Funzioni

30 settembre 2022

Definizioni

Siano S e T due insiemi.

Definizioni

Siano S e T due insiemi.
Col simbolo
$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$
si intende una legge che associa **a ogni elemento di S un unico elemento di T**.

Definizioni

Siano S e T due insiemi.
Col simbolo
$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$
si intende una legge che associa **a ogni elemento di S un unico elemento di T**.
Sia
$$f : x \in \mathbf{S} \to f(x) \in \mathbf{T}$$

Definizioni

Siano S e T due insiemi.
Col simbolo
$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$
si intende una legge che associa **a ogni elemento di S un unico elemento di T**.
Sia

$$f : x \in \mathbf{S} \to f(x) \in \mathbf{T}$$

$f(x)$ indica l'unico elemento di T associato a x e viene chiamato **immagine** di x.

Definizioni

Siano S e T due insiemi.
Col simbolo
$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$
si intende una legge che associa **a ogni elemento di S un unico elemento di T**.
Sia
$$f : x \in \mathbf{S} \to f(x) \in \mathbf{T}$$
$f(x)$ indica l'unico elemento di T associato a x e viene chiamato **immagine** di x.
S: *dominio* della funzione;
T: *codominio* della funzione.

Il concetto di funzione, nella sua accezione più generale, non appartiene al domino della **matematica** ma a quello più ampio della **logica**.

Il concetto di funzione, nella sua accezione più generale, non appartiene al domino della **matematica** ma a quello più ampio della **logica**.

Dato un individuo x, indichiamo con:

Il concetto di funzione, nella sua accezione più generale, non appartiene al domino della **matematica** ma a quello più ampio della **logica**.

Dato un individuo x, indichiamo con:

- $G(x) =$ genitore di x;

Il concetto di funzione, nella sua accezione più generale, non appartiene al domino della **matematica** ma a quello più ampio della **logica**.

Dato un individuo x, indichiamo con:

- $G(x) =$ genitore di x;
- $C(x) =$ coniuge di x;

Il concetto di funzione, nella sua accezione più generale, non appartiene al domino della **matematica** ma a quello più ampio della **logica**.

Dato un individuo x, indichiamo con:

- G(x) = genitore di x;
- C(x) = coniuge di x;
- N(x) = numero di telefono di x.

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x;

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x; y **varia con** x.

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x; y **varia con** x.$\Leftrightarrow$ y è una variabile dipendente, che varia in funzione della variabile indipendente x.

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x; y **varia con** x.$\Leftrightarrow$ y è una variabile dipendente, che varia in funzione della variabile indipendente x.
f rappresenta l'operazione ("l'atto della mente") attraverso la quale si passa da x a y;

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x; y **varia con** x.$\Leftrightarrow$ y è una variabile dipendente, che varia in funzione della variabile indipendente x.
f rappresenta l'operazione ("l'atto della mente") attraverso la quale si passa da x a y; f è l'operatore che trasporta x in y.

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x; y **varia con** x.$\Leftrightarrow$ y è una variabile dipendente, che varia in funzione della variabile indipendente x. f rappresenta l'operazione ("l'atto della mente") attraverso la quale si passa da x a y; f è l'operatore che trasporta x in y. Ad esempio:

- un punto P viene trasformato nel suo simmetrico P' rispetto all'origine; (*trasformazione*)

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x; y **varia con** x.$\Leftrightarrow$ y è una variabile dipendente, che varia in funzione della variabile indipendente x. f rappresenta l'operazione ("l'atto della mente") attraverso la quale si passa da x a y; f è l'operatore che trasporta x in y. Ad esempio:

- un punto P viene trasformato nel suo simmetrico P' rispetto all'origine; (*trasformazione*)
- un punto P della superficie terrestre viene rappresentato da un punto P' su una carta geografica; (*rappresentazione*)

Con la scrittura

$$y = f(x)$$

esprimiamo il fatto che y dipende da x; y **varia con** x.$\Leftrightarrow$ y è una variabile dipendente, che varia in funzione della variabile indipendente x. f rappresenta l'operazione ("l'atto della mente") attraverso la quale si passa da x a y; f è l'operatore che trasporta x in y. Ad esempio:

- un punto P viene trasformato nel suo simmetrico P' rispetto all'origine; (*trasformazione*)
- un punto P della superficie terrestre viene rappresentato da un punto P' su una carta geografica; (*rappresentazione*)
- un individuo x viene messo in relazione con un genitore G(X), il coniuge G(x), e così via. (*corrispondenza*)

Esempio 1

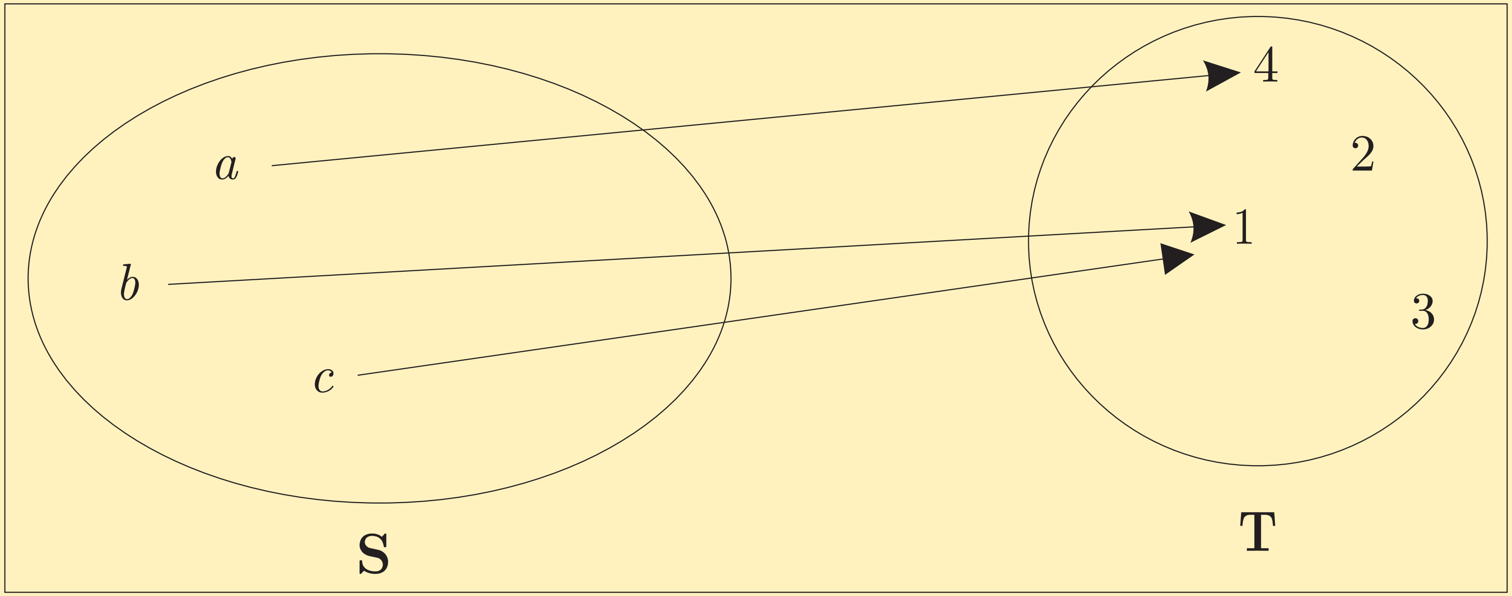
Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Esempio 1

Sia

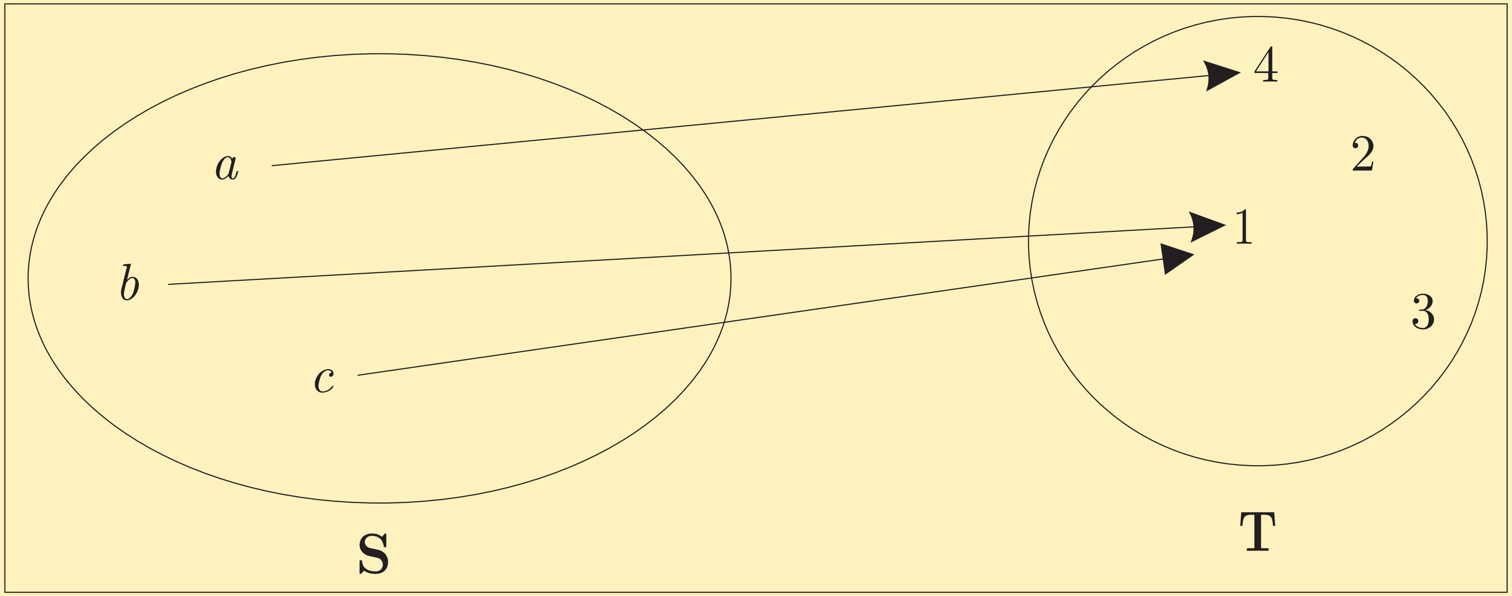
$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



