# Dipartimento di Ingegneria
# Precorsi di Fisica

# Derivate

Lezione 7

Università degli Studi di Napoli Parthenope

# Concetto di Derivata

La velocità di un corpo è data dal rapporto tra lo spazio percorso e l'intervallo di tempo impiegato

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Quando guidiamo l'auto il tachimetro ci dice istantaneamente a che velocità stiamo andando, ovvero ci dice lo spazio percorso in un istante.

Un istante è un intervallo di tempo piccolissimo, al limite nullo

$$\Delta t \longrightarrow 0$$

# Concetto di Derivata

Tutti sappiamo che non è possibile dividere un qualsiasi numero per zero

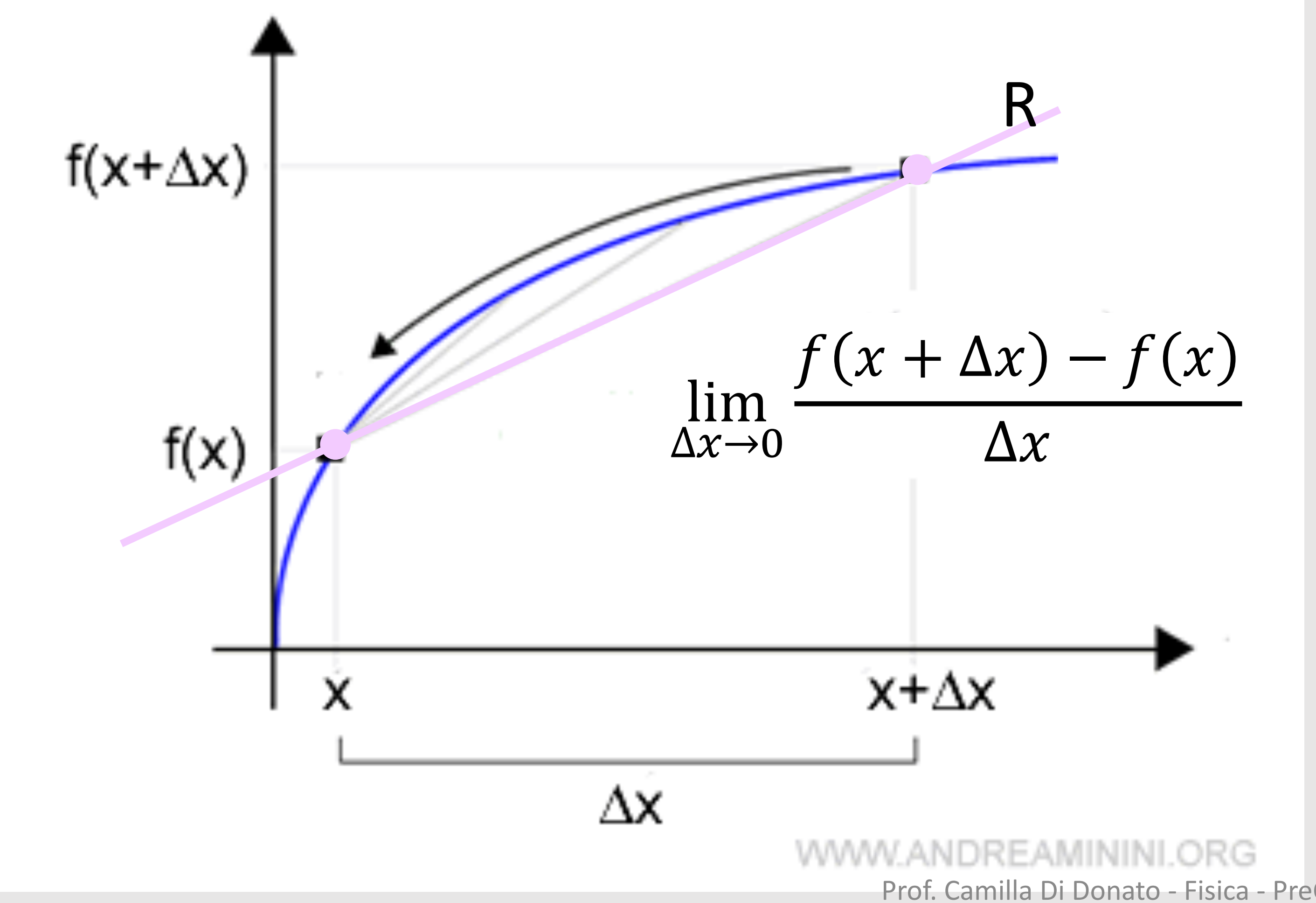
$$v = \frac{\Delta s}{0} = impossibile!$$

In matematica esiste il concetto di LIMITE che ci permette di considerare l'intervallo di tempo più piccolo possibile, che però sia diverso da zero.

