Dipartimento di Ingegneria

Precorsi di Fisica

Vettori

Lezione 5

Università degli Studi di Napoli Parthenope

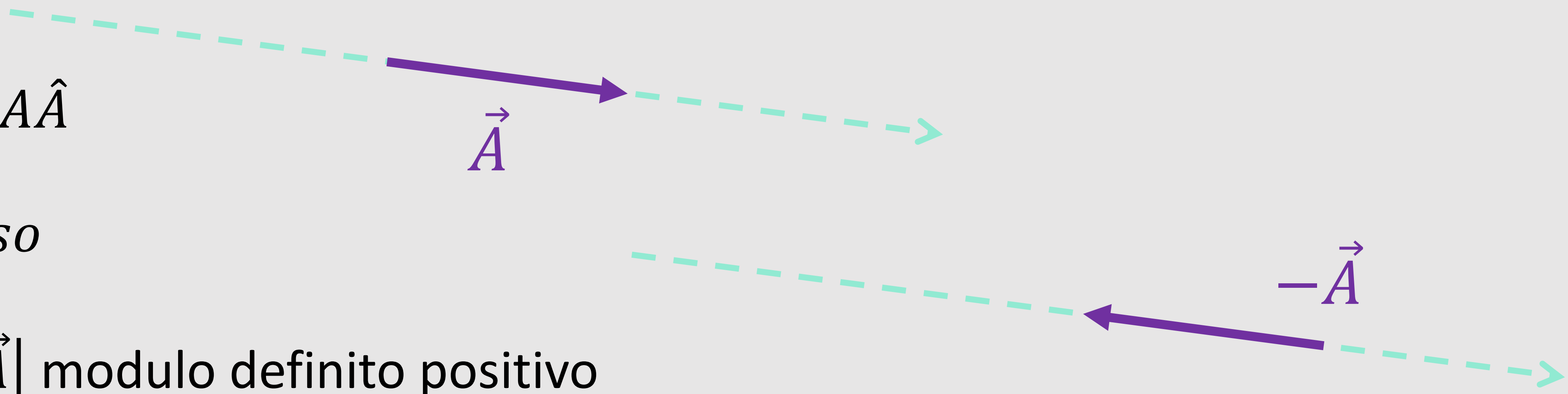
Grandezze Scalari e Vettoriali

In Fisica si usano un certo numero di *grandezze fisiche* che sono completamente specificate in termini della sola *intensità,* ovvero necessitiamo solo di un valore numerico con le opportune unità. Tali grandezze vengono dette *SCALARI: es. La Massa, la Temperatura*

Altre grandezze invece necessitano di ulteriori informazioni, come per esempio la direzione e il verso. Tali grandezze sono dette *VETTORI: es. La velocità*

- *Scalari: specificano la sola intensità*
- *Vettori: specificano intensità o modulo, direzione e verso*

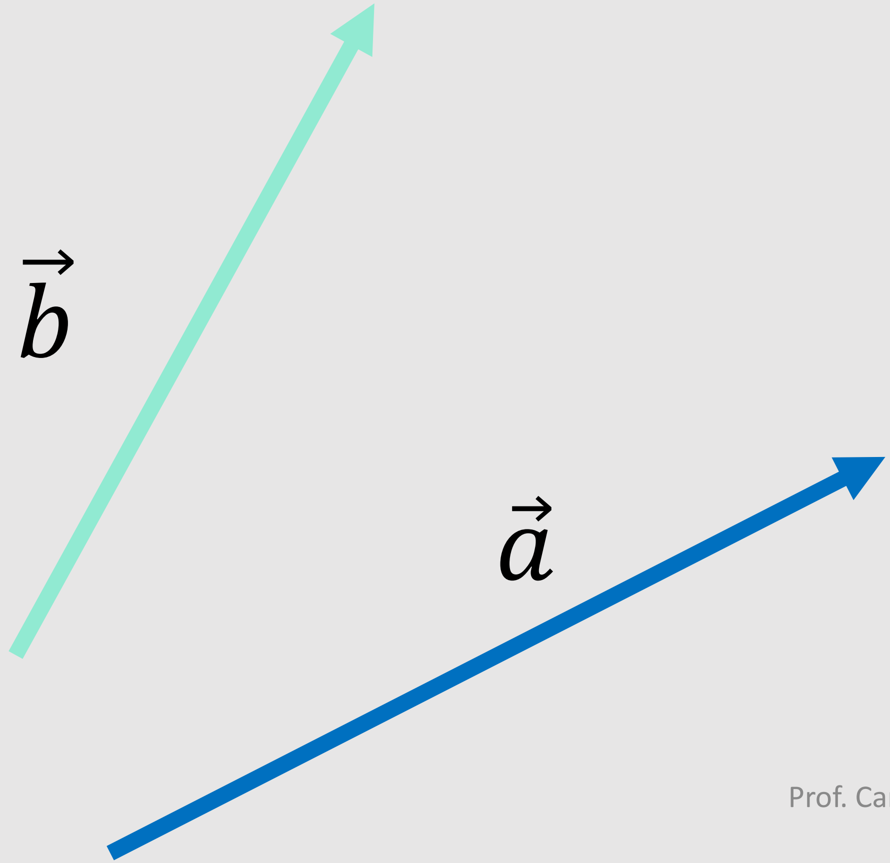
Rappresentazione Grafica di un Vettore



- $\vec{A} = \pm A\hat{A}$
- $\pm\ verso$
- $A = |\vec{A}|$ modulo definito positivo
- $\hat{A}$ è il versore che rappresenta la direzione, ovvero la retta orientata su cui giace il vettore