Esempio 1

Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

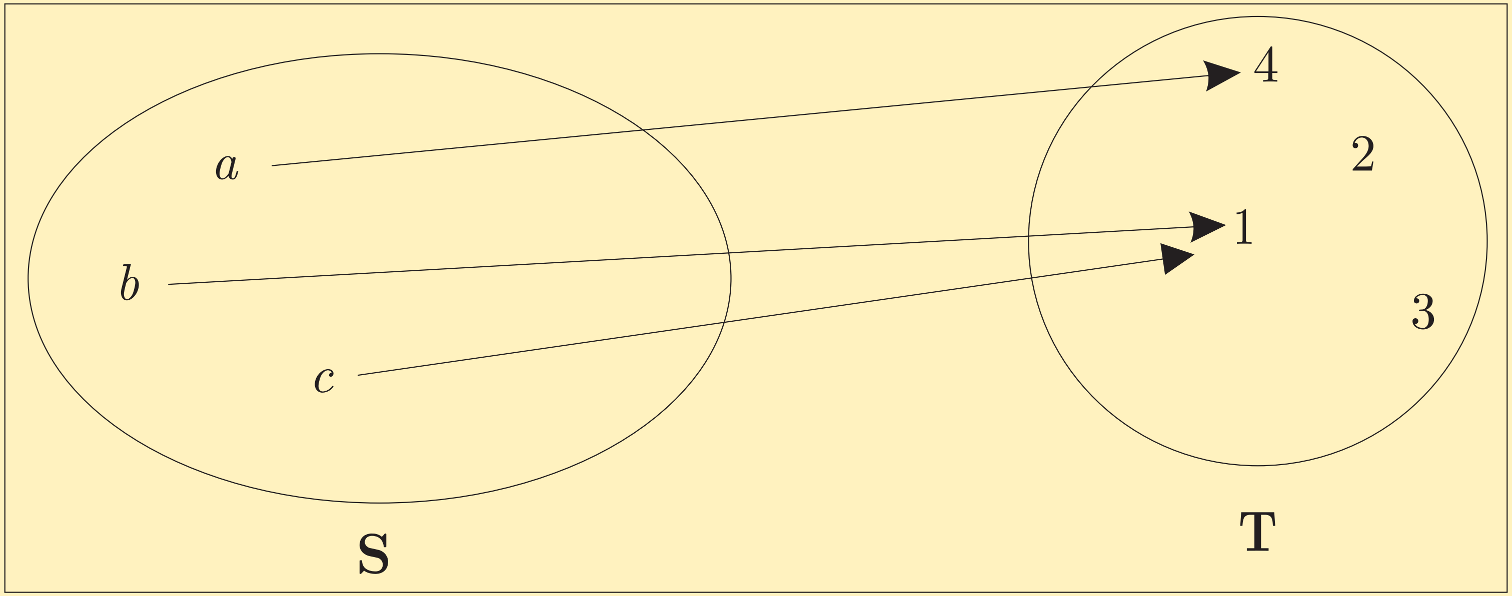


- $a \in S \to f(a) =$

Esempio 1

Sia

$$f : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{T}$$

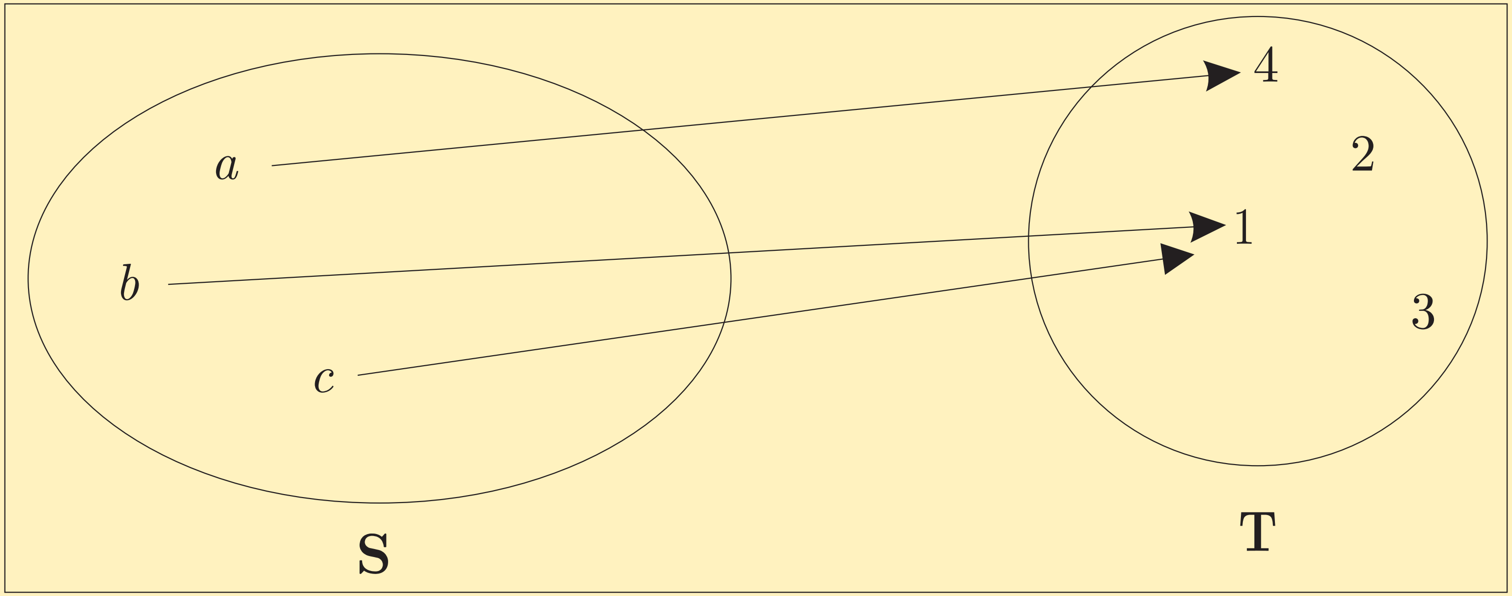


- $a \in S \rightarrow f(a) =$ 4 $\in$ T;
- $b \in S \rightarrow f(b) =$

Esempio 1

Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

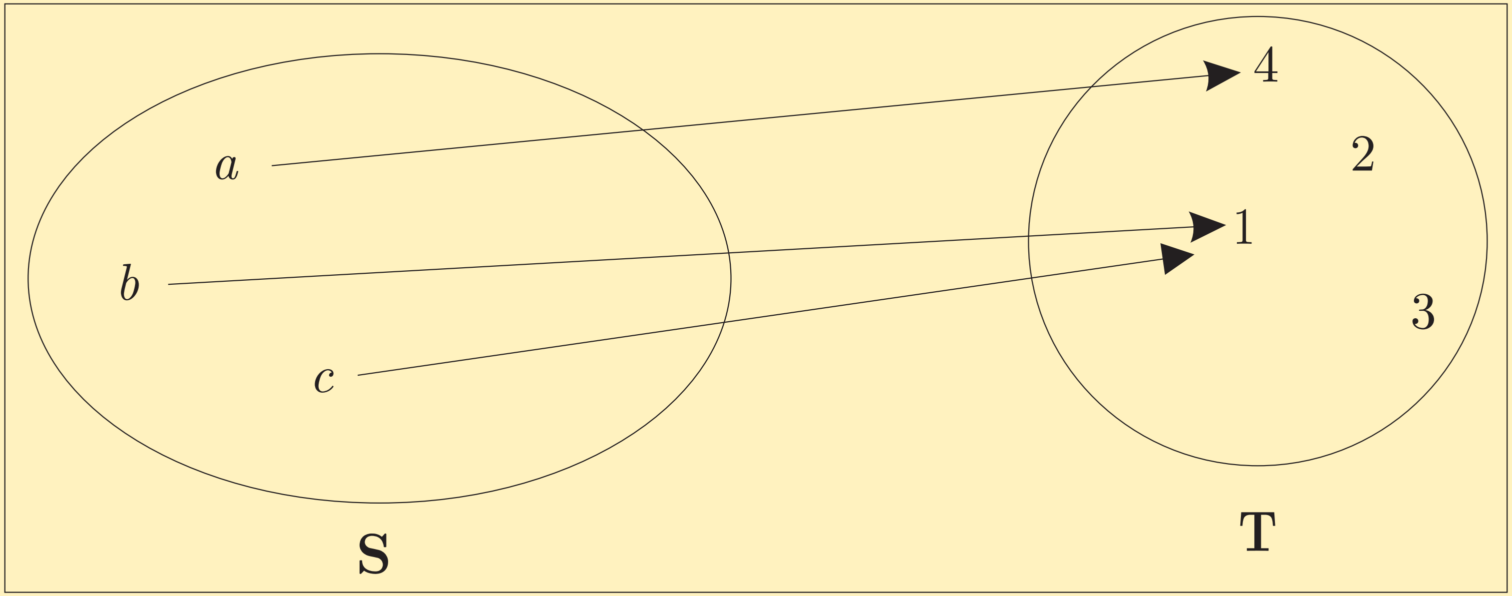


- $a \in S \to f(a) = 4 \in \mathsf{T}$;
- $b \in S \to f(b) = 1 \in \mathsf{T}$;
- $c \in S \to f(c) =$

Esempio 1

Sia

$$f : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{T}$$



- $a \in S \rightarrow f(a) = 4 \in \mathsf{T}$;
- $b \in S \rightarrow f(b) = 1 \in \mathsf{T}$;
- $c \in S \rightarrow f(c) = 1 \in \mathsf{T}$;

Esempio 2

$$f : x \in \mathcal{N} \rightarrow f(x) = x + 1 \in \mathcal{N}$$

Esempio 2

$$f : x \in \mathcal{N} \to f(x) = x + 1 \in \mathcal{N}$$

- $1 \in \mathcal{N} \to f(1) =$

Esempio 2

$$f : x \in \mathcal{N} \rightarrow f(x) = x + 1 \in \mathcal{N}$$

- $1 \in \mathcal{N} \rightarrow f(1) = 2 \in \mathcal{N}$;
- $2 \in \mathcal{N} \rightarrow f(2) =$

Esempio 2

$$f : x \in \mathcal{N} \rightarrow f(x) = x + 1 \in \mathcal{N}$$

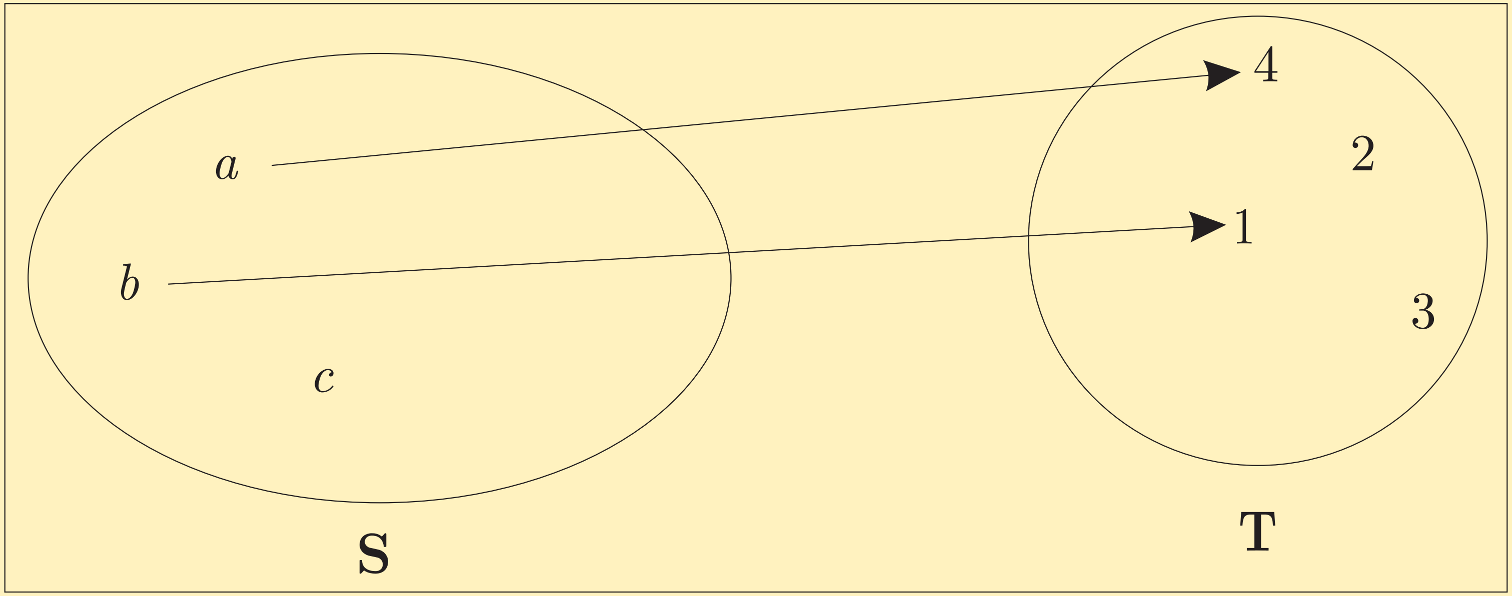
- $1 \in \mathcal{N} \rightarrow f(1) = 2 \in \mathcal{N}$;
- $2 \in \mathcal{N} \rightarrow f(2) = 3 \in \mathcal{N}$;
- $3 \in \mathcal{N} \rightarrow f(3) =$

Esempio 2

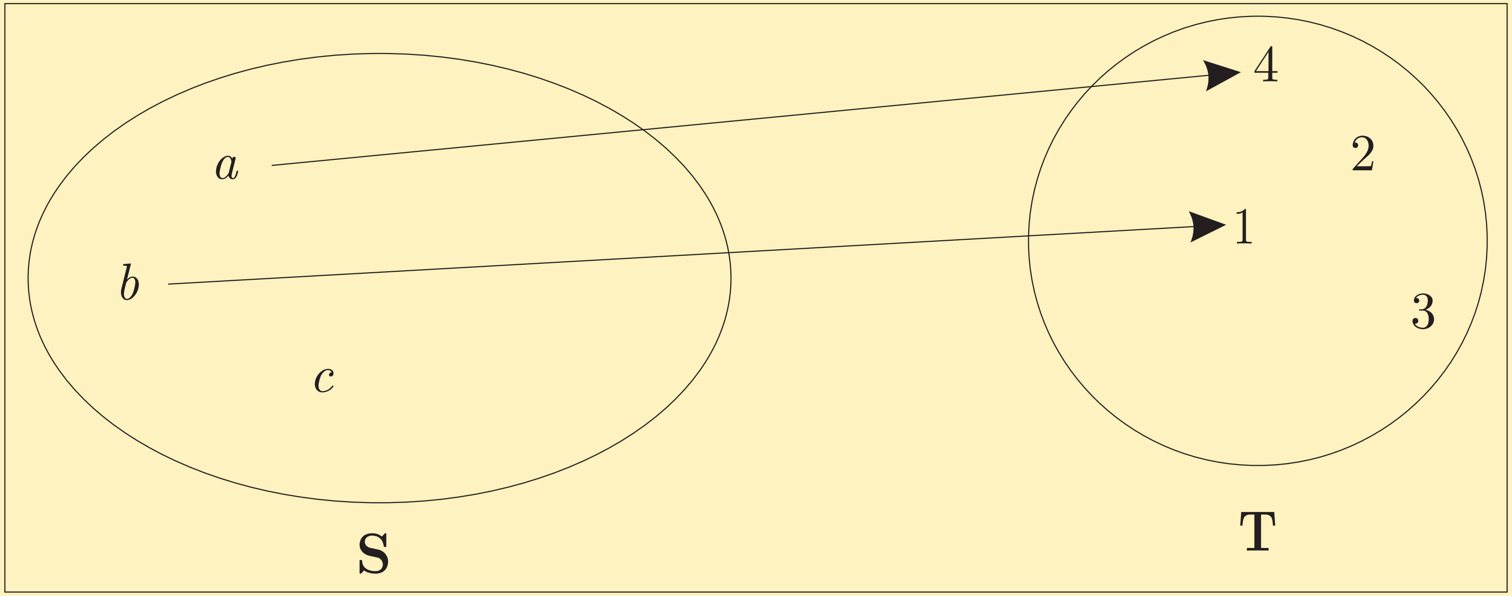
$$f : x \in \mathcal{N} \to f(x) = x + 1 \in \mathcal{N}$$

- $1 \in \mathcal{N} \to f(1) = 2 \in \mathcal{N}$;
- $2 \in \mathcal{N} \to f(2) = 3 \in \mathcal{N}$;
- $3 \in \mathcal{N} \to f(3) = 4 \in \mathcal{N}$;
- $\ldots$

