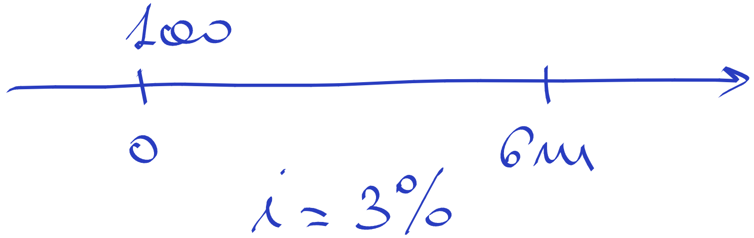
ESERCIZIO 1

Si consideri l'investimento di 100 euro al tasso del 3% e per una durata di 6 mesi.

- Si calcoli il montante in regime semplice e composto.
- Si calcoli il valore attuale utilizzando il montante calcolato al punto precedente
- Si calcoli il tasso di interesse utilizzando le quantità definite ai punti precedenti
- Si calcoli la durata dell'operazione finanziaria utilizzando le quantità definite ai punti precedenti



100.0011

RIS

$$W(0.5) = M = 100(1+0{,}03 \cdot 0{,}5) = 101.5$$

$$M = 101.5$$

$$M = S(1+iT)$$

$$S = \frac{101.5}{1+0{,}03 \cdot 0{,}5}$$

RIC

$$M = 100(1+0{,}03)^{0{,}5}$$

$$101.49$$

$$M = 101.49$$

$$M = S(1+i)^T$$

$$S = \frac{101.49}{(1+0{,}03)^{0.5}}$$

100 — RIS 101.5, RIC 101.49

0 —————————— 6m

RIS

$$M = S(1 + iT)$$

$$101.5 = 100(1 + i \cdot 0.5)$$

$$\frac{101.5}{100} = 1 + i \cdot 0.5$$

$$1{,}015 - 1 = i \cdot 0.5$$

$$3\% = \frac{0{,}015}{0.5} = i \qquad 0.5 = \frac{1}{2}$$

RIC

$$M = S(1+i)^T$$

$$101.49 = 100(1+i)^{0.5}$$

$$\frac{101.49}{100} = (1+i)^{0.5} \qquad \frac{1}{0.5} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \qquad \frac{1}{2}$$

$$(1.0149)^2 = 1 + i$$

$$i = 1.0149^2 - 1$$

100

RIS 101.5

RIC 101.49

0 — T ?

$i = 3\%$

$$M = S(1 + iT)$$

$$101.5 = 100(1 + 0.03T)$$

$$1.015 = 1 + 0.03T$$

$$0.015 = 0.03T$$

$$T = \frac{0.015}{0.03}$$

$$M = S(1+i)^T$$

$$101.49 = 100(1.03)^T$$

$$1.0149 = 1.03^T$$

$$\ln(1.0149) = T\ln(1.03)$$

$$T = \frac{\ln(1.0149)}{\ln(1.03)}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri l'operazione finanziaria consistente nell'investire all'istante t=0 la somma x_t=120 € per rientrare in possesso all'istante s>t della somma $x_s=m(t,s)x_t$, essendo il tempo misurato in anni. Se il tasso di interesse annuo è pari a i(0,1)=2%, si valuti la somma x_s, secondo le leggi di capitalizzazione lineare e composta, per s=3 mesi e s=2 anni.

i = 2%	S = 3 mesi	S = 2 anni
RIS	$120(1+0{,}02\cdot 0{,}25)$	$120(1+0{,}02\cdot 2)$
RIC	$120(1.02)^{0{,}25}$	$120(1.02)^{2}$

ESERCIZIO 3

Si consideri l'operazione finanziaria consistente nell'investire all'istante t=0 la somma x_t per rientrare in possesso all'istante s>t della somma x_s=150 €, essendo il tempo misurato in anni. Se il tasso di interesse annuo è pari a i(0,1)=3%, si valuti la somma x_t, secondo le leggi di capitalizzazione lineare e composta, per s=3 mesi e s=2 anni.

$i=3\%$	$s=3$ mesi	$s=2$ anni
RIS	$150/(1+0.03\cdot 0.25)$	$150/(1+0.03\cdot 2)$
RIC	$150(1{,}03)^{-0.25}$	$150(1{,}03)^{-2}$

$$M=S(1+i)^T \Rightarrow S=\frac{M}{(1+i)^T}=M(1+i)^{-T}$$

ESERCIZIO 4

Si consideri l'operazione finanziaria consistente nell'investire all'istante t=0 la somma x_t=120 € per rientrare in possesso all'istante s>t della somma $x_s=m(t,s)x_t$. Se il tasso di interesse semestrale è pari a i(0,0.5)=2%, si valuti la somma x_s, secondo le leggi di capitalizzazione lineare e composta, per s=6 mesi.

ESERCIZIO 5

Sia dato un contratto finanziario che in $t_0 = 0$ abbia valore $W(t_0) = 97{,}8$ € e dopo 95 giorni abbia valore $W(t_1)=101{,}5$ €. Relativamente al periodo [0; 95], calcolare:

(a) l'interesse (in €)

(b) il tasso di interesse (%)

(c) il tasso di sconto (%)

(d) l'intensità di interesse (in $giorni^{-1}$)

(e) ~~l'intensità di sconto (in giorni⁻¹)~~

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(f) il tasso annuo di interesse (%)

(f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in $anni^{-1}$)

(g) il tasso semestrale di interesse (%)

(g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in $semestri^{-1}$)

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

(h) il tasso annuo di interesse (%)

(i) il tasso semestrale di interesse (%)

$$(b) = \frac{101.5 - 97.8}{97.8} = \frac{3.7}{97.8} = 0{,}0378 = 3{,}78\%$$

97.8 $\qquad$ 101.5

come Tasso equivalente

$$J(0,95) = 3,78\%$$

$$i = (1+0,0378)^{\frac{365}{95}} = 0,153263 = 15,3263\%$$

dalla formula del montante

$$101.5 = 97.8\,(1+i)^{95/365} \Rightarrow$$

$$\frac{101.5}{97.8} = (1+i)^{95/365}$$

$$\left(\frac{101.5}{97.8}\right)^{\frac{365}{95}} = 1+i$$

$$i = \left(\frac{101.5}{97.8}\right)^{\frac{365}{95}} - 1$$

sono equivalenti

f1 $\delta = \ln(1+i) = \ln(1+0,153263)$

g $i_{1/2} = (1+0,153263)^{\frac{1}{2}} - 1$

g1 $\delta_{1/2} = \begin{cases} \ln(1+i_{1/2}) \\ \dfrac{\delta}{2} \end{cases}$

h RIS

$i = 0,0378 \cdot \dfrac{365}{95}$

ESERCIZIO 6

Determinare il valore $W(t_0)$ in $t_0 = 0$ di un contratto finanziario che in $t_1 = 120$ giorni garantisce 100 €, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo [0; 120] sia del 3,63%.

(a) $W(t_0)$

Relativamente al periodo [0; 120], calcolare:

(b) l'interesse (in €)

(c) il tasso di sconto (%)

(d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})

(e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(f) il tasso annuo di interesse (%)

(f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})

(g) il tasso semestrale di interesse (%)

(g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

(h) il tasso annuo di interesse (%)

(i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESERCIZIO 7

Determinare il pagamento $W(t_1)$ che deve prevedere in $t_1 = 150$ giorni un contratto finanziario, che in $t_0 = 0$ giorni vale 100 €, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo [0, 150] sia del 4,25%.

