 0, \quad f(-2) = f(2) = -3,$$

$$f(-3) = f(3) = -8,$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathcal{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

$$f(-1) = f(1) = 0, \quad f(-2) = f(2) = -3,$$

$$f(-3) = f(3) = -8, \quad f(-4) = f(4) = -15,$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathbb{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathbb{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

$$f(-1) = f(1) = 0, \quad f(-2) = f(2) = -3,$$

$$f(-3) = f(3) = -8, \quad f(-4) = f(4) = -15,$$

...

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathbb{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathbb{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

$$f(-1) = f(1) = 0, \quad f(-2) = f(2) = -3,$$

$$f(-3) = f(3) = -8, \quad f(-4) = f(4) = -15,$$

...

$\nexists$ il minimo di f

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathbb{Z} \rightarrow 1 - x^2 \in \mathbb{R}$$

Deteminiamo $\min_{x \in X}$ e $\max_{x \in X} f$.

$$f(0) = 1,$$

$$f(-1) = f(1) = 0, \quad f(-2) = f(2) = -3,$$

$$f(-3) = f(3) = -8, \quad f(-4) = f(4) = -15,$$

...

$\nexists$ il minimo di f

massimo $f = 1$ con $x = 0$ punto di massimo

Estremo inferiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Estremo inferiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\inf_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo inferiore di f** per $x \in X$.

Estremo inferiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\inf_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo inferiore** di **f** per $x \in X$.

L'estremo inferiore di una funzione f è l'estremo inferiore dell'immagine della funzione:

$$\inf_{x \in X} f(x) = \inf f(X)$$

Estremo inferiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\inf_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo inferiore** di f per $x \in X$.

L'estremo inferiore di una funzione f è l'estremo inferiore dell'immagine della funzione:

$$\inf_{x \in X} f(x) = \inf f(X)$$

Se l'estremo inferiore è

■ finito, la funzione f si dice **limitata inferiormente;**

Estremo inferiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\inf_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo inferiore** di f per $x \in X$.

L'estremo inferiore di una funzione f è l'estremo inferiore dell'immagine della funzione:

$$\inf_{x \in X} f(x) = \inf f(X)$$

Se l'estremo inferiore è

- finito, la funzione f si dice **limitata inferiormente**;
- $-\infty$, la funzione f si dice **illimitata inferiormente**.

Estremo superiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Estremo superiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\sup_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo superiore** di **f** per $x \in X$.

Estremo superiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\sup_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo superiore** di f per $x \in X$.

L'estremo superiore di una funzione f è l'estremo superiore dell'immagine della funzione:

$$\sup_{x \in X} f(x) = \sup f(X)$$

Estremo superiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\sup_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo superiore** di f per $x \in X$.

L'estremo superiore di una funzione f è l'estremo superiore dell'immagine della funzione:

$$\sup_{x \in X} f(x) = \sup f(X)$$

Se l'estremo superiore è

■ finito, la funzione f si dice **limitata superiormente**;

Estremo superiore di una funzione

Sia $f: X \rightarrow \mathcal{R}$ una funzione numerica.

Con il simbolo

$$\sup_{x \in X} f(x)$$

si indica l'**estremo superiore** di f per $x \in X$.

L'estremo superiore di una funzione f è l'estremo superiore dell'immagine della funzione:

$$\sup_{x \in X} f(x) = \sup f(X)$$

Se l'estremo superiore è

- finito, la funzione f si dice **limitata superiormente**;
- $+\infty$, la funzione f si dice **illimitata superiormente**.



Funzioni limitate



Una funzione limitata sia inferiormente che superiormente si dice **limitata**.

Funzioni limitate

Una funzione limitata sia inferiormente che superiormente si dice **limitata**.

$$\exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) \Rightarrow \exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

Funzioni limitate

Una funzione limitata sia inferiormente che superiormente si dice **limitata**.

$$\exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) \Rightarrow \exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

Funzioni limitate

Una funzione limitata sia inferiormente che superiormente si dice **limitata**.

$$\begin{aligned}\exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) &\Rightarrow \exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \\ \exists \min_{x \in \mathbf{X}} f(x) &\Rightarrow \exists \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x)\end{aligned}$$

Funzioni limitate

Una funzione limitata sia inferiormente che superiormente si dice **limitata**.

$$\begin{aligned}\exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) &\Rightarrow \exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \\ \exists \min_{x \in \mathbf{X}} f(x) &\Rightarrow \exists \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \min_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x)\end{aligned}$$

Funzioni limitate

Una funzione limitata sia inferiormente che superiormente si dice **limitata**.

$$\exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) \Rightarrow \exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

$$\exists \min_{x \in \mathbf{X}} f(x) \Rightarrow \exists \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \min_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

$$\exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \not\Rightarrow \exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

Funzioni limitate

Una funzione limitata sia inferiormente che superiormente si dice **limitata**.

$$\exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) \Rightarrow \exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

$$\exists \min_{x \in \mathbf{X}} f(x) \Rightarrow \exists \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \min_{x \in \mathbf{X}} f(x) = \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

$$\exists \sup_{x \in \mathbf{X}} f(x) \not\Rightarrow \exists \max_{x \in \mathbf{X}} f(x) \text{ e } \exists \inf_{x \in \mathbf{X}} f(x) \not\Rightarrow \exists \min_{x \in \mathbf{X}} f(x)$$

Esempio

Siano $X = [1, 2[$ e

$$f : x \in X \rightarrow -2x \in \mathcal{R}$$

Siano $X = [1, 2[$ e

$$f : x \in X \rightarrow -2x \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$1 \leq x < 2$$

Siano $X = [1, 2[$ e

$$f : x \in X \rightarrow -2x \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow (-2) \cdot 1 \geq -2x > -2 \cdot 2$$

Siano $X = [1, 2[$ e

$$f : x \in X \rightarrow -2x \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow (-2) \cdot 1 \geq -2x > -2 \cdot 2 \Rightarrow -2 \geq -2x > -4$$

Siano $X = [1, 2[$ e

$$f : x \in X \rightarrow -2x \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow (-2) \cdot 1 \geq -2x > -2 \cdot 2 \Rightarrow -2 \geq -2x > -4$$

da cui segue che $f(X) =] - 4, -2]$

Esempio

Siano $X = [1, 2[$ e

$$f : x \in X \rightarrow -2x \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow (-2) \cdot 1 \geq -2x > -2 \cdot 2 \Rightarrow -2 \geq -2x > -4$$

da cui segue che $f(X) =] - 4, -2]$, quindi

$$\inf f = -4, \nexists \min f$$

$$\sup f = \max f = -2, \quad x = 1 \text{ punto di massimo}$$

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{X} : x_1 < x_2$

■ $f(x_1) \leq f(x_2),$

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in X : x_1 < x_2$

■ $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in X : x_1 < x_2$

- $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$,

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in X : x_1 < x_2$

- $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$, f è **decrescente**;

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in X : x_1 < x_2$

- $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$, f è **decrescente**;
- $f(x_1) < f(x_2)$,

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in X : x_1 < x_2$

- $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$, f è **decrescente**;
- $f(x_1) < f(x_2)$, f è **strettamente crescente**;

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{X} : x_1 < x_2$

- $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$, f è **decrescente**;
- $f(x_1) < f(x_2)$, f è **strettamente crescente**;
- $f(x_1) > f(x_2)$,

Funzioni monotone

Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in X : x_1 < x_2$

- $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$, f è **decrescente**;
- $f(x_1) < f(x_2)$, f è **strettamente crescente**;
- $f(x_1) > f(x_2)$, f è **strettamente decrescente**;

Funzioni monotone

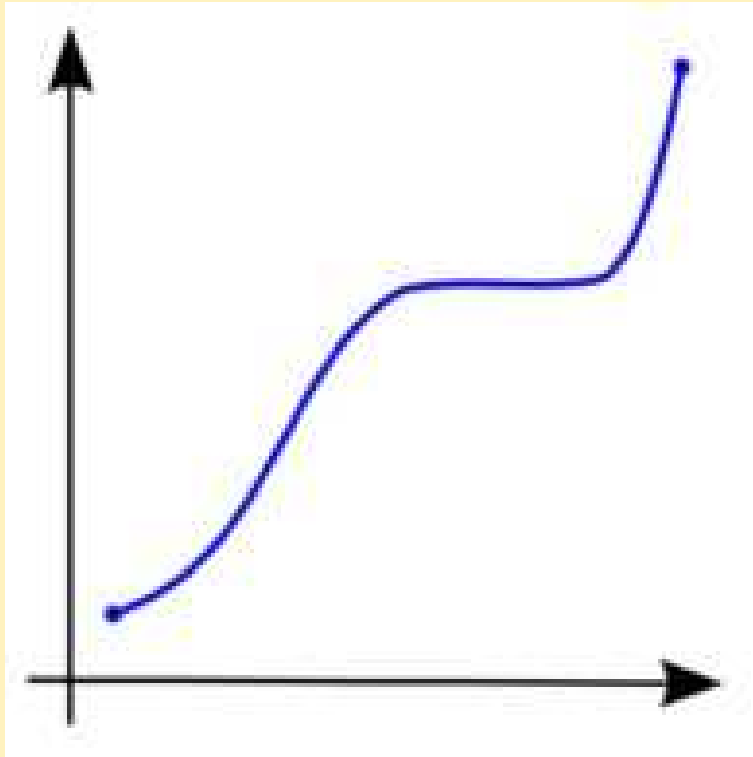
Sia $f : X \subset \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{X} : x_1 < x_2$

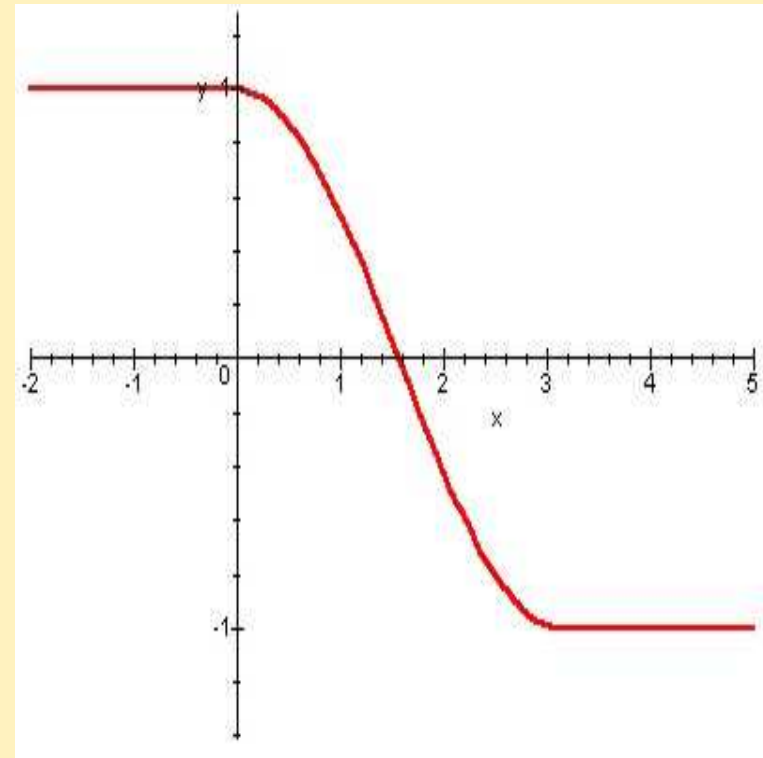
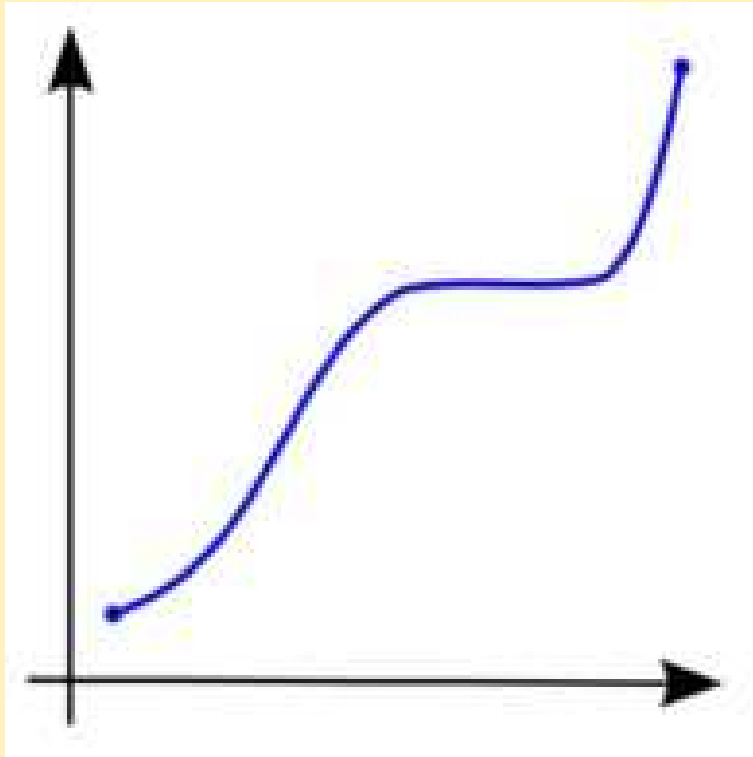
- $f(x_1) \leq f(x_2)$, f è **crescente**;
- $f(x_1) \geq f(x_2)$, f è **decrescente**;
- $f(x_1) < f(x_2)$, f è **strettamente crescente**;
- $f(x_1) > f(x_2)$, f è **strettamente decrescente**;

Una funzione che gode di una delle proprietà precedenti viene detta **monotona**.

Esempio



Esempio



Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$$

Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$$

quindi f è **strettamente crescente**

Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$$

quindi f è **strettamente crescente**

In generale, la funzione **lineare** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax \in \mathcal{R}$

Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$$

quindi f è **strettamente crescente**

In generale, la funzione **lineare** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax \in \mathcal{R}$ e la funzione **affine** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$ sono

Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$$

quindi f è **strettamente crescente**

In generale, la funzione **lineare** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax \in \mathcal{R}$ e la funzione **affine** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$ sono

■ **strettamente crescenti** se $a > 0$

Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$$

quindi f è **strettamente crescente**

In generale, la funzione **lineare** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax \in \mathcal{R}$ e la funzione **affine** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$ sono

- **strettamente crescenti** se $a > 0$
- **strettamente decrescenti** se $a < 0$

Funzione lineare ed affine

Siano $a, b \in \mathcal{R}$, $a > 0$ e

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Si osservi che

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$$

quindi f è **strettamente crescente**

In generale, la funzione **lineare** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax \in \mathcal{R}$ e la funzione **affine** $f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$ sono

- **strettamente crescenti** se $a > 0$
- **strettamente decrescenti** se $a < 0$
- **costanti** se $a = 0$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b = a + (a + b)$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b = a + (a + b) = f(1) + a$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b = a + (a + b) = f(1) + a$$

...

$$f(n) = na + b$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b = a + (a + b) = f(1) + a$$

...

$$f(n) = na + b = f(n - 1) + a$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b = a + (a + b) = f(1) + a$$

...

$$f(n) = na + b = f(n - 1) + a$$

...

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b = a + (a + b) = f(1) + a$$

...

$$f(n) = na + b = f(n - 1) + a$$

...

osserviamo che:

$$f(n + 1) - f(n) = a \quad \forall n$$

Funzione lineare ed affine

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow ax + b \in \mathcal{R}$$

Valutiamo la funzione in corrispondenza degli interi non negativi:

$$f(0) = b$$

$$f(1) = a + b = f(0) + a$$

$$f(2) = 2a + b = a + (a + b) = f(1) + a$$

...

$$f(n) = na + b = f(n - 1) + a$$

...

osserviamo che:

$$f(n + 1) - f(n) = a \quad \forall n$$

progressione aritmetica



Esempio



Analizziamo l'incremento temporale di un capitale depositato in banca.

Esempio

Analizziamo l'incremento temporale di un capitale depositato in banca.
Siano:

■ C_0 = capitale iniziale;

Esempio

Analizziamo l'incremento temporale di un capitale depositato in banca.
Siano:

- C_0 = capitale iniziale;
- C_t = capitale al tempo t .

Esempio

Analizziamo l'incremento temporale di un capitale depositato in banca.
Siano:

- C_0 = capitale iniziale;
- C_t = capitale al tempo t .

Detto i il **tasso di interesse** un possibile modello è:

$$C_t = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t$$

Esempio

Analizziamo l'incremento temporale di un capitale depositato in banca.
Siano:

- C_0 = capitale iniziale;
- C_t = capitale al tempo t .

Detto i il **tasso di interesse** un possibile modello è:

$$C_t = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t = C_0(1 + i \cdot t).$$

Esempio

Analizziamo l'incremento temporale di un capitale depositato in banca.
Siano:

- C_0 = capitale iniziale;
- C_t = capitale al tempo t .

Detto i il **tasso di interesse** un possibile modello è:

$$C_t = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t = C_0(1 + i \cdot t).$$

La legge di capitalizzazione è espressa dalla funzione:

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow C_0(1 + i \cdot t),$$

con C_0 ed i parametri del problema.