Esempio 3

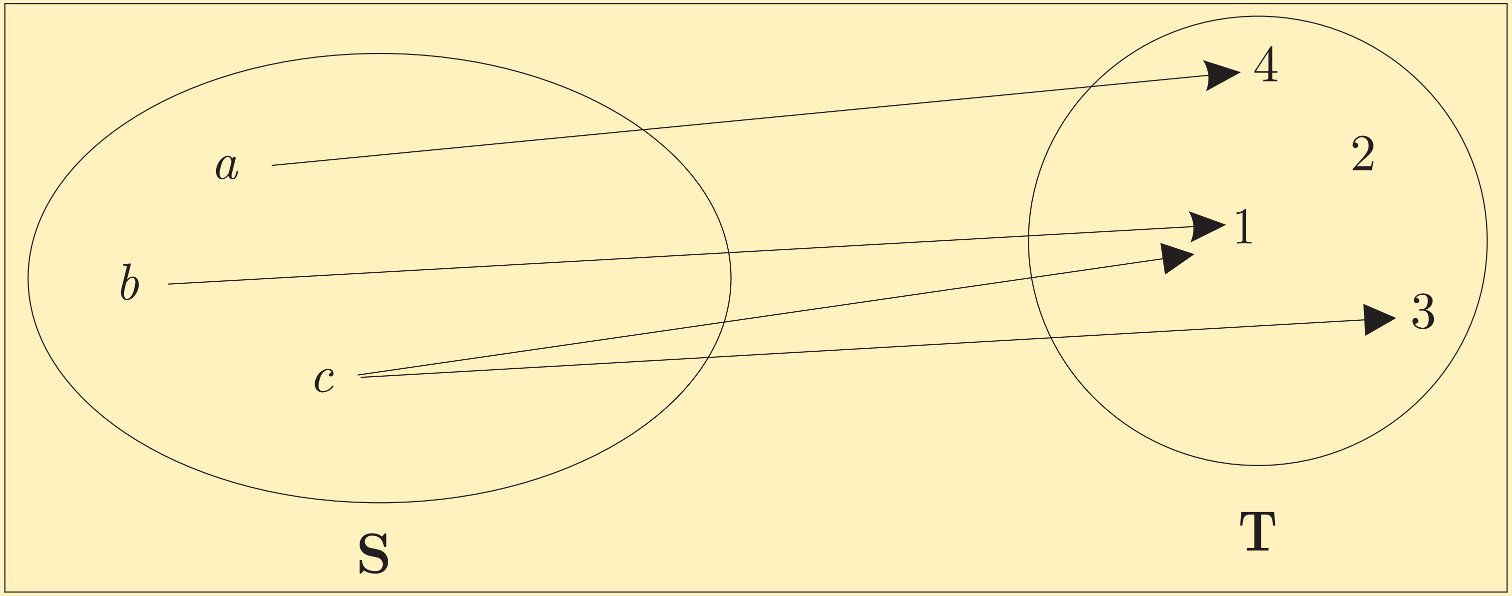


Esempio 3

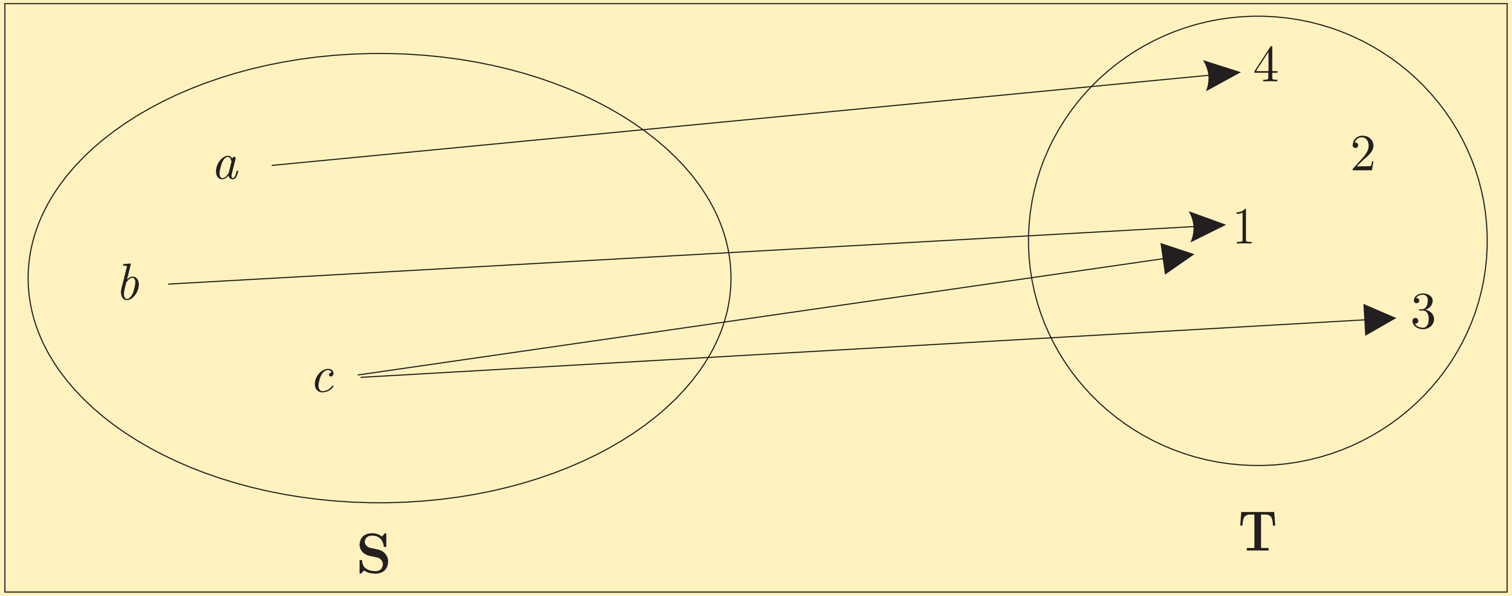


Non è una funzione in quanto non esiste l'immagine dell'elemento c

Esempio 4



Esempio 4



Non è una funzione in quanto l'elemento c ammette due corrispondenti

Esempio

Siano:

$$S = \{\text{Titoli quotati alla Borsa di Milano (Piazza Affari)}\};$$

Esempio

Siano:

$$S = \{\text{Titoli quotati alla Borsa di Milano (Piazza Affari)}\};$$

$T = \{$Istanti di tempo (espressi in anno-mese-giorno-ora-minuti-secondi)$\}$.

Esempio

Siano:

S={Titoli quotati alla Borsa di Milano (Piazza Affari)};
T= {Istanti di tempo (espressi in anno-mese-giorno-ora-minuti-secondi)}.

Consideriamo la **funzione di due variabili**:

$$f : \mathbf{S} \times \mathbf{T} \to \mathcal{R}$$

Esempio

Siano:

S={Titoli quotati alla Borsa di Milano (Piazza Affari)};
T= {Istanti di tempo (espressi in anno-mese-giorno-ora-minuti-secondi)}.

Consideriamo la **funzione di due variabili**:

$$f : \mathbf{S} \times \mathbf{T} \rightarrow \mathcal{R}$$

che a ogni elemento $(y, t) \in \mathrm{S} \times \mathrm{T}$ associa **f(y,t)=valore del titolo y quotato in Piazza Affari all'istante t**.

Esempio

Siano:

S={Titoli quotati alla Borsa di Milano (Piazza Affari)};
T= {Istanti di tempo (espressi in anno-mese-giorno-ora-minuti-secondi)}.

Consideriamo la **funzione di due variabili**:

$$f : \mathbf{S} \times \mathbf{T} \to \mathcal{R}$$

che a ogni elemento $(y, t) \in \mathrm{S} \times \mathrm{T}$ associa **f(y,t)=valore del titolo y quotato in Piazza Affari all'istante t**. Ad esempio, se:

1. y = titolo STELLANTIS appartenente a S;

Esempio

Siano:

S={Titoli quotati alla Borsa di Milano (Piazza Affari)};
T= {Istanti di tempo (espressi in anno-mese-giorno-ora-minuti-secondi)}.

Consideriamo la **funzione di due variabili**:

$$f : \mathbf{S} \times \mathbf{T} \to \mathcal{R}$$

che a ogni elemento $(y, t) \in \mathrm{S} \times \mathrm{T}$ associa **f(y,t)=valore del titolo y quotato in Piazza Affari all'istante t**. Ad esempio, se:

1. y = titolo STELLANTIS appartenente a S;
2. t = 2022-09-20-9-00-00 appartenente a T;

Esempio

Siano:

S={Titoli quotati alla Borsa di Milano (Piazza Affari)};

T= {Istanti di tempo (espressi in anno-mese-giorno-ora-minuti-secondi)}.

Consideriamo la **funzione di due variabili**:

$$f : \mathbf{S} \times \mathbf{T} \to \mathcal{R}$$

che a ogni elemento $(y, t) \in \mathrm{S} \times \mathrm{T}$ associa **f(y,t)=valore del titolo y quotato in Piazza Affari all'istante t**. Ad esempio, se:

1. y = titolo STELLANTIS appartenente a S;
2. t = 2022-09-20-9-00-00 appartenente a T;

allora:

f(y,t)= valore del titolo STELLANTIS alle ore 9.00.00 del giorno 20.09.2022 .

Esempio

Se fissiamo il titolo quotato, ad esempio:

$$\mathbf{y} = \text{titolo STELLANTIS}$$

Esempio

Se fissiamo il titolo quotato, ad esempio:

$$\mathbf{y} = \text{titolo STELLANTIS}$$

e facciamo variare l'istante di tempo abbiamo che

f(STELLANTIS,t)= valore del titolo STELLANITS al tempo t

Esempio

Se fissiamo il titolo quotato, ad esempio:

$$\mathbf{y} = \text{titolo STELLANTIS}$$

e facciamo variare l'istante di tempo abbiamo che
f(STELLANTIS,t)= valore del titolo STELLANITS al tempo t:

- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-00-00)=13,45€

Esempio

Se fissiamo il titolo quotato, ad esempio:

$$\mathbf{y} = \text{titolo STELLANTIS}$$

e facciamo variare l'istante di tempo abbiamo che
f(STELLANTIS,t)= valore del titolo STELLANITS al tempo t:

- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-00-00)=13,45€
- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-05-00)=13,50€

Esempio

Se fissiamo il titolo quotato, ad esempio:

$$\mathbf{y} = \text{titolo STELLANTIS}$$

e facciamo variare l'istante di tempo abbiamo che
f(STELLANTIS,t)= valore del titolo STELLANITS al tempo t:

- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-00-00)=13,45€
- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-05-00)=13,50€
- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-10-00)=13,55€

Esempio

Se fissiamo il titolo quotato, ad esempio:

$$\mathbf{y} = \text{titolo STELLANTIS}$$

e facciamo variare l'istante di tempo abbiamo che
f(STELLANTIS,t)= valore del titolo STELLANITS al tempo t:

- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-00-00)=13,45€
- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-05-00)=13,50€
- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-10-00)=13,55€
- ...

Esempio

Se fissiamo il titolo quotato, ad esempio:

$$\mathbf{y} = \text{titolo STELLANTIS}$$

e facciamo variare l'istante di tempo abbiamo che
f(STELLANTIS,t)= valore del titolo STELLANITS al tempo t:

- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-00-00)=13,45€
- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-05-00)=13,50€
- f(STELLANITS, 2022-09-20-9-10-00)=13,55€
- . . .

possiamo costruire la **serie storica del titolo**.

Esempio

Se fissiamo l'istante di tempo, ad esempio:

$$t = 2022\text{-}09\text{-}20\text{-}9\text{-}00\text{-}00$$

Esempio

Se fissiamo l'istante di tempo, ad esempio:

$$t = 2022\text{-}09\text{-}20\text{-}9\text{-}00\text{-}00$$

e facciamo variare il titolo otteniamo:

Esempio

Se fissiamo l'istante di tempo, ad esempio:

$$t = 2022\text{-}09\text{-}20\text{-}9\text{-}00\text{-}00$$

e facciamo variare il titolo otteniamo:

- f(STELLANITS,2022-09-20-9-00-00)= 13,45 €

Esempio

Se fissiamo l'istante di tempo, ad esempio:

$$t = 2022\text{-}09\text{-}20\text{-}9\text{-}00\text{-}00$$

e facciamo variare il titolo otteniamo:

- f(STELLANITS,2022-09-20-9-00-00)= 13,45 €
- f(ENI,2022-09-20-9-00-00)= 11,25 €

Esempio

Se fissiamo l'istante di tempo, ad esempio:

$$t = 2022\text{-}09\text{-}20\text{-}9\text{-}00\text{-}00$$

e facciamo variare il titolo otteniamo:

- f(STELLANITS,2022-09-20-9-00-00)= 13,45 €
- f(ENI,2022-09-20-9-00-00)= 11,25 €
- f(ENEL,2022-09-20-9-00-00)= 4,90 €

Esempio

Se fissiamo l'istante di tempo, ad esempio:

$$t = 2022\text{-}09\text{-}20\text{-}9\text{-}00\text{-}00$$

e facciamo variare il titolo otteniamo:

- f(STELLANITS,2022-09-20-9-00-00)= 13,45 €
- f(ENI,2022-09-20-9-00-00)= 11,25 €
- f(ENEL,2022-09-20-9-00-00)= 4,90 €

possiamo confrontare i valori dei titoli.