(a) $W(t_1)$

Relativamente al periodo [0, 150], calcolare:

(b) l'interesse (in €)

(c) il tasso di sconto (%)

(d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})

(e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(f) il tasso annuo di interesse (%)

(f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})

(g) il tasso semestrale di interesse (%)

(g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

(h) il tasso annuo di interesse (%)

(i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESERCIZIO 8

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -98$ euro, $x_1 = 102$ euro $t_0 = 0$, $t_1 = 4$ mesi. In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) Il tasso annuo di interesse (%)

(b) il tasso semestrale di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(c) Il tasso annuo di interesse (%)

(d) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_3 = 100$ euro al tempo $t_3 = 9$ mesi. Determinare l'importo x_2 che bisogna aggiungere al tempo $t_2 = 7$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(e) Importo da aggiungere x_2

-98	102
0	4m

a) $$J = \frac{I}{C} = \frac{102-98}{98} = \frac{4}{98} \quad 4 \text{ mesi}$$

$$i = \left(1 + \frac{4}{98}\right)^{\frac{12}{4}} - 1 = \left(\frac{102}{98}\right)^{3} - 1 = 12.7515\%$$

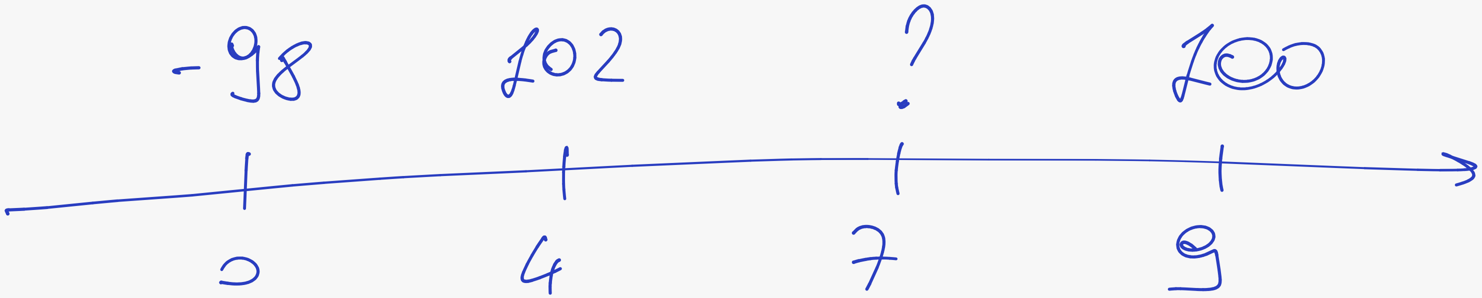
$$102 = 98(1+i)^{4/12} \Rightarrow \frac{102}{98} = (1+i)^{4/12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{102}{98}\right)^{\frac{12}{4}} = 1+i \Rightarrow i = \left(\frac{102}{98}\right)^{3} - 1$$

b) $i_{1/2} = (1+0,127515)^{\frac{1}{2}} - 1 = 6.1845\%$

c) $j = \frac{4}{98} \Rightarrow i_a = \frac{4}{98} \cdot \frac{12}{4} = \frac{4}{98} \cdot 3 = 12.2449\%$

d) $i_{1/2} = i \frac{1}{2} = 0.122449 \cdot \frac{1}{2} = 6.1224\%$



$$i = 12.7515\%$$

$$-98\,(1+0{,}127515)^{\frac{7}{12}} + 102 \cdot 1.127515^{\frac{3}{12}} + X_3 + 100 \cdot 1.127515^{-\frac{2}{12}} = 0$$

$$X_3 = \underbrace{98 \cdot 1.127515^{\frac{7}{12}} - 102 \cdot 1.127515^{\frac{3}{12}}}_{=0} - 100 \cdot 1.127515^{-\frac{2}{12}}$$

$$= -98.0196$$

$$X_3 + 100\,(1+i)^{-T} = 0$$

$$X_3 = -100 \cdot 1.127515^{-\frac{2}{12}}$$

ESERCIZIO 9

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con x_0 = -102 euro, x1 = 107 lire, $t_0 = 0$, $t_1 = 5$ mesi. In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) Il tasso annuo di interesse (%)

(b) il tasso semestrale di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(c) Il tasso annuo di interesse (%)

(d) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo x_2 = 80 euro al tempo t_2 = 7 mesi. Determinare l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo t_3 = 9 mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(e) Importo da aggiungere x_3

a) $\Rightarrow \quad i = \left(\frac{107}{102}\right)^{12/5} - 1 = 12.1710\%$

b) $\quad i_{1/2} = (1 + 0.121710)^{\frac{1}{2}} - 1 = 5.9108\%$

c) $\quad i = \frac{5}{102} \cdot \frac{12}{5} = 11.7647\%$

d) $i_{1/2} = 0.117647 \cdot \frac{1}{2} = 5.8824\%$

-102	107	80	X_3
0	5	7	9

$$-102\left(1.12171\right)^{\frac{9}{12}} + 107\left(1.12171\right)^{\frac{4}{12}} + 80\left(1.12171\right)^{\frac{2}{12}} + X_3 = 0$$

$$X_3 = 102 \; 1.12171^{\frac{9}{12}} - 107 \; 1.12171^{\frac{4}{12}} - 80 \; 1.12171^{\frac{2}{12}}$$

$$80 \; 1.12171^{\frac{2}{12}} + X_3 = 0 \qquad X_3 = -80 \; 1.12171^{\frac{2}{12}} =$$

$$= -81.5461$$

ESERCIZIO 10

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t0, t1\}$ con $x_0 = -102$ euro, $x_1 = 107$euro, $t_0 = 0$, $t_1 = 140$ giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), in regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) L'intensità istantanea di interesse su base annua;

(b) Il tasso semestrale di interesse (%)

(c)Il tasso mensile di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(d) Il tasso annuo di interesse (%)

(e) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_2 = 50$ euro al tempo $t_2 = 180$ giorni. Determinare l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo $t_3 =210$ giorni affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(f) Importo da aggiungere x_3

a) $i = 13.0950\%$ $\quad \delta = 0.1231$ anni^{-1}

b) $i_{1/2} = 6.3462\%$

c) $i_{1/12} = 1.0308\%$

d) $i = 12.6050\%$

e) $i_{1/2} = 6.3025\%$

f)

-102	107	50	X_3	
0	140	180	210	giorni

$$-102(1+i)^{\frac{210}{360}} + 107(1+i)^{\frac{210-140}{360}} + 50(1+i)^{\frac{210-180}{360}} + X_3 = 0$$

con $i = 13.0950\%$

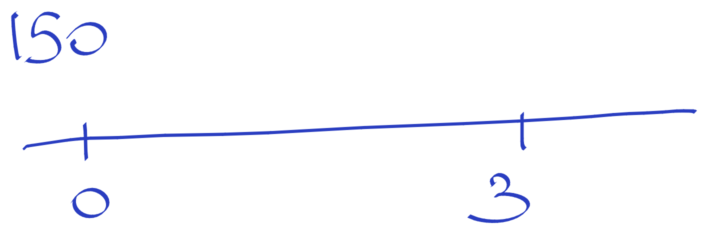
$$X_3 = -50.52 €$$

o anche

$$X_3 = -50(1+0.13095)^{\frac{30}{360}} = -50.52$$

ESERCIZIO 11

Sia dato un capitale di $W(t_0)$=150€ in t_0= 0 . Si determini l'interesse che esso produce in tre anni (t_1= 3 anni) se investito:



in regime di capitalizzazione esponenziale
(a) al tasso semestrale di interesse del 6%
(b) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