Legge di capitalizzazione lineare

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow C_0(1 + i \cdot t),$$

Legge di capitalizzazione lineare

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow C_0(1 + i \cdot t),$$

$f(t) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t$ rappresenta il montante prodotto al tempo t .

Legge di capitalizzazione lineare

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow C_0(1 + i \cdot t),$$

$f(t) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t$ rappresenta il montante prodotto al tempo t . Se $n \in \mathbb{N}$ misura il tempo in anni, allora:

Legge di capitalizzazione lineare

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow C_0(1 + i \cdot t),$$

$f(t) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t$ rappresenta il montante prodotto al tempo t . Se $n \in \mathbb{N}$ misura il tempo in anni, allora:

$$f(n) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot n$$

Legge di capitalizzazione lineare

$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow C_0(1 + i \cdot t),$$

$f(t) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t$ rappresenta il montante prodotto al tempo t . Se $n \in \mathbb{N}$ misura il tempo in anni, allora:

$$f(n) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot n, \quad f(n) - f(n - 1) = C_0 \cdot i.$$

Legge di capitalizzazione lineare

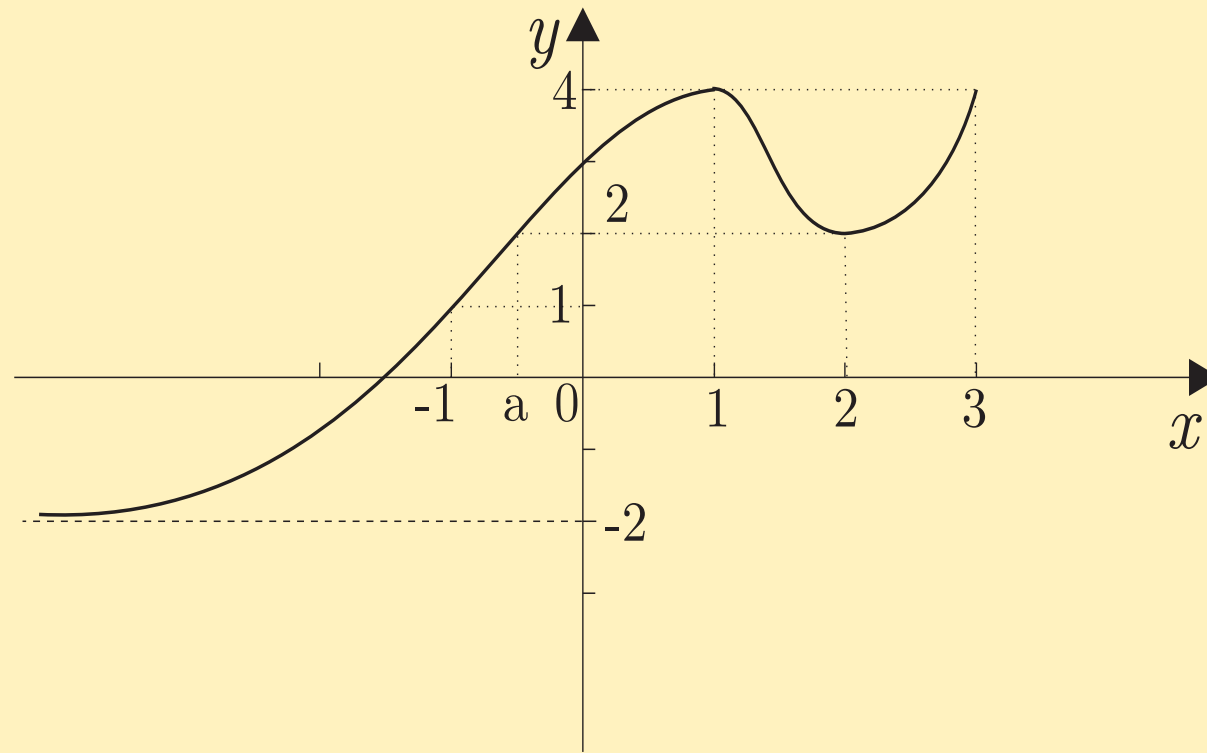
$$f : t \in \mathcal{R}^+ \rightarrow C_0(1 + i \cdot t),$$

$f(t) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot t$ rappresenta il montante prodotto al tempo t . Se $n \in \mathbb{N}$ misura il tempo in anni, allora:

$$f(n) = C_0 + C_0 \cdot i \cdot n, \quad f(n) - f(n - 1) = C_0 \cdot i.$$

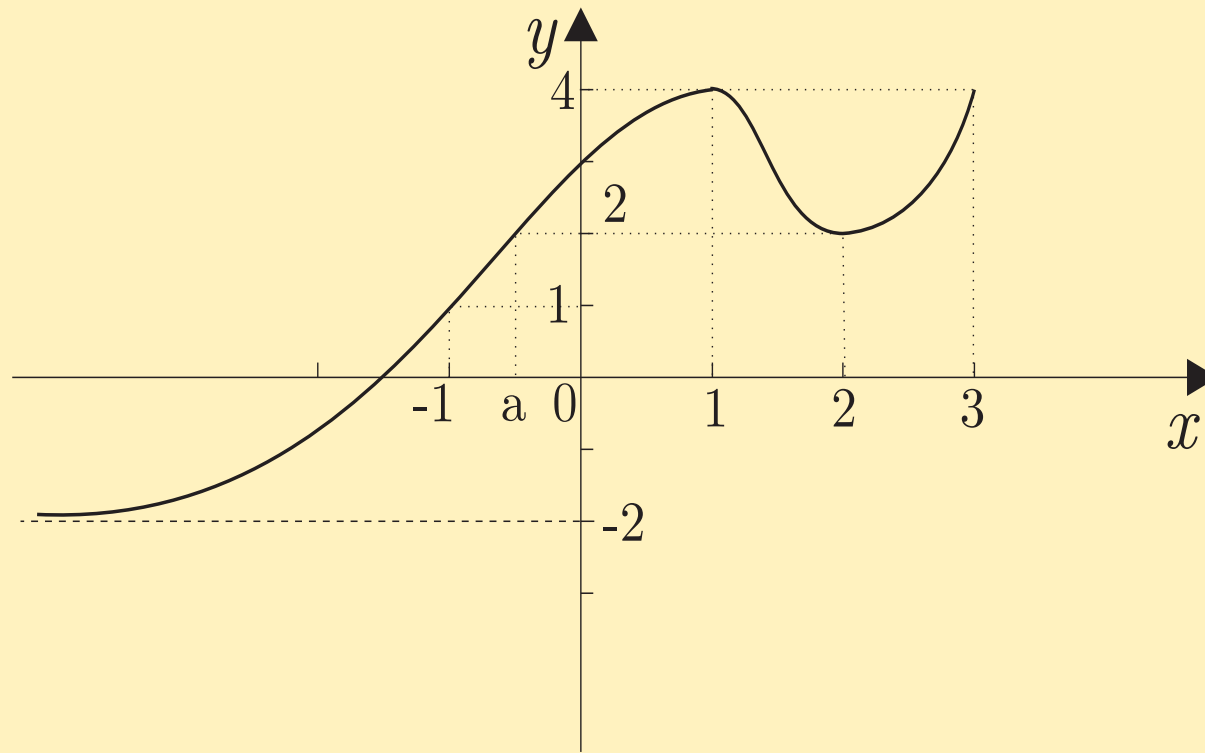
Quindi **nel regime dell'interesse semplice si producono interessi uguali in tempi uguali.**

Esempio



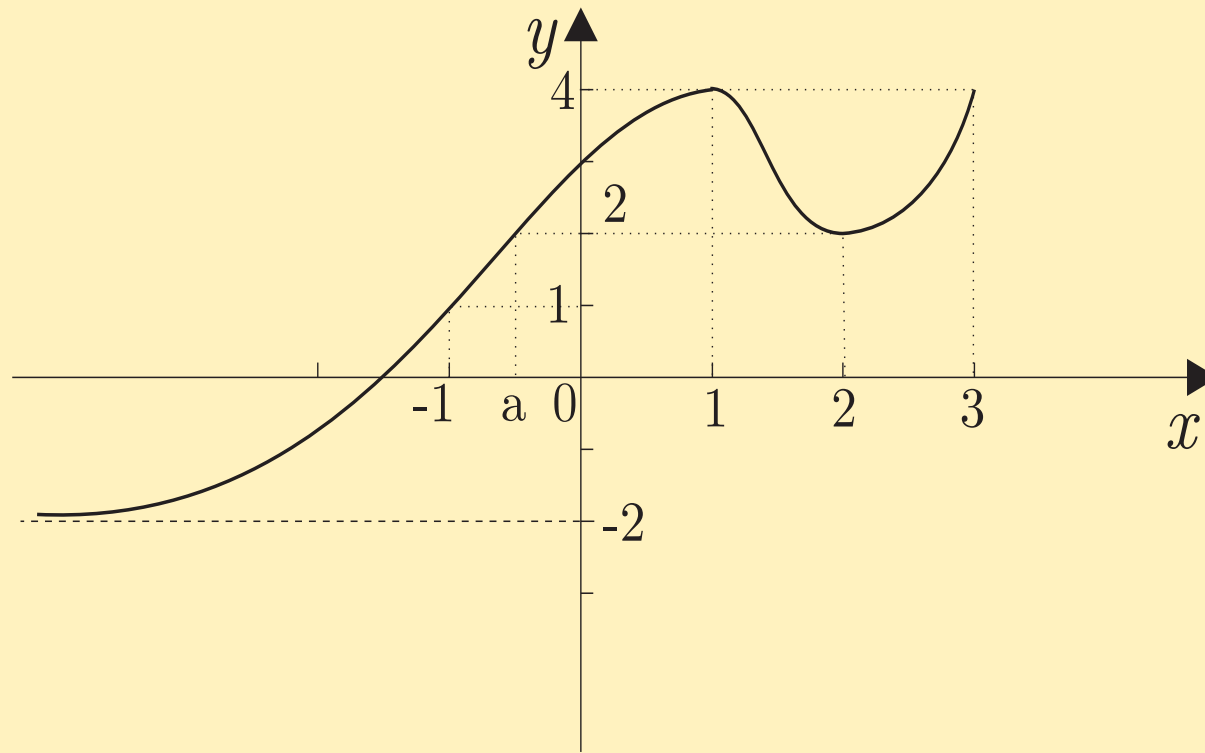
- identificare il dominio **X** e l'immagine $f(\mathbf{X})$;

Esempio



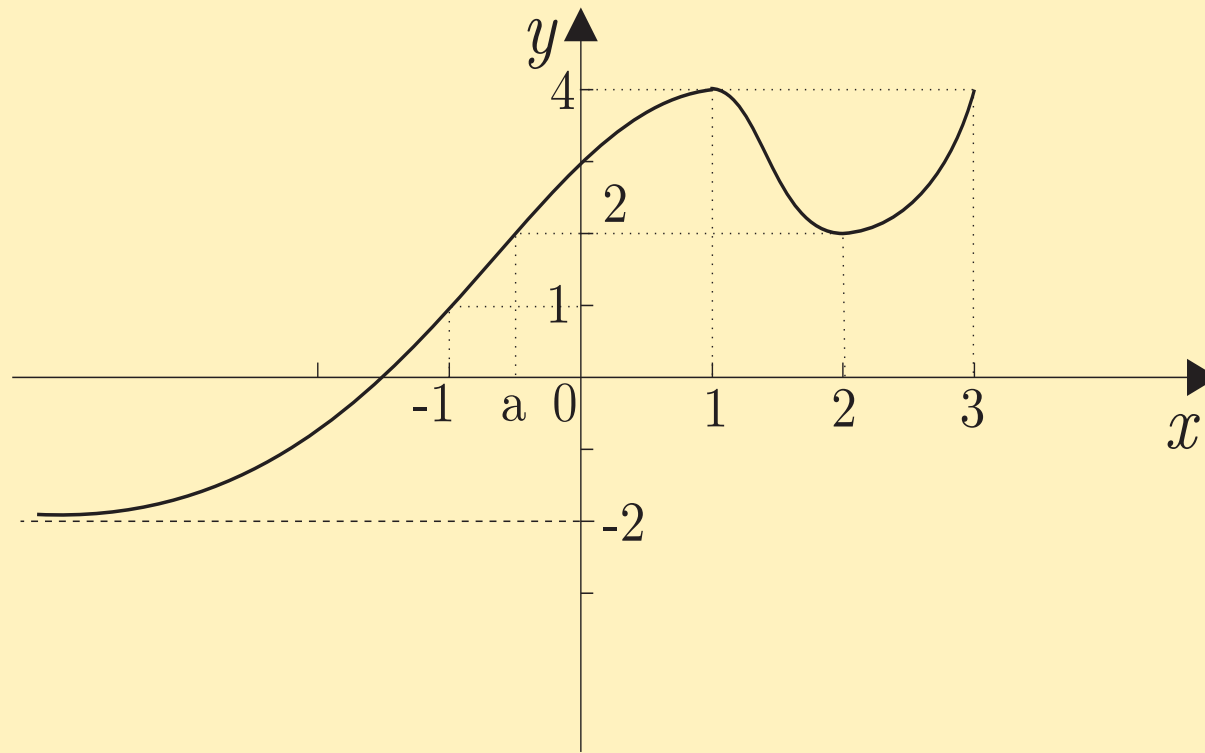
- identificare il dominio **X** e l'immagine $f(\mathbf{X})$;
- calcolare $f(-1)$, $f(2)$ e $f(4)$;

Esempio



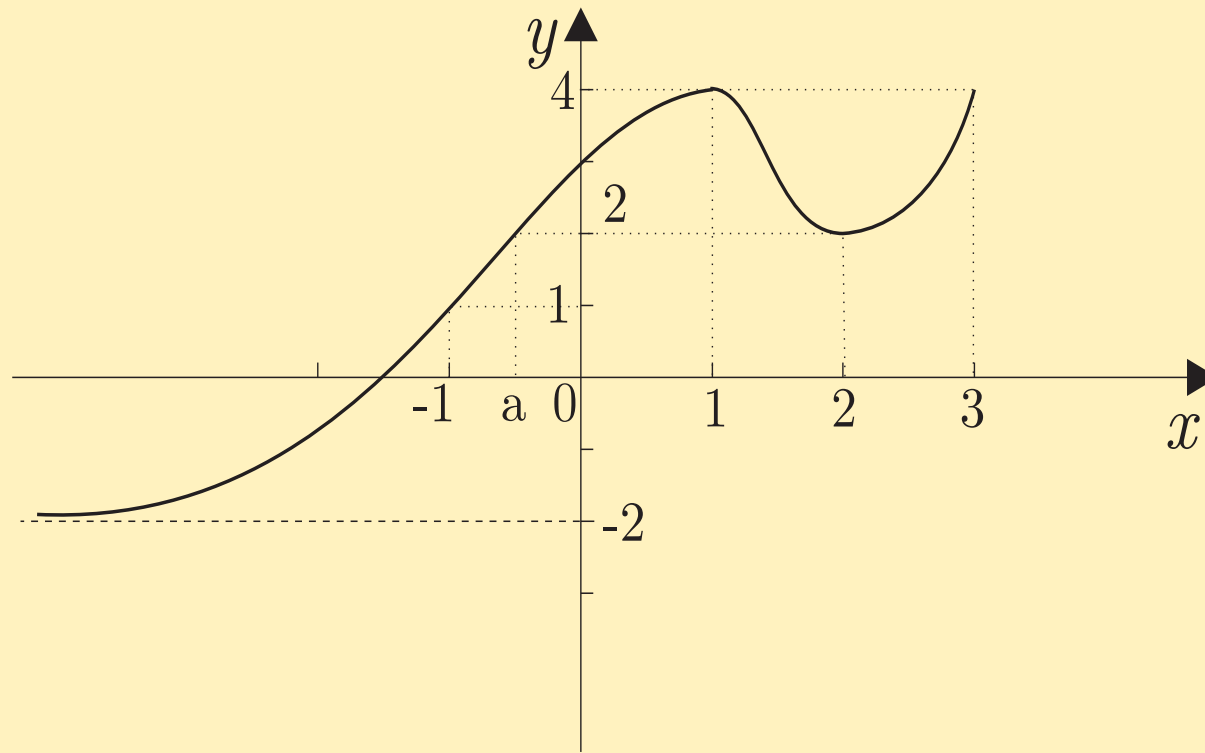
- identificare il dominio **X** e l'immagine $f(X)$;
- calcolare $f(-1)$, $f(2)$ e $f(4)$;
- dire se la funzione è limitata;