La Somma di Vettori è un Vettore

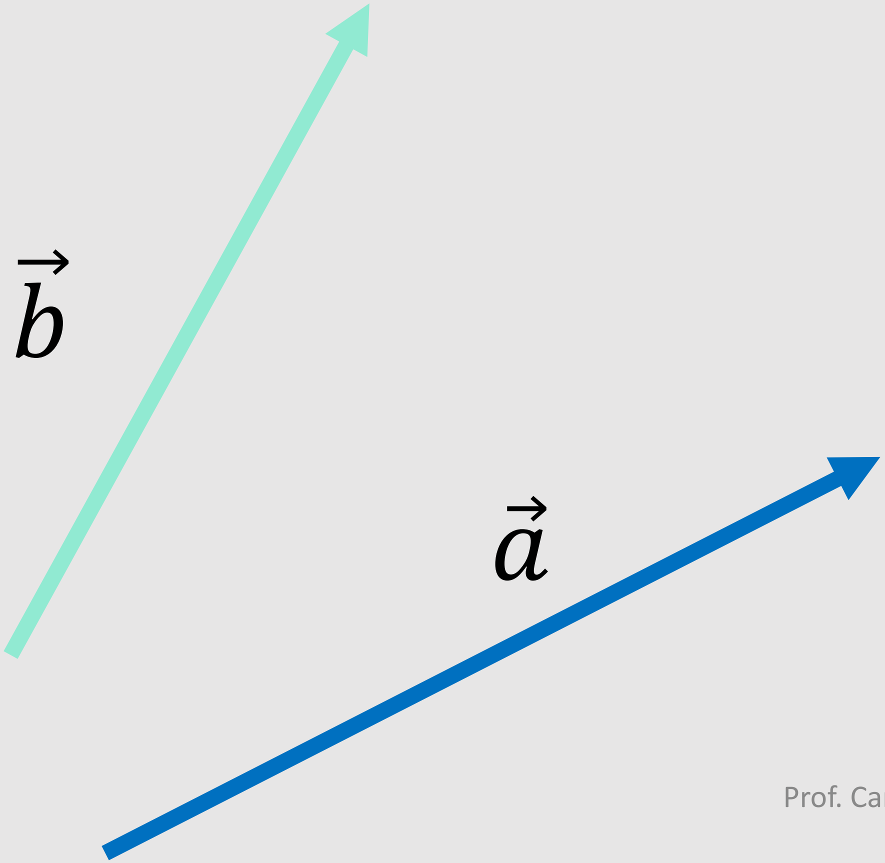
Graficamente: Abbiamo due metodi

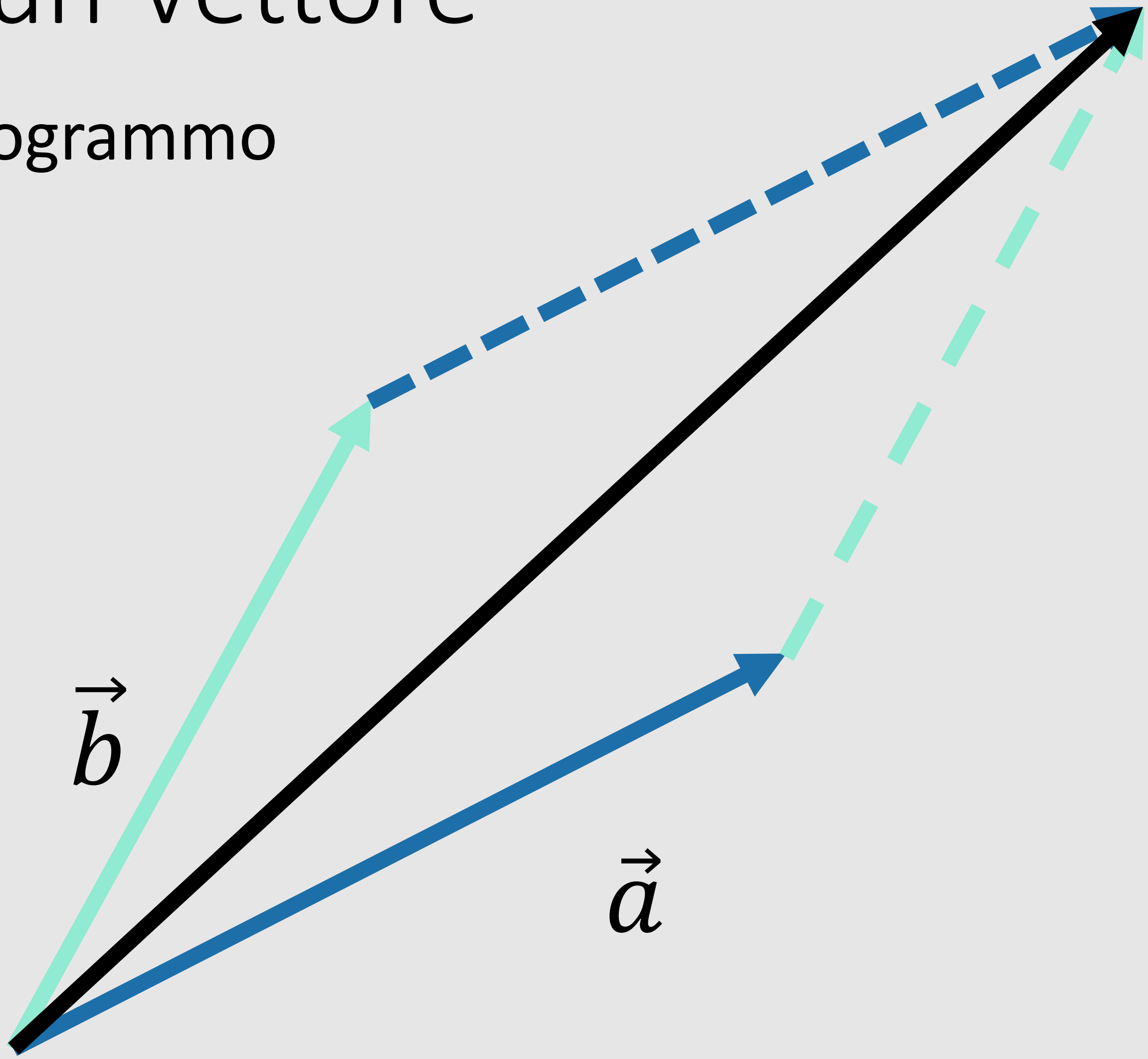


La Somma di Vettori è un Vettore

Graficamente: Metodo del Parallelogrammo

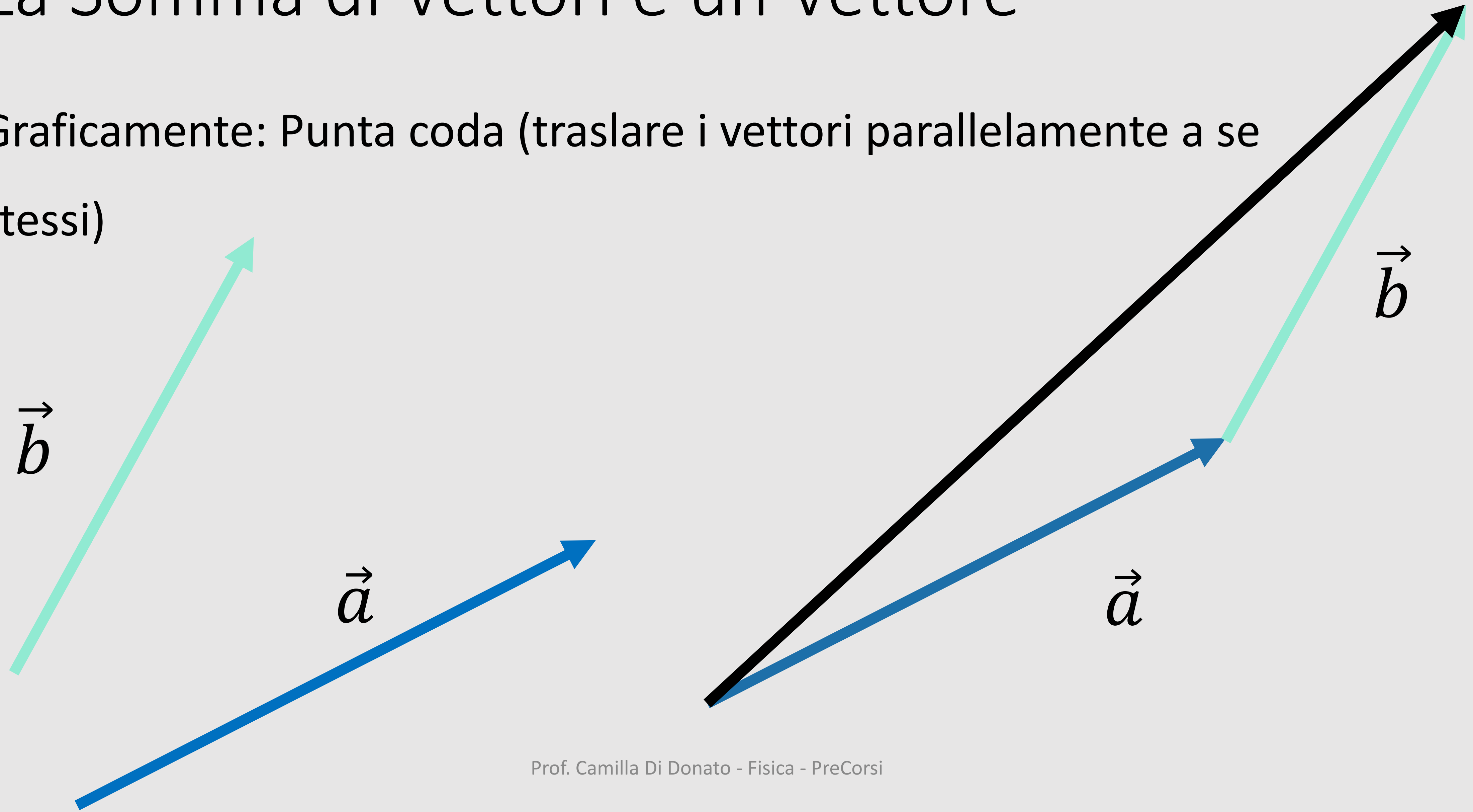
La somma è la diagonale maggiore





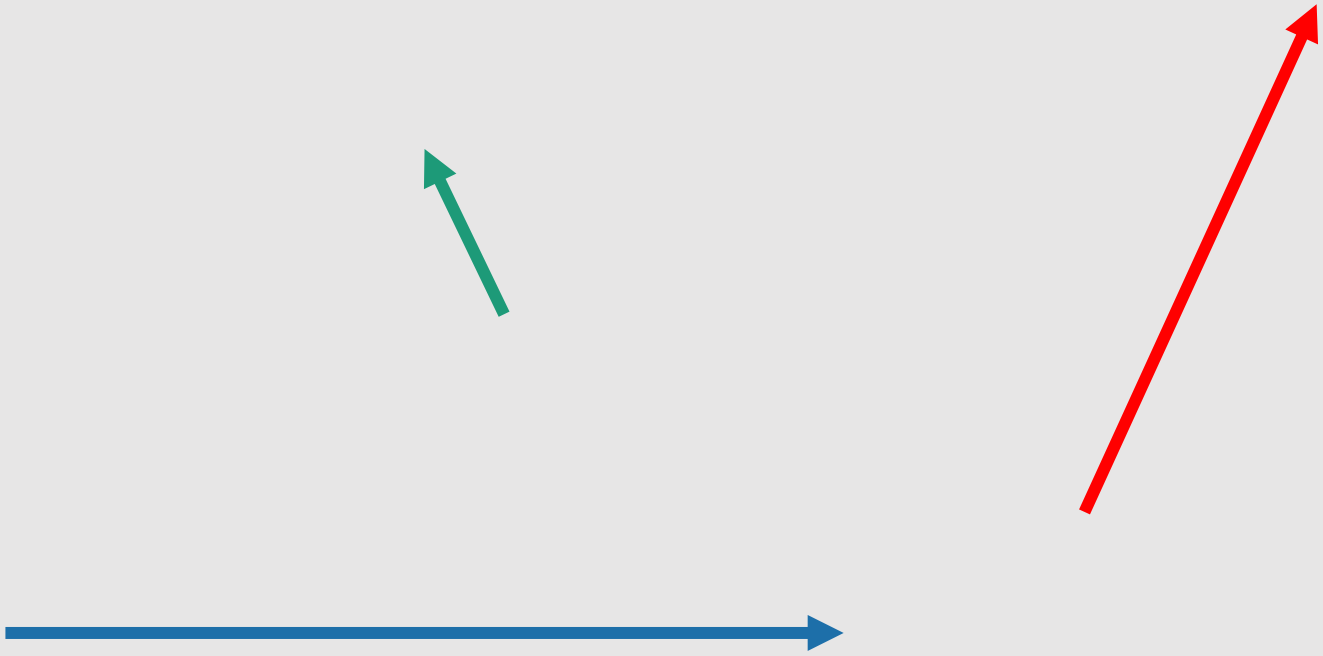
La Somma di Vettori è un Vettore

Graficamente: Punta coda (traslare i vettori parallelamente a se stessi)