Immagine

Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Immagine

Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Se $\mathsf{X} \subseteq \mathsf{S}$

Immagine

Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Se $\mathsf{X} \subseteq \mathsf{S}$, si indica con
$f(\mathsf{X})$: *immagine* di X; $f(\mathsf{X}) \subseteq \mathsf{T}$

Immagine

Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Se X $\subseteq$ S, si indica con
f(X): *immagine* di X; f(X) $\subseteq$ T

$$f(X) = \{y \in T : \ \exists\, x \in X,\ f(x) = y\}$$

Immagine

Sia

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Se $\mathsf{X} \subseteq \mathsf{S}$, si indica con

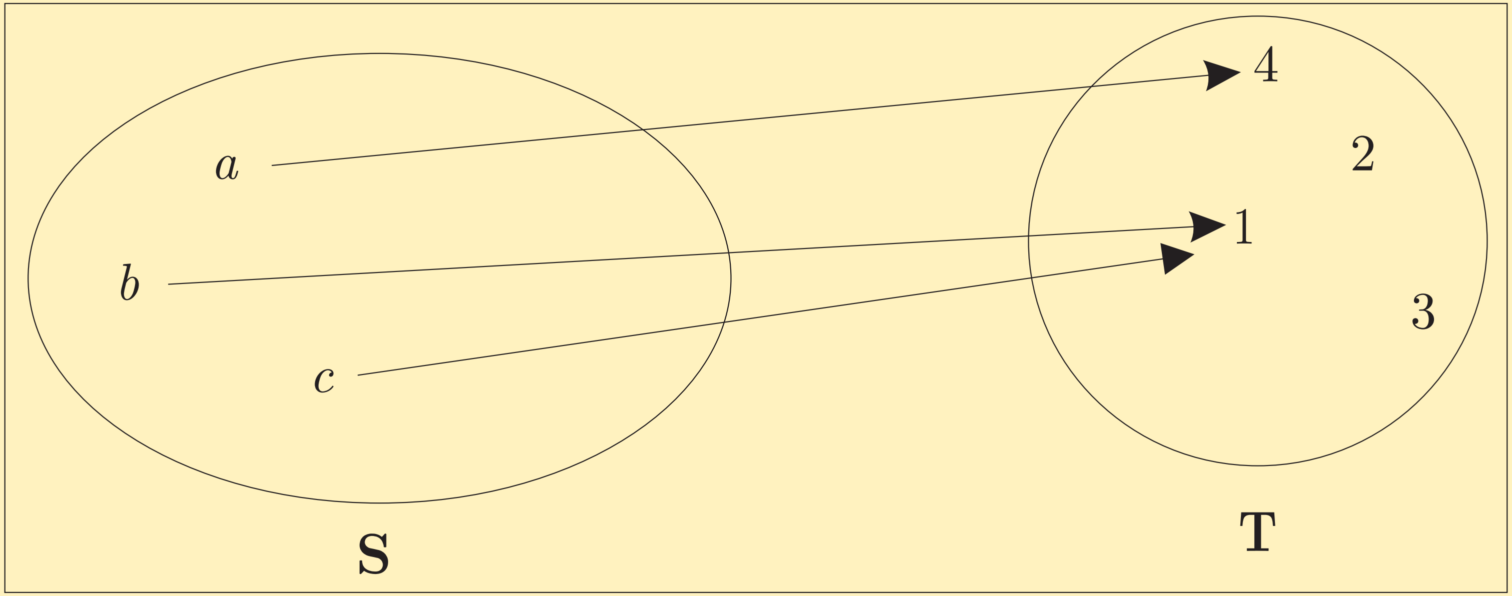
$f(\mathsf{X})$: *immagine* di X; $f(\mathsf{X}) \subseteq \mathsf{T}$

$$f(X) = \{y \in T : \ \exists\, x \in X,\ f(x) = y\}$$

$f(\mathsf{S})$: *immagine* di f.

Esempio

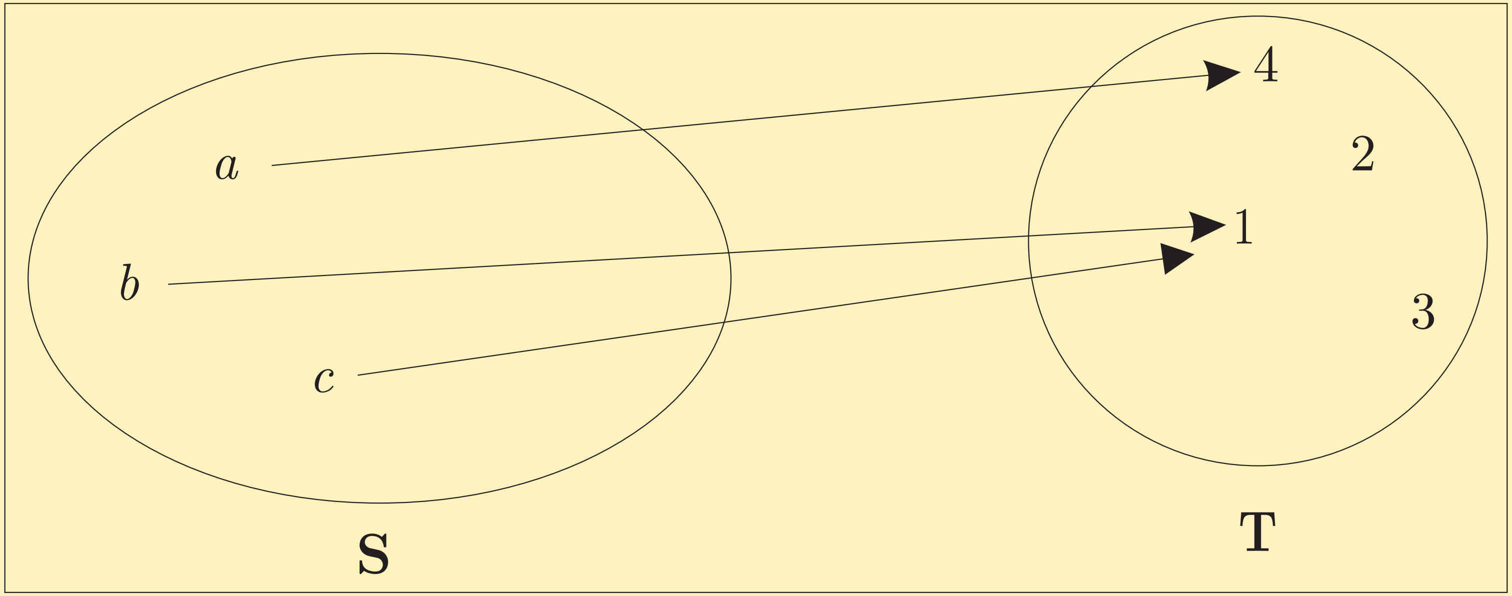
$$f : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{T}$$



- $f(\{a\}) =$

Esempio

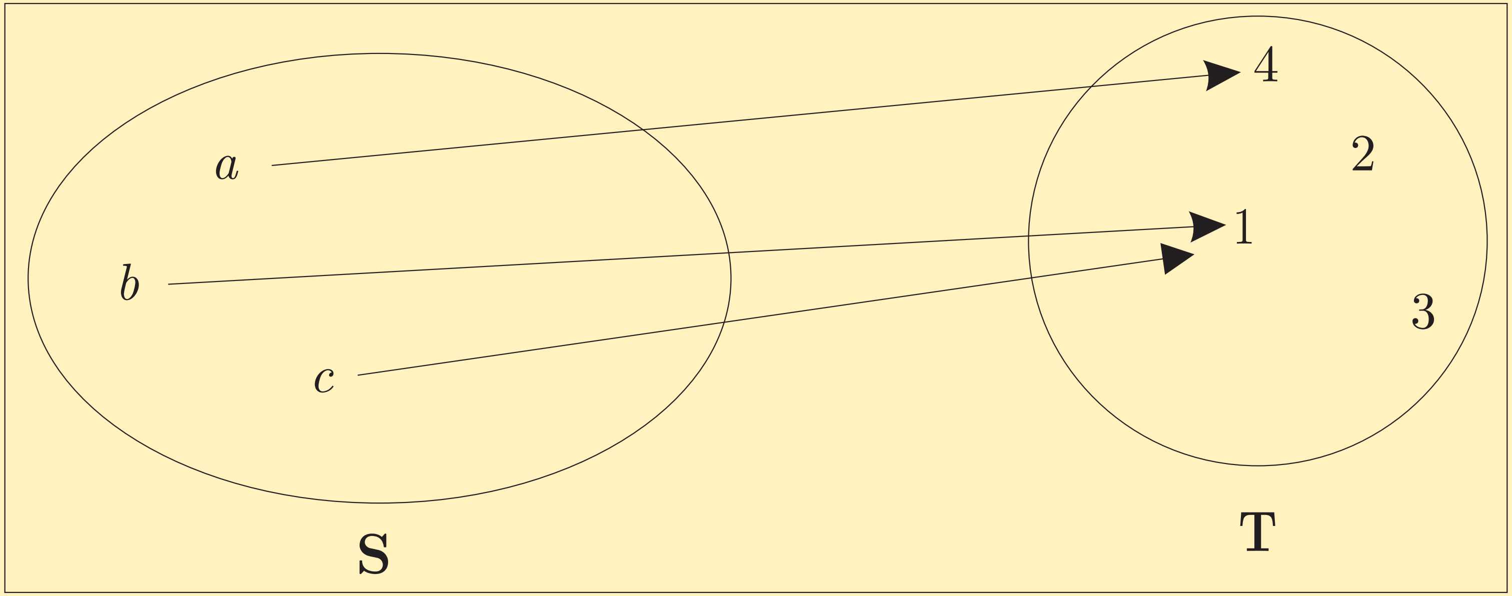
$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



- $f(\{a\}) = \{4\} \subseteq \mathsf{T}$;
- $f(\{a, b\}) =$

Esempio

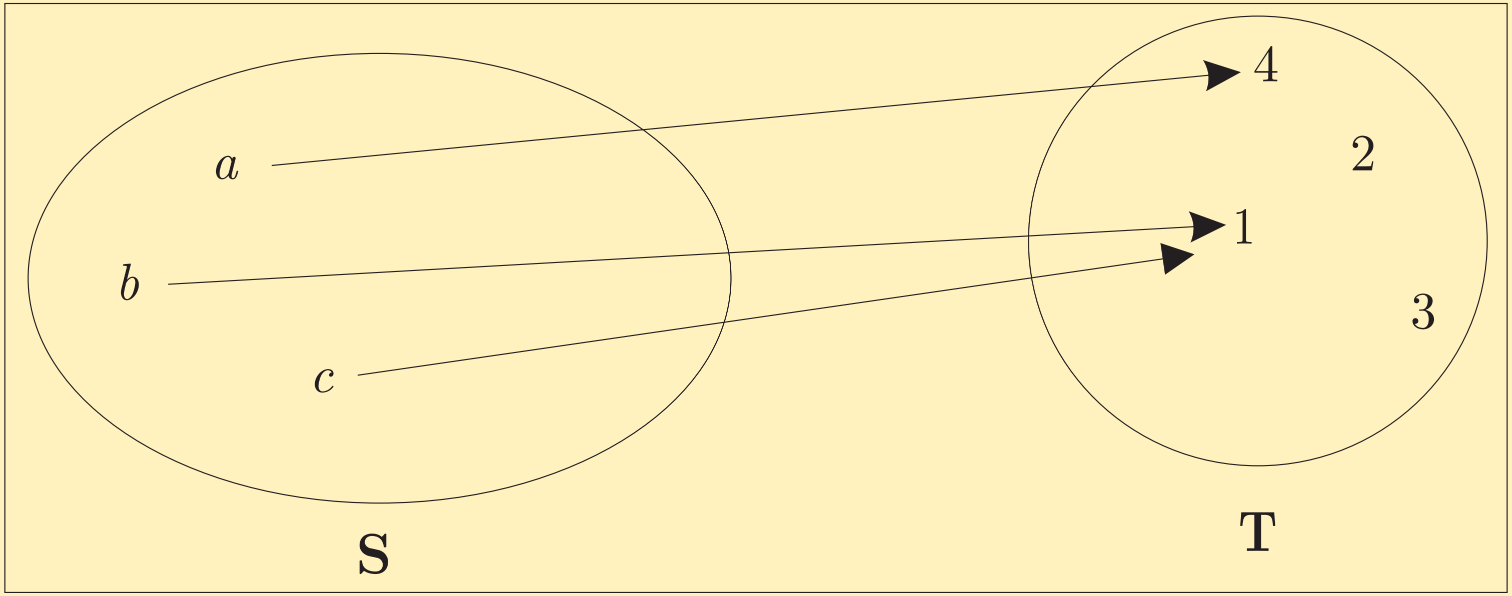
$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



- $f(\{a\}) = \{4\} \subseteq \mathsf{T}$;
- $f(\{a, b\}) = \{1, 4\} \subseteq \mathsf{T}$;