Esempio



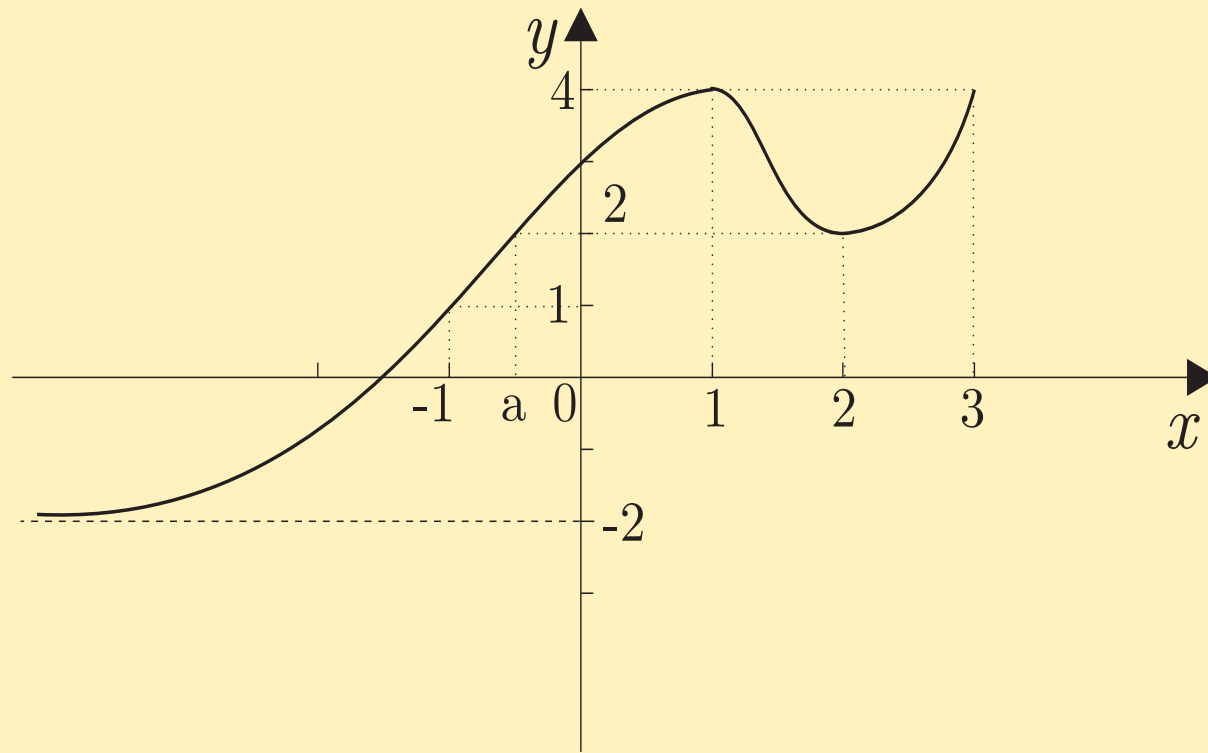
- calcolare, se esiste, il massimo assoluto di f e gli eventuali punti di massimo;

Esempio



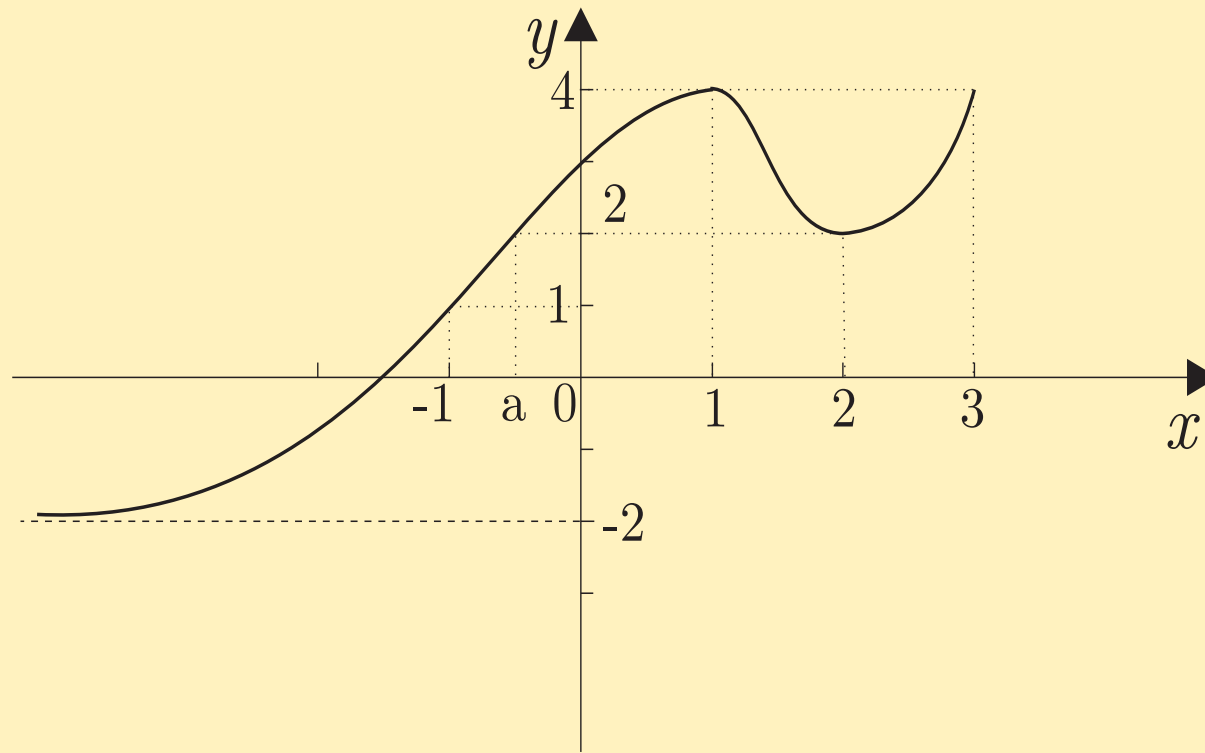
- calcolare, se esiste, il massimo assoluto di f e gli eventuali punti di massimo;
- dire se la funzione è iniettiva, suriettiva o biunivoca;

Esempio



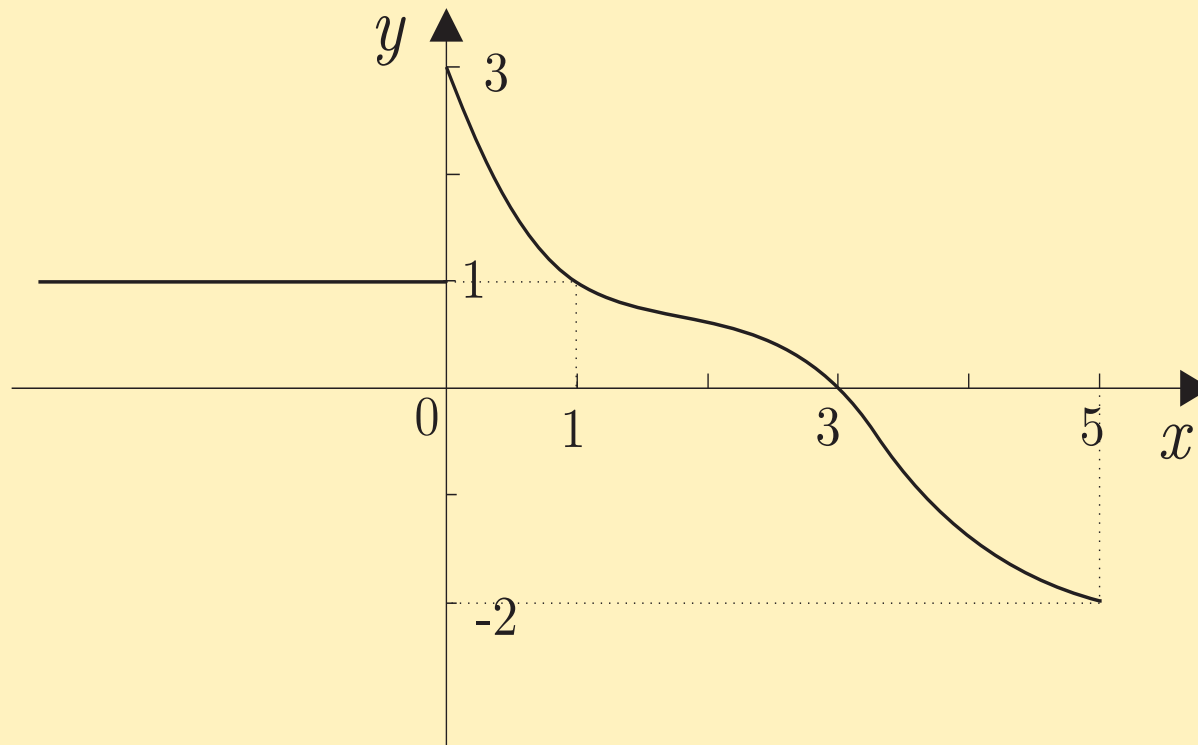
■ valutare $f^{-1}(\{2\})$;

Esempio



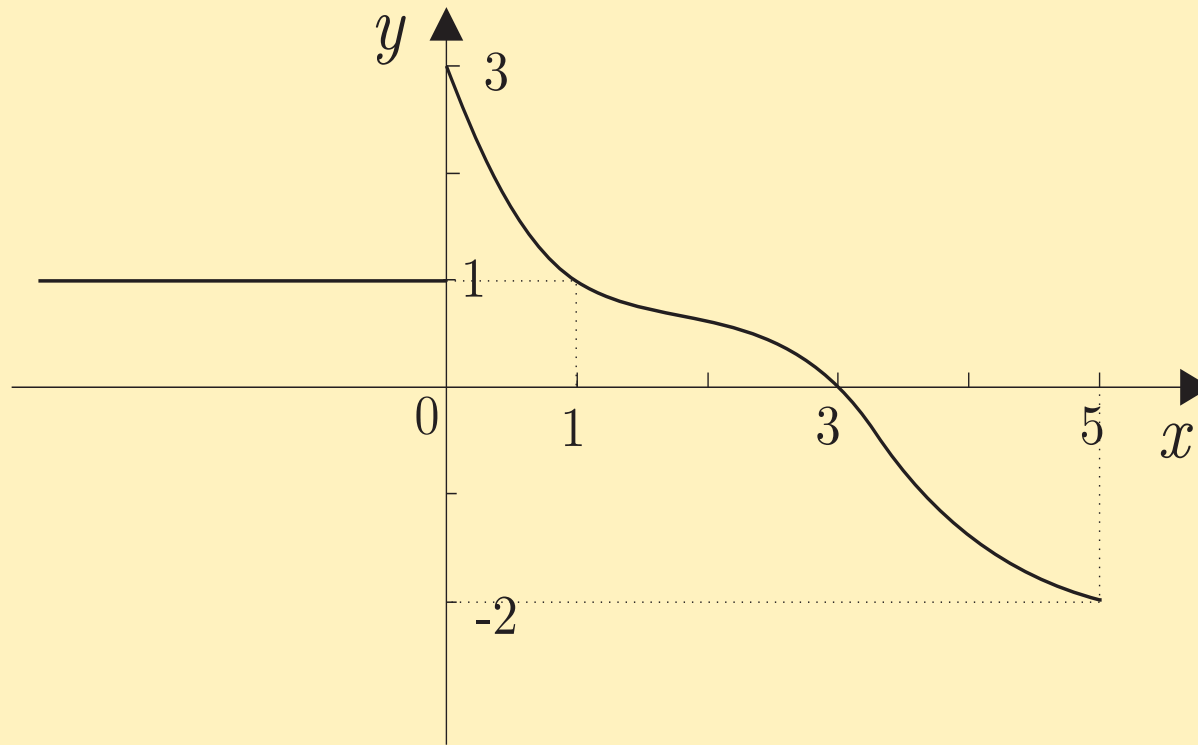
- valutare $f^{-1}(\{2\})$;
- identificare gli intervalli in cui la funzione è strettamente crescente.

Esempio



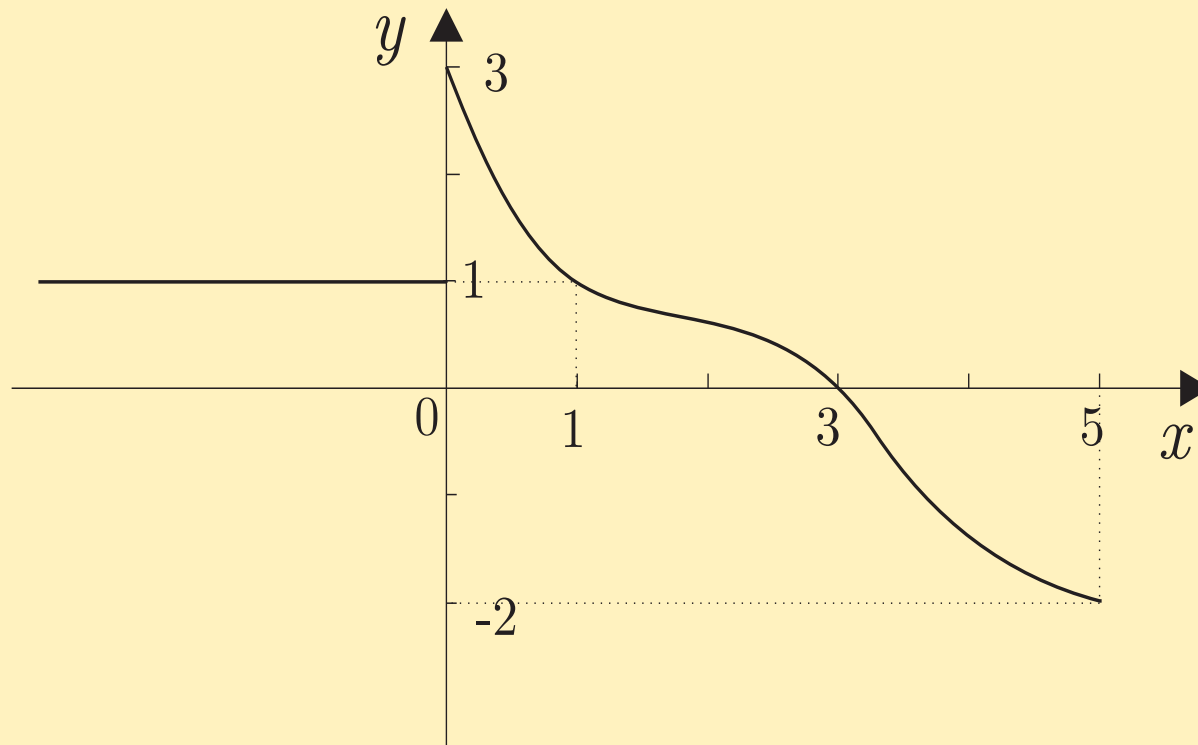
- identificare il dominio **X** e l'immagine $f(\mathbf{X})$;

Esempio



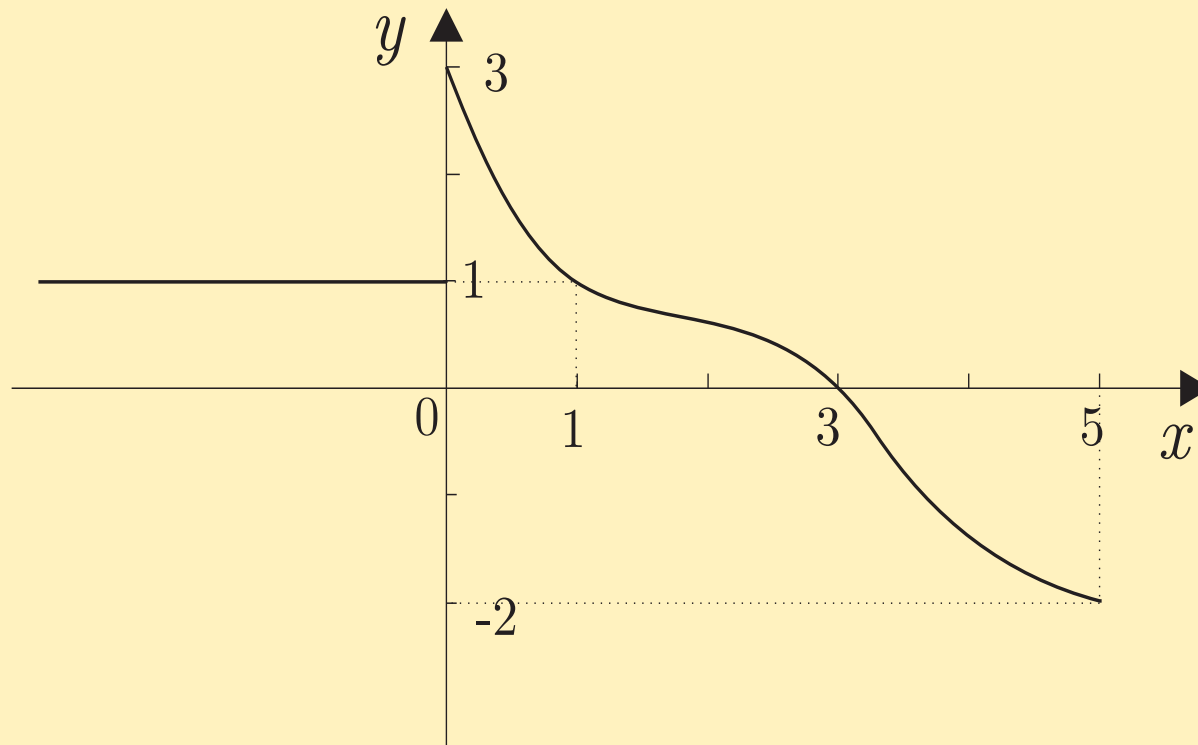
- identificare il dominio $\mathbf{X}$ e l'immagine $f(\mathbf{X})$;
- calcolare $f(-2)$, $f(0)$ e $f(3)$;