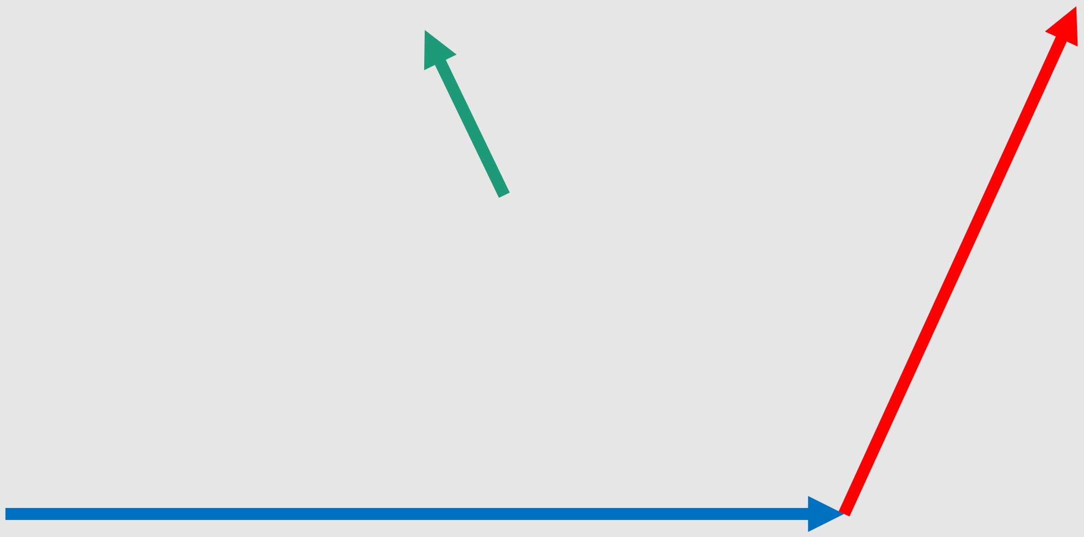


Somma di più vettori

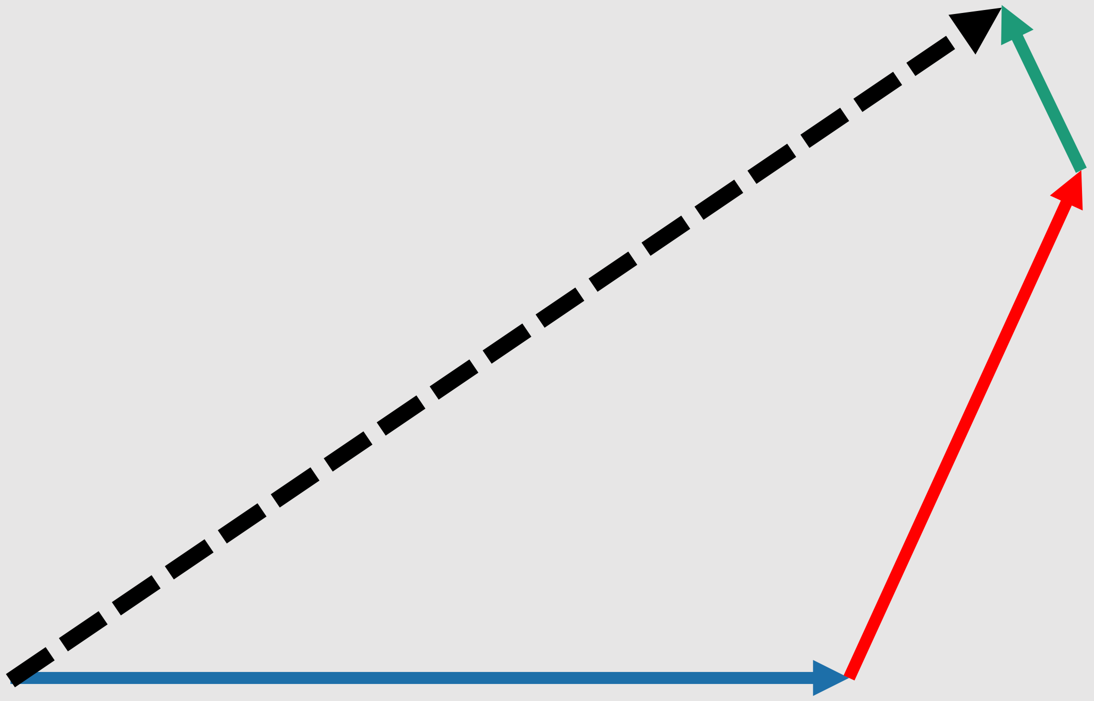
- Sommiamo questi tre vettori



Metodo punta coda: trasliamo parallelamente a se stessi I vettori, uno per volta, facendo coincidere il punto di applicazione con l'estremo libero del precedente vettore

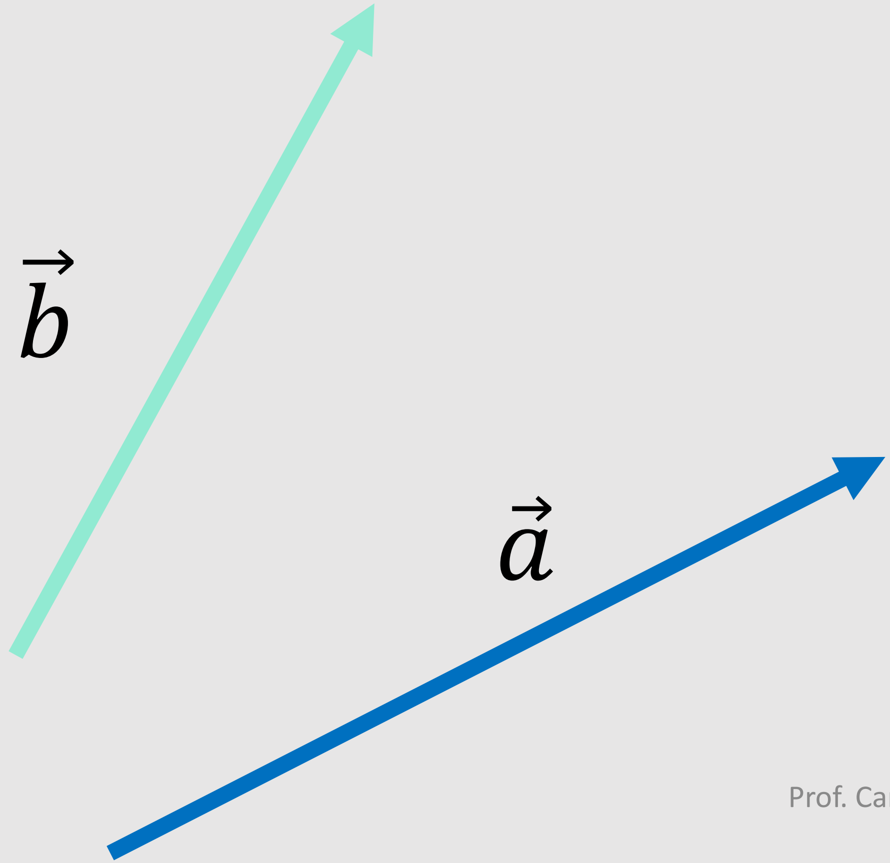


Il vettore somma è quello che unisce il punto di applicazione del primo, all’estremo libero dell’ultimo

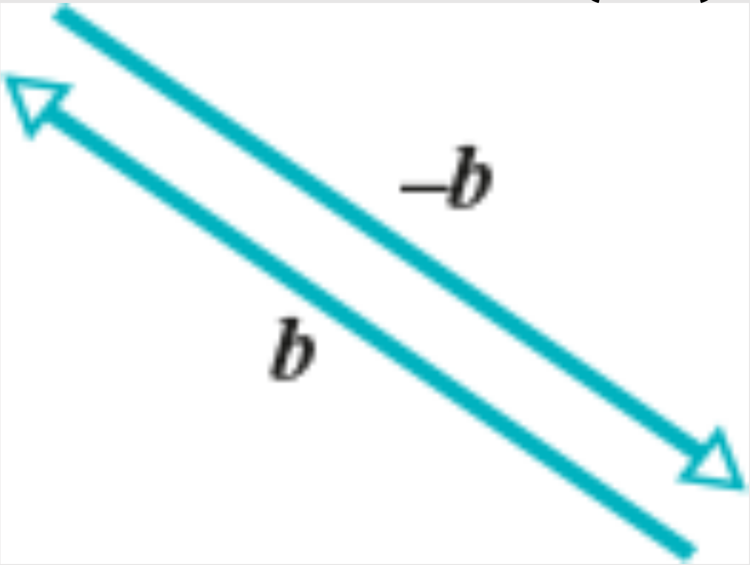


La Differenza di Vettori è un Vettore

Graficamente: la differenza tra due vettori si calcola come la somma



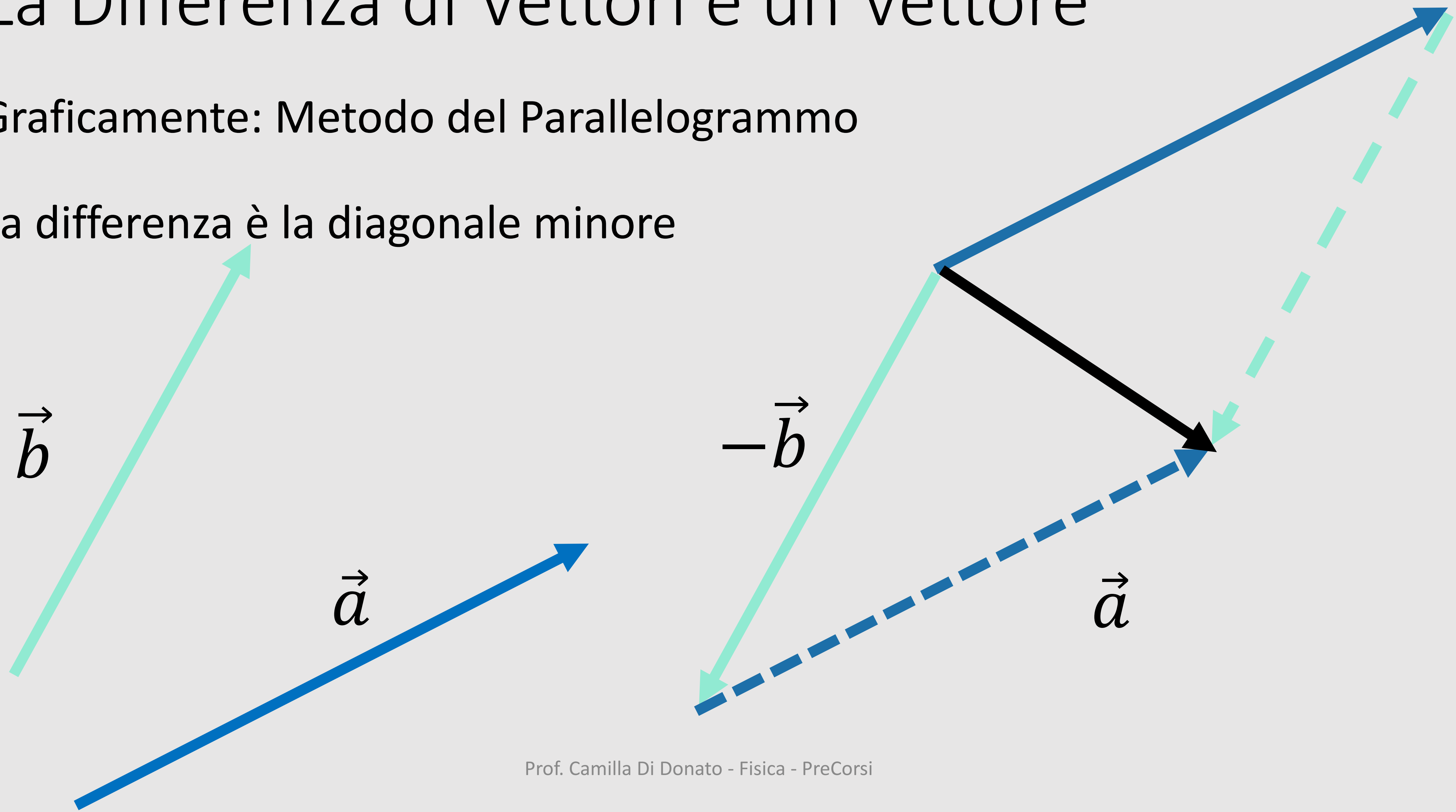
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