Esempio

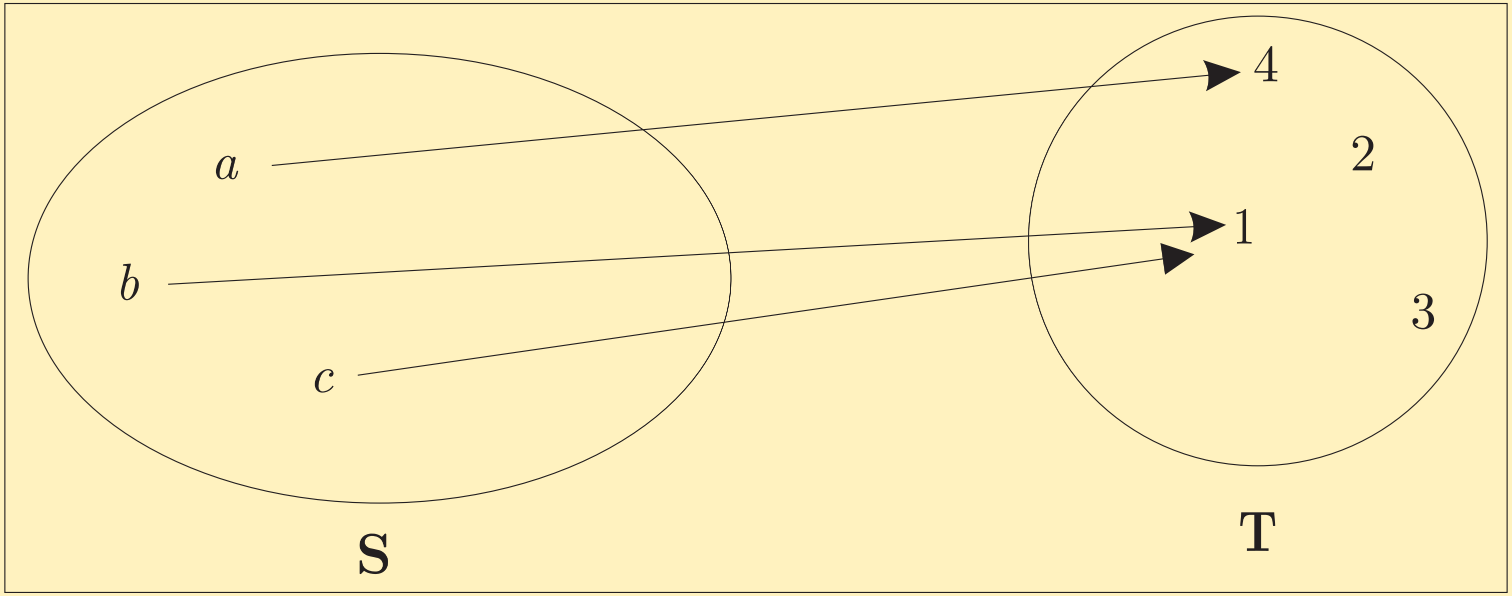
$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



- $f^{-1}(\{1\}) =$

Esempio

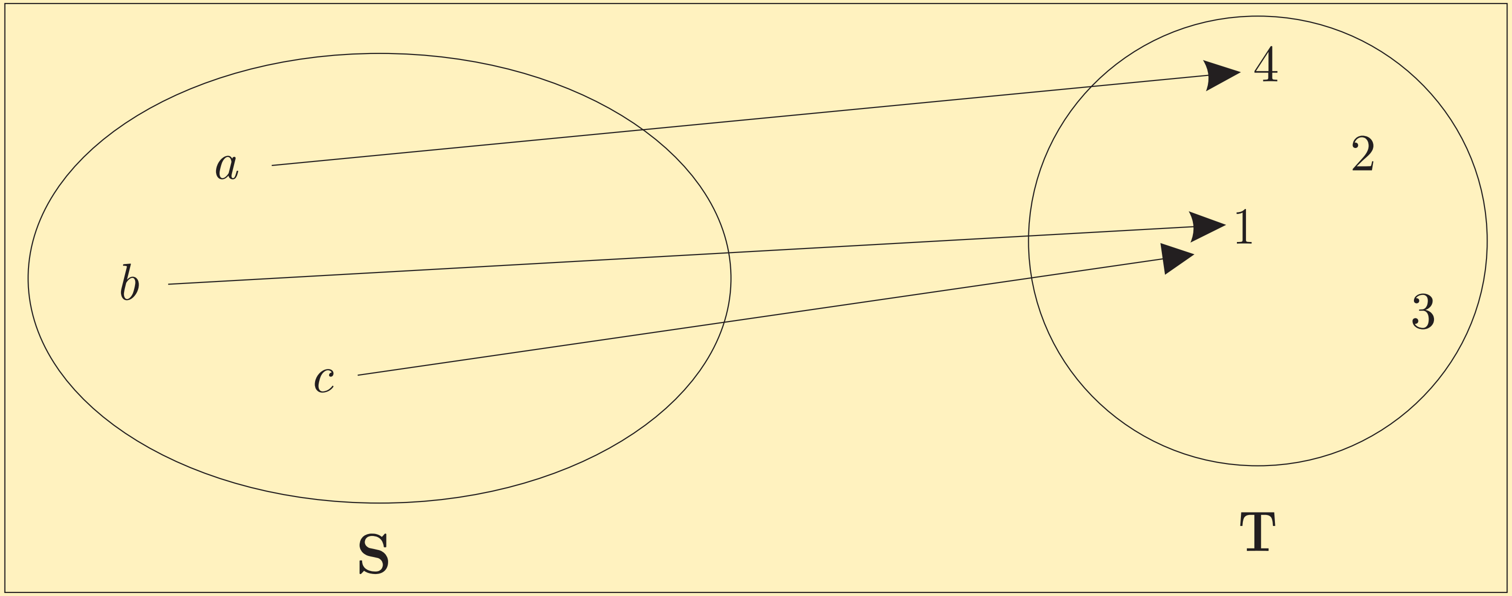
$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



- $f^{-1}(\{1\}) = \{b, c\} \subseteq \mathsf{S}$;
- $f^{-1}(\{2\}) =$

Esempio

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



- $f^{-1}(\{1\}) = \{b, c\} \subseteq \mathsf{S}$;
- $f^{-1}(\{2\}) = \emptyset \subseteq \mathsf{S}$.

Controimmagine

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Controimmagine

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Se $\mathsf{Y} \subseteq \mathsf{T}$

Controimmagine

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Se $\mathsf{Y} \subseteq \mathsf{T}$, si indica con

$$f^{-1}(Y) = \{x \in S : \ f(x) \in Y\}$$

Controimmagine

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

Se $\mathsf{Y} \subseteq \mathsf{T}$, si indica con

$$f^{-1}(Y) = \{x \in S : \ f(x) \in Y\}$$

$f^{-1}(\mathsf{Y})$: *controimmagine* di Y; $f^{-1}(\mathsf{Y}) \subseteq \mathsf{S}$

Funzioni suriettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *suriettiva* (*su*) se $f(S) = T$

Funzioni suriettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *suriettiva* (*su*) se $f(S) = T$
Se la funzione è suriettiva, ogni elemento del codominio è immagine di **almeno un elemento** del dominio.

Funzioni suriettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *suriettiva* (*su*) se $f(S) = T$
Se la funzione è suriettiva, ogni elemento del codominio è immagine di **almeno un elemento** del dominio.

$$\forall\, y \in T, \quad \Rightarrow \quad \left\{ \right.$$

Funzioni suriettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *suriettiva* (*su*) se $f(S) = T$
Se la funzione è suriettiva, ogni elemento del codominio è immagine di **almeno un elemento** del dominio.

$$\forall\, y \in T, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} f^{-1}(\{y\}) = \{a\} \subseteq \ \mathbf{S}; \\ \end{cases}$$

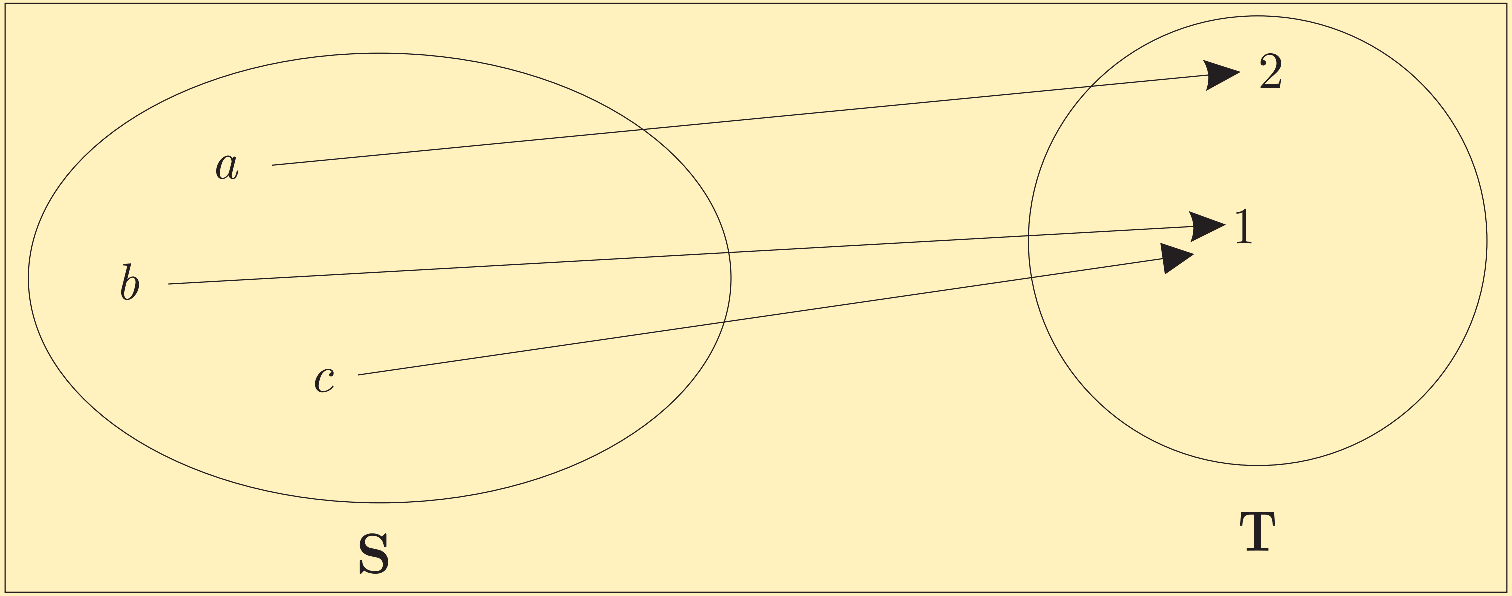
Funzioni suriettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *suriettiva* (*su*) se $f(S) = T$
Se la funzione è suriettiva, ogni elemento del codominio è immagine di **almeno un elemento** del dominio.

$$\forall\, y \in T, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} f^{-1}(\{y\}) = \{a\} \subseteq \mathbf{S}; \\ f^{-1}(\{y\}) = \{a, b, ...\} \subseteq \mathbf{S}. \end{cases}$$

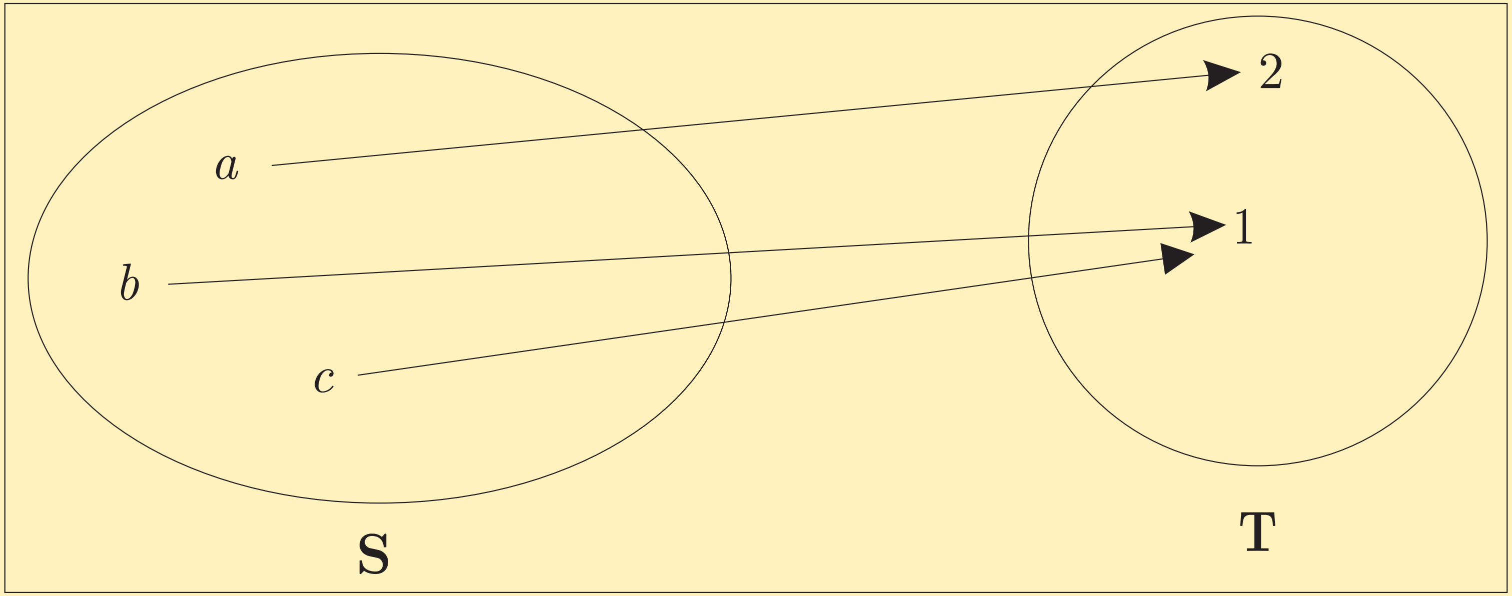
Esempio

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



Esempio

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



La funzione è suriettiva.