Esempio



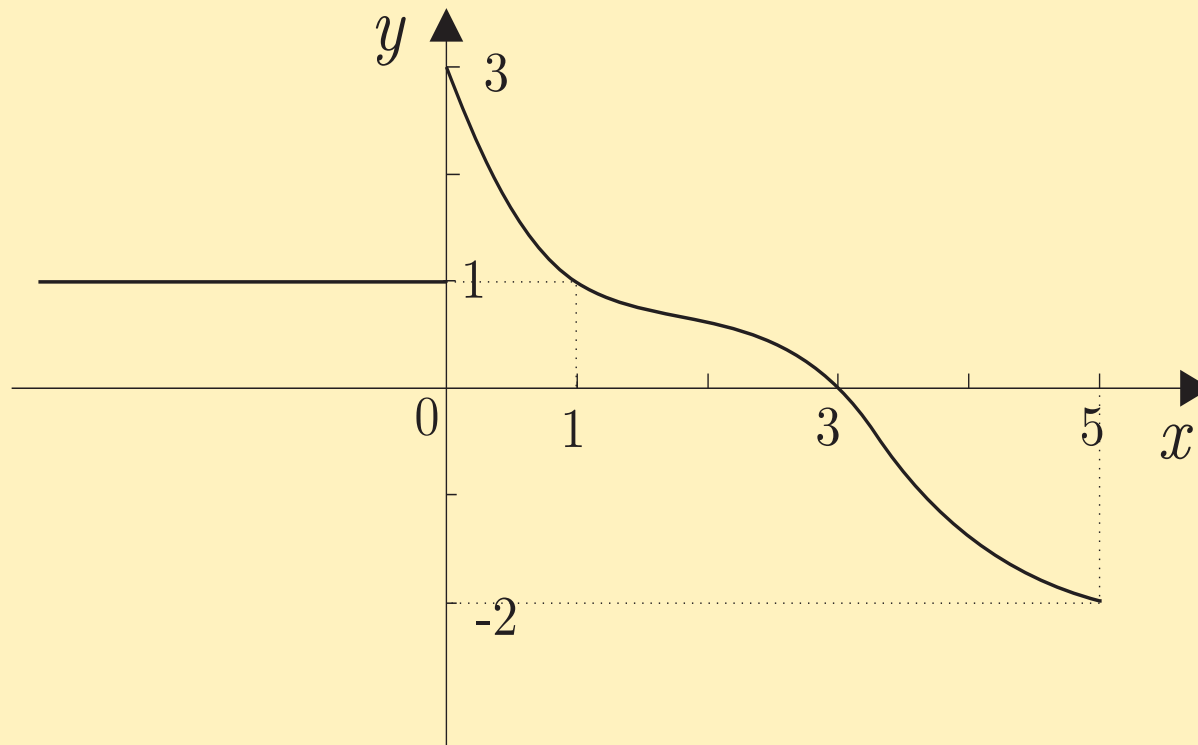
- identificare il dominio $\mathbf{X}$ e l'immagine $f(\mathbf{X})$;
- calcolare $f(-2)$, $f(0)$ e $f(3)$;
- dire se la funzione è limitata;

Esempio



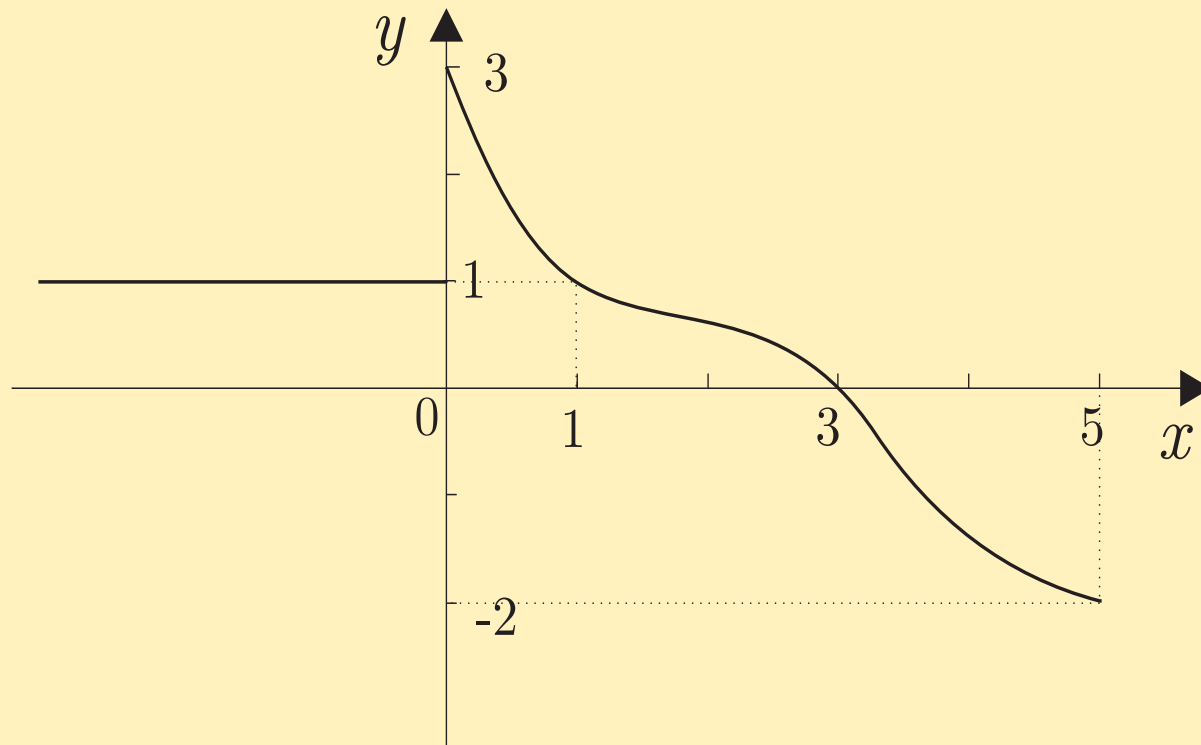
- calcolare, se esiste, il minimo assoluto di f e gli eventuali punti di minimo;

Esempio



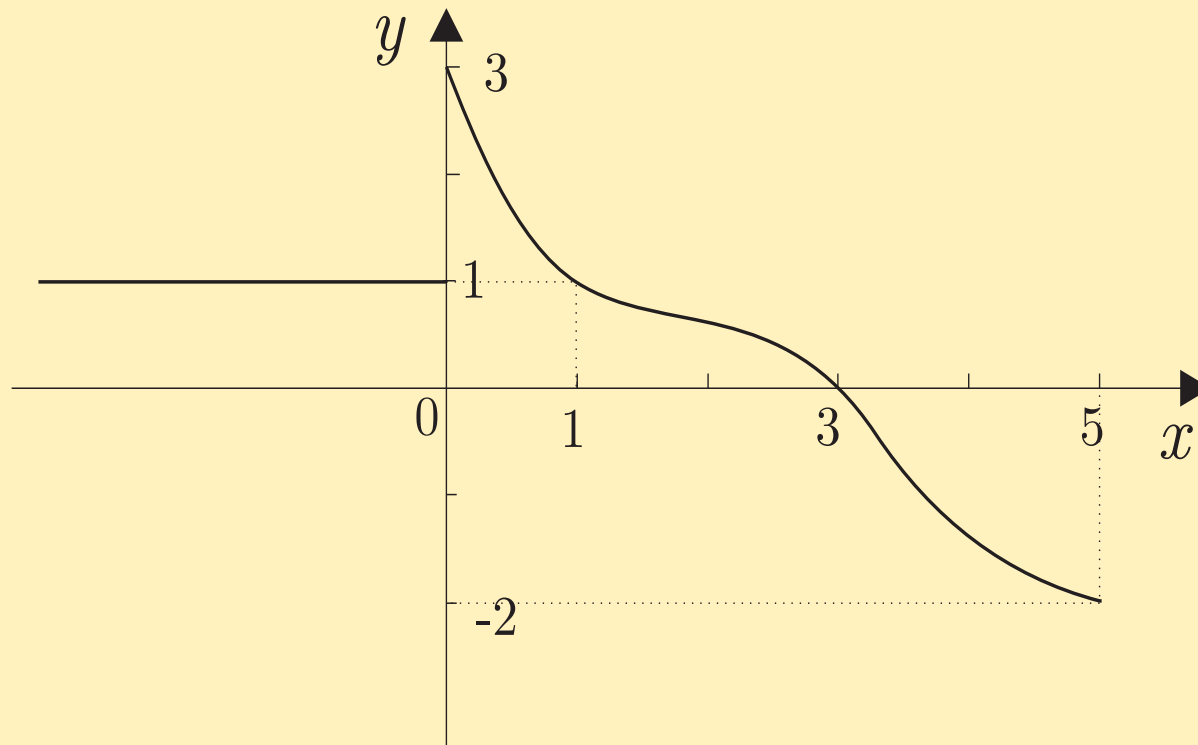
- calcolare, se esiste, il minimo assoluto di f e gli eventuali punti di minimo;
- dire se la funzione è iniettiva, suriettiva o biunivoca;

Esempio



■ valutare $f^{-1}(\{1\})$;

Esempio



- valutare $f^{-1}(\{1\})$;
- identificare gli intervalli in cui è monotona.

Una funzione

$$f : X \subset \mathcal{R} \longrightarrow Y \subset \mathcal{R}$$

è caratterizzata da

Un insieme
di partenza

$$X \subseteq \mathcal{R}$$

Dominio

Una legge
di corrispondenza

Un insieme
di arrivo

$$Y \subseteq \mathcal{R}$$

Codominio

Una funzione

$$f : X \subset \mathcal{R} \longrightarrow Y \subset \mathcal{R}$$

è caratterizzata da

Un insieme
di partenza

$$X \subseteq \mathcal{R}$$

Dominio

Campo di esistenza

Una legge
di corrispondenza

Un insieme
di arrivo

$$Y \subseteq \mathcal{R}$$

Codominio

Campo dei valori



Assegnata una legge di corrispondenza:

$$x^2 - 1; \quad \frac{1}{x - 1}; \quad \sqrt{x}$$

è possibile fissare, arbitrariamente, il dominio X ?



Campo di esistenza di una funzione



assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.

Campo di esistenza di una funzione

assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.
L'insieme così ottenuto è il campo di esistenza della funzione $\mathbf{E}[f]$.

Campo di esistenza di una funzione

assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.
L'insieme così ottenuto è il campo di esistenza della funzione $\mathbf{E}[f]$.

$$f(x) = \frac{1}{x - 1}$$

Campo di esistenza di una funzione

assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.
L'insieme così ottenuto è il campo di esistenza della funzione $\mathbf{E}[f]$.

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R} - \{1\}$$

Campo di esistenza di una funzione

assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.
L'insieme così ottenuto è il campo di esistenza della funzione $\mathbf{E}[f]$.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x-1} \Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R} - \{1\} \\ f(x) &= x^2 - 1 \end{aligned}$$

Campo di esistenza di una funzione

assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.
L'insieme così ottenuto è il campo di esistenza della funzione $\mathbf{E}[f]$.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x-1} \Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R} - \{1\} \\ f(x) &= x^2 - 1 \Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R} \end{aligned}$$

Campo di esistenza di una funzione

assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.
L'insieme così ottenuto è il campo di esistenza della funzione $\mathbf{E}[f]$.

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R} - \{1\}$$

$$f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Campo di esistenza di una funzione

assegnata una legge di corrispondenza, determinare **il più grande insieme di numeri reali** nel quale **la legge può essere definita**.
L'insieme così ottenuto è il campo di esistenza della funzione $\mathbf{E}[f]$.

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{1}{x-1} &\Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R} - \{1\} \\ f(x) = x^2 - 1 &\Rightarrow \mathbf{E}[f] = \mathcal{R} \\ f(x) = \sqrt{x} &\Rightarrow \mathbf{E}[f] = [0, +\infty) \end{aligned}$$

Ricerca del campo di esistenza di una funzione

La ricerca del campo di esistenza di una funzione richiede:

- decomposizione della legge di associazione nelle sue componenti;

Ricerca del campo di esistenza di una funzione

La ricerca del campo di esistenza di una funzione richiede:

- decomposizione della legge di associazione nelle sue componenti;
- **calcolo dei campi di esistenza delle componenti;**

Ricerca del campo di esistenza di una funzione

La ricerca del campo di esistenza di una funzione richiede:

- decomposizione della legge di associazione nelle sue componenti;
- **calcolo dei campi di esistenza delle componenti;**
- intersezione di tali insiemi.

Esempio

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

Esempio

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

1. $f = f_1 + f_2 \Rightarrow E[f] = E[f_1] \cap E[f_2]$

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

1. $f = f_1 + f_2 \Rightarrow E[f] = E[f_1] \cap E[f_2]$
2. $f_1(x) = \sqrt{x-1}$

Esempio

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

1. $f = f_1 + f_2 \Rightarrow E[f] = E[f_1] \cap E[f_2]$
2. $f_1(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

1. $f = f_1 + f_2 \Rightarrow E[f] = E[f_1] \cap E[f_2]$
2. $f_1(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$
3. $f_2(x) = \frac{x+3}{x^2-x}$

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

1. $f = f_1 + f_2 \Rightarrow E[f] = E[f_1] \cap E[f_2]$
2. $f_1(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$
3. $f_2(x) = \frac{x+3}{x^2-x} \Rightarrow x^2-x \neq 0$

Esempio

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

1. $f = f_1 + f_2 \Rightarrow E[f] = E[f_1] \cap E[f_2]$
2. $f_1(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$
3. $f_2(x) = \frac{x+3}{x^2-x} \Rightarrow x^2-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, x \neq 1$

Esempio

Consideriamo la funzione

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x^2-x}$$

1. $f = f_1 + f_2 \Rightarrow E[f] = E[f_1] \cap E[f_2]$
2. $f_1(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$
3. $f_2(x) = \frac{x+3}{x^2-x} \Rightarrow x^2-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, x \neq 1$
4. $E[f] = [1, +\infty) \cap ((-\infty, 0[\cup]0, 1[\cup]1, +\infty)) =]1, +\infty)$

Analisi del grafico

Consideriamo la disequazione

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Analisi del grafico

Consideriamo la disequazione

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

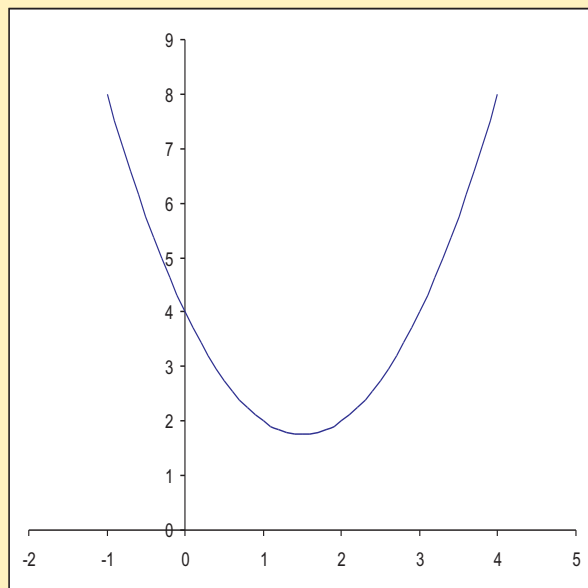
Se $a > 0$ e $\Delta < 0$

Analisi del grafico

Consideriamo la disequazione

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a > 0$ e $\Delta < 0$

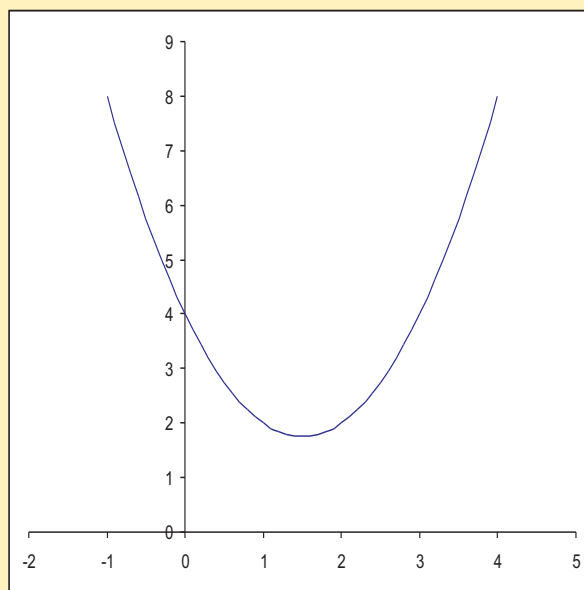


Analisi del grafico

Consideriamo la disequazione

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a > 0$ e $\Delta < 0$



la disequazione è soddisfatta $\forall x \in \mathcal{R}$

Analisi del grafico

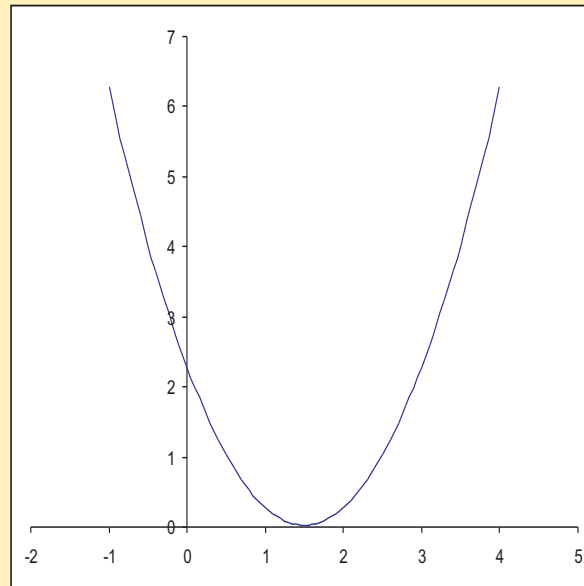
$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a > 0$ e $\Delta = 0$

Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

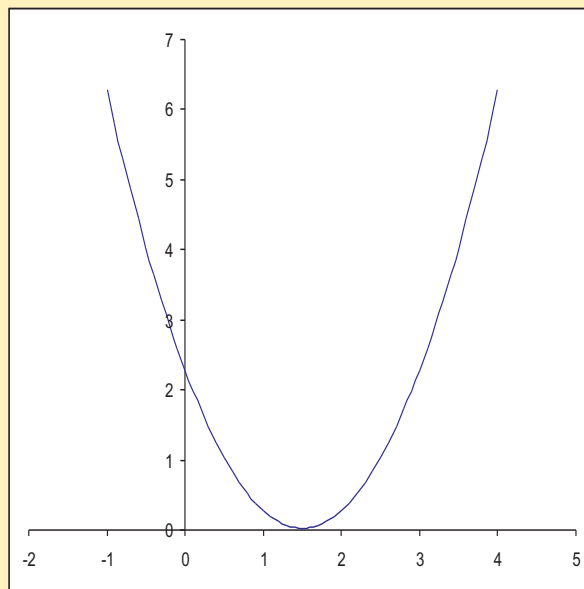
Se $a > 0$ e $\Delta = 0$



Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a > 0$ e $\Delta = 0$



la disequazione è soddisfatta $\forall x \in \mathcal{R} - \{x_0\}$, dove x_0 è l'unico valore per cui $f(x_0) = 0$

Analisi del grafico

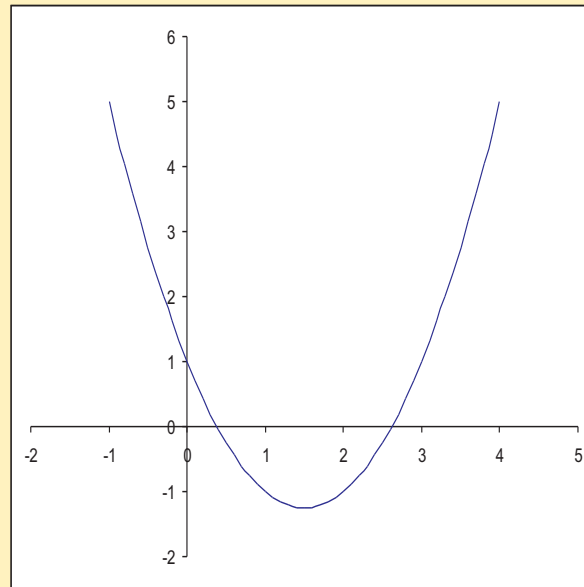
$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a > 0$ e $\Delta > 0$

Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

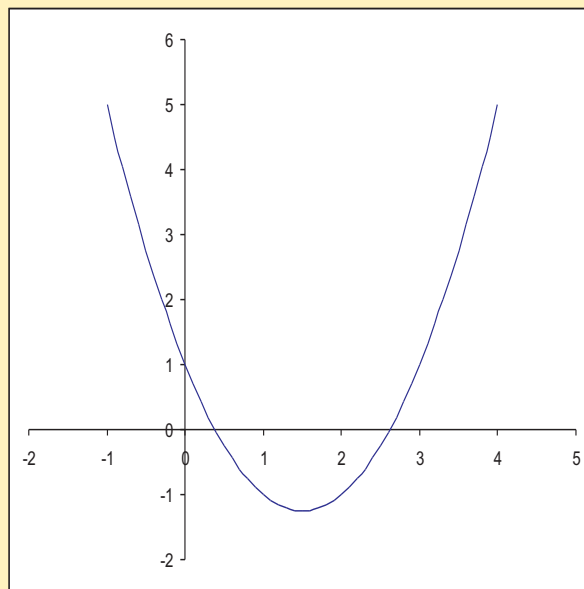
Se $a > 0$ e $\Delta > 0$



Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a > 0$ e $\Delta > 0$



la disequazione è soddisfatta $\forall x \in \mathcal{R} - [x_1, x_2]$, dove x_1, x_2 sono i 2 valori per i quali $f(x_1) = 0, f(x_2) = 0$

Analisi del grafico

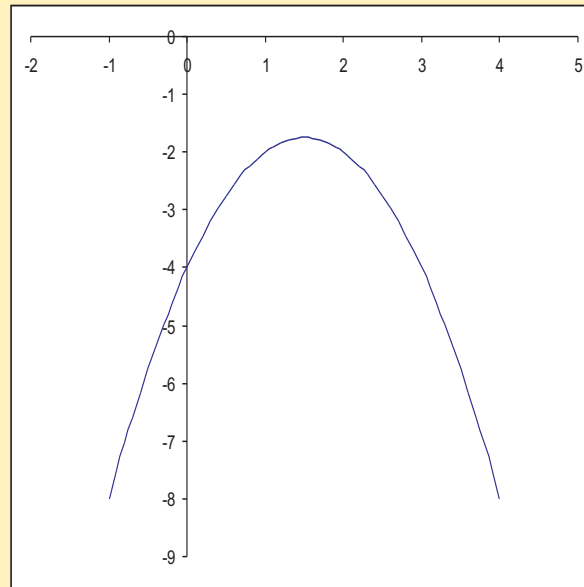
$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a < 0$ e $\Delta < 0$

Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

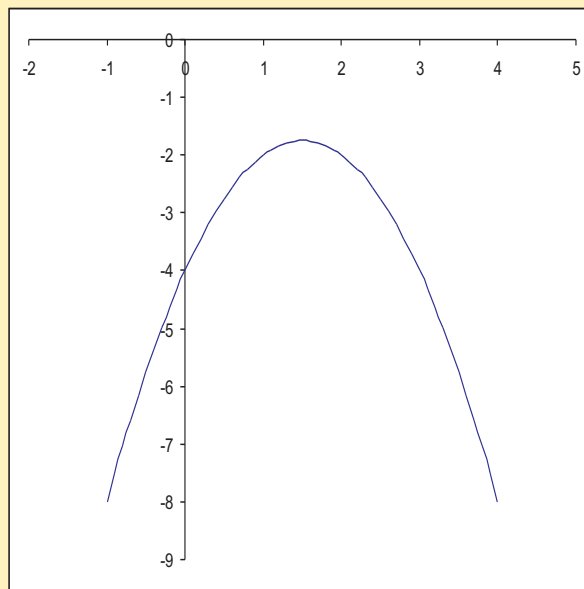
Se $a < 0$ e $\Delta < 0$



Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a < 0$ e $\Delta < 0$



la disequazione non è soddisfatta per alcun valore di x .

Analisi del grafico

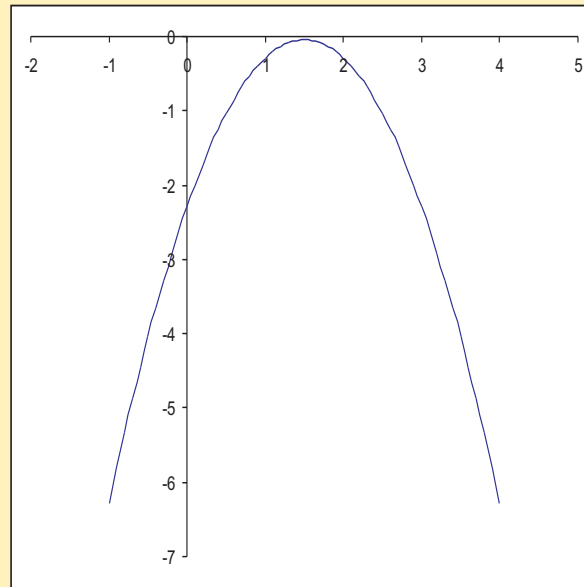
$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a < 0$ e $\Delta = 0$

Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

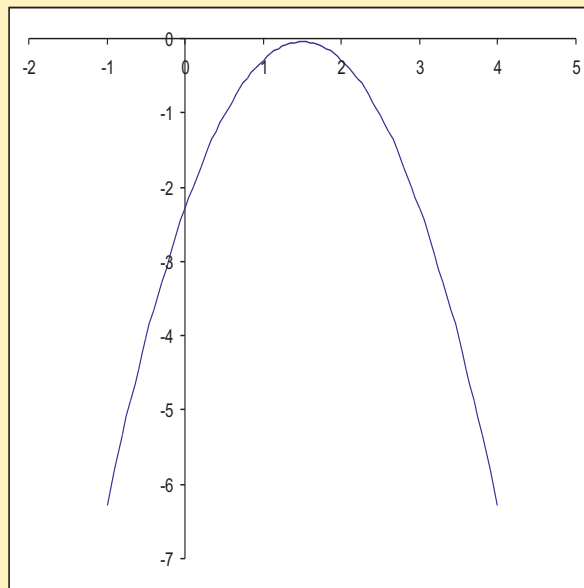
Se $a < 0$ e $\Delta = 0$



Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a < 0$ e $\Delta = 0$



la disequazione non è soddisfatta per alcun valore di x .

Analisi del grafico

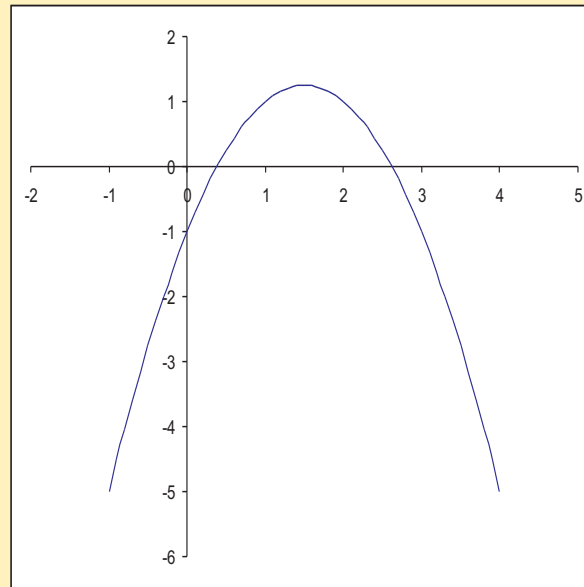
$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a < 0$ e $\Delta > 0$

Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

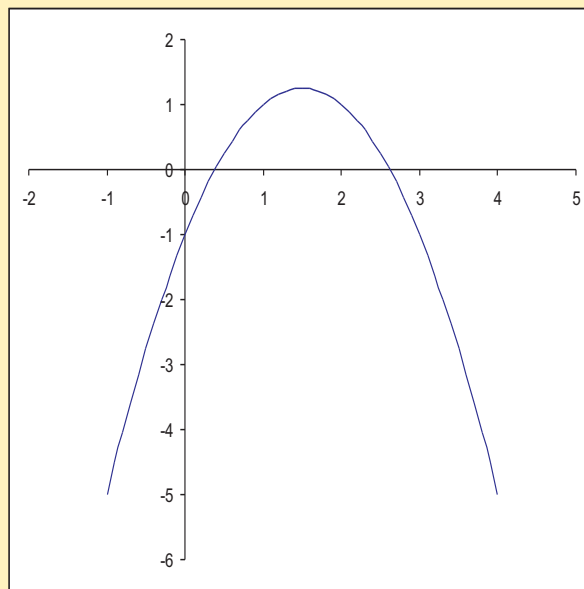
Se $a < 0$ e $\Delta > 0$



Analisi del grafico

$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a < 0$ e $\Delta > 0$



la disequazione è soddisfatta $\forall x \in]x_1, x_2[$, dove x_1, x_2 sono i 2 valori per i quali $f(x_1) = 0, f(x_2) = 0$

Esempio:

Problema: determinare i valori x per cui

$$f(x) = a$$

con a costante assegnata.

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow 3x + 1 \in \mathcal{R}$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow 3x + 1 \in \mathcal{R}$$

Risolvere $f(x) = a \Leftrightarrow$ risolvere l'equazione

$$3x + 1 = a$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow 3x + 1 \in \mathcal{R}$$

Risolvere $f(x) = a \Leftrightarrow$ risolvere l'equazione

$$3x + 1 = a$$

da cui, immediatamente, si ricava

$$x = \frac{a - 1}{3}.$$

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow 3x + 1 \in \mathcal{R}$$

Risolvere $f(x) = a \Leftrightarrow$ risolvere l'equazione

$$3x + 1 = a$$

da cui, immediatamente, si ricava

$$x = \frac{a - 1}{3}.$$

In questo caso, il problema ammette **un'unica soluzione** x per ogni **valore** reale a fissato.

Esempio

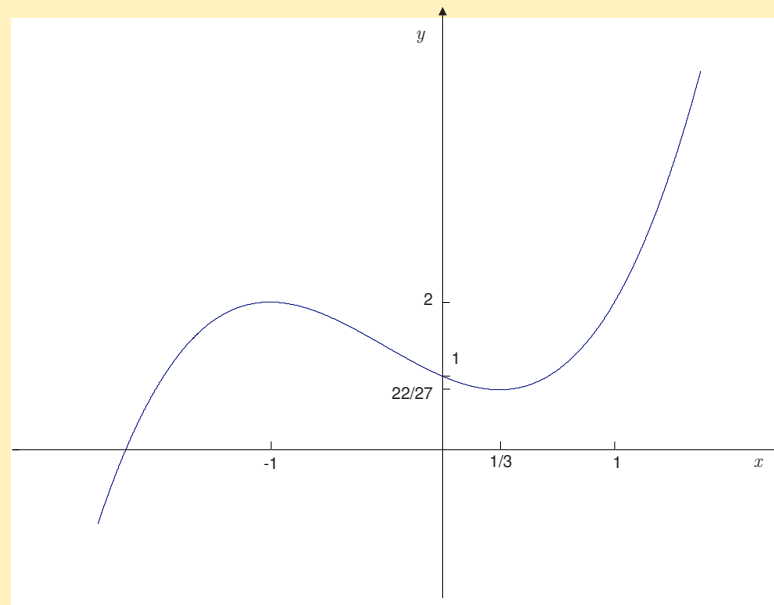
Sia

$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow x^3 + x^2 - x + 1 \in \mathcal{R}$$

Esempio

Sia

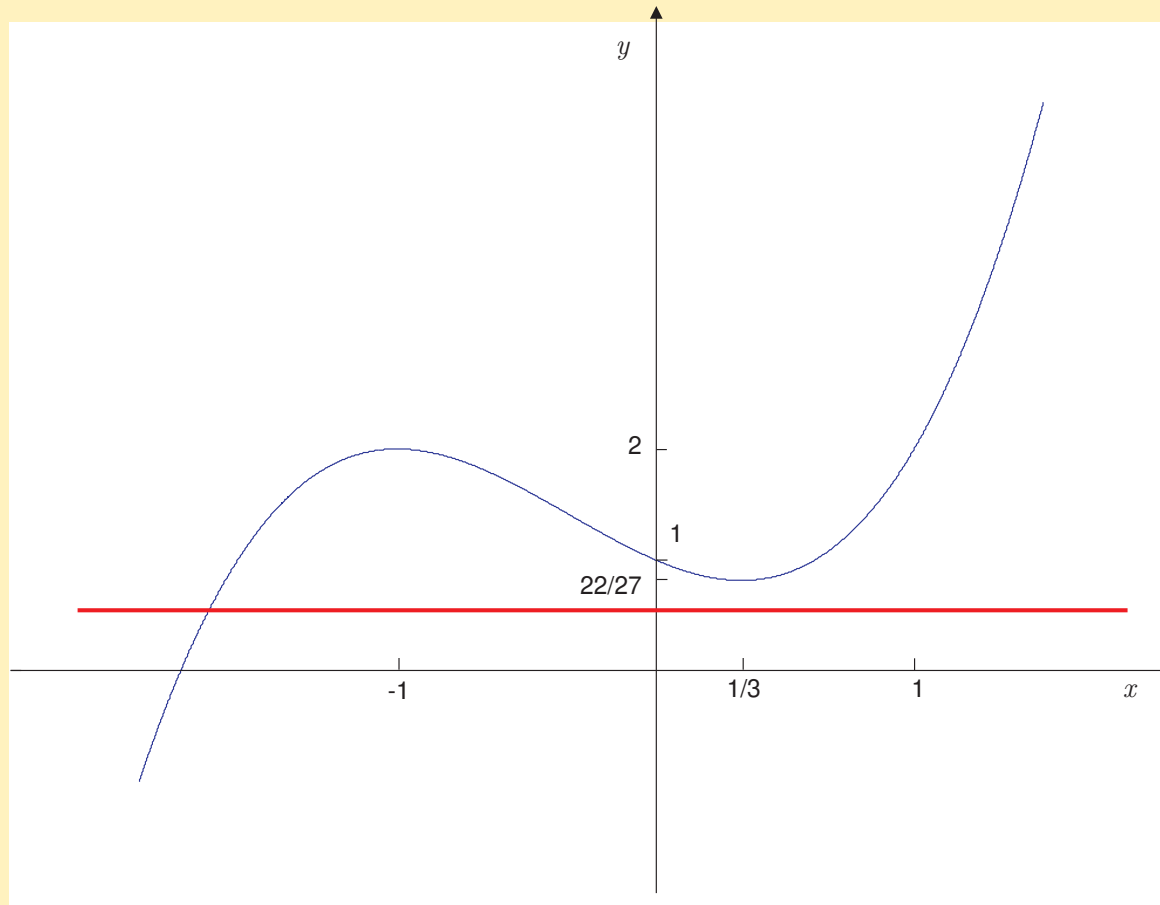
$$f : x \in \mathcal{R} \rightarrow x^3 + x^2 - x + 1 \in \mathcal{R}$$