La DERIVATA è il LIMITE del rapporto incrementale

$$\lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \Longrightarrow \text{velocità istantanea } v(t)$$

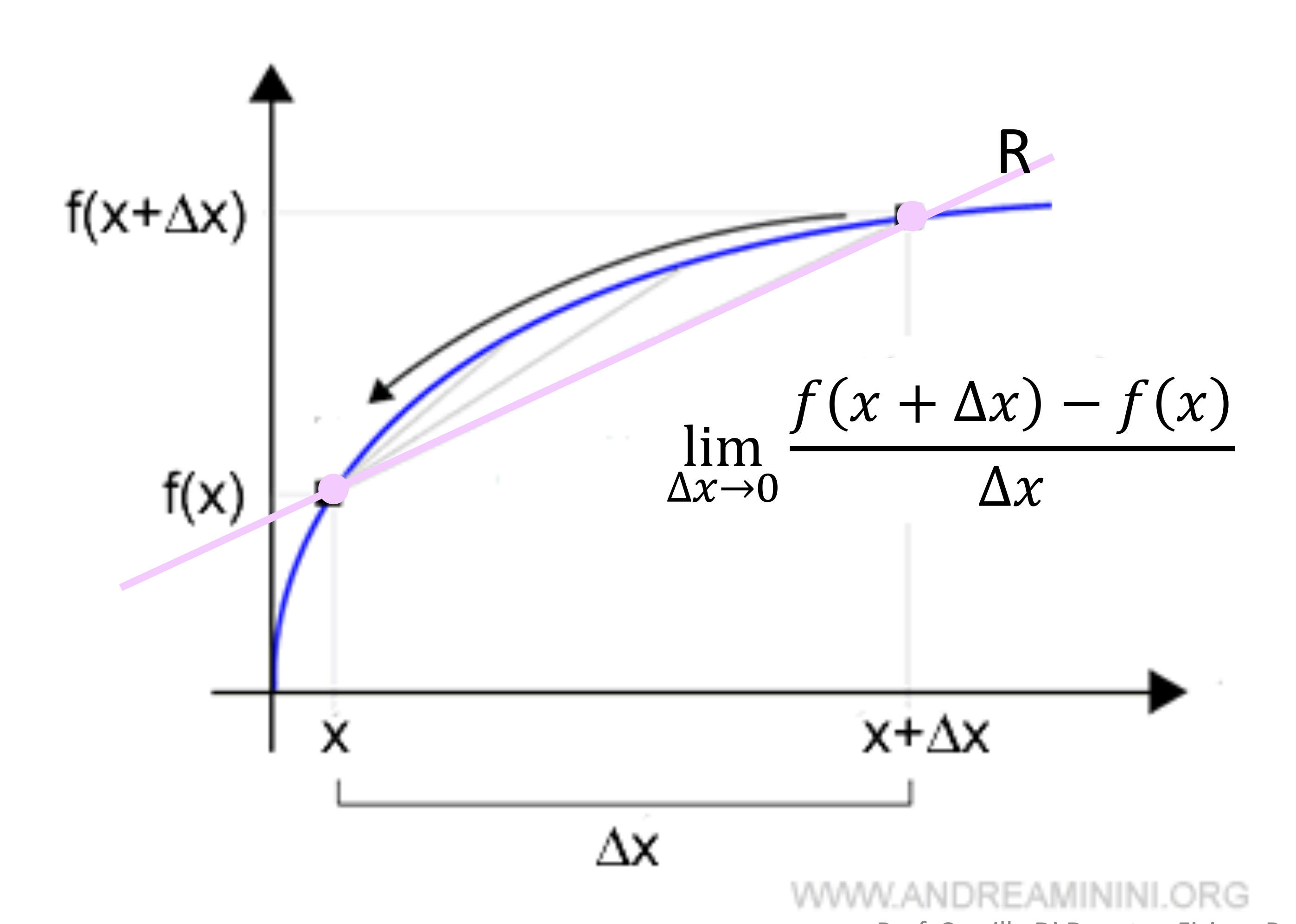
# Limiti e Derivate




$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

- Calcolare la derivata di una funzione è essenziale, consideriamo una funzione $f(x)$ dove x è la variabile indipendente