(c) secondo una legge di intensità istantanea di interesse = 0,12 anni^{-1}
in regime di capitalizzazione lineare
(d) al tasso semestrale di interesse del 6%
(e) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

$$M = S(1+i)^T$$

$$I = M - S = S(1+i)^T - S = S\left[(1+i)^T - 1\right]$$

(a) $I = 150\left[(1+0{,}06)^6 - 1\right]$

(b) $I = 150\left[(1+0{,}115)^3 - 1\right]$

ESERCIZIO 12

Si consideri in t_0= 0 l'acquisto di un titolo a cedola nulla con vita a scadenza di 20 giorni (t_1=20 giorni) e prezzo di acquisto (lordo) di $W(t_0)$=99,71€ che rimborsa $W(t_1)$=100€ di valore nominale.

Sapendo che tale titolo è soggetto ad una ritenuta fiscale, da pagarsi anticipatamente, del 12,5% sull'interesse lordo, calcolare relativamente all'operazione di acquisto:

(a) l'interesse lordo

(b) il prezzo di acquisto netto

(c) l'interesse netto

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

(d) il tasso annuo di interesse

(e) l'intensità istantanea di interesse su base annua

(f) il tasso semestrale di interesse

(g) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

(h) il tasso annuo di interesse:

(i) il tasso semestrale di interesse

ESERCIZIO 13

Sia data un'operazione finanziaria consistente nell'investire in $t_0 = 0$ un capitale di $W(t_0) = x$ euro a tre anni e mezzo ($t_1 = 3{,}5$ anni). Sapendo che l'interesse che l'operazione produce è di $I(t_0;t_1) = 50$€, si determini il capitale iniziale $W(t_0)$ in ognuno dei seguenti casi:

in regime di capitalizzazione esponenziale

(a) al tasso semestrale di interesse del 5,5%

(b) al tasso annuo di interesse del 12%

(c) secondo una legge di intensità = 0,11 anni^{-1}

in regime di capitalizzazione lineare

(d) al tasso semestrale di interesse del 6%

(e) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

ESERCIZIO 14

Si consideri al tempo $t = 0$ l'operazione finanziaria di acquisto di un titolo a cedola fissa trimestrale, con durata 10 anni, nominale 2 000 euro e quotato alla pari. Si assuma che il tasso nominale annuo sia il 4%: si calcoli il tasso interno di rendimento i^* del titolo e lo si esprima in forma percentuale e su base annua.

Si assuma invece di volere che il tasso interno di rendimento risulti $i'_* = 3\%$ in base annua: che importo deve avere la cedola I affinché il t.i.r. risulti quello richiesto?

Si calcoli infine al tempo $t = 2$ mesi e secondo la legge esponenziale di tasso annuo i'_* il valore W dell'operazione finanziaria di acquisto del titolo con la cedola I appena calcolata e lo si scomponga in valore montante M e valore residuo V.

ESERCIZIO 15

Si consideri in $t_0 = 0$ l'acquisto di un titolo a cedola fissa con vita a scadenza di 5 anni (S = 5 anni) che paga semestralmente una cedola pari a 2,375 € e rimborsa a scadenza il capitale iniziale di 100€. Il tasso d'interesse annuale è pari al 4,75%. Calcolare il valore attuale dell'operazione:

~~•In Legge Lineare~~

•In Legge Esponenziale

Sulla base dei valori attuali determinati nei punti precedenti (che quindi rendono l'operazione equa per costruzione in $t_0 = 0$), verificare per ciascuna legge, nei periodi $t_k = 2$ anni e $t_k = 5$ anni, la validità della proprietà di equità.

$I = 2.375€ \quad C = 100 \quad m = 10 \quad i = 4.75\%$

2.375 2.375 2.375 102.375

0 1 2 — — - 9 10

$$W(0,TCF) = \sum_{k=1}^{10} 2.375(1+0,0475)^{-T_k} + 100\,(1.0475)^{-5}$$

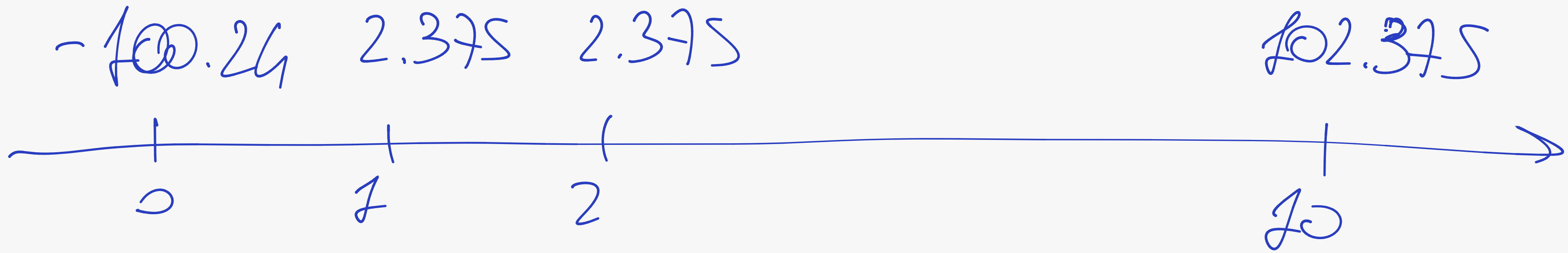
TCF = rendita + TCN

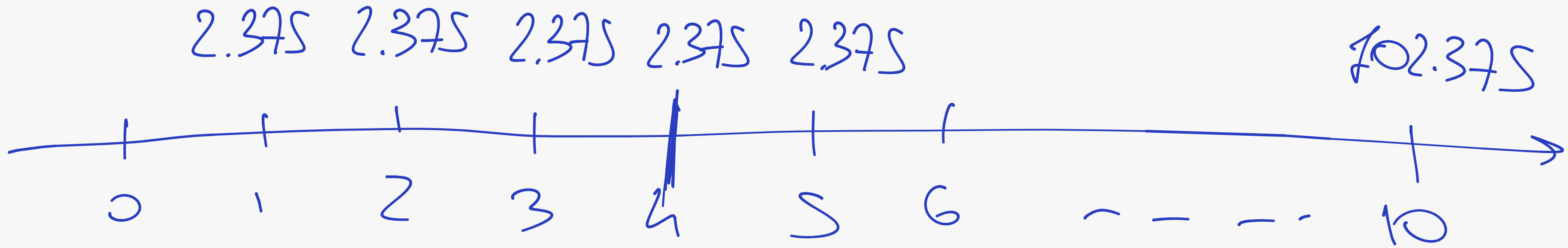
$$i_{1/2} = \left(1+0.0475\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 2.3474\%$$

$$W(0,TCN) = 2.375\, a_{\overline{10}|2.3474\%} + 100\left(1.0475\right)^{-5} =$$

$$a_{\overline{10}|2.3474\%} = \frac{1 - 1.023474^{-10}}{0.023474}$$

$$= 20.9510 + 79.2921 = 100.24$$





Valore in t=2 anni del TCF

$$W(2, TCF) = 2.375\, s_{\overline{4}|i_{1/2}} + 2.375\, a_{\overline{6}|i_{1/2}} + 100\,(1+i)^{-3}$$