Funzioni iniettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *iniettiva* se
$x, y \in S,\ x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$

Funzioni iniettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *iniettiva* se
$x, y \in S,\ x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$
Se la funzione è iniettiva, ogni elemento del codominio è immagine al più di un elemento del dominio.

Funzioni iniettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *iniettiva* se
$x, y \in S,\ x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$
Se la funzione è iniettiva, ogni elemento del codominio è immagine al più di un elemento del dominio.

$$\forall\, y \in T, \quad \Rightarrow \quad \left\{ \right.$$

Funzioni iniettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *iniettiva* se
$x, y \in S,\ x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$
Se la funzione è iniettiva, ogni elemento del codominio è immagine al più di un elemento del dominio.

$$\forall\, y \in T, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} f^{-1}(\{y\}) = \emptyset; \\ \end{cases}$$

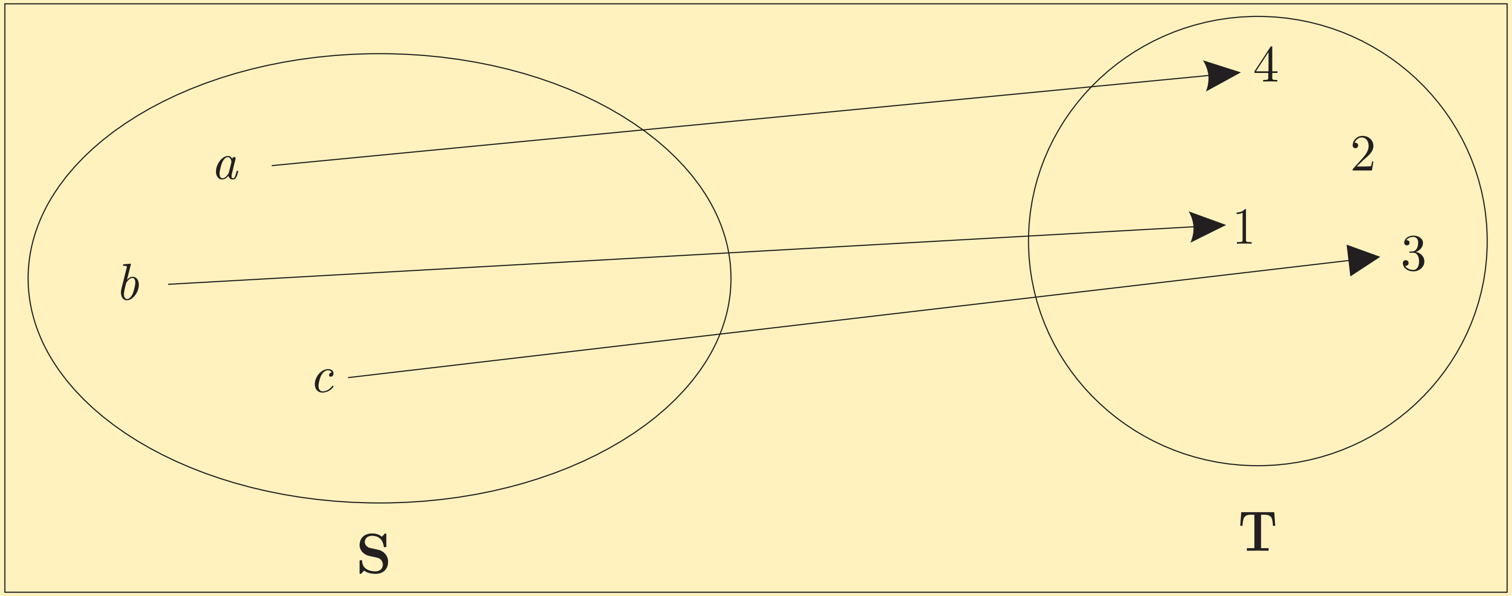
Funzioni iniettive

Una funzione $f : S \to T$ si dice *iniettiva* se
$x, y \in S,\ x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$
Se la funzione è iniettiva, ogni elemento del codominio è immagine al più di un elemento del dominio.

$$\forall\, y \in T, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} f^{-1}(\{y\}) = \emptyset; \\ f^{-1}(\{y\}) = \{a\} \subseteq \mathbf{S}; \end{cases}$$

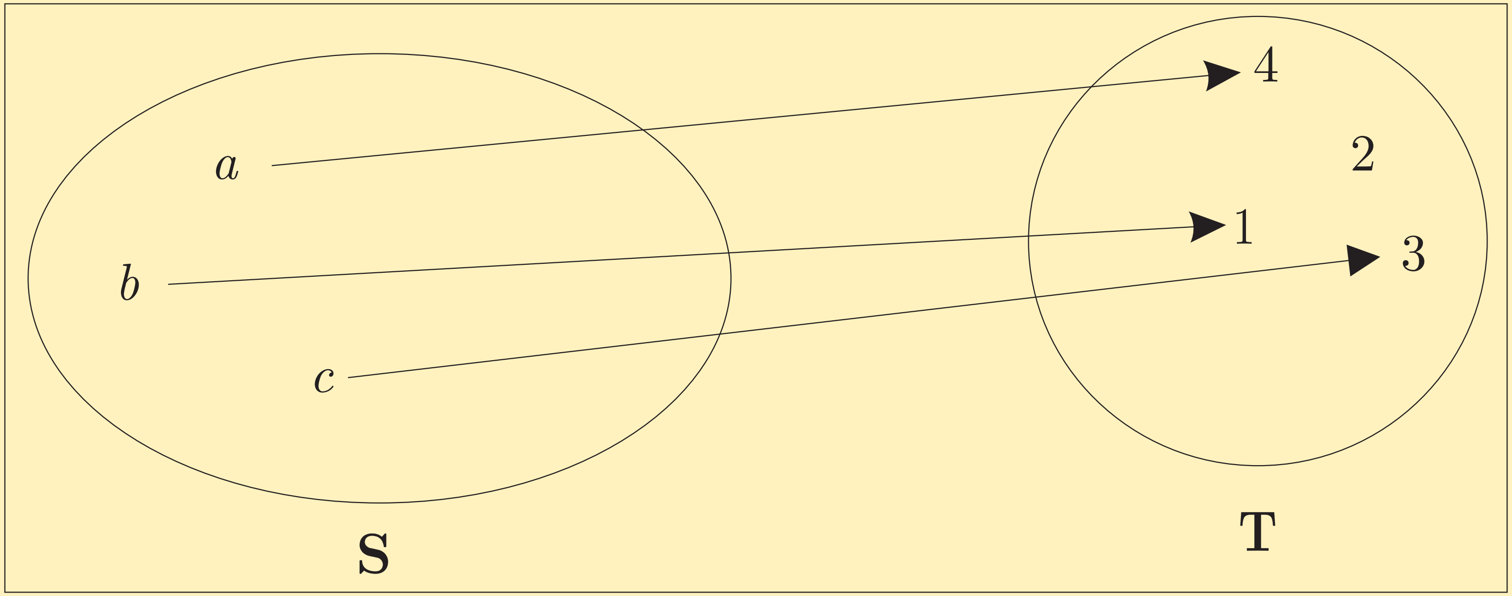
Funzioni iniettive

$$f : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{T}$$



Funzioni iniettive

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



La funzione è iniettiva.

Esempio

Sia S={insieme degli individui}.

Esempio

Sia S={insieme degli individui}. Consideriamo la funzione:

$$G : S \longrightarrow S$$

che a ogni individuo associa un suo genitore (fissato).

Esempio

Sia S={insieme degli individui}. Consideriamo la funzione:

$$G : S \longrightarrow S$$

che a ogni individuo associa un suo genitore (fissato).
La funzione G:

Esempio

Sia S={insieme degli individui}. Consideriamo la funzione:

$$G : S \longrightarrow S$$

che a ogni individuo associa un suo genitore (fissato).
La funzione G:

- **non è suriettiva**: un individuo che non abbia figli non è immagine di alcun elemento di S.

Esempio

Sia S={insieme degli individui}. Consideriamo la funzione:

$$G : S \longrightarrow S$$

che a ogni individuo associa un suo genitore (fissato).
La funzione G:

- **non è suriettiva**: un individuo che non abbia figli non è immagine di alcun elemento di S.
- **non è iniettiva**: individui distinti possono avere lo stesso genitore.

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo;

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- x = numero del biglietto;

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- x = numero del biglietto;
- $f(x)$= numero del posto assegnato al biglietto x.

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- $x =$ numero del biglietto;
- $f(x)=$ numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- $x =$ numero del biglietto;
- $f(x)=$ numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- $x =$ numero del biglietto;
- $f(x)=$ numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi$\Rightarrow$ f **iniettiva** ma **non suriettiva** sui 100 posti (è suriettiva sui 50 collocati);

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- x = numero del biglietto;
- $f(x)$= numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi$\Rightarrow$ f **iniettiva** ma **non suriettiva** sui 100 posti (è suriettiva sui 50 collocati);
2. 100 biglietti emessi, collocati su 100 posti diversi

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- x = numero del biglietto;
- $f(x)$= numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi$\Rightarrow$ f **iniettiva** ma **non suriettiva** sui 100 posti (è suriettiva sui 50 collocati);
2. 100 biglietti emessi, collocati su 100 posti diversi $\Rightarrow$ f **iniettiva** e **suriettiva**

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- $x =$ numero del biglietto;
- $f(x)=$ numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi$\Rightarrow$ f **iniettiva** ma **non suriettiva** sui 100 posti (è suriettiva sui 50 collocati);
2. 100 biglietti emessi, collocati su 100 posti diversi $\Rightarrow$ f **iniettiva** e **suriettiva**;

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- $x =$ numero del biglietto;
- $f(x)=$ numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi$\Rightarrow$ f **iniettiva** ma **non suriettiva** sui 100 posti (è suriettiva sui 50 collocati);
2. 100 biglietti emessi, collocati su 100 posti diversi $\Rightarrow$ f **iniettiva** e **suriettiva**;
3. 150 biglietti emessi, collocati su 100 posti

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- $x =$ numero del biglietto;
- $f(x)=$ numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi$\Rightarrow$ f **iniettiva** ma **non suriettiva** sui 100 posti (è suriettiva sui 50 collocati);
2. 100 biglietti emessi, collocati su 100 posti diversi $\Rightarrow$ f **iniettiva** e **suriettiva**;
3. 150 biglietti emessi, collocati su 100 posti $\Rightarrow$ f **suriettiva** ma **non iniettiva**

Esempio

Supponiamo di assegnare 100 posti in aereo; siano:

- x = numero del biglietto;
- f(x)= numero del posto assegnato al biglietto x.

Consideriamo i seguenti casi:

1. 50 biglietti emessi, collocati su 50 posti diversi$\Rightarrow$ f **iniettiva** ma **non suriettiva** sui 100 posti (è suriettiva sui 50 collocati);
2. 100 biglietti emessi, collocati su 100 posti diversi $\Rightarrow$ f **iniettiva** e **suriettiva**;
3. 150 biglietti emessi, collocati su 100 posti $\Rightarrow$ f **suriettiva** ma **non iniettiva** situazione di OVERBOOKING.

Funzioni biettive (biunivoche)

Una funzione $f : S \to T$ si dice *biunivoca o biettiva o invertibile* se è suriettiva e iniettiva.

Funzioni biettive (biunivoche)

Una funzione $f : S \to T$ si dice *biunivoca o biettiva o invertibile* se è suriettiva e iniettiva.
Se la funzione è biunivoca, **ogni elemento del codominio** è immagine di **un solo elemento del dominio**.

Funzioni biettive (biunivoche)

Una funzione $f : S \to T$ si dice *biunivoca o biettiva o invertibile* se è suriettiva e iniettiva.
Se la funzione è biunivoca, **ogni elemento del codominio** è immagine di **un solo elemento del dominio**.

$$\forall\, y \in T, \quad \Rightarrow \qquad f^{-1}(\{y\}) = \{a\} \subseteq \mathbf{S};$$

Funzione inversa

Siano S e T due insiemi e sia $f : S \to T$ una funzione *biunivoca*.