# Limiti e Derivate



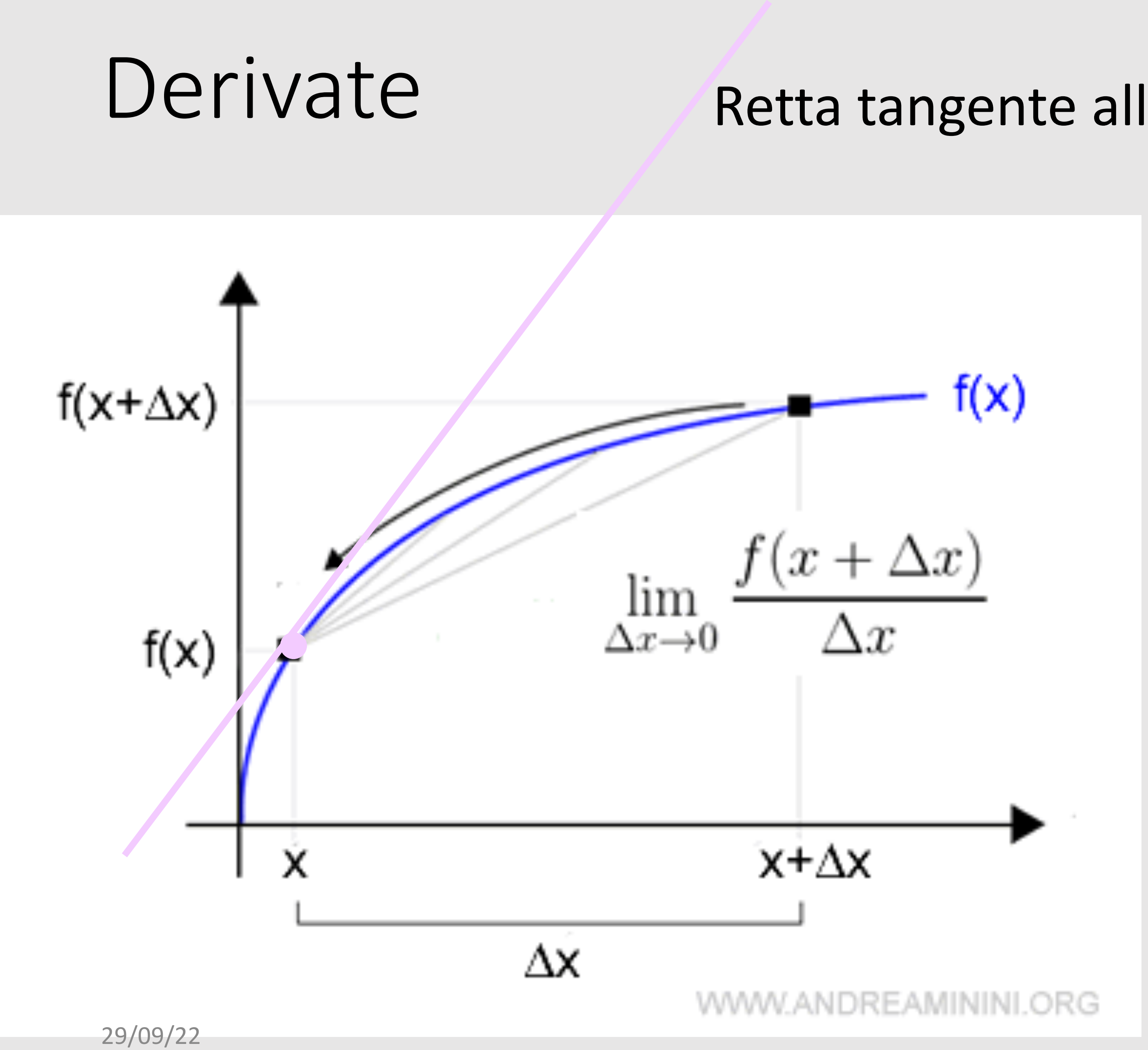

Consideriamo il rapporto incrementale definito da

$$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

se $\Delta x \rightarrow 0$ allora la retta R, che ha due punti in comune con la funzione, tende a quella retta che si chiama la tangente alla curva, ovvero quella retta che tocca la curva in due punti coincidenti