La Differenza di Vettori è un Vettore

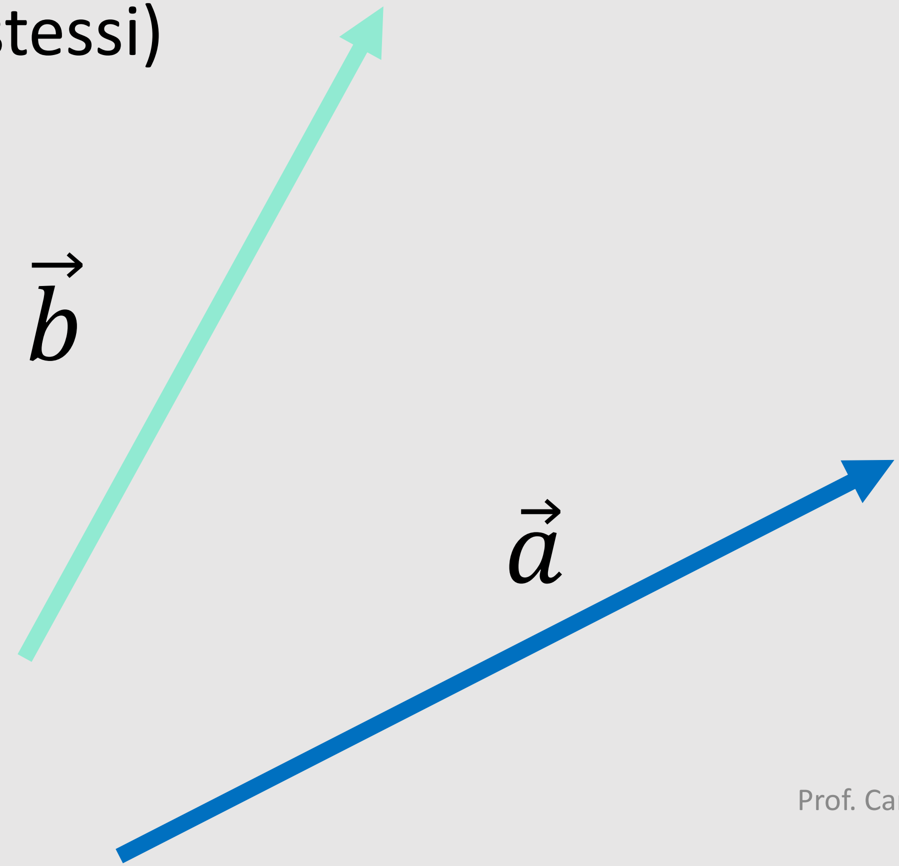
Graficamente: Metodo del Parallelogrammo

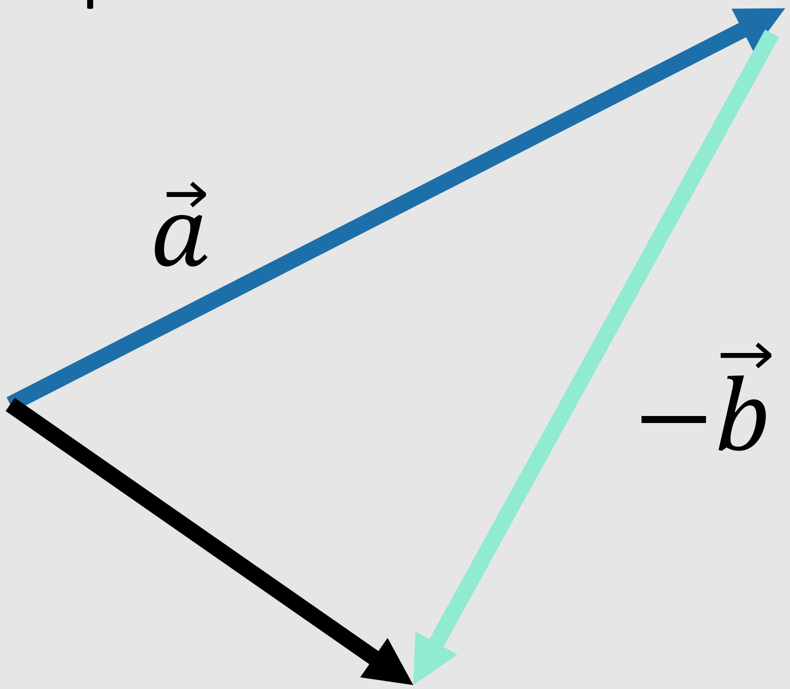
La differenza è la diagonale minore



La Differenza di Vettori è un Vettore

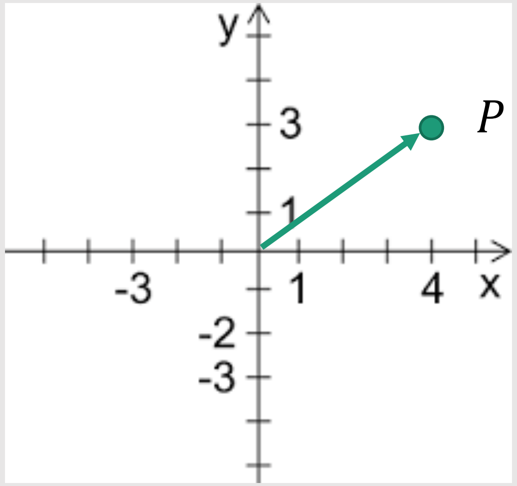
Graficamente: Punta coda (traslare i vettori parallelamente a se stessi)





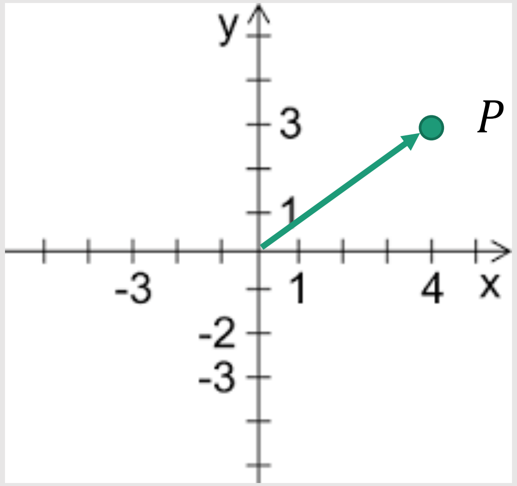
Coordinate Cartesiane

- La posizione di un punto, rispetto ad un riferimento, viene espressa mediante le coordinate del punto, ma anche usando I VETTORI
- La posizione del punto in un sistema di coordinate $X - Y$ è specificato assegnando due numeri: $P = (4,3)$



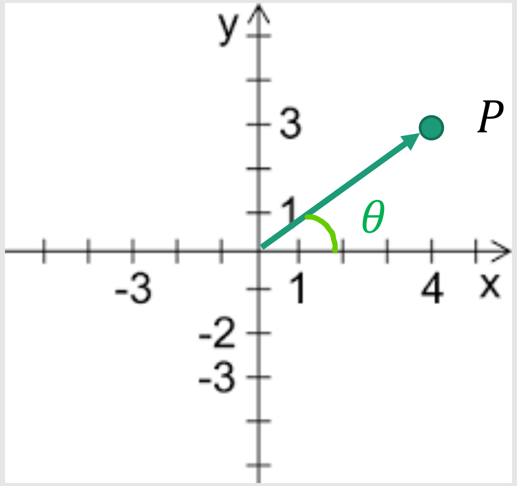
Coordinate Cartesiane

- La posizione del punto in un sistema di coordinate $X - Y$ è specificato assegnando due numeri: $P = (4,3)$
- Rispetto all'origine degli assi $\mathrm{O} = (0,0)$, la posizione del punto può essere indicata dal vettore $\vec{r}$
- Il vettore $\vec{r}$ ha COMPONENTI $r_x = 4$ e $r_y = 3$

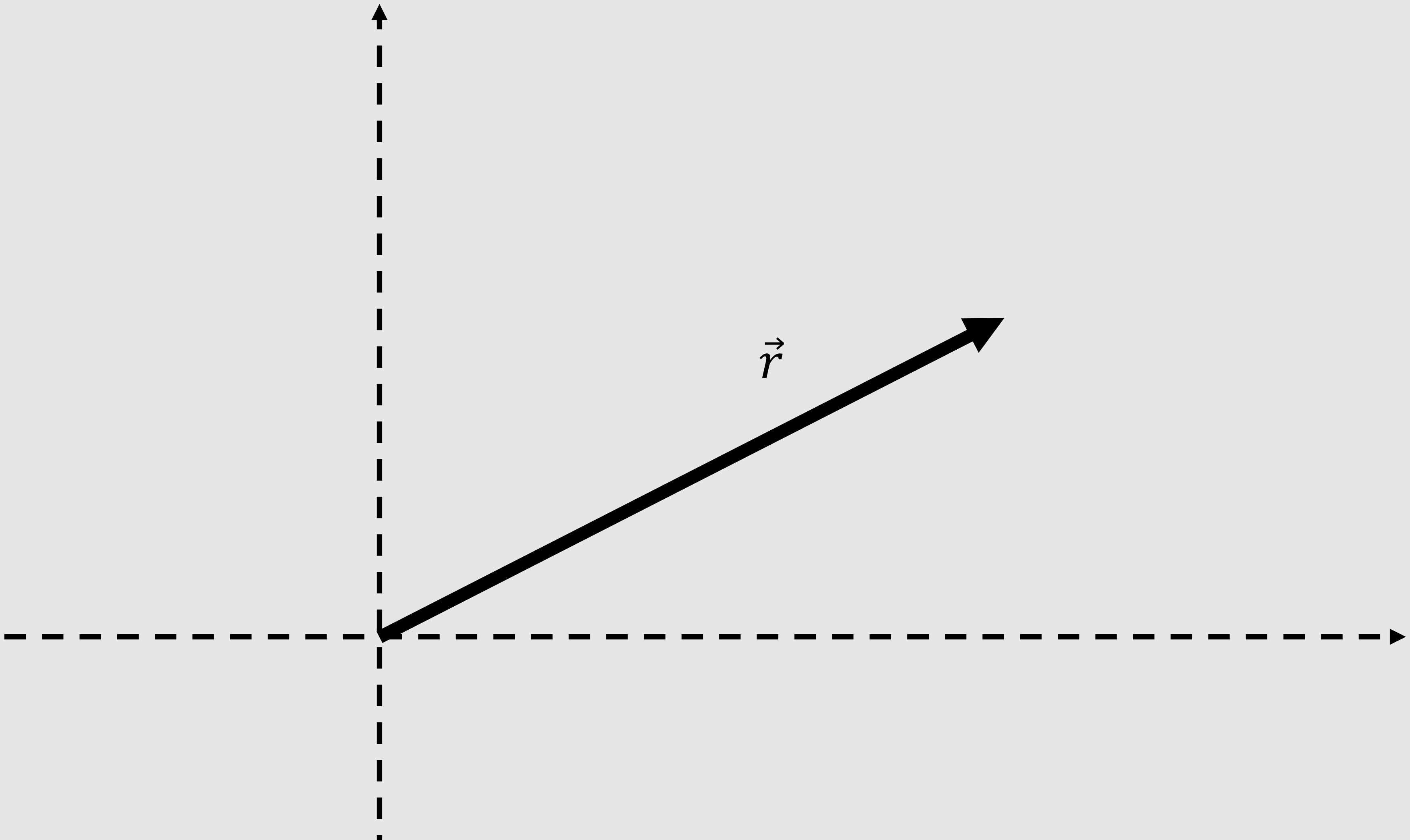


Rappresentazione Cartesiana di un vettore

- Le componenti cartesiane di un vettore sono le proiezioni del vettore sugli assi coordinati $\vec{r} = (r_x, r_y)$
- Noto il modulo r del vettore e l'angolo θ, che questo forma con l'asse delle x, possiamo calcolare le componenti e viceversa:
  - $r_x = r \ \cos\theta \, , r_y = r \ \sin\theta$
  - $r = \sqrt{{r_x}^2 + {r_y}^2} \, ; \tan\theta = \frac{r_y}{r_x}$