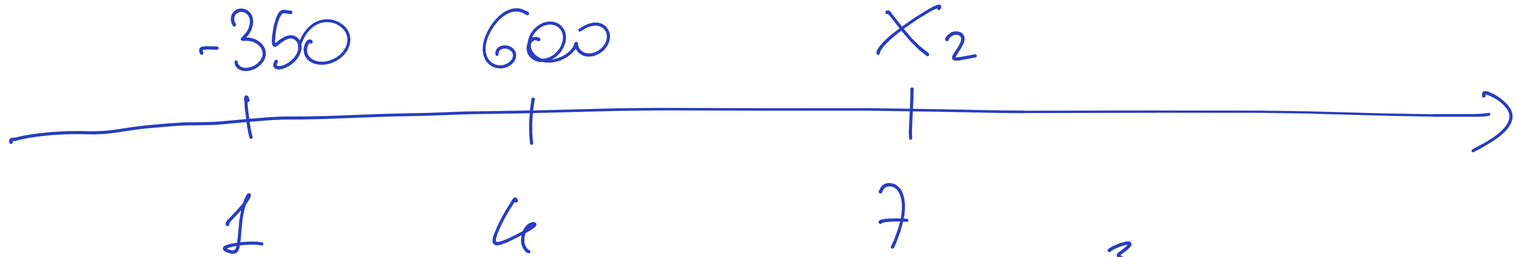
valore dell'op.

$$-100.24\,(1+i)^{2} + 2.375\, s_{\overline{4}|i_{1/2}} + 2.375\, a_{\overline{6}|i_{1/2}} + 100\,(1+i)^{-3} = 0$$

se la somma è zero l'operazione è equa

ESERCIZIO 16

Data l'operazione finanziaria x = {−350, 600} ai tempi t = {1, 4} mesi, trasformarla in una operazione equa, conformemente alla legge esponenziale con tasso semestrale di interesse i = 5.8%, aggiungendo un importo x_t al tempo t = 7 mesi.



$$-350\left(1+0.058\right)^{\frac{6}{6}} + 600\left(1+0.058\right)^{\frac{3}{6}} + x_2 = 0$$

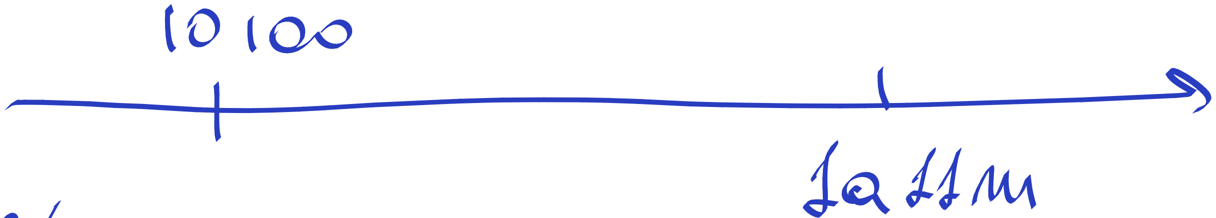
$$x_2 = 350 \; 1.058^{1} - 600 \; 1.058^{\frac{1}{2}} = -246.86$$

ESERCIZIO 17

Un imprenditore vuole in prestito 10 100 euro, da restituire dopo $T_1 = 1$ anno e 11 mesi. La banca A è disposta a concederglielo al tasso annuo semplice $i_S = 7.1\%$. Si determini l'interesse I che l'imprenditore dovrà pagare alla scadenza e il tasso interno di rendimento i_1 in base annua dell'operazione.

La banca B gli propone in prestito la stessa somma, con lo stesso interesse, con durata dell'operazione T_2 anni e tasso annuo composto $i_C = 7.2\%$. Si determini T_2 e il tasso interno di rendimento i_2 in base annua di questa seconda operazione.

A quale delle due banche conviene rivolgersi e per quale motivo?



$$i_S = 7.1\%$$

$$M = S(1+iT) = S + \underbrace{SiT}_{\text{interesse}}$$

$$I = S i T = 10100 \cdot 0.071 \cdot \left(1 + \frac{11}{12}\right) = 1374.44 €$$

$$I = 1374.44 \qquad i_c = 7.2\%$$

$$11474.44 = 10100\,(1 + 0{,}072)^{T_2}$$

$$\frac{11474.44}{10100} = 1.072^{T_2}$$

$$T_2 = \frac{\ln\left(11474.44/10100\right)}{\ln 1.072} = 1.83$$

$1,83 = 1$ anno $+ 0,83$

$\frac{x}{12} = 0,83$ $\qquad x = 0,83 \cdot 12$

$= 9,96$

1 anno $+ 9$ mesi $+ 0.96$

$\frac{x}{30} = 0,96 \Rightarrow x = 0.96 \cdot 30 = 28,8 \simeq 29$ giorni

1 anno 9 mesi 29 giorni

ESERCIZIO 18

Si consideri un investitore che, all'asta del 15 settembre 2014 acquista un bot trimestrale, con scadenza il 15 dicembre dello stesso anno e valore di rimborso di 5000 euro. Il prezzo di acquisto (lordo) è di 4880 euro e tale titolo è gravato da un'imposta del 12.5% sull'interesse, che va pagata anticipatamente all'atto dell'acquisto (e quindi il prezzo netto del titolo tiene conto di tale gravame fiscale). Considerando i giorni effettivi di durata dell'operazione, calcolare le seguenti grandezze periodali:

(a) il tasso di interesse lordo

(b) l'intensità di interesse lorda su base giornaliera

(c) il tasso di interesse netto

(d) l'intensità di interesse netta su base giornaliera

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(e) il tasso annuo di interesse lordo

(f) l'intensità istantanea di interesse lorda su base annua

(g) il tasso annuo di interesse netto

(h) l'intensità istantanea di interesse netta su base annua

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(i) il tasso annuo di interesse lordo

(j) il tasso annuo di interesse netto

ESERCIZIO 19

Si consideri al tempo $t_0 = 0$ l'operazione finanziaria di durata 105 giorni con valore iniziale $x_0 = 98.20$ euro e valore finale $x_1 = 102.40$ euro, essendo $t_1 = 105$ giorni. Relativamente al periodo (0, 105) giorni calcolare il fattore di sconto, il fattore montante, l'interesse, il tasso d'interesse periodale, il tasso di sconto, l'intensità d'interesse e l'intensità di sconto.

ESERCIZIO 20

Si consideri l'acquisto di un titolo a cedola nulla con vita a scadenza di 20 giorni e prezzo di acquisto (lordo) di 99.71 euro per 100 euro di valore nominale. Sapendo che tale titolo è soggetto ad una ritenuta fiscale, da pagarsi anticipatamente, del 12.5% sull'interesse lordo, calcolare relativamente all'operazione di acquisto:

(a) l'interesse lordo

(b) il prezzo di acquisto netto

(c) l'interesse netto

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

(d) il tasso annuo di interesse

(e) l'intensità istantanea di interesse su base annua

(f) il tasso semestrale di interesse

(g) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

(h) il tasso annuo di interesse

(i) il tasso semestrale di interesse

ESERCIZIO 21

Si consideri l'operazione finanziaria che garantisce il raddoppio del capitale investito in 2 anni e 3 mesi; calcolare il tasso di interesse e il tasso di sconto su base periodale. Calcolare il tasso d'interesse equivalente su base annua e su base semestrale nel caso di legge esponenziale.