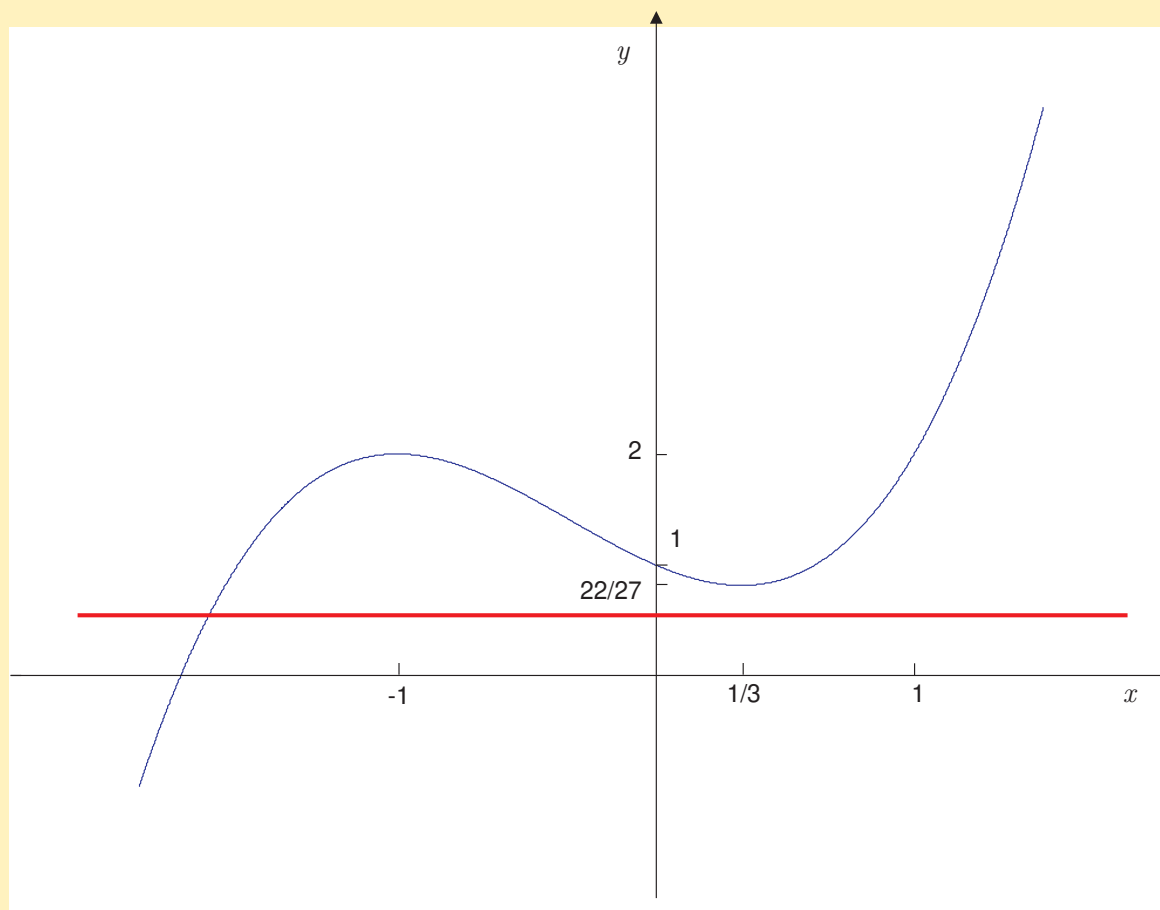
Risolvere $f(x) = a \Leftrightarrow$ risolvere l'equazione