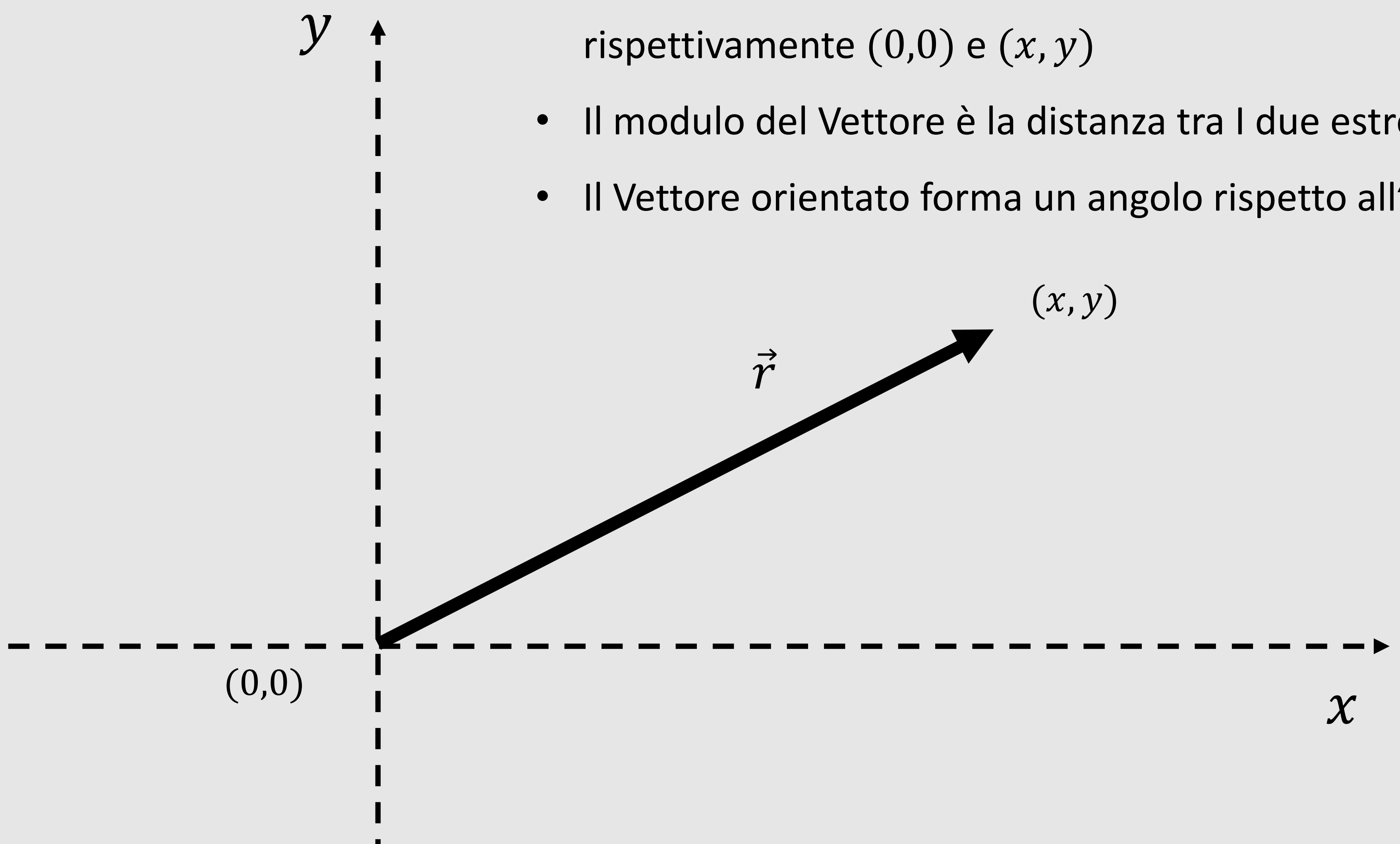


Applichiamo il Vettore nell'Origine



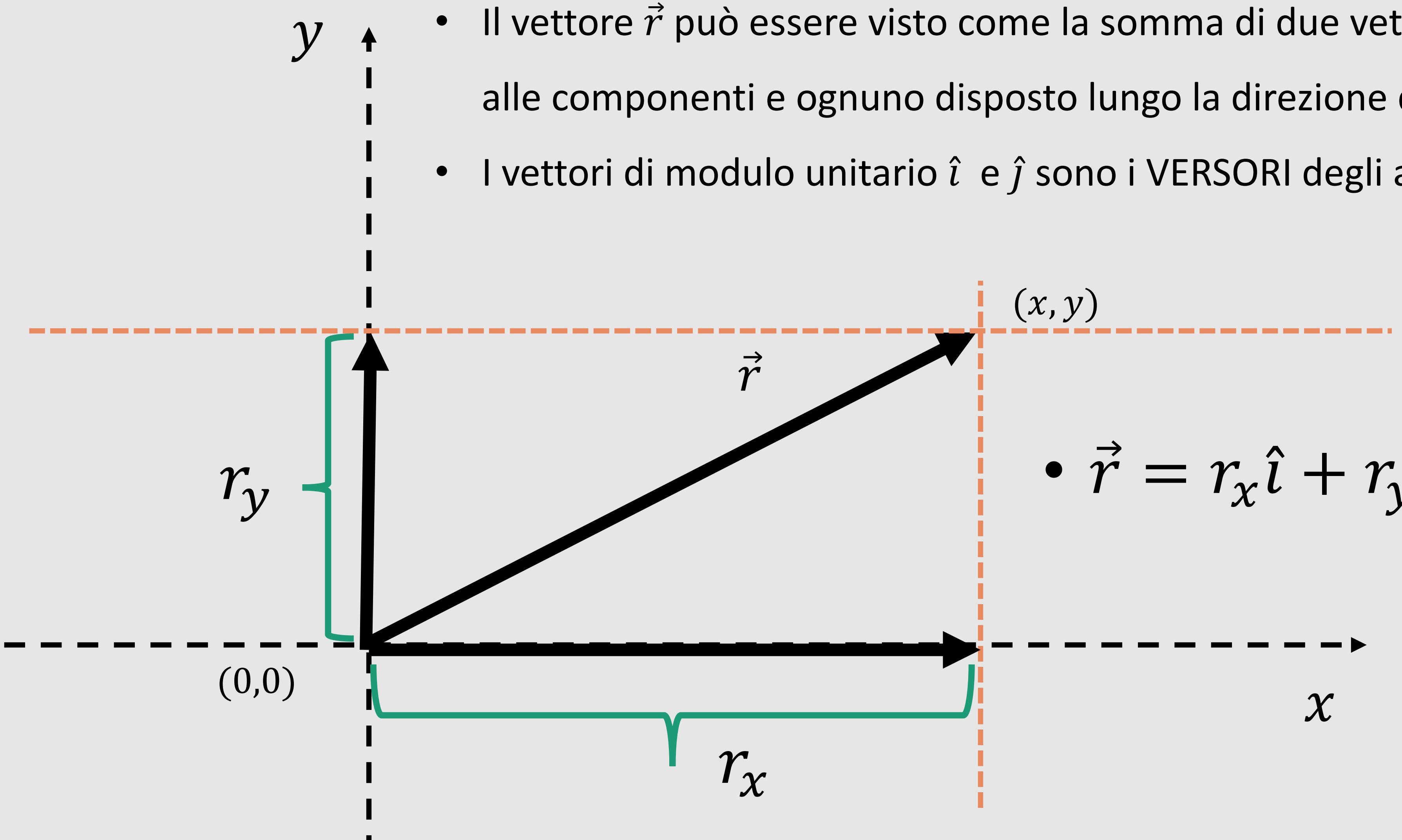
I Vettori e I Sistemi di Riferimento

- I due estremi del segmento orientato hanno coordinate rispettivamente $(0,0)$ e (x, y)
- Il modulo del Vettore è la distanza tra I due estremi
- Il Vettore orientato forma un angolo rispetto all'asse delle x