# Derivate

Retta tangente alla curva




$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

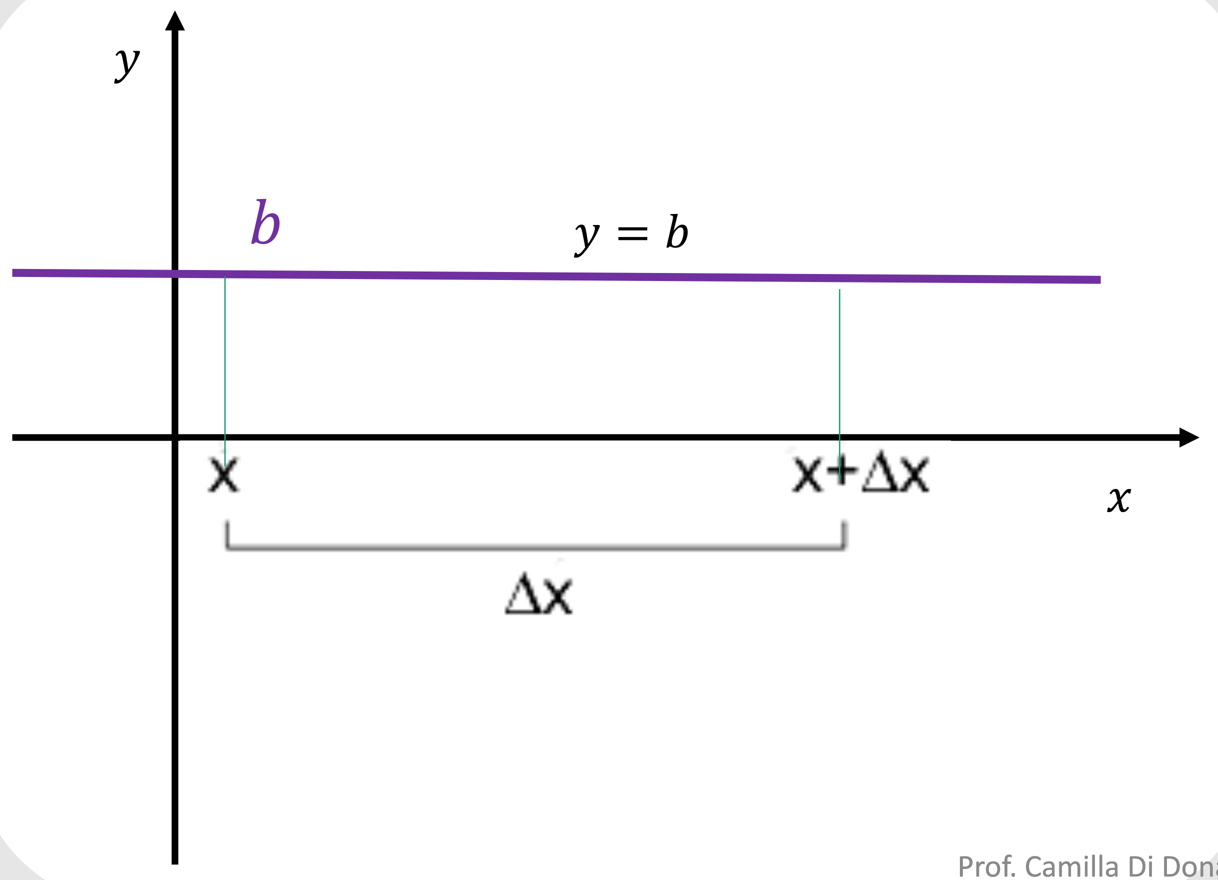
$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

# Derivate Fondamentali

- In Fisica Classica avremo a che fare con funzioni molto semplici, quali ad esempio rette e parabole
- Dovremo rivedere/imparare poche regole per poter studiare ad esempio il moto di un corpo