Se investi C sarò $M = 2C$

quindi: $I = 2C - C = C$

$$J = \frac{C}{C} = 100\%$$

$$d = \frac{C}{2C} = 50\%$$

$$T = 2 + \frac{3}{12} = 2,25$$

$$i = (1+1)^{\frac{1}{2.25}} - 1 = 36.0790\%$$

$$i_{1/2} = (1 + 0.360790)^{\frac{1}{2}} - 1 = 16.6529\%$$

ESERCIZIO 22

Determinare l'intensità di rendimento a scadenza relativa al periodo (0, 1/2) anni per le leggi finanziarie lineare ed esponenziale, assumendo un tasso di interesse annuo pari a $i = 2.3\ \%$.

ESERCIZIO 23

Si consideri, nell'istante di valutazione $t = 0$, un mercato descritto dalla funzione intensità istantanea di interesse

$$\delta(0, s) = a + bs + cs^3$$

essendo il tempo espresso in anni, con $a = 0.00750$, $b = 0.00030$ e $c = 0.00155$. Determinare il fattore montante, il fattore di sconto, il tasso di sconto, l'intensità di interesse e di sconto e l'intensità di rendimento a scadenza relativi al periodo (0, 1) anni.

ESERCIZIO 24

Si consideri, nell'istante di valutazione $t = 0$, la legge finanziaria definita dall'intensità di rendimento a scadenza

$$h(0, s) = a + bs$$

dove il tempo è misurato in anni e $a = 0.0015$, $b = 0.00075$. Si determinino il fattore di sconto, il fattore montante, il tasso di sconto e di interesse e l'intensità istantanea di interesse relativi al periodo (0, 6 mesi).

ESERCIZIO 25

Data l'operazione finanziaria $x = \{-350, 600\}$ ai tempi $t = \{1, 4\}$ mesi, trasformarla in una operazione equa, conformemente alla legge esponenziale con tasso semestrale di interesse $i = 5.8\%$, aggiungendo un importo x_t al tempo $t = 7$ mesi.

ESERCIZIO 26

Un deposito paga il tasso annuo del 4%. Usando la legge degli interessi semplici e quella degli interessi composti.

a) calcolare il tasso di interesse dell'operazione finanziaria che consiste nel deposito di una somma per 3 anni;

b) determinare il tempo necessario affinché la somma investita aumenti del 15%;

c) determinare il tempo necessario affinché la somma investita raddoppi;

d) determinare il tasso annuo da applicare affinché la somma raddoppi in 10 anni.

ESERCIZIO 27

Sullo scadenzario t={0,1,2,3,4,5} (tempo misurato in anni) determinare il flusso finanziario W(k) k=0,1,…,5 costruito sulla base degli interessi semplici e degli interessi composti, a partire da un capitale di 1000 euro, con tasso di interesse i=5% su base annua. Calcolare inoltre per k=1,...,5 i tassi di interesse

$$i_k = \frac{W(k) - W(k-1)}{W(k-1)}$$

i fattori montanti e i fattori di attualizzazione.

ESERCIZIO 28

Il 6/10/2016 il prezzo del BOT con scadenza 8/01/2017 è di 99.254

a) rappresentare l'operazione finanziaria consistente nell'acquisto del BOT;

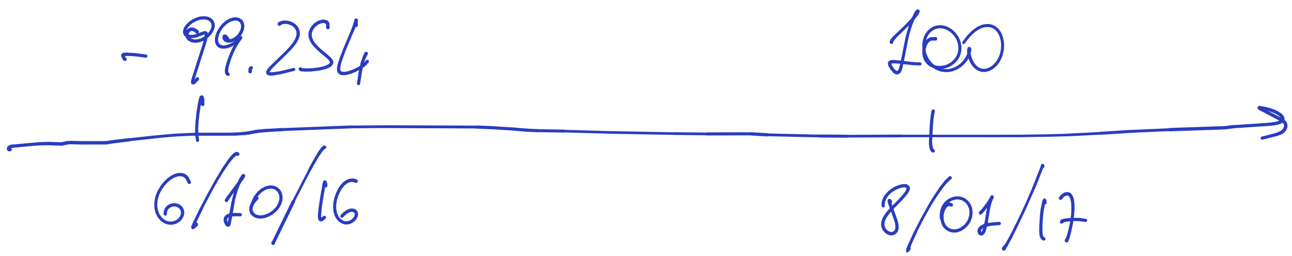
b) Calcolare interesse, tasso di interesse, fattore di sconto e montante;

[illegible]

d) calcolare in base ai tassi equivalenti il tasso di interesse su base [illegible] mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi semplici;

e) calcolare in base ai tassi equivalenti il tasso di interesse su base mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi composti.

a)



durata operazione 94 giorni (25 ott + 30 nov + 31 dic + 8 genn)

b) $I = 0.746$ $\quad j = 0.7516\%$ $\quad m = 1.0075$ $\quad v = 0.9925$

d) $i_{1/12} = 0.0075 \cdot \frac{30}{94} = 0.2399\%$

$i = 0.0075 \cdot \frac{365}{94} = 2.9185\%$

e) $i_{1/12} = \left(1+0.0075\right)^{\frac{30}{94}} - 1 = 0.2393\%$

$i = \left(1+0.0075\right)^{\frac{365}{94}} - 1 = 2.9502\%$

ESERCIZIO 29

Una banca propone in prestito 15 000 euro a un imprenditore, da restituirsi dopo T anni con un interesse di 5 000 euro. Si determini T, sapendo che il tasso annuo composto del prestito è i = 4%.

Un'altra banca propone in prestito la stessa somma per T' anni, al tasso annuo semplice i' = 5%. Determinare T' in modo che l'importo che l'imprenditore dovrà restituire sarà lo stesso del prestito proposto dalla prima banca.

Si indichi infine a quale delle due banche si rivolgerà l'imprenditore.

ESERCIZIO 30

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -98$€, $x_1 = 102$€, $t_0 = 0$, $t_1 = 4$ mesi. In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) Il tasso annuo di interesse (%)

(b) il tasso semestrale di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(c) Il tasso annuo di interesse (%)

(d) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_3 = 100$ euro al tempo $t_3 = 9$ mesi. Determinare l'importo x_2 che bisogna aggiungere al tempo $t_2 = 7$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(e) Importo da aggiungere x_2

ESERCIZIO 31

Un investitore che ha a disposizione un patrimonio di S = 120 000 euro, è determinato ad accrescerlo fino al valore M=150 000. A tale scopo ha a disposizione due possibilità: la prima è investire in un fondo che promette interessi composti al 3.7% all'anno. Ci calcoli il tempo T_C necessario per raggiungere il suo scopo.

La seconda è investire in un fondo che promette interessi semplici al 10% durante il primo anno, e successivamente composti, allo stesso tasso del fondo precedente. Si calcoli il tempo T_{SC} necessario a raggiungere il suo scopo in questo secondo caso.

ESERCIZIO 32

Una banca propone un prestito di 350 euro a fronte di un rimborso di 400 euro dopo 10 mesi.