I Vettori e I Sistemi di Riferimento

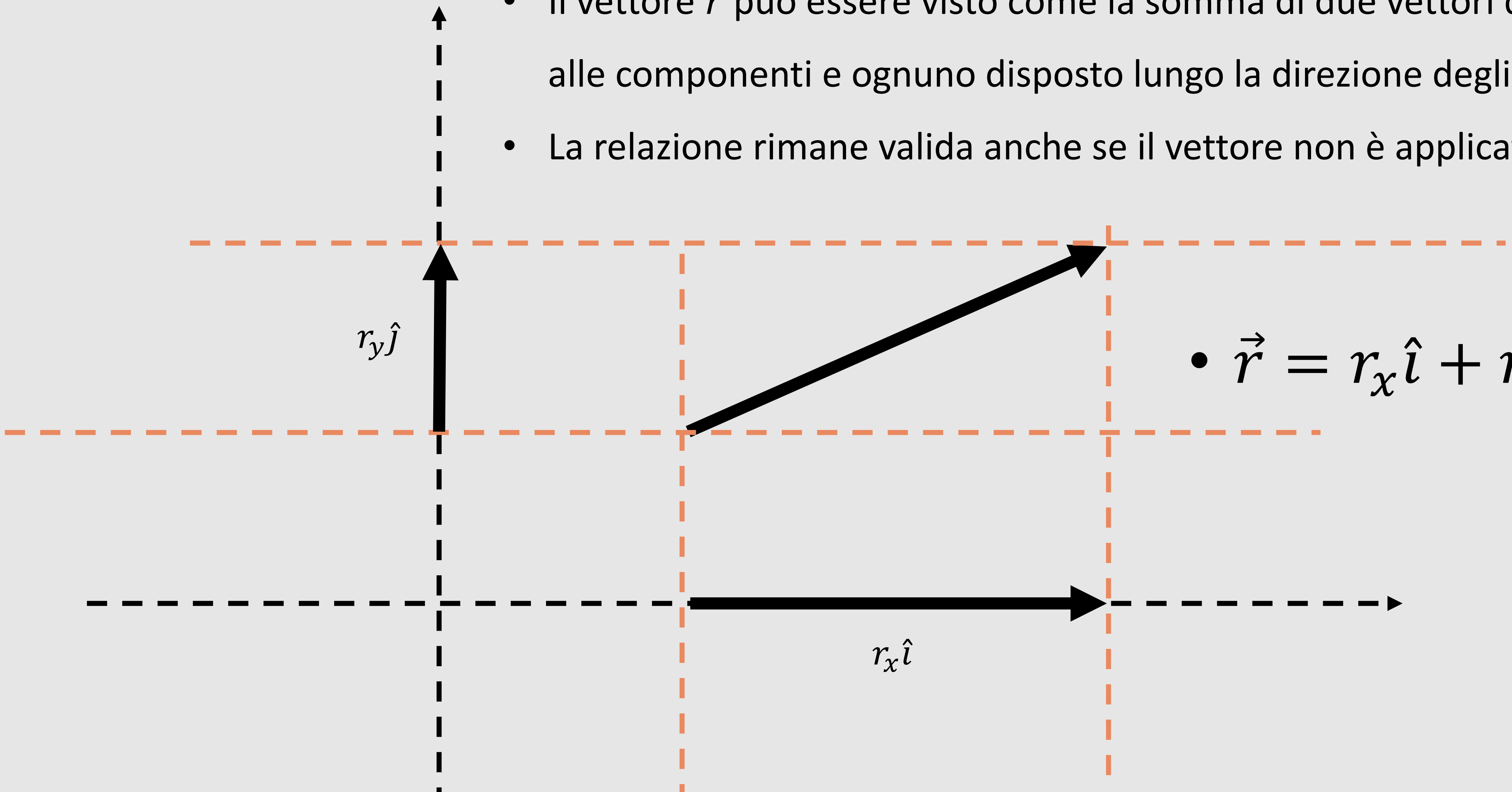
- Il vettore $\vec{r}$ può essere visto come la somma di due vettori di modulo pari alle componenti e ognuno disposto lungo la direzione degli assi
- I vettori di modulo unitario $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ sono i VERSORI degli assi coordinati



- $\vec{r} = r_x\hat{\imath} + r_y\hat{\jmath}$

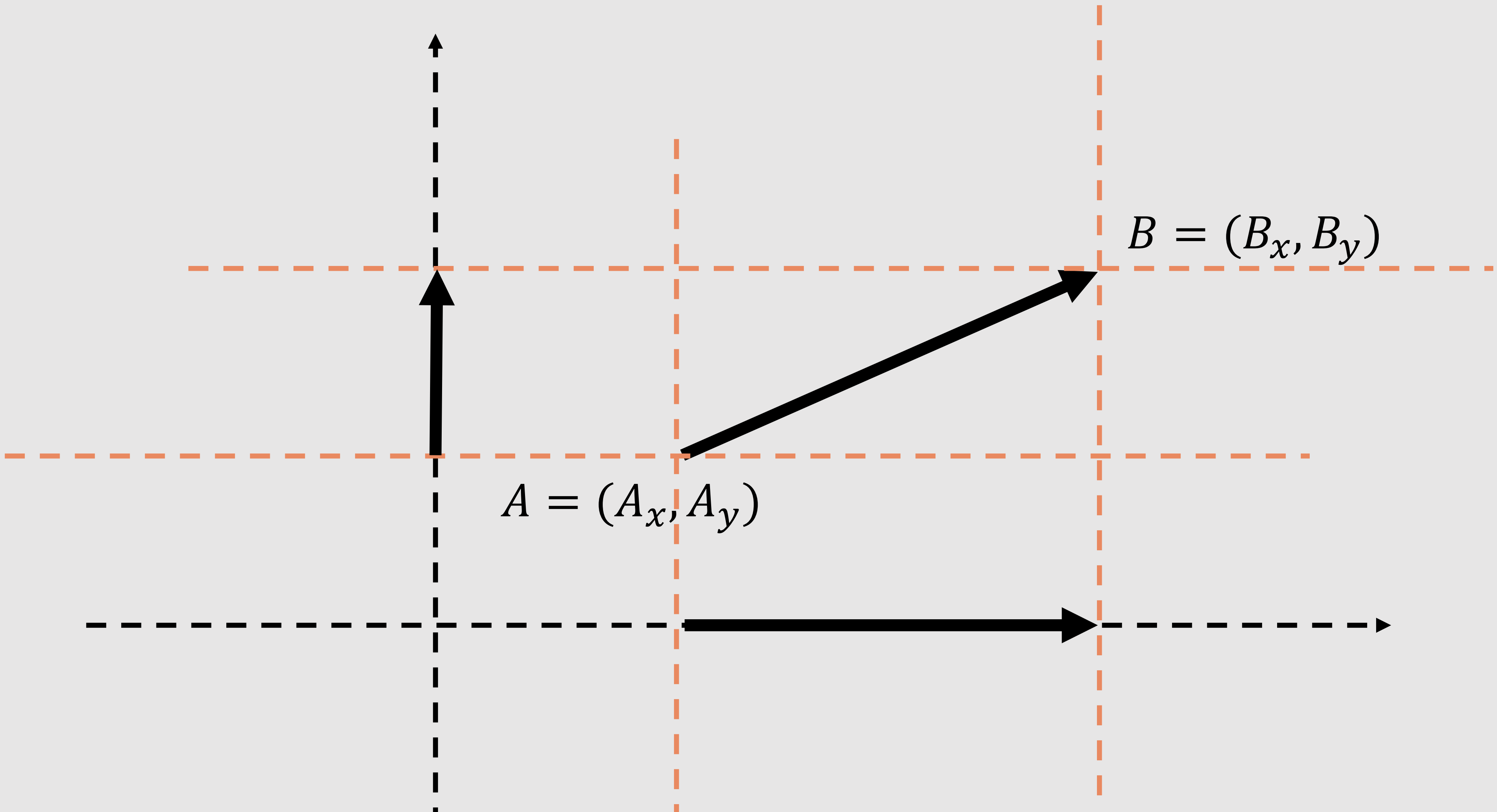
I Vettori e I Sistemi di Riferimento

- Il vettore $\vec{r}$ può essere visto come la somma di due vettori di modulo pari alle componenti e ognuno disposto lungo la direzione degli assi
- La relazione rimane valida anche se il vettore non è applicato nell'origine



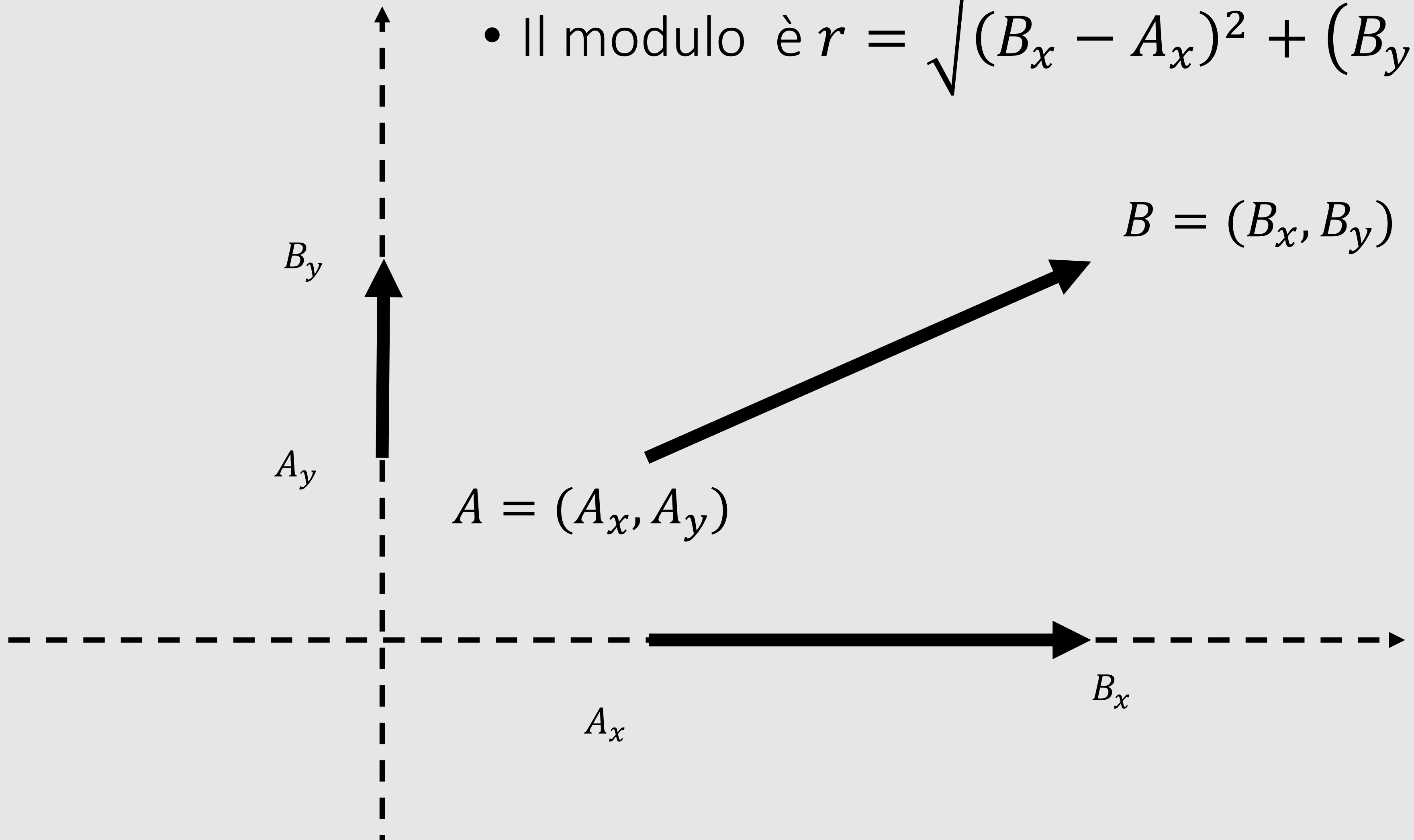
- $\vec{r} = r_x\hat{\imath} + r_y\hat{j}$