$$x^3 + x^2 - x + 1 = a$$

Analisi del grafico

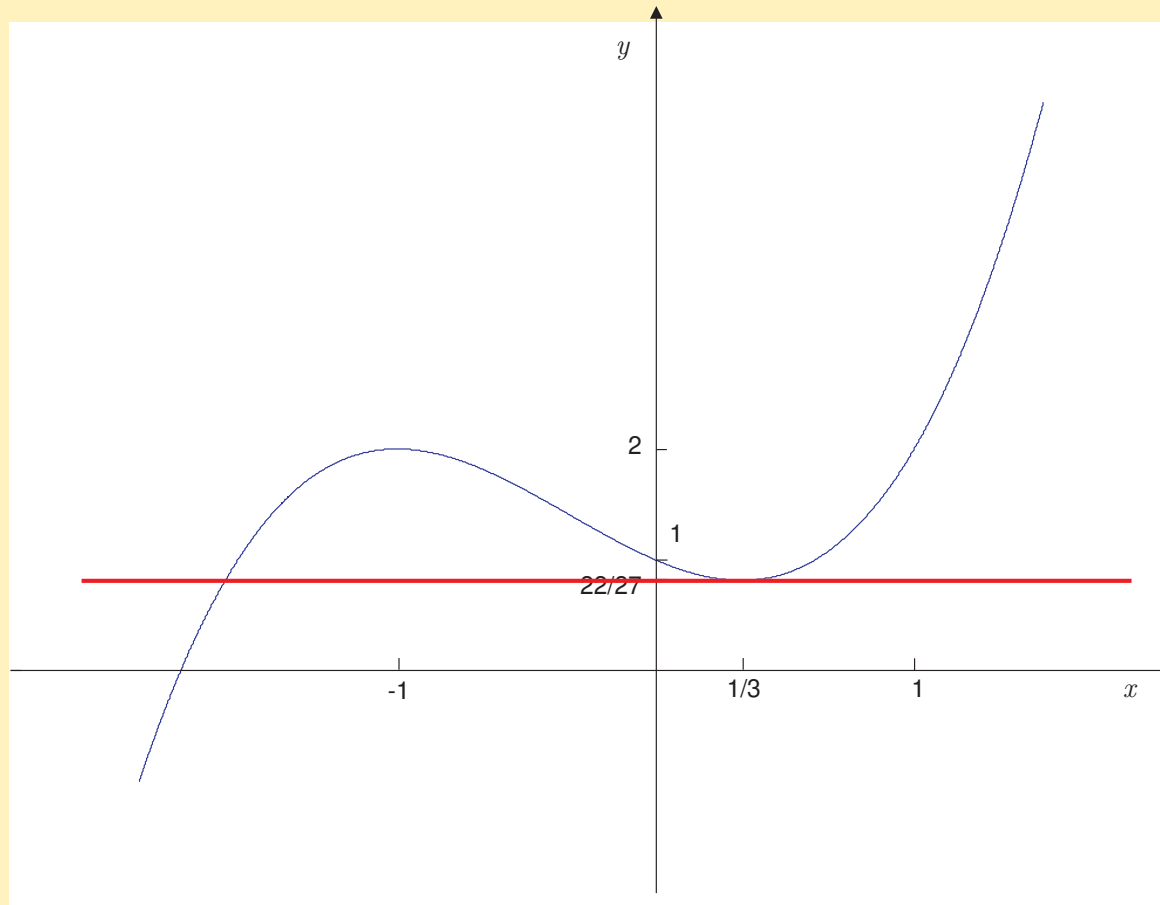


Analisi del grafico

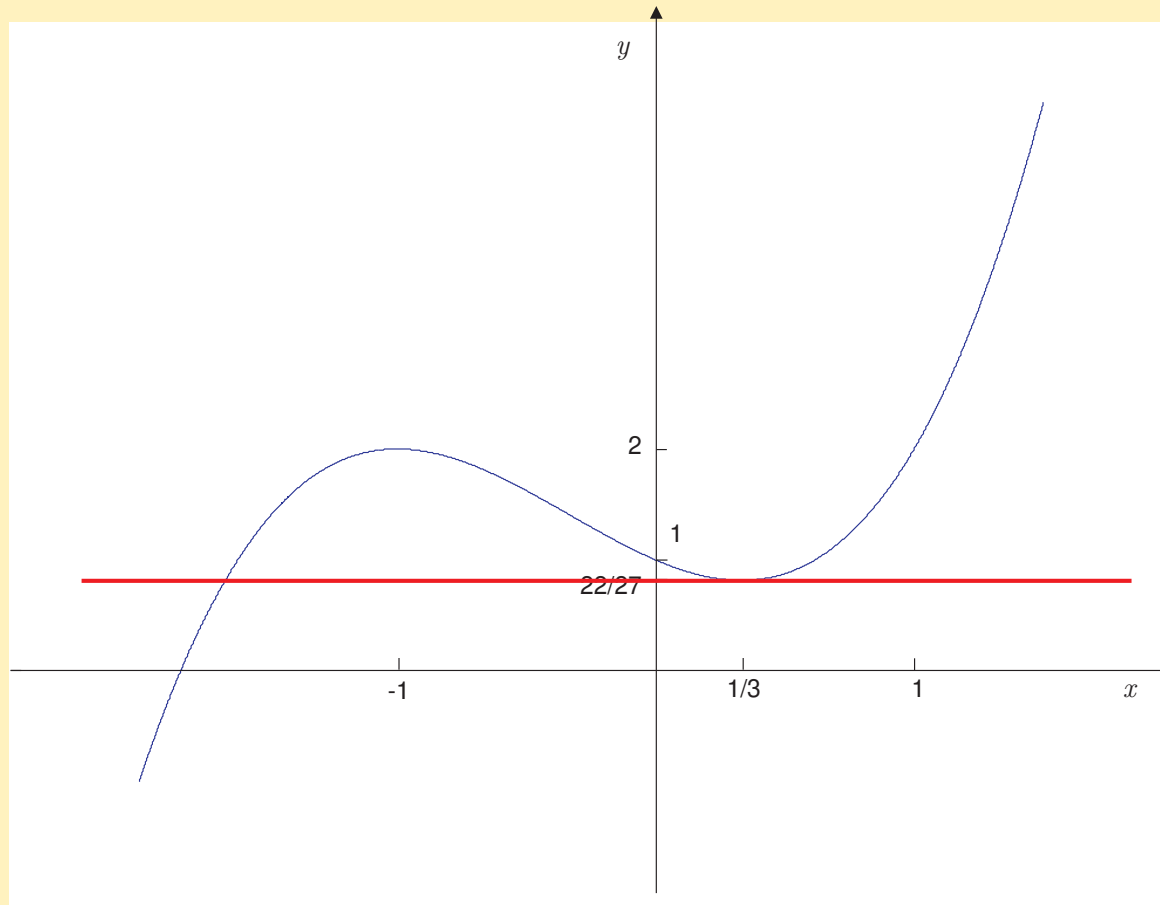


Per $a < \frac{22}{27}$ il problema ammette **1 soluzione**

Analisi del grafico

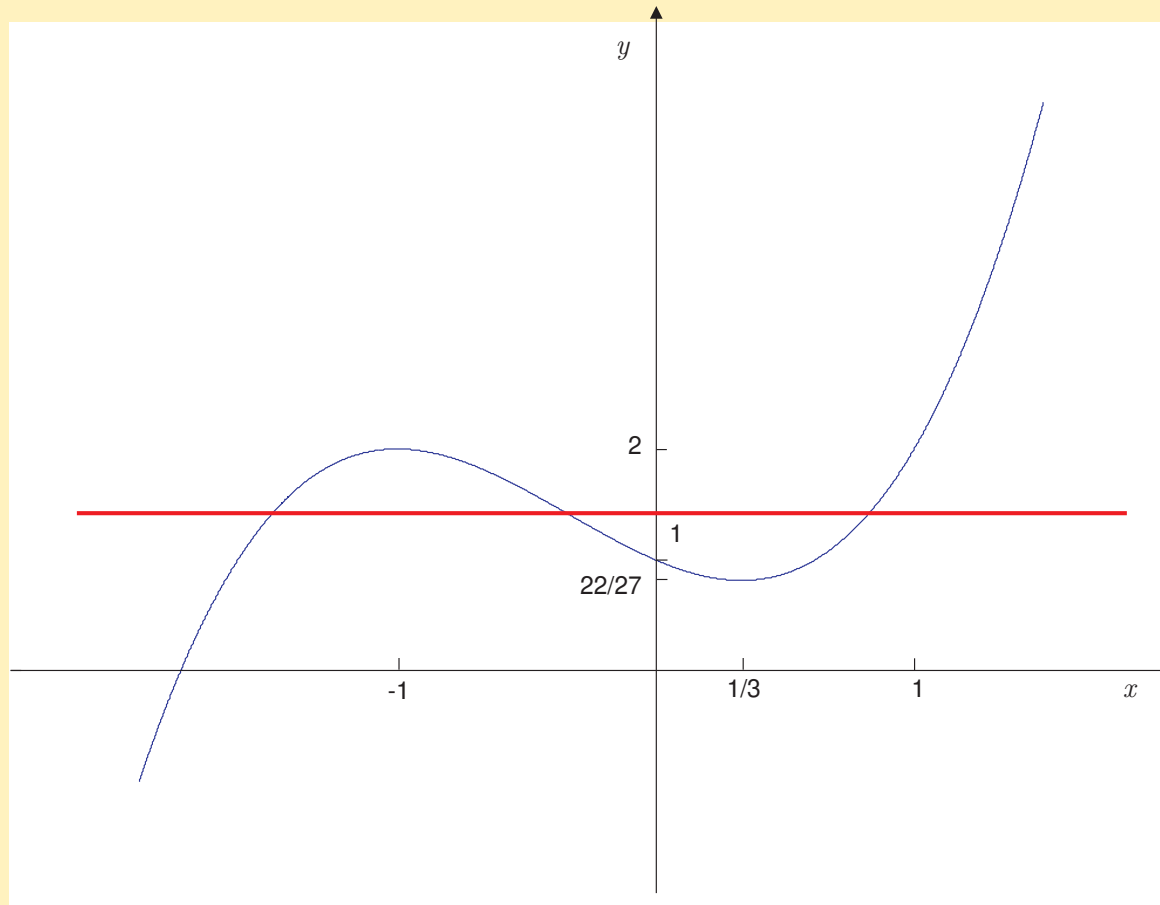


Analisi del grafico

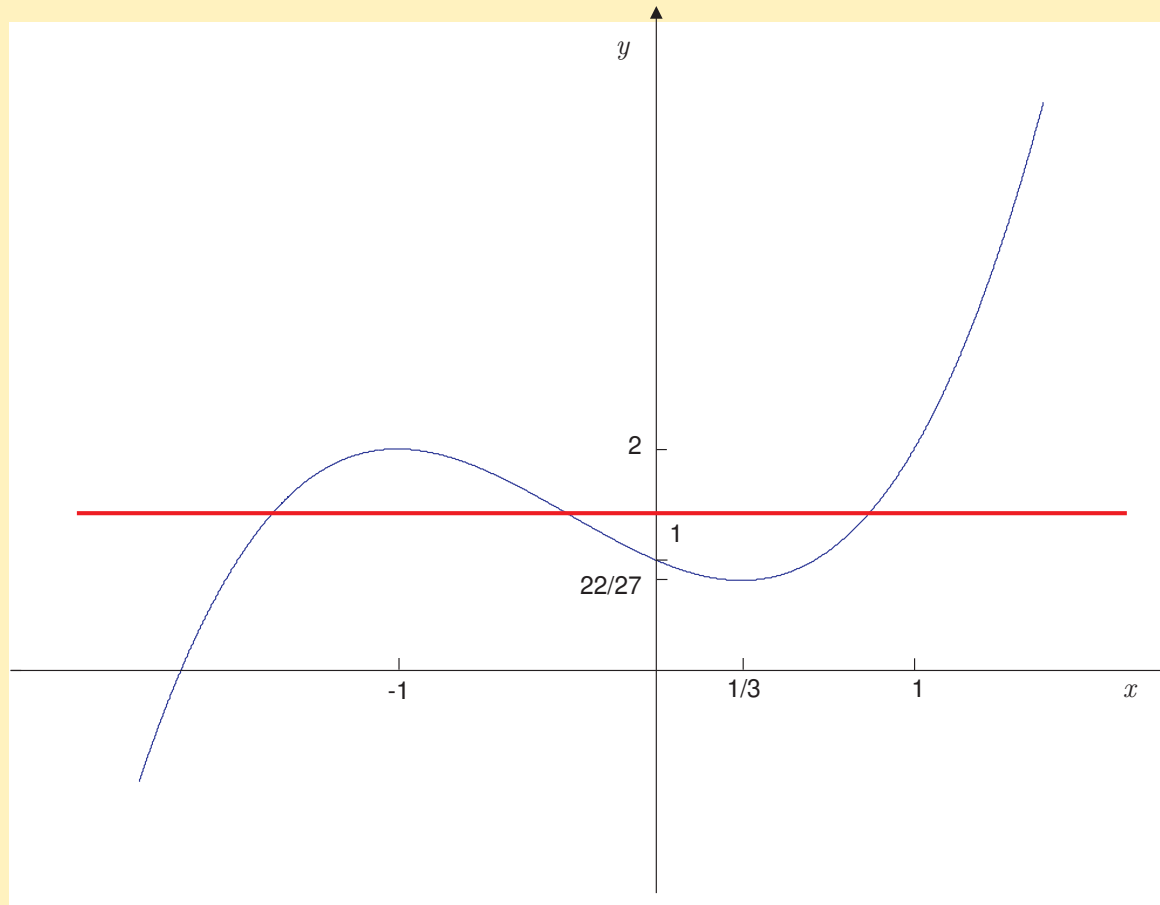


Per $a = \frac{22}{27}$ il problema ammette **2 soluzioni**

Analisi del grafico

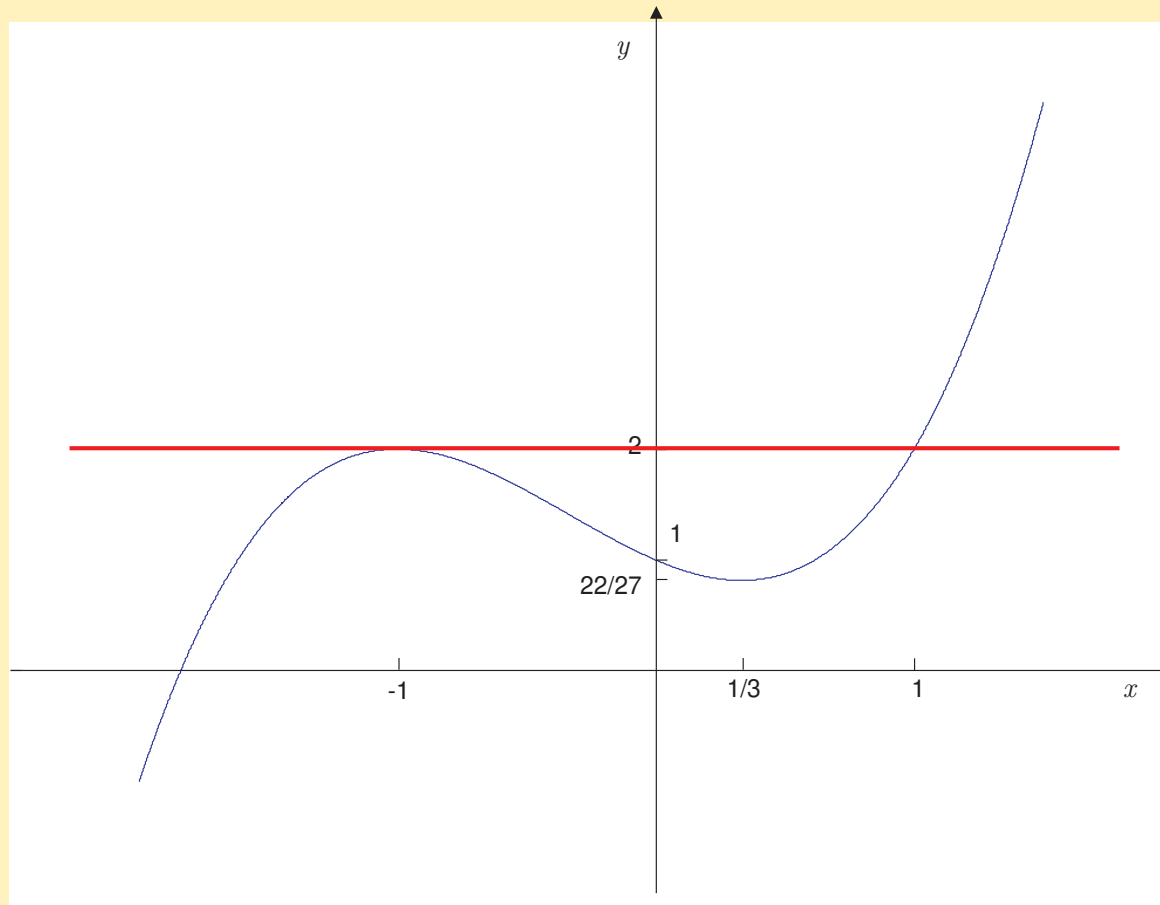


Analisi del grafico

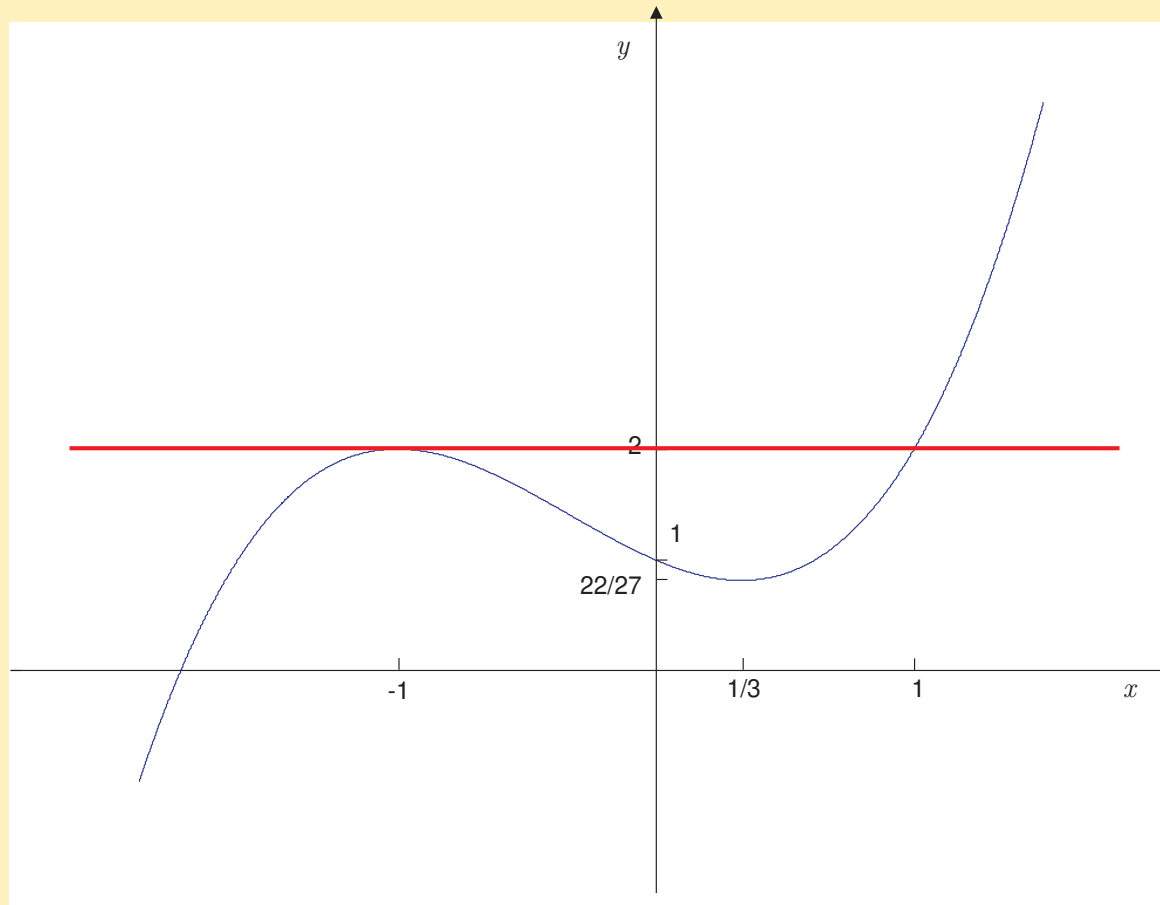


Per $\frac{22}{27} < a < 2$ il problema ammette **3 soluzioni**

Analisi del grafico

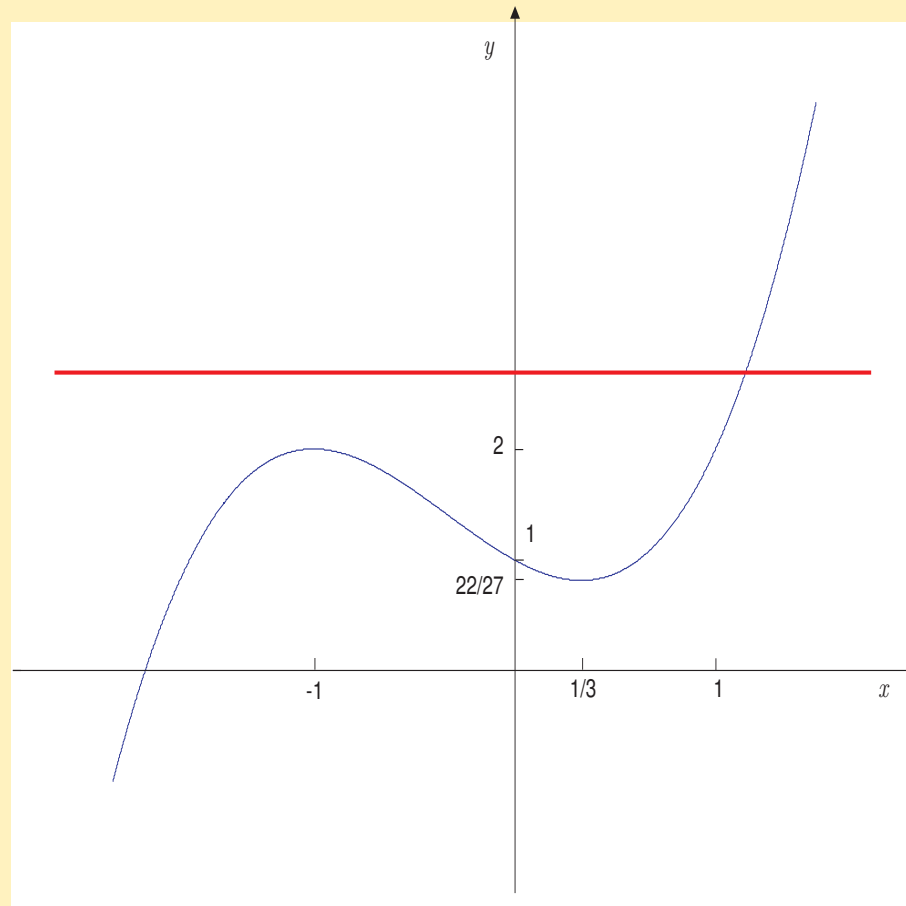


Analisi del grafico

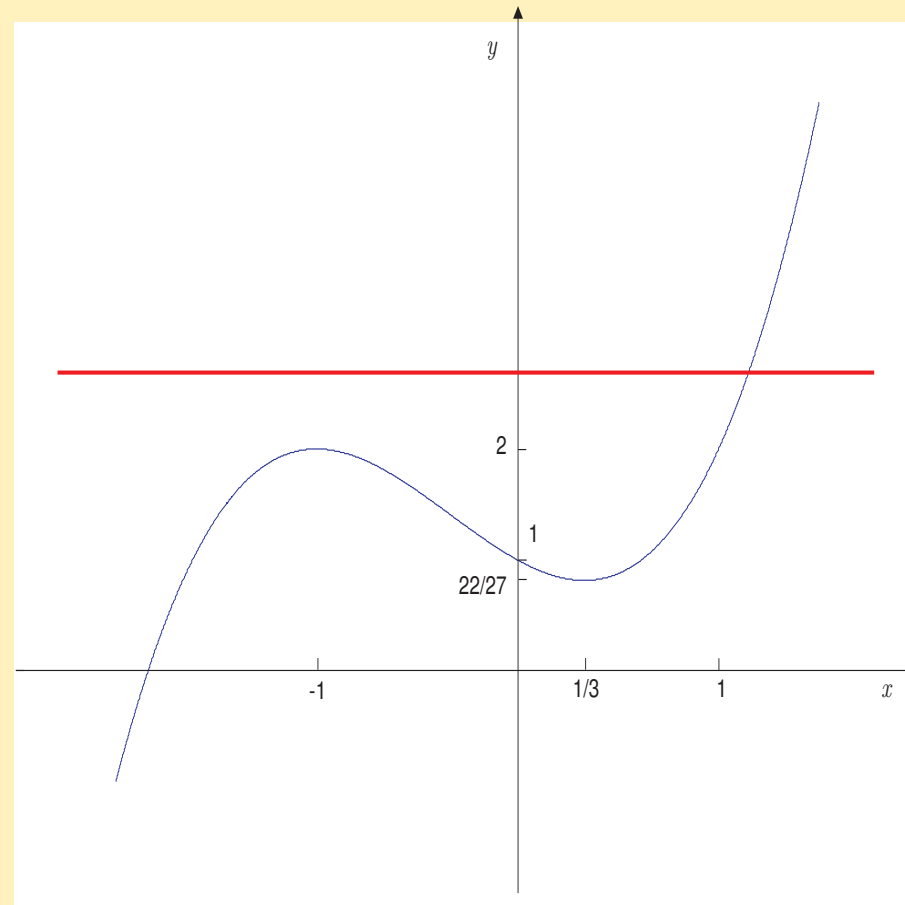


Per $a = 2$ il problema ammette **2 soluzioni**

Analisi del grafico



Analisi del grafico



Per $a > 2$ il problema ammette **1 soluzione**

Funzione pari

Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Funzione pari

Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se:

$$\blacksquare \quad x \in X \Rightarrow -x \in X$$

Funzione pari

Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se:

- $x \in X \Rightarrow -x \in X$
- $f(x) = f(-x)$

La funzione si dice **pari**.

Funzione pari

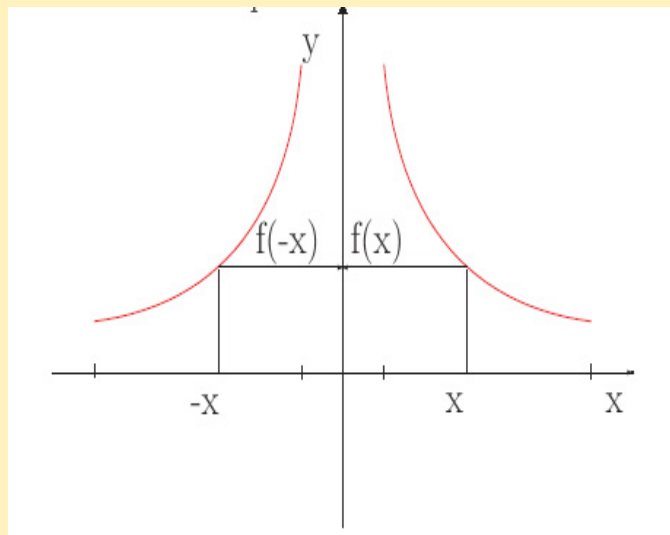
Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se:

■ $x \in X \Rightarrow -x \in X$

■ $f(x) = f(-x)$

La funzione si dice **pari**. Il grafico di una funzione pari è **simmetrico rispetto all'asse delle ordinate**



Funzione dispari

Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Funzione dispari

Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se:

$$\blacksquare \quad x \in X \Rightarrow -x \in X$$

Funzione dispari

Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se:

- $x \in X \Rightarrow -x \in X$
- $f(x) = -f(-x)$

La funzione si dice **dispari**.

Funzione dispari

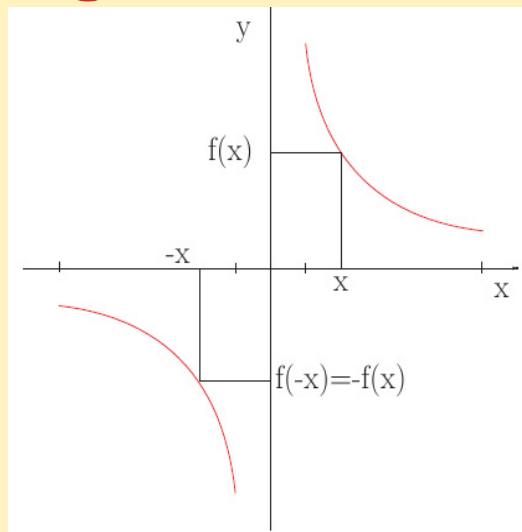
Sia $f : X \subseteq \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Se:

■ $x \in X \Rightarrow -x \in X$

■ $f(x) = -f(-x)$

La funzione si dice **dispari**. Il grafico di una funzione dispari è **simmetrico rispetto all'origine**.



Monotonia della funzione composta

Siano

- $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$
- $g : \mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{Z}$

Monotonia della funzione composta

Siano

- $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$
- $g : \mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{Z}$

Considerata la funzione composta $h = g \circ f$ si ha che:

Monotonia della funzione composta

Siano

- $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$
- $g : \mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{Z}$

Considerata la funzione composta $h = g \circ f$ si ha che:

- se f e g sono (**strettamente**) crescenti o decrescenti h è (**strettamente**) crescente;

Monotonia della funzione composta

Siano

- $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$
- $g : \mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{Z}$

Considerata la funzione composta $h = g \circ f$ si ha che:

- se f e g sono (strettamente) crescenti o decrescenti h è (strettamente) crescente;
- se una è (strettamente) crescente e l'altra è (strettamente) decrescente, h è (strettamente) decrescente.