# Derivata di una costante

- La derivata di una costante vale zero

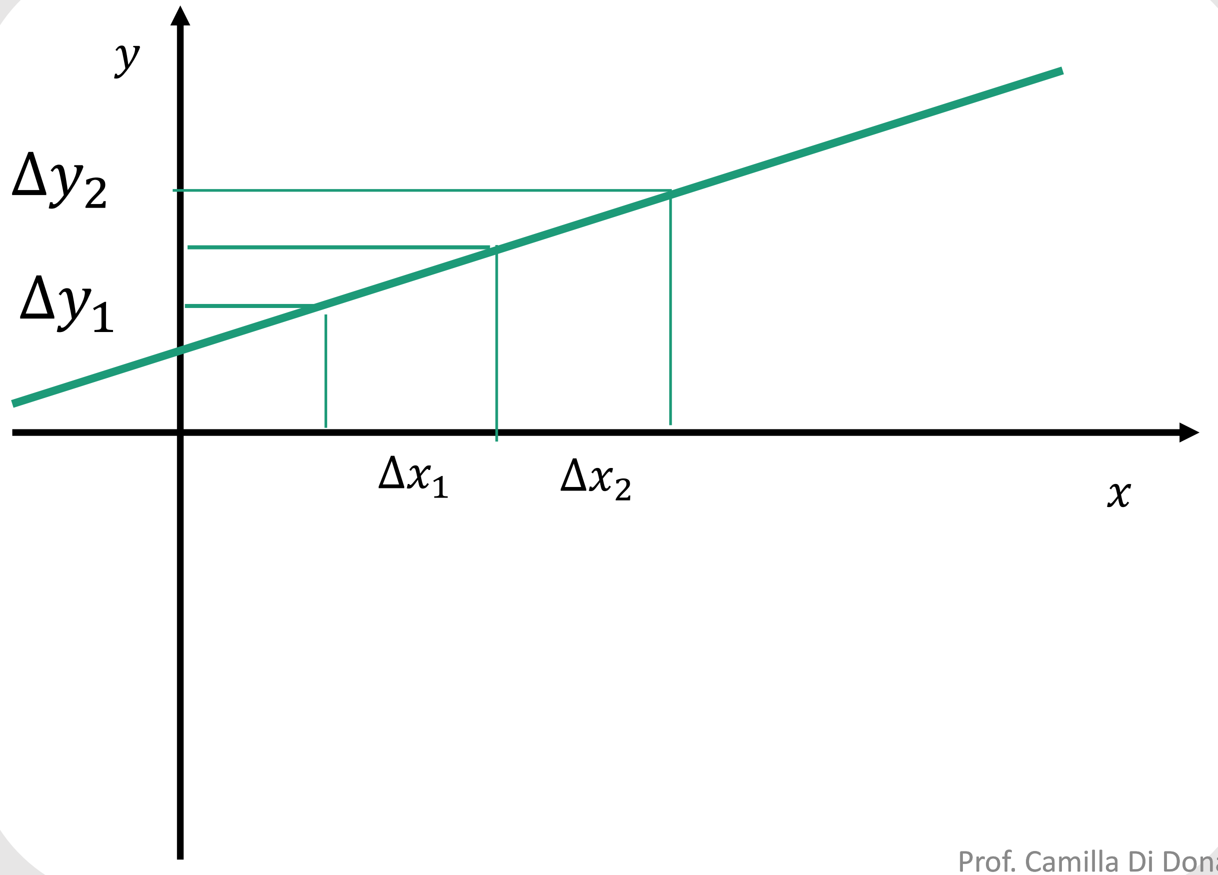



Consideriamo la retta $y = b$ , la variabile dipendente assume sempre lo stesso valore, quindi se calcoliamo il rapporto incrementale, vedremo che esso è nullo

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0 \implies \frac{dy}{dx} = 0$$

# Derivata di retta generica

- La derivata di una retta è una costante

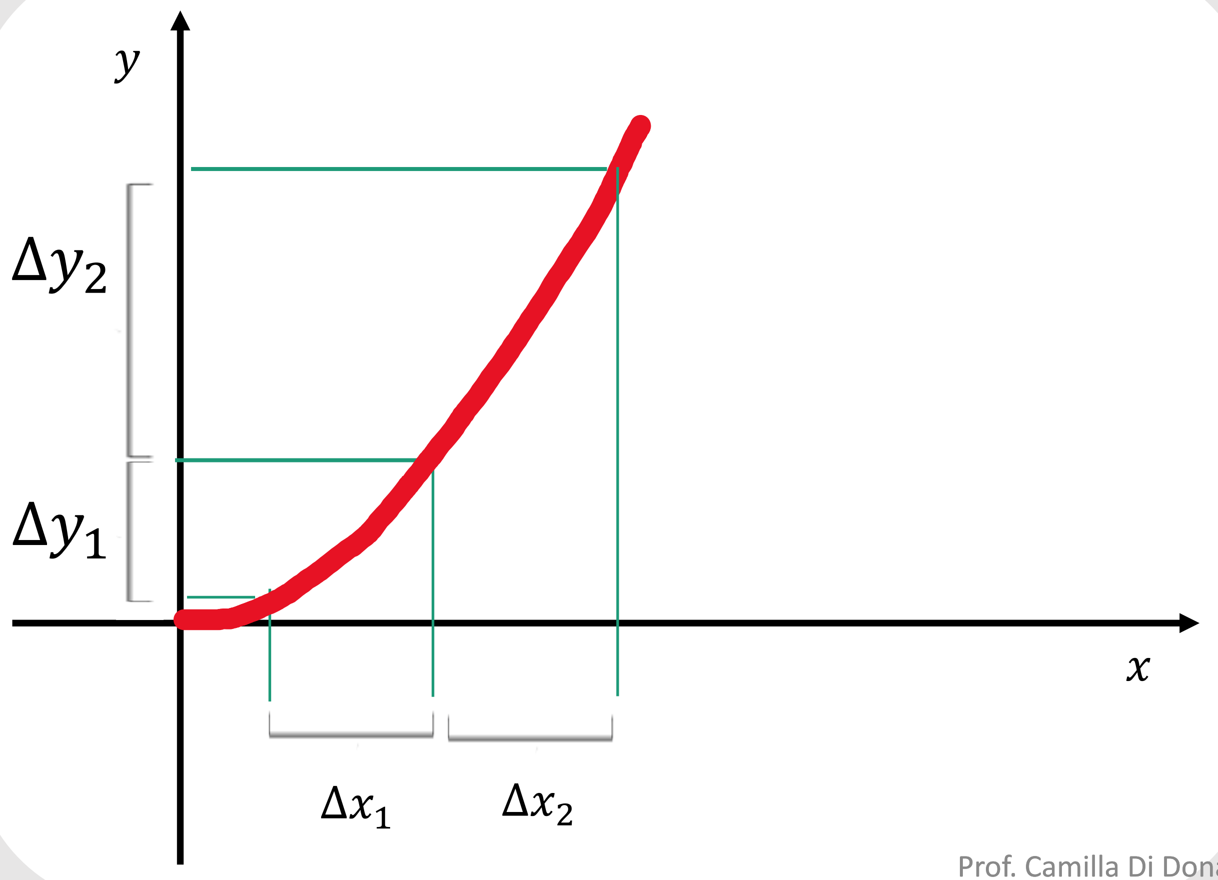



Consideriamo la retta $y = ax + b$ , e calcoliamo il rapporto incrementale, che è costante perchè ad una variazione $\Delta x$ corrisponde sempre lo stesso incremento $\Delta y$, ovunque lo calcoliamo, essendo $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ proprio la pendenza della retta