I Vettori e I Sistemi di Riferimento

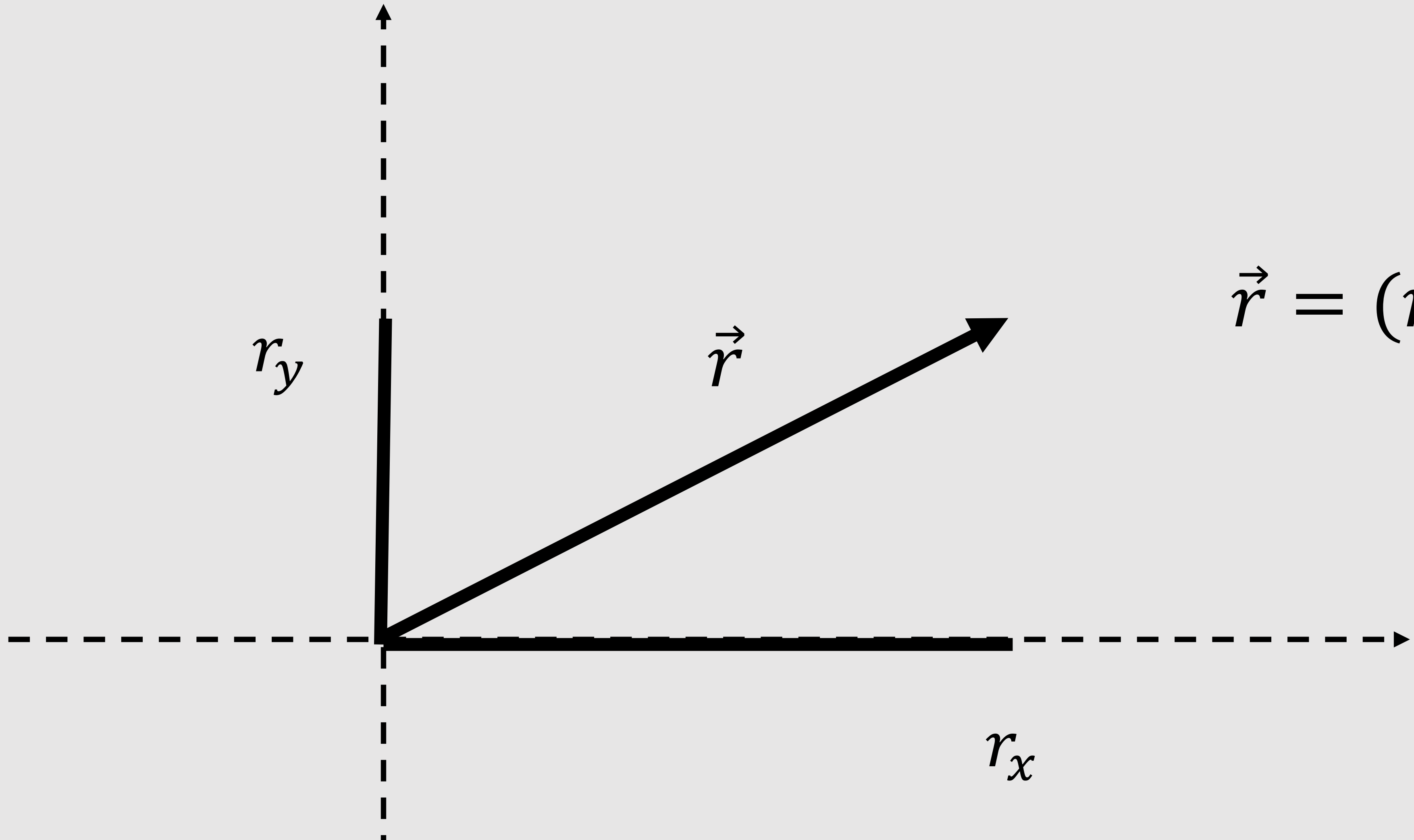


I Vettori e I Sistemi di Riferimento

- Il modulo è $r = \sqrt{(B_x - A_x)^2 + \left(B_y - A_y\right)^2}$

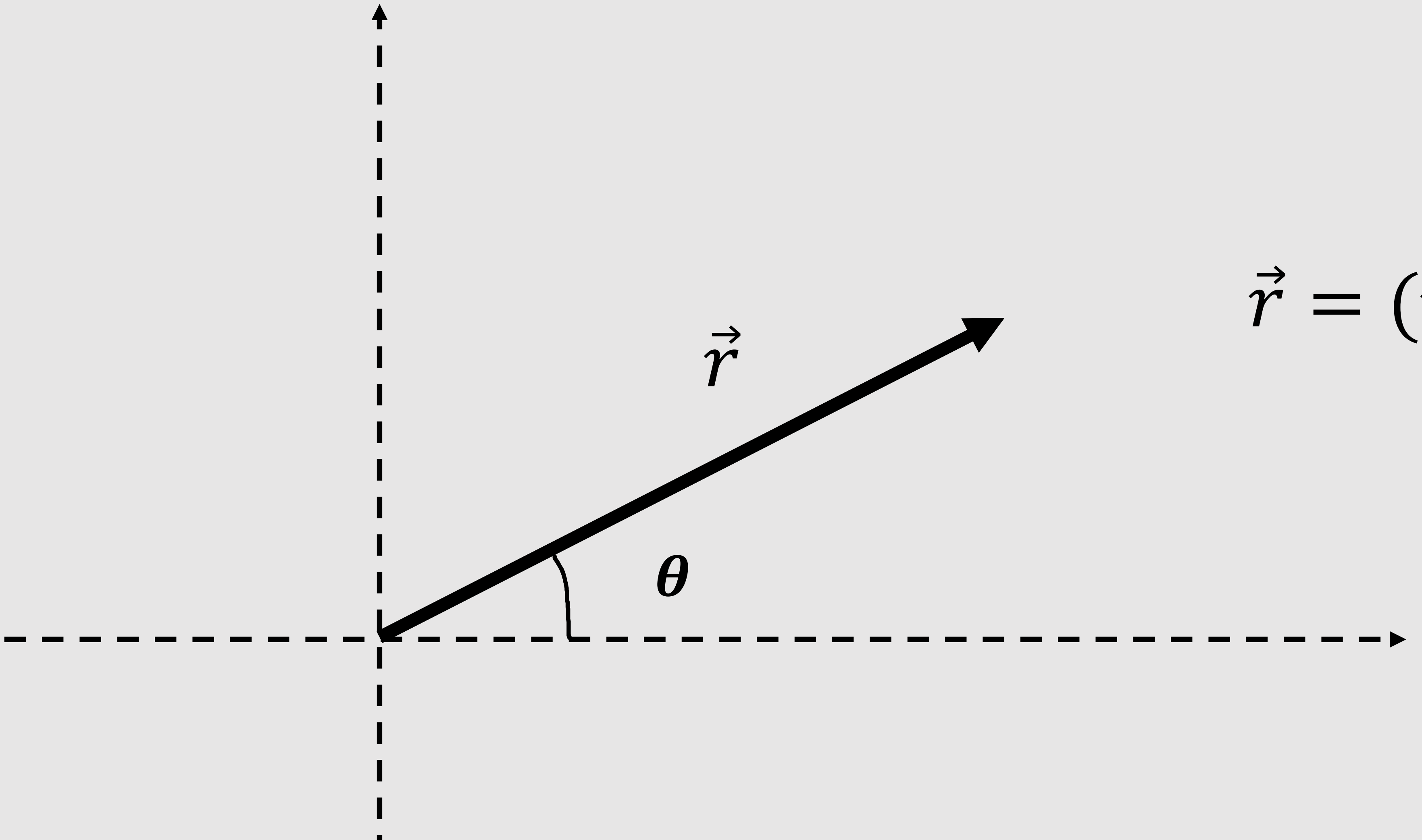


Rappresentazione Cartesiana del Vettore



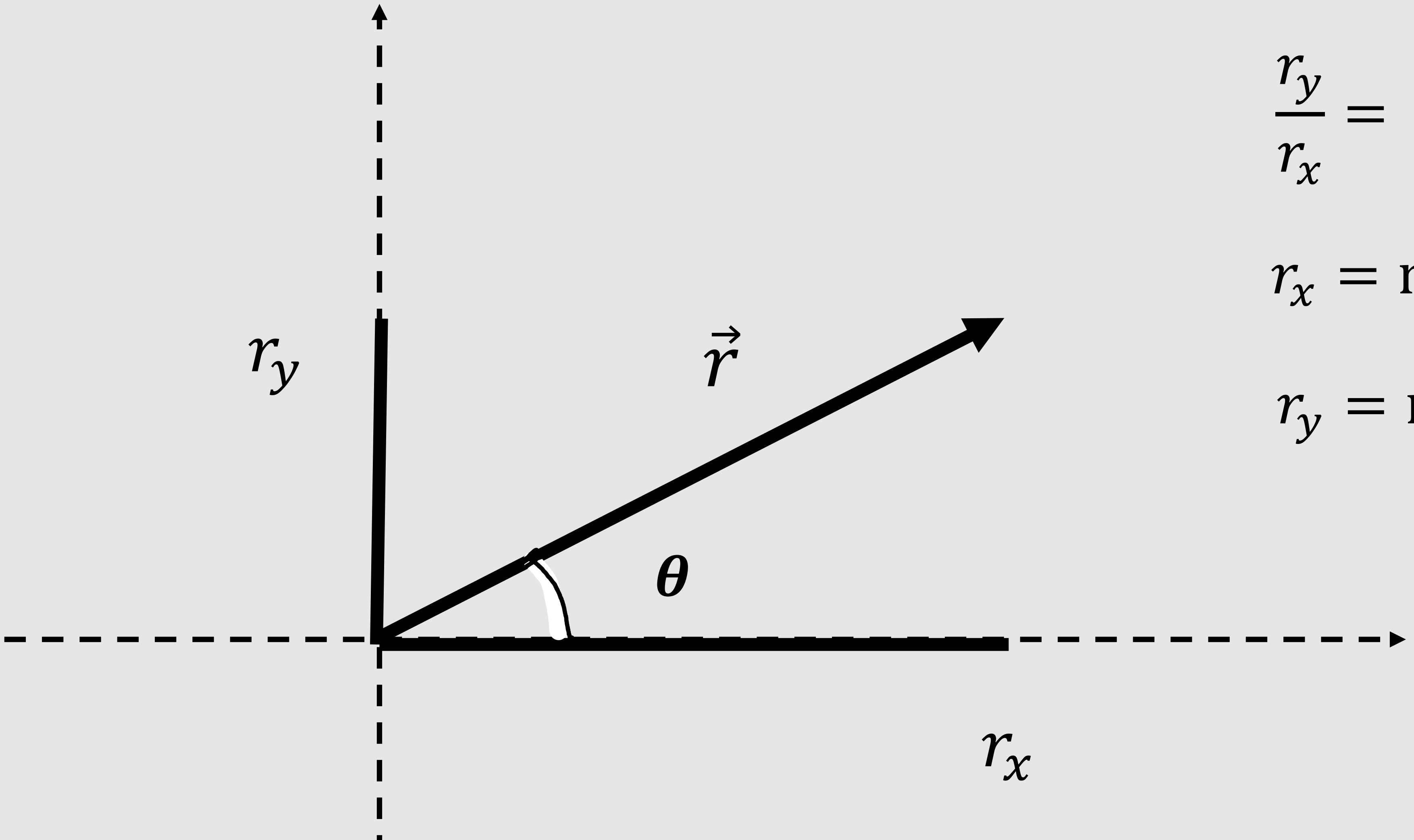
$$\vec{r} = (r_x, r_y)$$

Rappresentazione Polare del Vettore



$$\vec{r} = (r, \theta)$$

Rappresentazione del Vettore

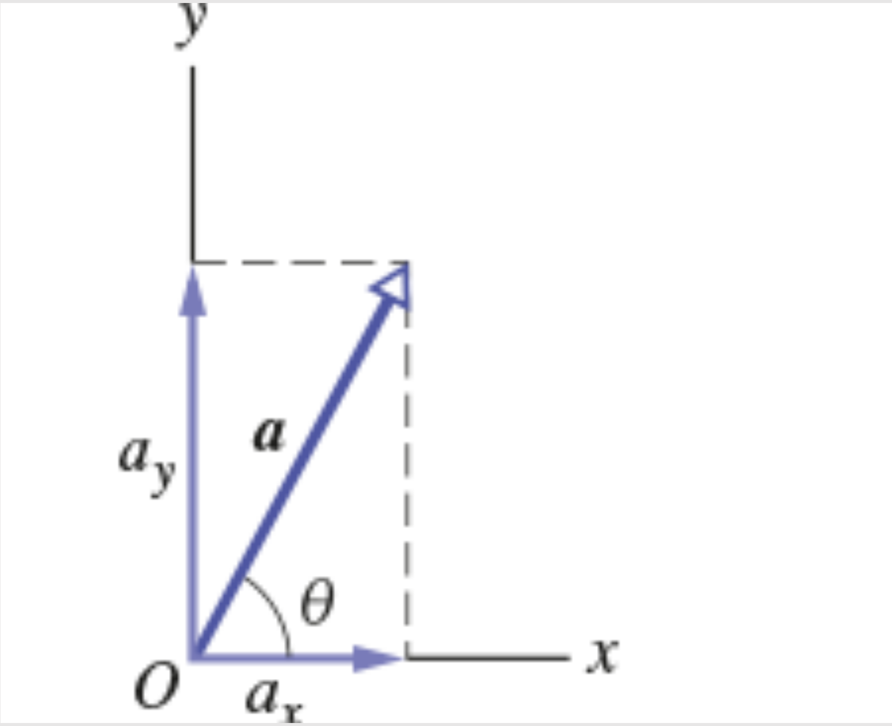


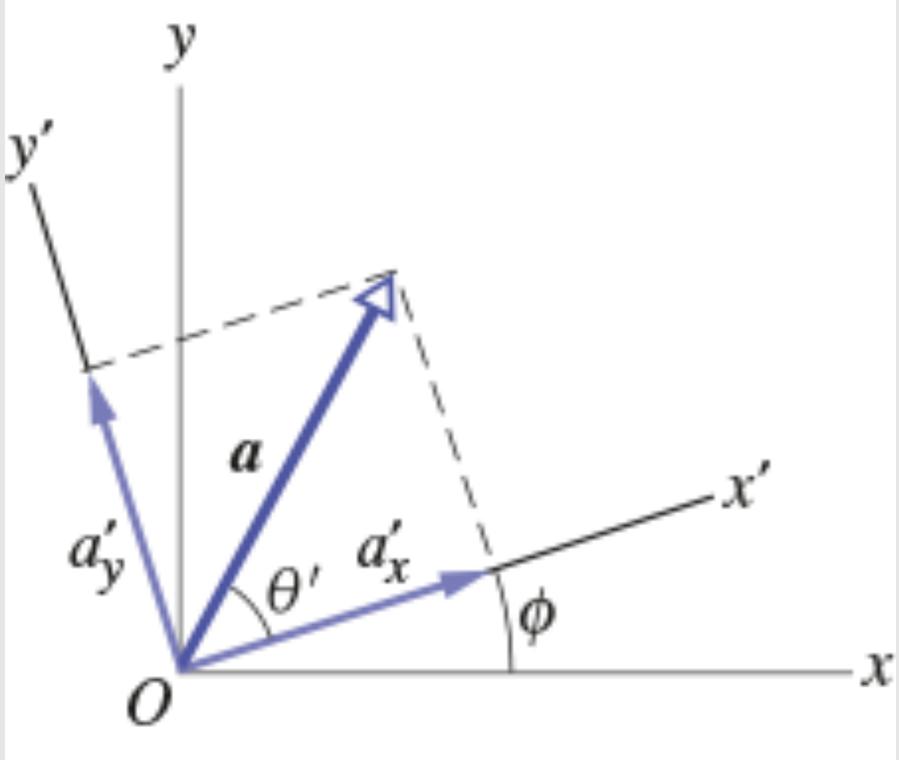
$$\frac{r_y}{r_x} = \tan\theta$$