Funzione inversa

Siano S e T due insiemi e sia $f : S \to T$ una funzione *biunivoca*.
La funzione che a ogni elemento di T associa la sua controimmagine

Funzione inversa

Siano S e T due insiemi e sia $f : S \to T$ una funzione *biunivoca*.
La funzione che a ogni elemento di T associa la sua controimmagine (elemento di S) viene detta **funzione inversa di f e si denota col simbolo f^{-1}.**

Funzione inversa

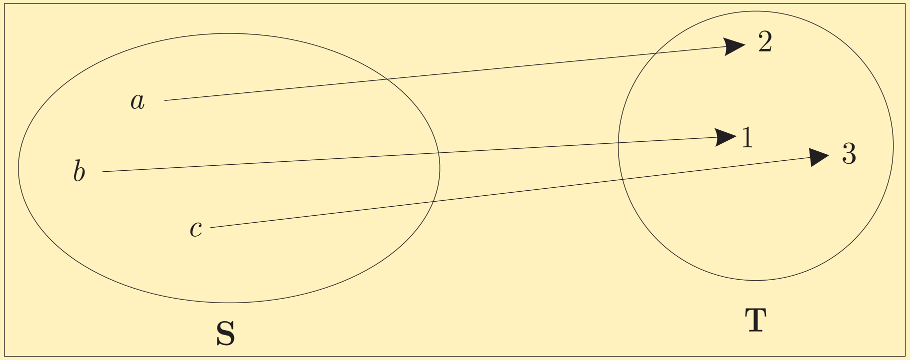
Siano S e T due insiemi e sia $f : S \to T$ una funzione *biunivoca*.
La funzione che a ogni elemento di T associa la sua controimmagine (elemento di S) viene detta **funzione inversa di f e si denota col simbolo f^{-1}.**

$$f^{-1} : \mathbf{T} \to \mathbf{S}$$

Funzione inversa

Siano S e T due insiemi e sia $f : S \to T$ una funzione *biunivoca*.
La funzione che a ogni elemento di T associa la sua controimmagine (elemento di S) viene detta **funzione inversa di f e si denota col simbolo f^{-1}.**

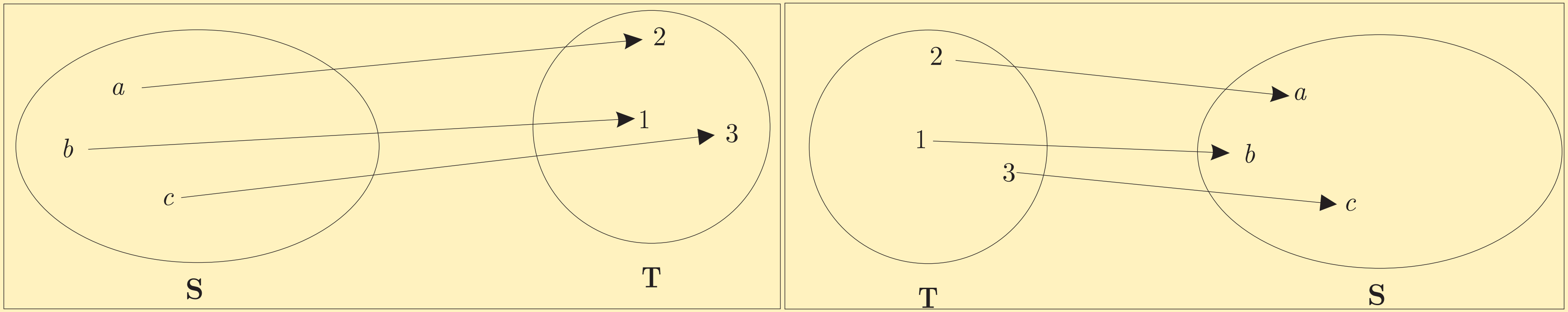
$$f^{-1} : \mathbf{T} \to \mathbf{S}$$



Funzione inversa

Siano S e T due insiemi e sia $f : S \to T$ una funzione *biunivoca*.
La funzione che a ogni elemento di T associa la sua controimmagine (elemento di S) viene detta **funzione inversa di f e si denota col simbolo f^{-1}.**

$$f^{-1} : \mathbf{T} \to \mathbf{S}$$



Esempio

Sia x un individuo;

Esempio

Sia x un individuo; Abbiamo indicato con:

- $G(x) =$ genitore di x;
- $C(x) =$ coniuge di x;
- $N(x) =$ numero di telefono di x.

Esempio

Sia x un individuo; Abbiamo indicato con:

- $G(x)$ = genitore di x;
- $C(x)$ = coniuge di x;
- $N(x)$ = numero di telefono di x.

Abbiamo:

$$C(G(x))$$

Esempio

Sia x un individuo; Abbiamo indicato con:

- $G(x)$ = genitore di x;
- $C(x)$ = coniuge di x;
- $N(x)$ = numero di telefono di x.

Abbiamo:

$$C(G(x)) \quad = \quad \text{coniuge del genitore di x}$$

Esempio

Sia x un individuo; Abbiamo indicato con:

- $G(x)$ = genitore di x;
- $C(x)$ = coniuge di x;
- $N(x)$ = numero di telefono di x.

Abbiamo:

$$\begin{aligned} C(G(x)) &= \text{coniuge del genitore di x} \\ G(C(x)) & \end{aligned}$$

Esempio

Sia x un individuo; Abbiamo indicato con:

- G(x) = genitore di x;
- C(x) = coniuge di x;
- N(x) = numero di telefono di x.

Abbiamo:

$$\begin{aligned} C(G(x)) &= \text{coniuge del genitore di x} \\ G(C(x)) &= \text{genitore del coniuge di x} \end{aligned}$$

Esempio

Sia x un individuo; Abbiamo indicato con:

- $G(x) =$ genitore di x;
- $C(x) =$ coniuge di x;
- $N(x) =$ numero di telefono di x.

Abbiamo:

$$\begin{aligned} C(G(x)) &= \text{coniuge del genitore di x} \\ G(C(x)) &= \text{genitore del coniuge di x} = \text{suocero di x} \end{aligned}$$

Funzione composta

Osservazione: il prodotto funzionale **non gode della proprietà commutativa**.

Funzione composta

Osservazione: il prodotto funzionale **non gode della proprietà commutativa**. Ad esempio:

$$\begin{aligned}\mathrm{C(G(x))} &= \text{coniuge del genitore di x}\\ \mathrm{G(C(x))} &= \text{genitore del coniuge di x} = \text{suocero di x}\\ \mathrm{N(G(x))} &= \end{aligned}$$

Funzione composta

Osservazione: il prodotto funzionale **non gode della proprietà commutativa**. Ad esempio:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{C(G(x))} &= \text{coniuge del genitore di x} \\
\mathrm{G(C(x))} &= \text{genitore del coniuge di x} = \text{suocero di x} \\
\mathrm{N(G(x))} &= \text{numero di telefono del genitore di x}
\end{aligned}
$$

Funzione composta

Osservazione: il prodotto funzionale **non gode della proprietà commutativa**. Ad esempio:

$$\begin{aligned}
C(G(x)) &= \text{coniuge del genitore di x} \\
G(C(x)) &= \text{genitore del coniuge di x} = \text{suocero di x} \\
N(G(x)) &= \text{numero di telefono del genitore di x} \\
G(N(x)) &=
\end{aligned}$$

Funzione composta

Osservazione: il prodotto funzionale **non gode della proprietà commutativa**. Ad esempio:

$$\begin{aligned}
\mathrm{C(G(x))} &= \text{coniuge del genitore di x} \\
\mathrm{G(C(x))} &= \text{genitore del coniuge di x} = \text{suocero di x} \\
\mathrm{N(G(x))} &= \text{numero di telefono del genitore di x} \\
\mathrm{G(N(x))} &= \text{genitore del numero di telefono di x}
\end{aligned}$$

Funzione composta

Osservazione: il prodotto funzionale **non gode della proprietà commutativa**. Ad esempio:

$$\begin{aligned} C(G(x)) &= \text{coniuge del genitore di x} \\ G(C(x)) &= \text{genitore del coniuge di x} = \text{suocero di x} \\ N(G(x)) &= \text{numero di telefono del genitore di x} \\ G(N(x)) &= \text{genitore del numero di telefono di x} \\ & \quad \text{NON HA SENSO!} \end{aligned}$$

Funzione composta

Assegnati gli insiemi S, T e Z e le funzioni

$$f : S \to T, \quad g : T \to Z,$$

Funzione composta

Assegnati gli insiemi S, T e Z e le funzioni

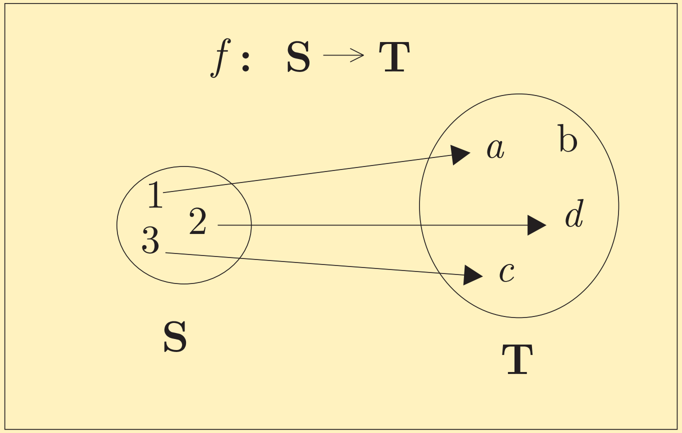
$$f : S \to T, \quad g : T \to Z,$$

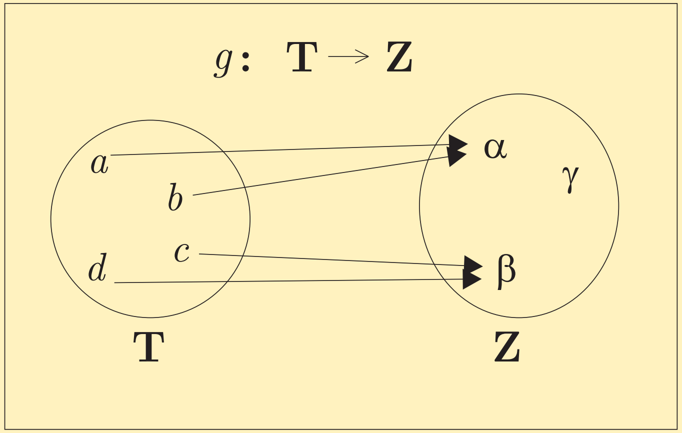
si definisce funzione composta di f e g

$$g \circ f : S \to Z$$

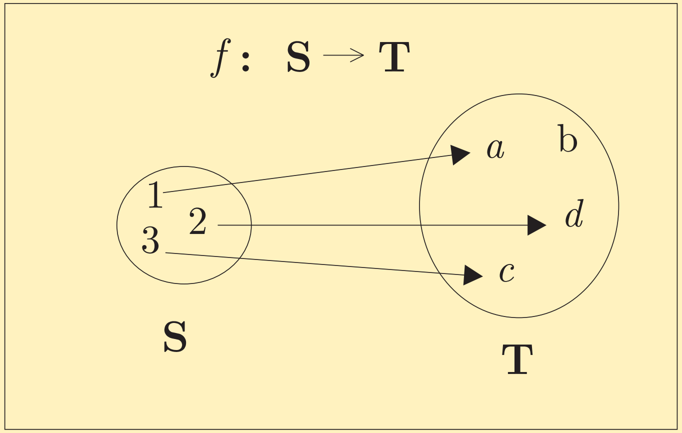
(si legge g composto f, funzione di S in Z.)
la funzione di S in Z che a $x \in$ S associa l'elemento $z = g(f(x)) \in$ Z.