In regime di capitalizzazione esponenziale, calcolare relativamente all'operazione:

(a) il tasso anno di interesse

(b) il tasso semestrale di interesse

In regime di capitalizzazione lineare, calcolare relativamente all'operazione:

(c) il tasso annuo di interesse

(d) il tasso semestrale di interesse

Si supponga di volere rimborsare il prestito dopo 14 mesi anziché 10. Determinare l'importo x_1 che è equo corrispondere alla nuova scadenza, secondo la legge di capitalizzazione esponenziale con stesso tasso dell'operazione originaria:

(e) x_1

In regime di capitalizzazione lineare, calcolare relativamente a questa nuova operazione:

(f) il tasso annuo di interesse

(g) il tasso semestrale di interesse

ESERCIZIO 33

Una banca, al tempo t = 0, ha in portafoglio due BTP:

BTP-01: con scadenza fra 2 anni, nominale 400 mln di euro e t.n.a. 3%;

BTP-02: con scadenza fra 1 anno e mezzo, nominale 350 mln di euro e t.n.a. 4%.

Si descriva anzitutto il portafoglio, indicando i flussi di cassa (vettore delle poste x) in mln e lo scadenzario t in anni.

Assumendo che il prezzo del portafoglio al tempo zero sia di P = 700 milioni, si determini il valore montante M e il valore residuo V al tempo T = 1 anno dell'operazione finanziaria di acquisto del portafoglio al tempo zero e al prezzo P, in base a una legge esponenziale di tasso annuo i = 10%.

BTP-01

$$j = \frac{3\%}{2} = 1.5\% \qquad I = 400 \cdot 1.5\% = 6 \text{ mln}$$

	6	6	6	406
0	0.5	1	1.5	2

BTP-02

$$j = \frac{4\%}{2} = 2\% \qquad I = 350 \cdot 2\% = 7 \text{ mln}$$

	7	7	357
0	0.5	1	1.5

portaf.

	13	13	363	406
0	0.5	1	1.5	2

operazione

-700	13	13	363	406
0	0.5	1	1.5	2

$$M_1 = -700 \; 1.1^{1} + 13 \cdot 1.1^{0.5} + 13 = -743.37$$

$$V_1 = 363 \; 1.1^{-0.5} + 406 \; 1.1^{-1} = 715.20$$

l'op. non è equa. Il tasso che rende equa l'op. dovrà essere minore del 10%

ESERCIZIO 34

Per l'acquisto di un macchinario, un imprenditore ottiene un finanziamento di 150 000€ e gli vengono presentate le seguenti proposte di restituzione del debito:

- pagamento di 41000€ subito e di 84 000€, suddivise in due rate di uguale importo, tra uno e tre anni;
- pagamento di tre rate annue di importo R, 2R e 3R, con il pagamento della prima rata tra un anno.

Calcolare il valore della rata R affinché le due proposte siano equivalenti se sul mercato il tasso nominale annuo di valutazione è del 5%.

ESERCIZIO 35

Un operatore finanziario deve riscuotere 3 crediti a scadenze diversificate:

- un capitale di € 5.000 fra 5 mesi
- un capitale di € 7.500 fra 9 mesi
- un capitale di € 2.500 fra 1 anno

In accordo con il debitore l'operatore si fa liquidare un importo unico al tempo t=0 applicando il regime di interesse composto al tasso del 2%. Con l'importo riscosso estingue un proprio debito contratto 8 mesi prima in regime di interesse semplice, al tasso del 3%.

Calcolare:

a) l'importo riscosso in data odierna (tempo 0)
b) l'importo del capitale ottenuto in prestito 8 mesi prima

ESERCIZIO 36

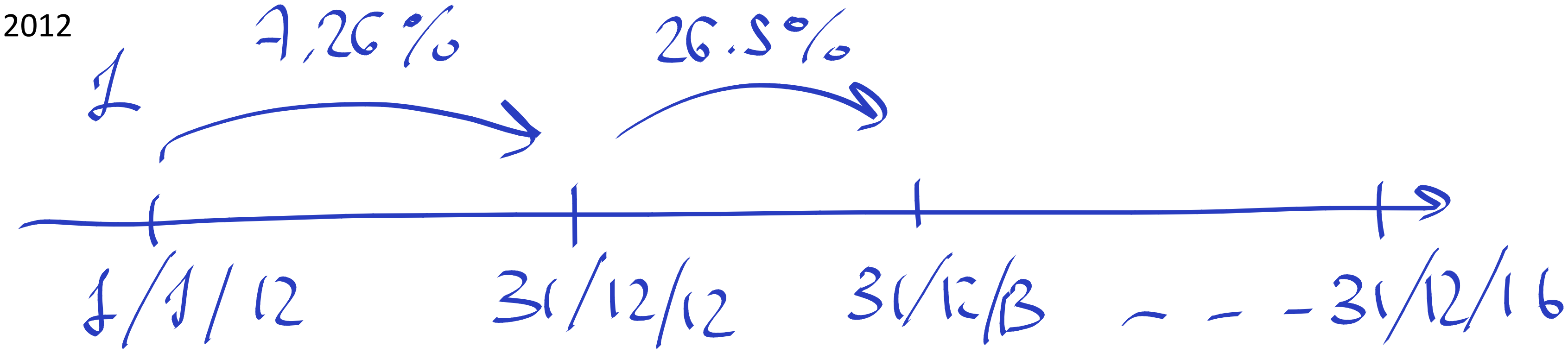
Un operatore finanziario investe il capitale di € 2.500 in un’operazione finanziaria che prevede la capitalizzazione semestrale per 4 anni in regime di interesse composto, tasso annuo convertibile semestralmente del 2,75%. Alla scadenza dell’investimento, con l’importo riscosso salda un debito S scadente 9 mesi dopo, ottenendo un tasso di interesse composto del 3%. Determinare:

a) l’importo riscosso alla scadenza del primo investimento
b) l’importo del valore nominale del debito S alla scadenza
c) il tasso annuo effettivo che avrebbe dovuto impiegare per investire il capitale iniziale di € 2.500 per ottenere un montante finale equivalente al valore del debito da estinguere

ESERCIZIO 37

	Tasso di rendimento annuale				
	2016	2015	2014	2013	2012
Dow Jones Ind Av.	13.42%	-2.23%	7.52%	26.50%	7.26%

Tenuto conto dei rendimenti annuali dell'indice Dow Jones, calcolare il valore al 31 dicembre 2016 di un euro investito il 1° gennaio 2012



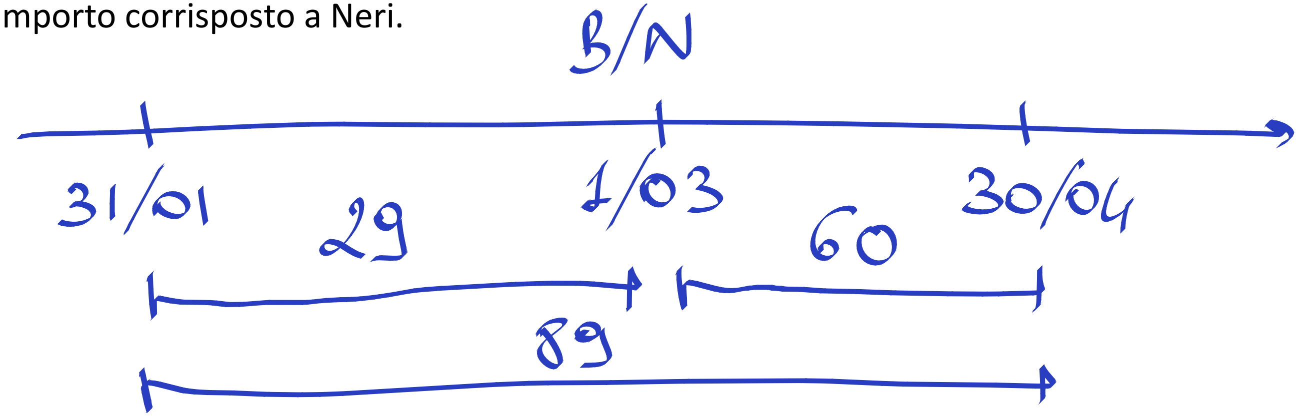
$$M = 1(1+0{,}0726)(1+0{,}2650)(1+0{,}0752) \cdot (1-0{,}0223)(1+0{,}1342) = 1{,}6178 €$$