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = a \implies \frac{dy}{dx} = \frac{d(ax + b)}{dx} = a$$

# Derivata di una parabola

- La derivata di una parabola è una retta




Consideriamo la parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

calcoliamo il rapporto incrementale,

che dipende da dove lo calcoliamo,

perchè ad una stessa variazione $\Delta x$

NON corrisponde sempre lo stesso

incremento $\Delta y$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d(ax^2+bx+c)}{dx} = 2ax + b$$

# Regole di derivazione

- $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$

- $\frac{d}{dx}[\alpha f(x)] = \alpha \frac{df}{dx}$

- $\frac{d}{dx}[\alpha f(x) + \beta g(x)] = \alpha \frac{df}{dx} + \beta \frac{dg}{dx}$

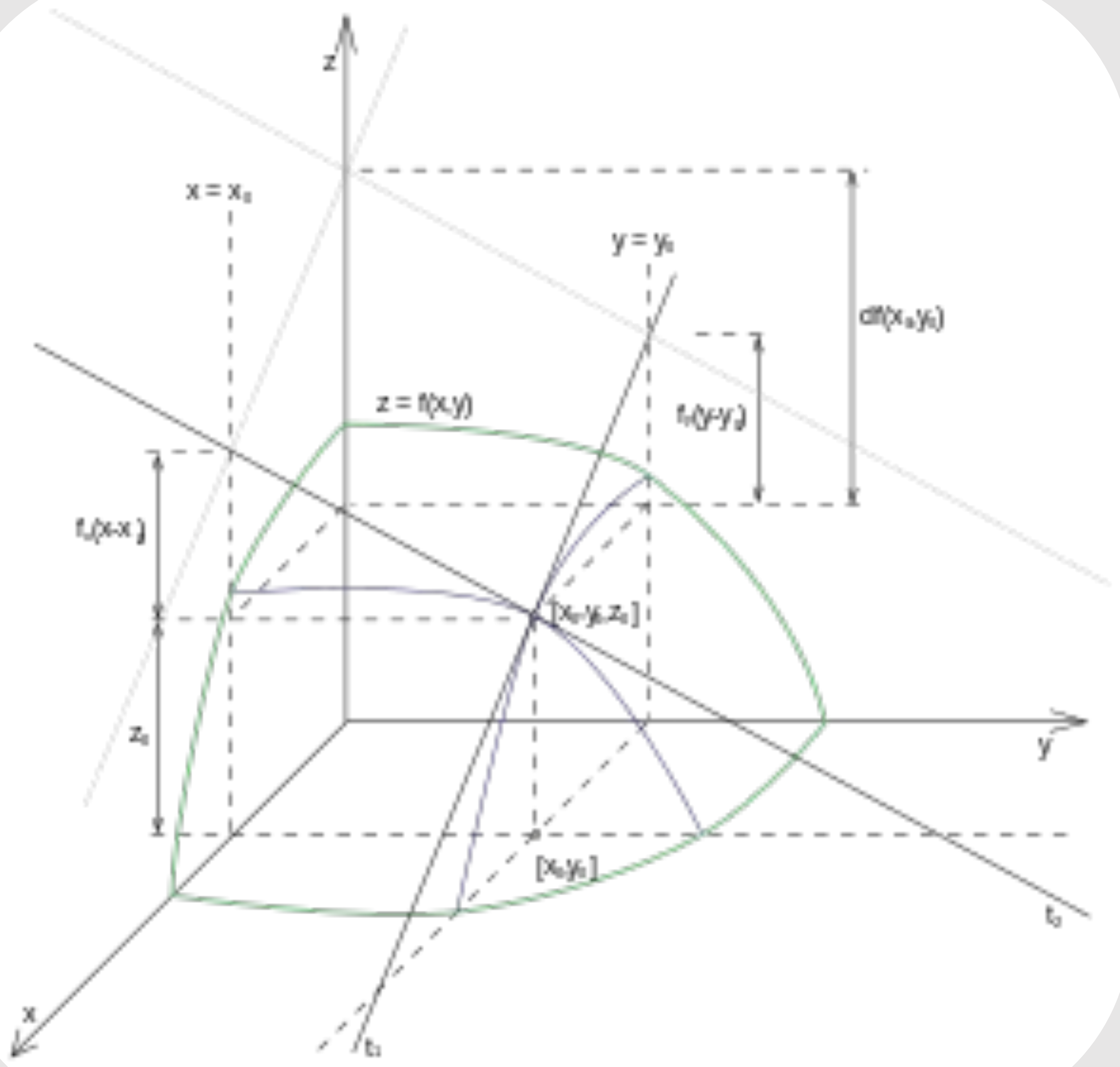
- $\frac{d}{dx}(f \cdot g) = f \frac{dg}{dx} + g \frac{df}{dx}$

- Se g = $g\big(f(x)\big)$ allora $\frac{dg}{dx} = \frac{dg}{df} \cdot \frac{df}{dx}$

# Le Derivate Parziali

- Generalizzazione del concetto di derivata di una funzione reale alle funzioni di più variabili.

