

ESERCITAZIONE 3: coniche

ESERCIZIO 1. Stabilire se ognuna delle seguenti equazioni rappresenta una circonferenza. In caso affermativo, individuarne il centro e il raggio:

1.a) $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$,

1.b) $36x^2 + 36y^2 + 36x - 24y - 23 = 0$,

1.c) $x^2 + y^2 + 2x + y + 3 = 0$,

1.d) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

ESERCIZIO 2. Tracciare e scrivere le equazioni delle circonferenze

2.a) di centro $(-2, 3)$ e raggio 2,2.b) di centro $(1, 1/2)$ e raggio $\sqrt{3}$,2.c) centrata nell'origine e passante per il punto $(0, \sqrt{3})$,2.d) passante per i punti $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$.

ESERCIZIO 3. Dopo aver determinato le coordinate dei fuochi e la lunghezza dei semiassi delle seguenti ellissi, disegnarle

3.a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$,

3.b) $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 0$,

3.c) $2x^2 + 3y^2 = 24$.

ESERCIZIO 4. Disegnare e scrivere le equazioni delle ellissi

4.a) di fuochi $(3, 0)$ e $(-3, 0)$ e semiasse maggiore 5,4.b) di fuochi $(0, -2)$ e $(0, 2)$ e semiasse minore 1,4.c) con fuochi sull'asse delle ascisse, semiasse minore 1 e passante per il punto $(1, 1/2)$.

ESERCIZIO 5. Determinare le coordinate dei fuochi e dei vertici e le equazioni degli asintoti delle seguenti iperboli:

5.a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$,

5.b) $x^2 - y^2 = 4$,

5.c) $y^2 - 3x^2 = 9$.

ESERCIZIO 6. Scrivere le equazioni delle iperboli

6.a) di fuochi $(3, 0)$ e $(-3, 0)$ e vertici $(1, 0)$ e $(-1, 0)$,6.b) di vertici $(-2, 0)$ e $(2, 0)$ e passante per il punto $(3, 3)$,6.c) di fuochi $(-2, 0)$ e $(2, 0)$ e passante per il punto $(1, 1)$,6.d) di vertici $(1, 0)$ e $(-1, 0)$ e asintoti $y = \pm 2x$,6.e) equilatera di fuochi $(-8, 0)$ e $(8, 0)$.

ESERCIZIO 7. Determinare il fuoco, la direttrice e il vertice e l'asse di simmetria delle seguenti parabole e tracciarle su un riferimento cartesiano.

7.a) $x = y^2/4$,

7.b) $y^2 = -3x$,

7.c) $2x^2 = 3y$,

7.d) $x^2 + 8y = 0$,

7.e) $y = x^2 - 5x$,

7.f) $y = -x^2 + x + 3$,

7.g) $x = (y - 1)^2$,

7.h) $x + (y + 2)^2 = 5$,

7.h) $y - x^2 = 6x$.

ESERCIZIO 8. Tracciare e scrivere le equazioni delle parabole

8.a) con vertice in $(1, 1)$, asse parallelo all'asse y e passante per l'origine.

- 8.b) con asse parallelo all'asse x e passante per i punti $(-3, 0)$, $(0, \sqrt{3})$ e $(0, -\sqrt{3})$,
 8.c) con vertice nell'origine, asse parallelo all'asse x e passante per $(1, 1)$,
 8.d) con vertice nell'origine, direttrice parallela all'asse x e passante per $(1, -2)$,
 8.e) con vertice nell'origine, asse parallelo all'asse y e passante per $(-1, 2)$,
 8.f) con vertice nell'origine, asse parallelo all'asse y e passante per $(-1, -2)$,
 8.g) con vertice nell'origine, direttrice parallela all'asse y e passante per $(1, -2)$,
 8.h) con vertice in $(-1, -2)$, asse parallelo all'asse y e passante per $(0, 1)$,
 8.i) con asse $x = 0$ e passante per $(0, 9)$ e $(-1, 10)$,
 8.j) con asse $y = 0$ e passante per $(0, 1)$ e $(-1, 0)$.

ESERCIZIO 9. Trovare le intersezioni

9.a) fra le rette di equazioni $4x - 5y + 1 = 0$ e $y = 2x - 1$,

9.b) fra le rette di equazioni $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ e $2x - y + 5 = 0$,

9.c) fra le rette di equazioni $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 2t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \end{cases}$,

9.d) fra la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ e la retta di equazione $y + 1 = 0$,

9.e) fra la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ e la retta di equazione $y - x = 0$,

9.f) fra l'ellisse di equazione $x^2/4 + y^2 = 1$ e l'iperbole $x^2 - y^2 = 1$.

9.g) fra la parabola di equazione $y = x^2 - 4$ e l'ellisse $x^2/25 + y^2/16 = 1$.

ESERCIZIO 10. Classificare le coniche di equazione cartesiana:

$$\begin{array}{cccc} x^2 - 2y^2 = 9, & x^2 + 2y^2 = 9 & x^2 + 2y^2 = 0, & x^2 - 2y^2 = 0, \\ x^2 - 2y = 1, & x^2 + 2y = 0, & x^2 - 3x + y = 0, & xy - x = 0, \end{array}$$

cioè stabilire se sono ellissi/circonferenze, iperboli, parabole, o coniche degeneri, e disegnarle. Nel caso di coniche non degeneri, individuare gli enti geometrici caratteristici (fuochi, assi, direttrici....). Dire poi quali di queste curve contiene l'origine.