Una funzione f **strettamente monotona**

$$f : \mathbf{X} \rightarrow f(\mathbf{X})$$

è:



Una funzione f **strettamente monotona**

$$f : X \rightarrow f(X)$$

è:

■ **iniettiva**



Una funzione f **strettamente monotona**

$$f : X \rightarrow f(X)$$

è:

- **iniettiva**
- **suriettiva**



Una funzione f **strettamente monotona**

$$f : X \rightarrow f(X)$$

è:

- **iniettiva**
- **suriettiva**

la funzione è **biunivoca** $\Rightarrow$ è **invertibile**



Una funzione f **strettamente monotona**

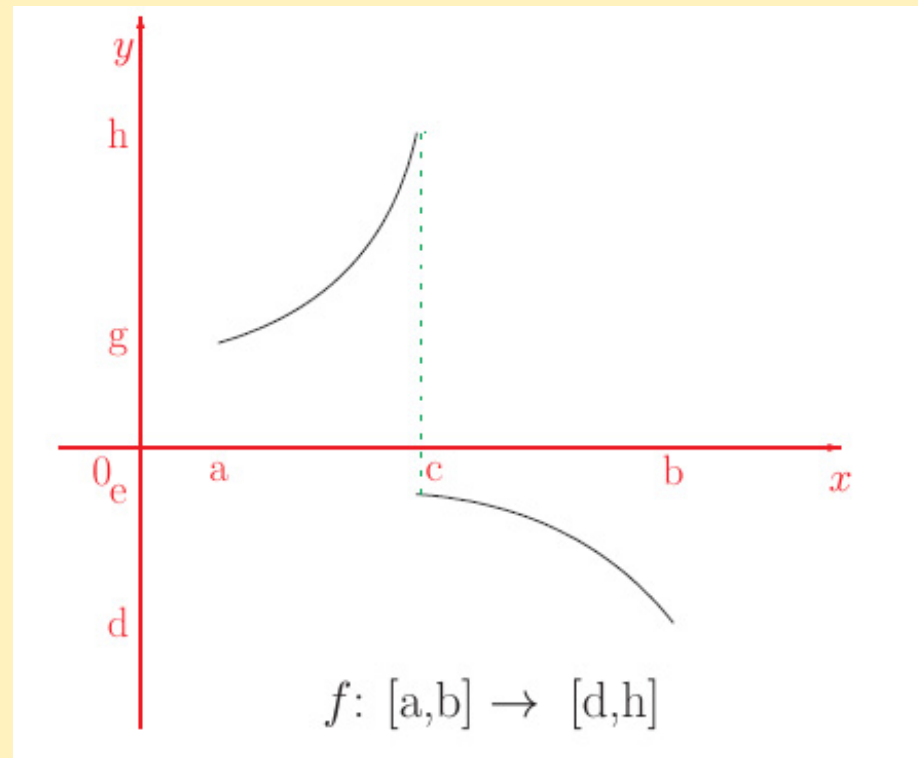
$$f : X \rightarrow f(X)$$

è:

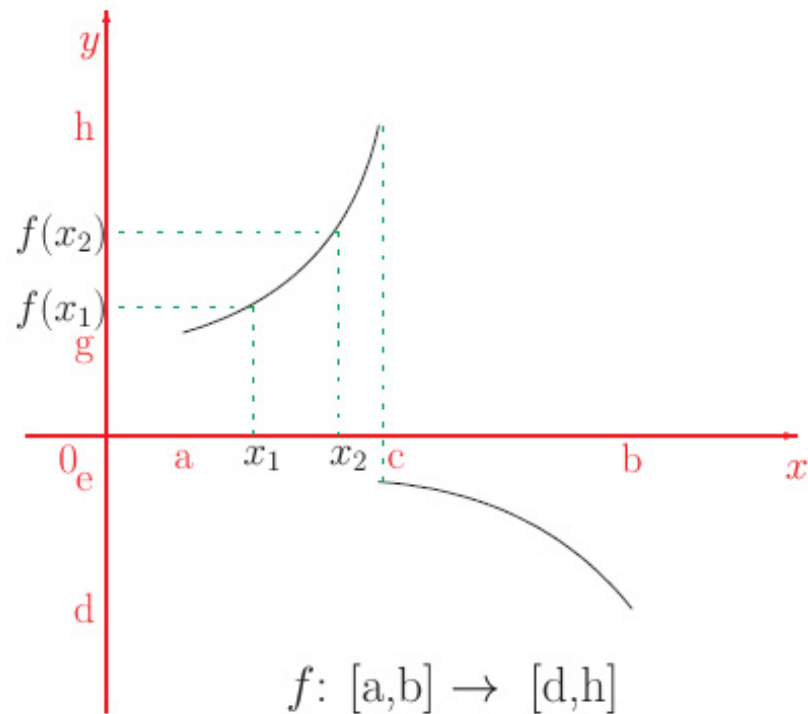
- **iniettiva**
- **suriettiva**

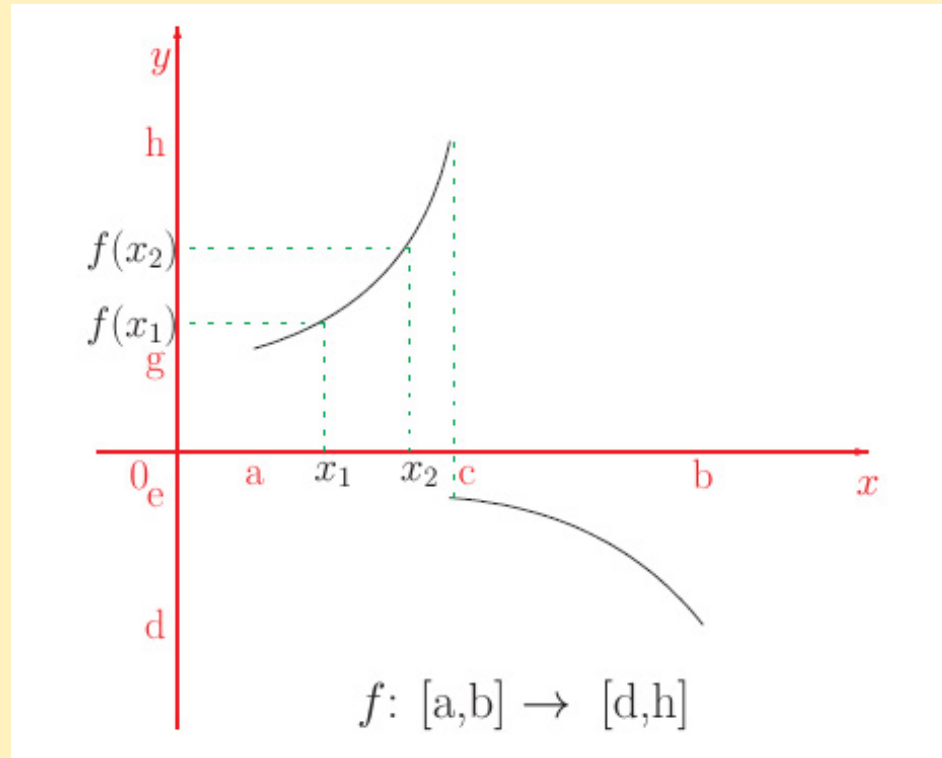
la funzione è **biunivoca** $\Rightarrow$ è **invertibile**

Inoltre, la sua **inversa** f^{-1} , definita in $f(X)$, è **strettamente monotona**.

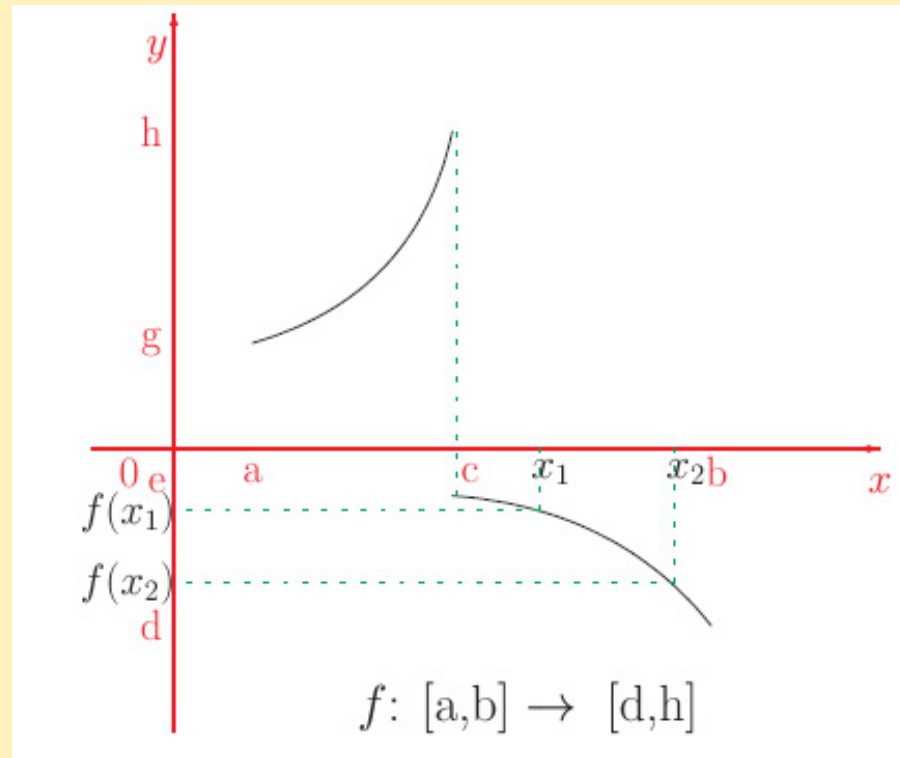


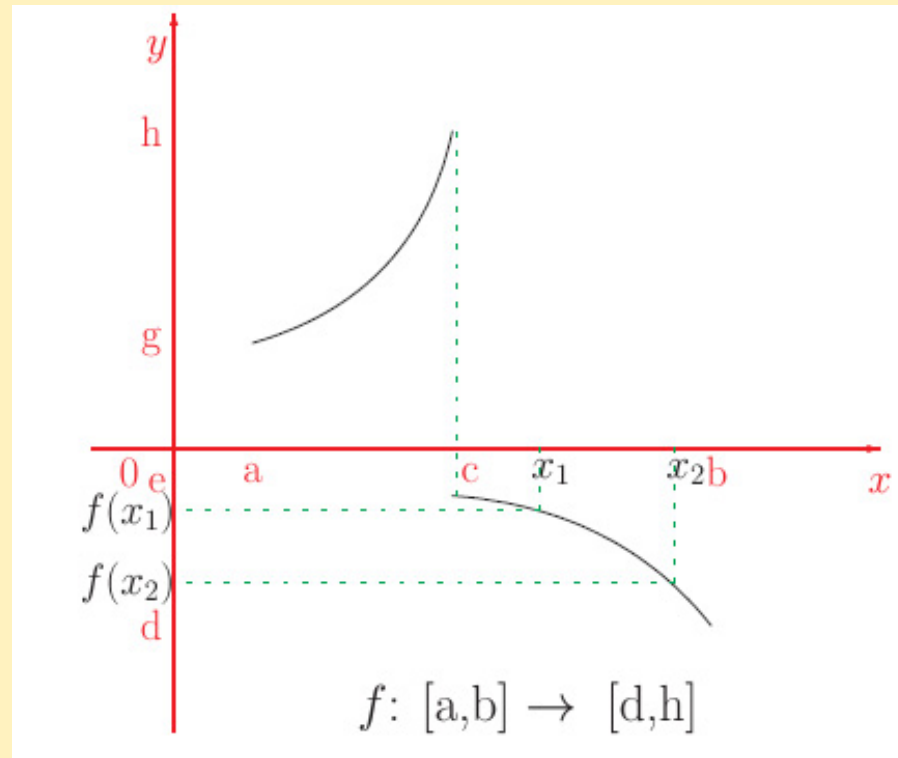
La funzione è monotona?



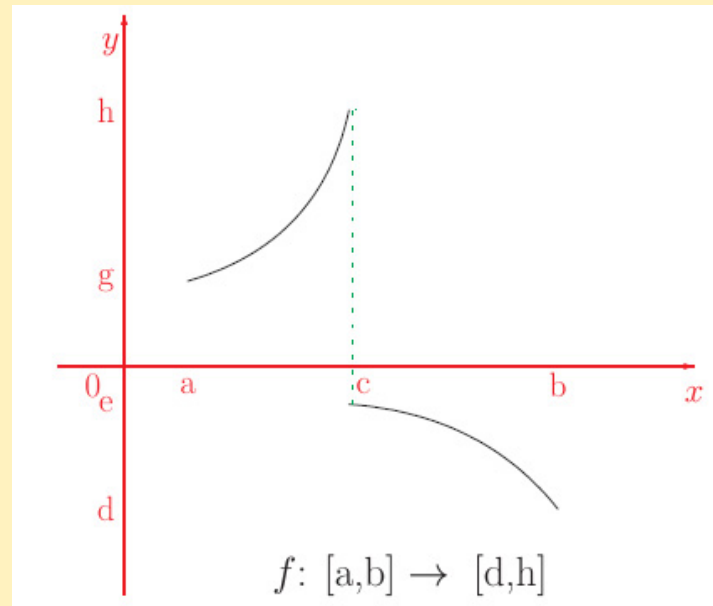


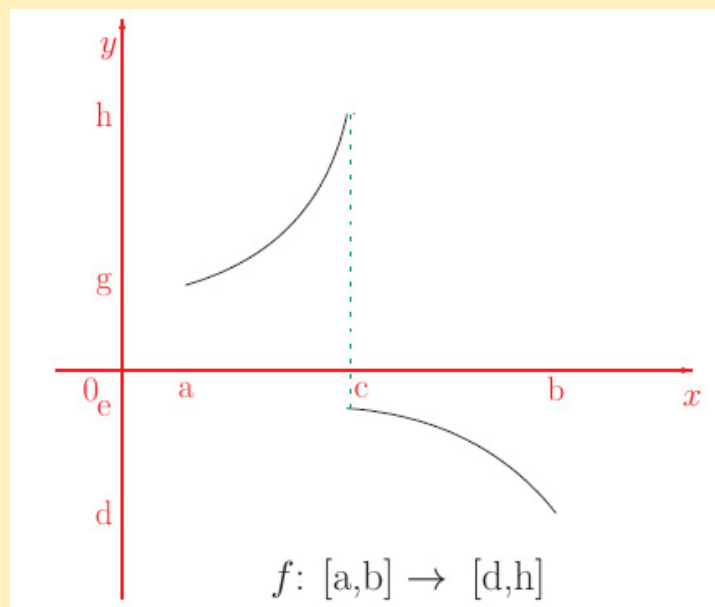
Per $x_1 < x_2$ risulta $f(x_1) < f(x_2)$. Possiamo dedurre che la funzione è strettamente crescente?





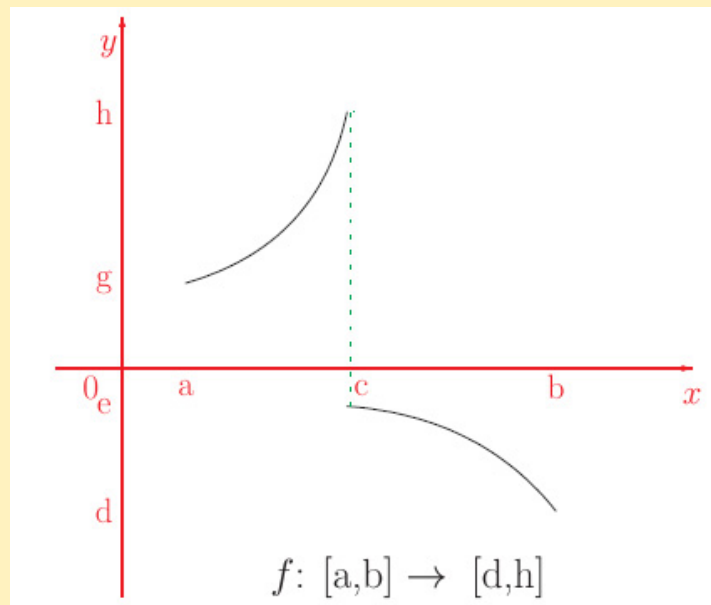
Per $x_1 < x_2$ risulta $f(x_1) > f(x_2)$. Possiamo dedurre che la funzione è strettamente decrescente?





La funzione non è monotona MA la restrizione di f all'intervallo $[a, c]$, $f_{[a,c]}$ è

- strettamente crescente;
- suriettiva su $[g, h]$.



La funzione non è monotona MA la restrizione di f all'intervallo $[a, c]$, $f_{[a, c]}$ è

- strettamente crescente;
- suriettiva su $[g, h]$.

La restrizione $f_{[a, c]}$ è **invertibile**.