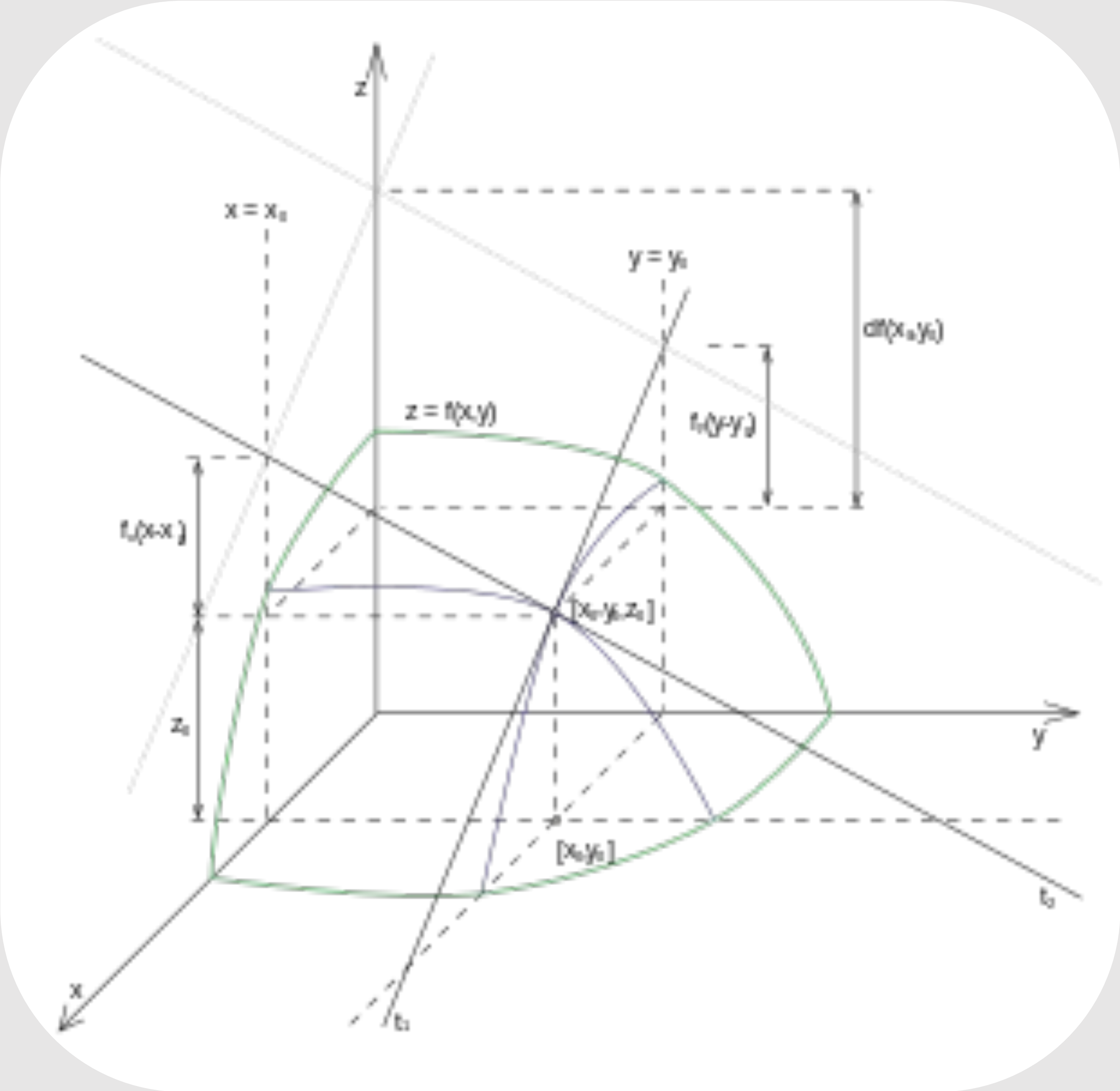
$$z = f(x, y)$$



# Le Derivate Parziali

La derivata parziale in un punto, rispetto ad una prima variabile di una funzione, rappresenta la pendenza della retta tangente alla curva ottenuta intersecando il grafico con un piano passante per il punto parallelo al piano.