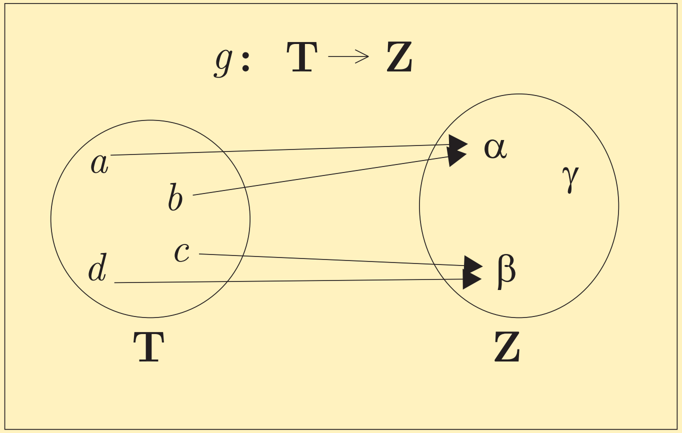
Funzione composta



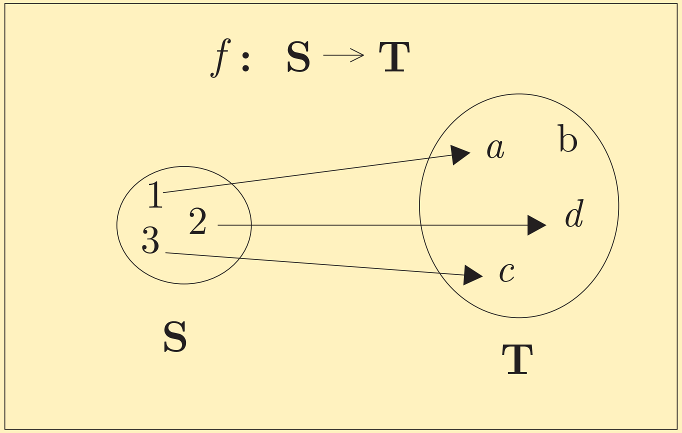


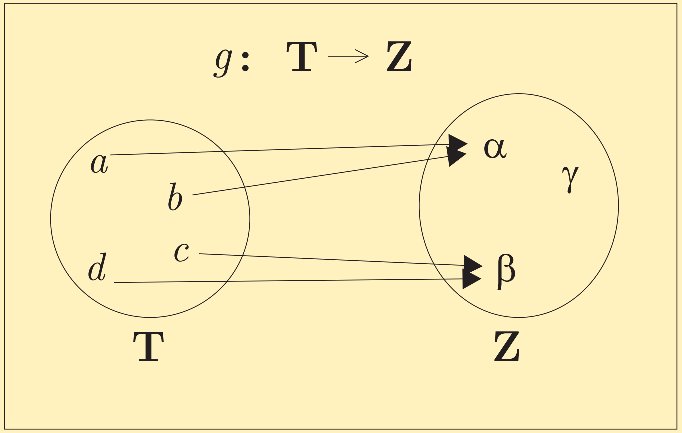
Funzione composta



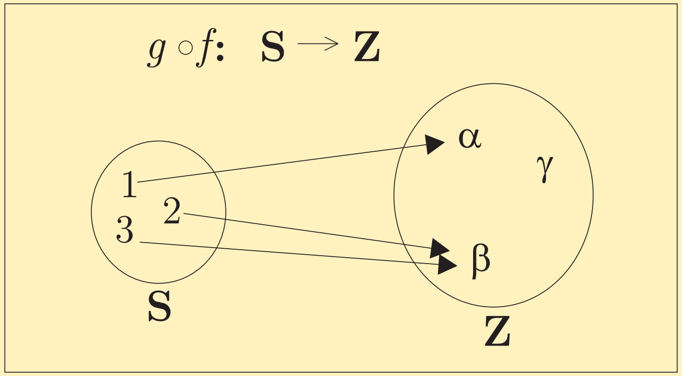


calcoliamo $g \circ f$



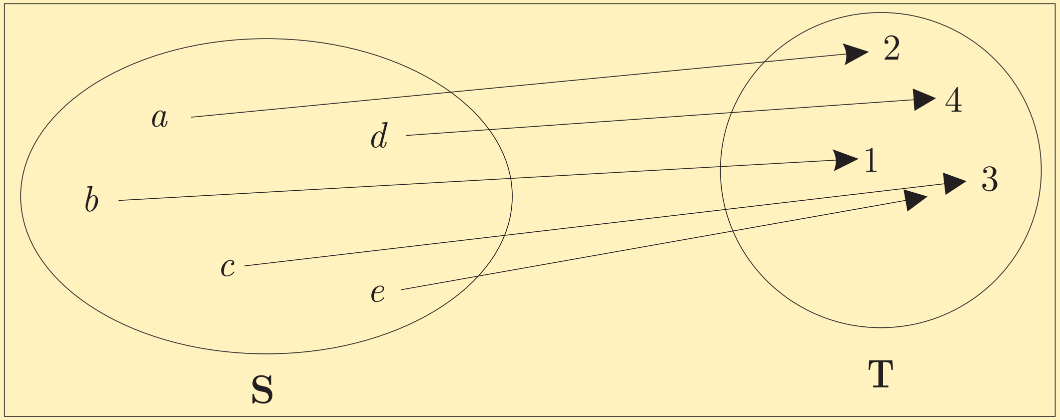


calcoliamo $g \circ f$



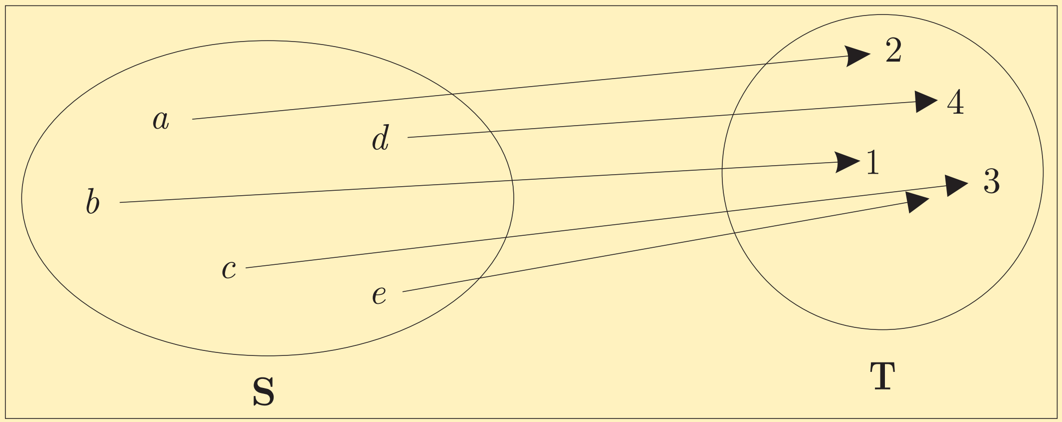
Esempio

$f : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{T}$

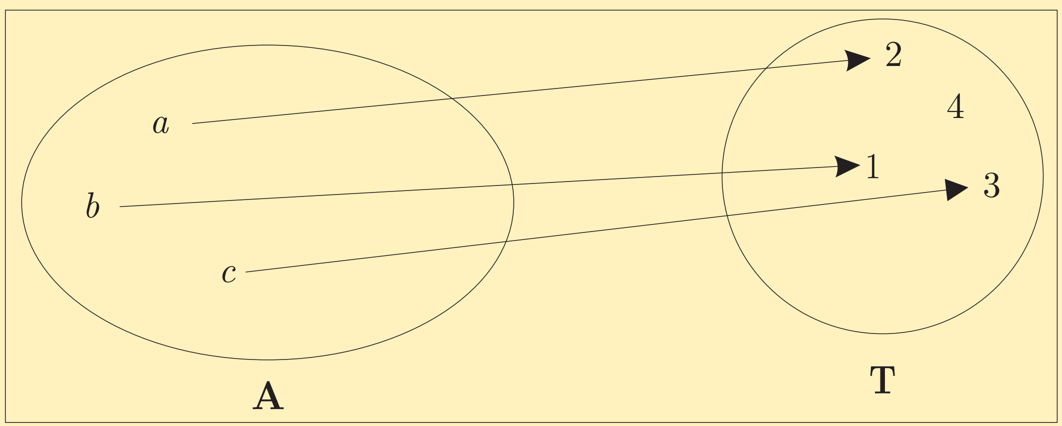


Esempio

$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$



$f_{\mathbf{A}} : \mathbf{A} \to \mathbf{T}$



Restrizione

Siano $f : S \to T$ e A $\subseteq$ S.

Restrizione

Siano $f : S \rightarrow T$ e A $\subseteq$ S.

La funzione

$$f_{\mathbf{A}} : A \rightarrow \; T$$

Restrizione

Siano $f : S \to T$ e A $\subseteq$ S.

La funzione

$$f_{\mathbf{A}} : A \to \ T$$

che a ogni $x \in$ A associa $f_{\mathbf{A}}(x) = f(x) \in \ \mathbf{T}$ viene detta

Restrizione

Siano $f : S \to T$ e A $\subseteq$ S.

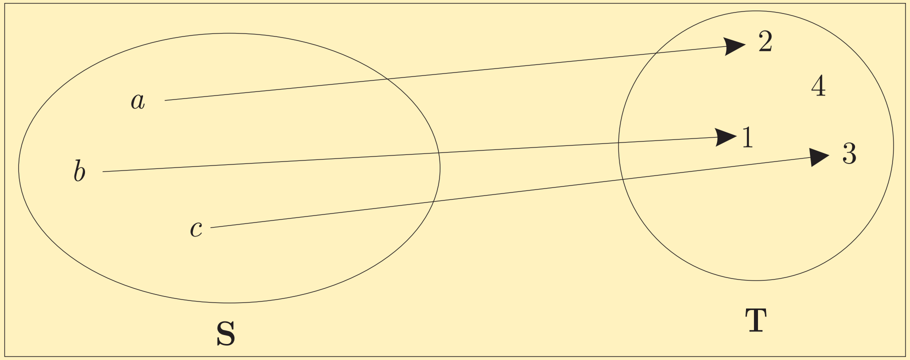
La funzione

$$f_{\mathbf{A}} : A \to \ T$$

che a ogni $x \in$ A associa $f_{\mathbf{A}}(x) = f(x) \in \ \mathbf{T}$ viene detta restrizione di *f* ad A.

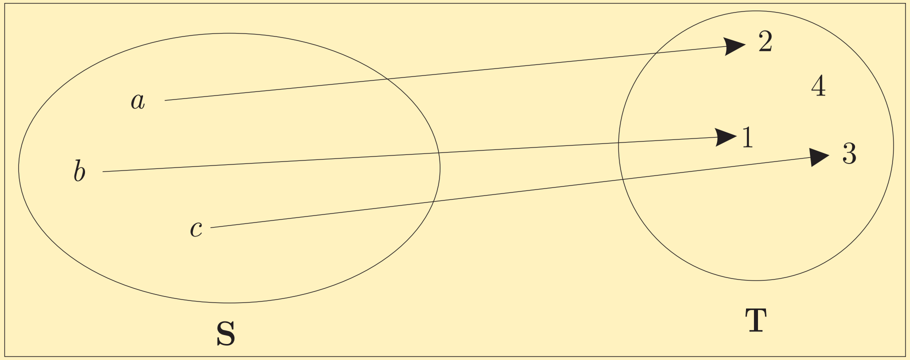
Esempio

$$f : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{T}$$

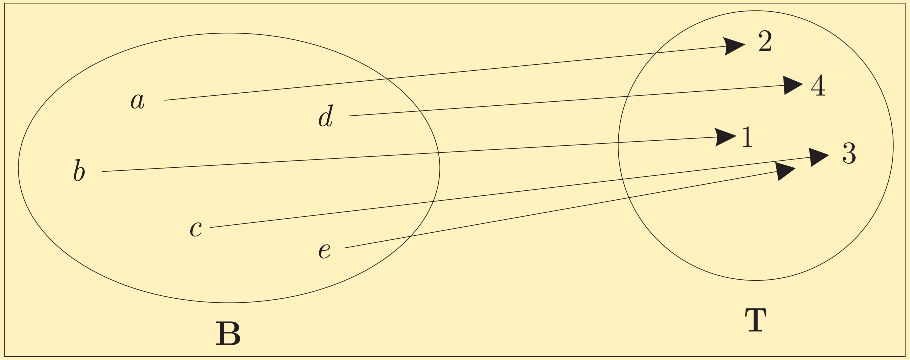


Esempio

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

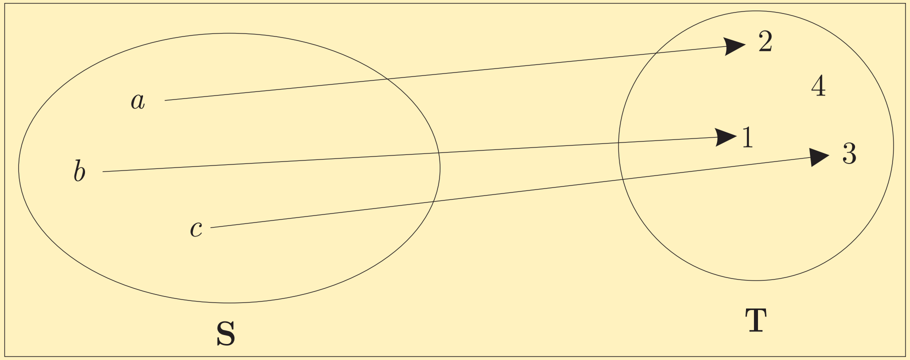


$$g : \mathbf{B} \to \mathbf{T}$$



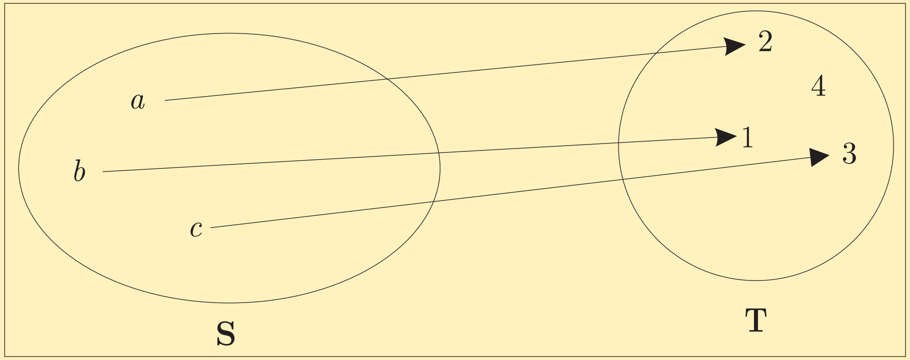
Esempio

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$

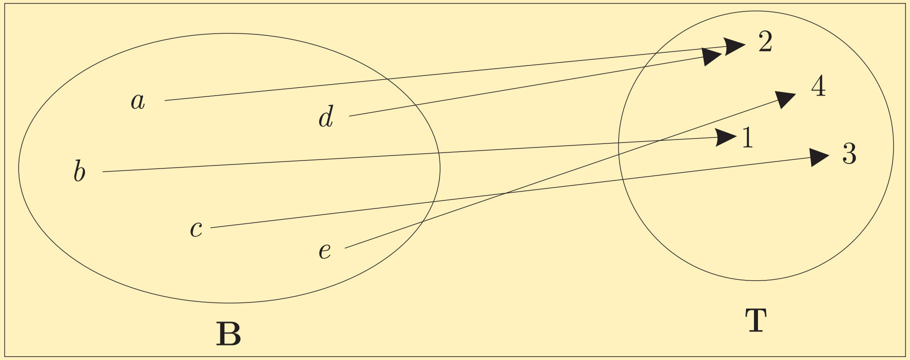


Esempio

$$f : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$$



$$g : \mathbf{B} \to \mathbf{T}$$



Prolungamento

Siano $f : S \to T$ e B $\supseteq$S.

Prolungamento

Siano $f : {\color{red}S} \rightarrow {\color{blue}T}$ e B $\supseteq$S.

Una qualsiasi funzione

$$g : B \rightarrow \ {\color{blue}T}$$

Prolungamento

Siano f : $S \to T$ e B $\supseteq$S.

Una qualsiasi funzione

$$g : B \to \; T$$

che a ogni x $\in$S associa $g(x) = f(x) \in \; \mathbf{T}$ viene detta prolungamento di *f* su B.

Prolungamento

Siano $f : S \to T$ e B $\supseteq$S.

Una qualsiasi funzione

$$g : B \to \ T$$

che a ogni $x \in$S associa $g(x) = f(x) \in \mathbf{T}$ viene detta prolungamento di *f* su B.

Quindi:

$$g_{\mathbf{S}} = f.$$