$$i = (1{,}6178)^{\frac{1}{5}} - 1 = 10{,}10\%$$

ESERCIZIO 38

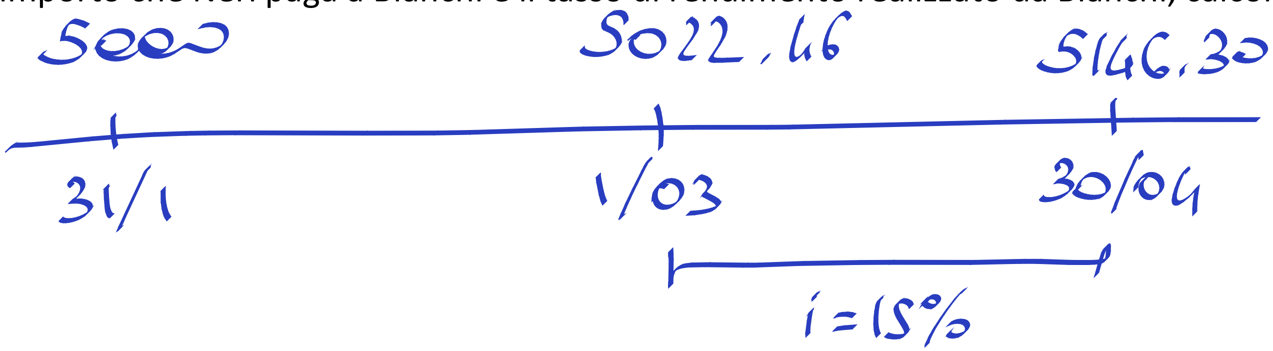
Il 31/01 il sig. Rossi prende a prestito 5000€ dal sig. Bianchi e firma una cambiale con beneficiario Bianchi. Il contratto stabilisce che il prestito sarà restituito il 30 aprile dello stesso anno, con un interesse calcolato al tasso annuo semplice del 12%. Il 1° marzo Bianchi rivende il contratto al sig. Neri che paga a Bianchi un dato importo in cambio del diritto di ricevere il pagamento da Rossi il 30 aprile. La somma che Neri paga a Bianchi è tale che il tasso di rendimento per Neri equivale ad un tasso annuale semplice del 15%.

(a) Determinare l'importo che Rossi deve pagare alla scadenza del 30 aprile;
(b) Determinare l'importo che Neri paga a Bianchi e il tasso di rendimento realizzato da Bianchi, calcolato su base annua;
(c) Supponiamo in alternativa che Neri paghi a Bianchi un importo tale che il rendimento per Neri sia del 12% annuo. Calcolare l'importo corrisposto a Neri.



a) $$5000\left(1+0,12\,\frac{89}{365}\right)=5146.30€$$

(b) Determinare l’importo che Neri paga a Bianchi e il tasso di rendimento realizzato da Bianchi, calcolato su base annua;



$$W(1/03) = \frac{5146.30}{1 + 0,15\,\frac{60}{365}} = 5022,46\,€$$

$$\rightarrow 5022.46 = 5000\left(1 + i_B\,\frac{29}{365}\right)$$

$$\rightarrow i_B = \frac{22,46}{5000} \times \frac{365}{29} = 5,65\%$$

(c) Supponiamo in alternativa che Neri paghi a Bianchi un importo tale che il rendimento per Neri sia del 12% annuo. Calcolare l'importo corrisposto a Neri.