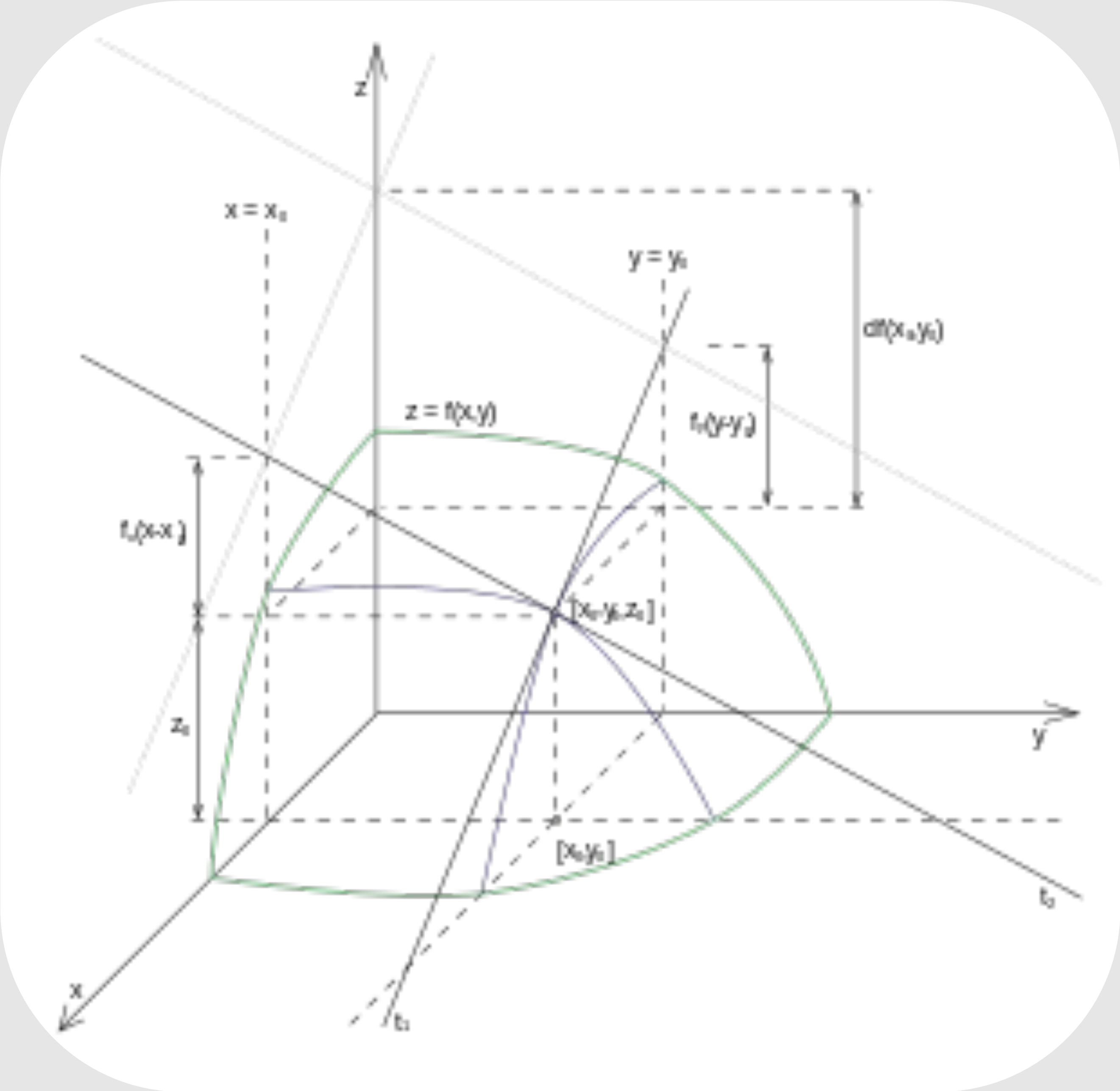
- $\mathrm{y} = \text{costante} \implies z = f(x)$
- $\mathrm{x} = \text{costante} \implies z = f(y)$



# Le Derivate Parziali

Come tecnica di calcolo, la derivata parziale di una funzione rispetto a una variabile in un punto si ottiene derivando la funzione nella sola variabile, considerando tutte le altre variabili come se fossero costanti.

- $\mathrm{y} = \text{costante} \implies z = f(x)$
- $\mathrm{x} = \text{costante} \implies z = f(y)$



# Esempio: Calcoliamo le derivate parziali

$$u = f(x, y, z) = ax^3 + by^2 + cz + dxz + ex^2y + fx^4y^2z^5$$

- $\frac{\partial f}{\partial x} = 3ax^2 + dz + 2exy + 4fx^3y^2z^5$
- $\frac{\partial f}{\partial y} = 2by + ex^2 + 2fx^4yz^5$
- $\frac{\partial f}{\partial z} = c + dx + 5fx^4y^2z^4$