$$W(1/03) = \frac{5146.30}{1+0{,}12\,\frac{60}{365}} = 5046.75\ €$$

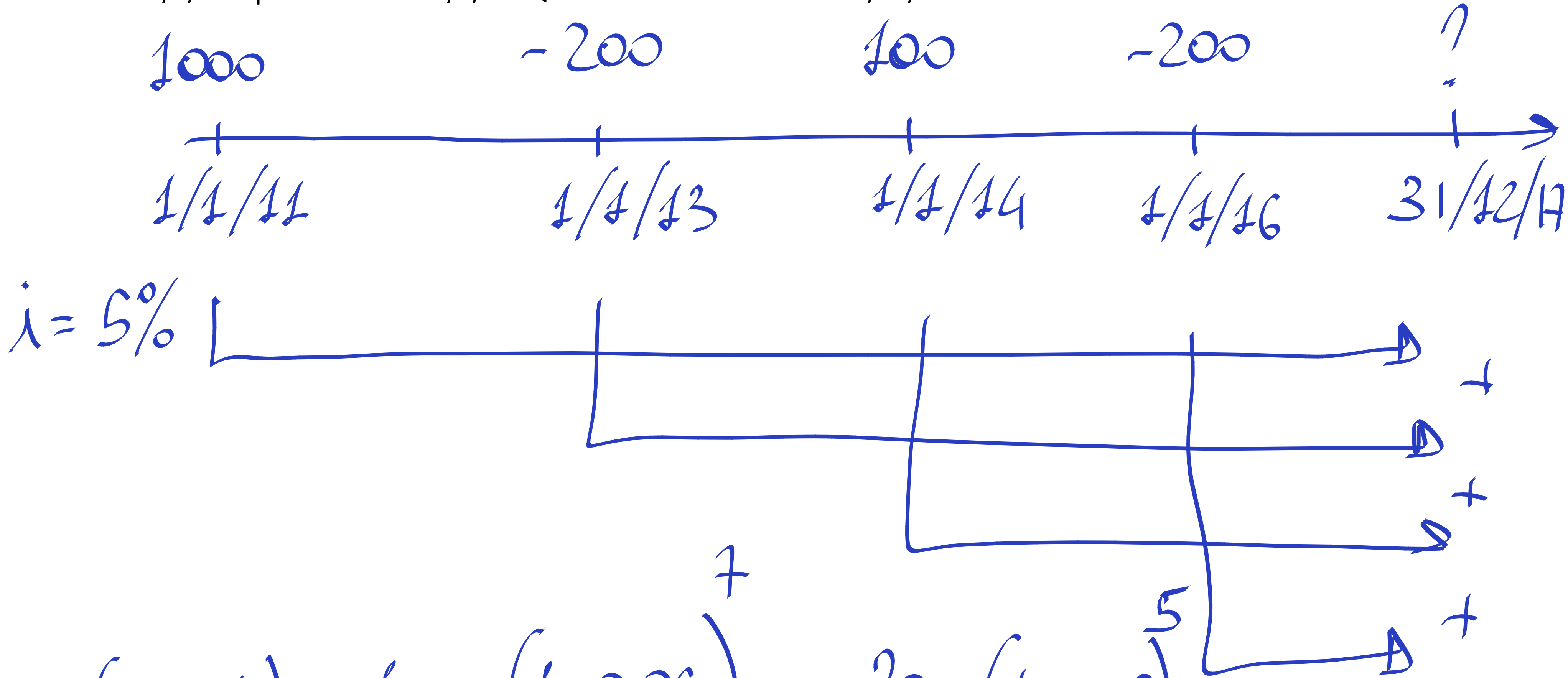
$i = 15\%$ $\quad$ 5022.46 €

$i = 12\%$ $\quad$ 5046.75 €

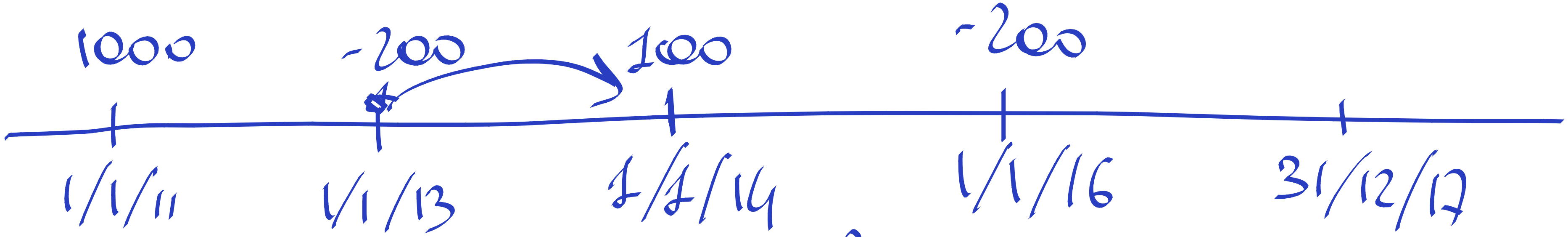
Relazione inversa fra rendimento e prezzo

ESERCIZIO 39

Il 1° gennaio 2011 il sig. Rossi deposita un importo pari a 1000€ sul proprio conto. Su quel conto, ogni 31/12 vengono accreditati gli interessi calcolati con un tasso composto effettivo annuale del 5%. Il sig. Rossi preleva 200€ il 1/1/13, deposita 100€ il 1/1/14 e preleva 200€ il 1/1/16. Qual è il saldo del conto al 31/12/17?



$$W(31/12/17) = 1000(1+0{,}05)^7 - 200(1+0{,}05)^5 + 100(1+0{,}05)^4 - 200(1+0{,}05)^2 = 997.77\,€$$



31/12/2012 $\rightarrow 1000(1,05)^2$

1/1/2013 $\quad 1000\ 1,05^2 - 200 = 902.50$ €

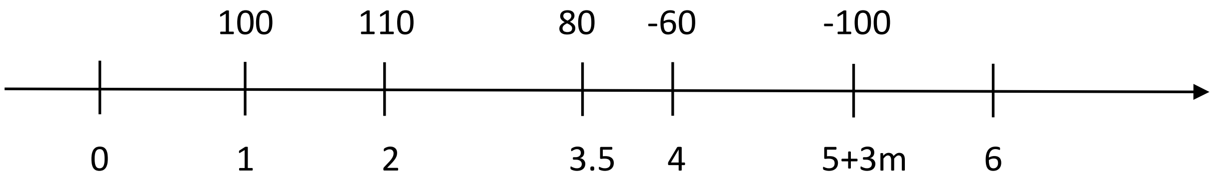
1/1/14 $\quad 902.50(1,05)^1 + 100 = 1047.63$

1/1/16 $\quad 1047,63(1,05)^2 - 200 = 955,01$

$955,01(1.05)^2$

ESERCIZIO 40

Data l'operazione:

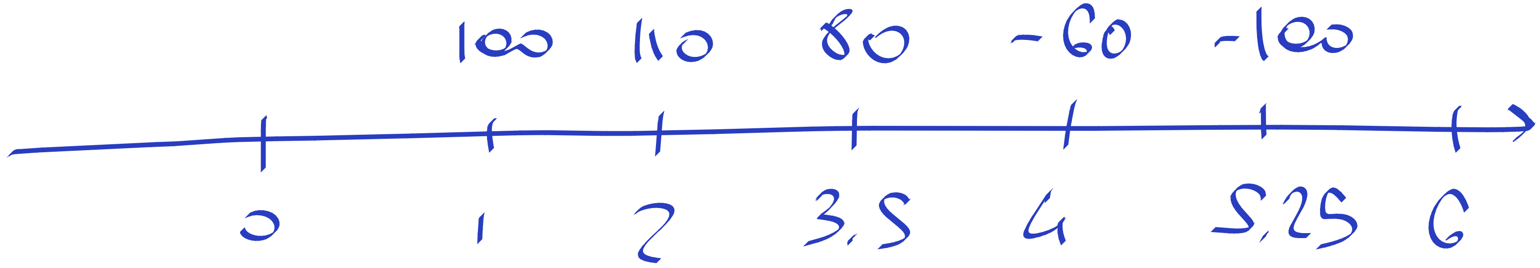


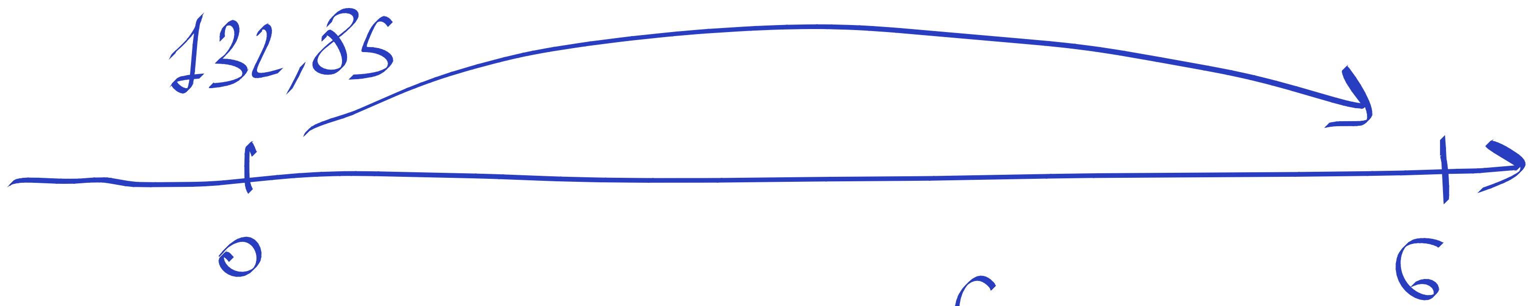
Rappresentare l'operazione finanziaria e calcolare il valore dell'operazione al tempo 0 e al tempo 6 supponendo che il tasso annuo composto sia del 2%.

$$X/T = \{100, 110, 80, -60, -100\}/\{1, 2, 3{,}5, 4, 5{,}25\}$$

$$W(0,x) = 100\ 1{,}02^{-1} + 110\ 1{,}02^{-2} + 80\ 1{,}02^{-3{,}5} + \\ -60\ 1{,}02^{-4} - 100\ 1{,}02^{-5{,}25} = 132{,}85€$$

$$W(6,x) = 100\ 1{,}02^{5} + 110\ 1{,}02^{4} + 80\ 1{,}02^{2{,}5} + \\ -60\ 1{,}02^{2} - 100\ 1{,}02^{0{,}75} = 149{,}62$$





$$W(6,x) = 132,85 \; 1,02^{6}$$