$$r_x = \mathrm{r}\ \cos\theta$$

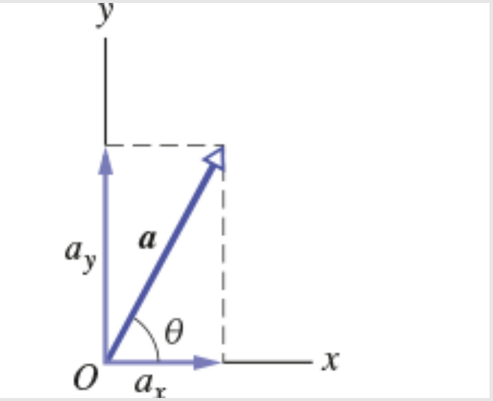
$$r_y = \mathrm{r}\ \sin\theta$$

Cambiamento di Sistema di Riferimento



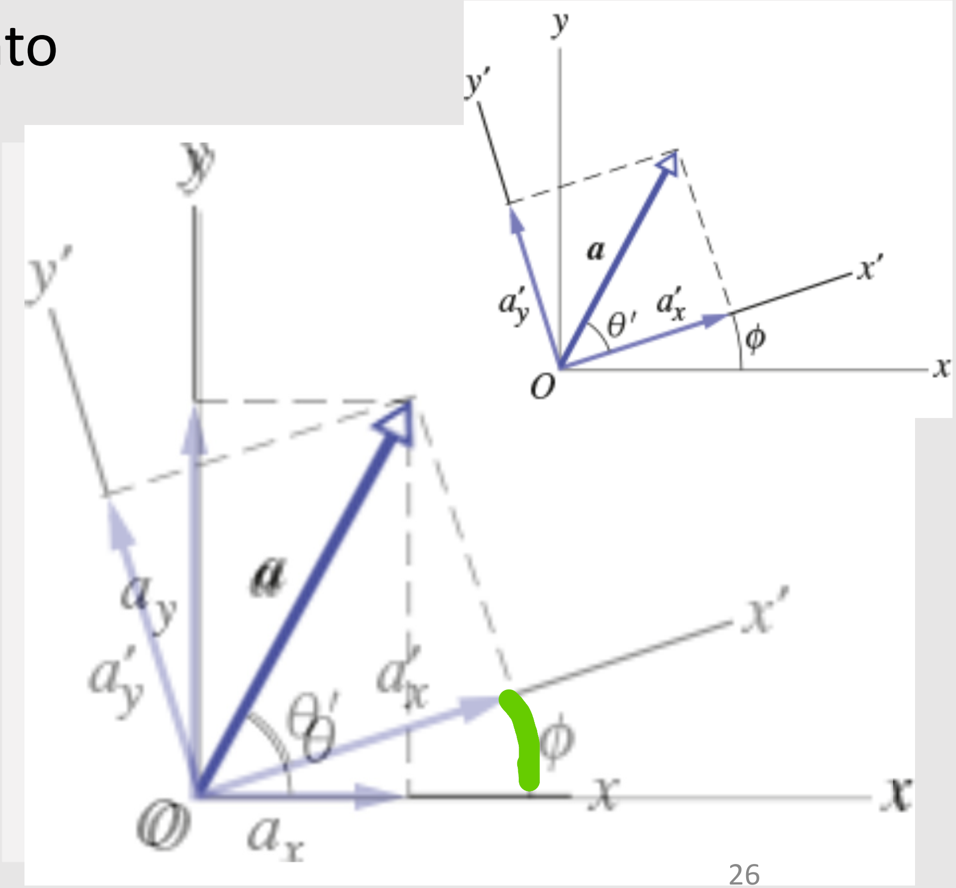


Cambiamento di Sistema di Riferimento



Consideriamo una semplice rotazione:

- Il vettore rimane lo stesso, ma se cambiamo riferimento allora cambierà la sua rappresentazione

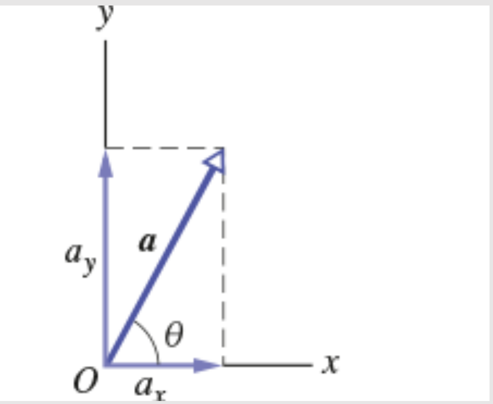


- $\vec{a} = a_x\hat{\imath} + \ a_y\hat{\jmath} = a'_x\widehat{i'} + a'_y\widehat{j'}$

- Detto ϕ l'angolo che $\widehat{i'}$ forma con $\hat{\imath}$ si ha che

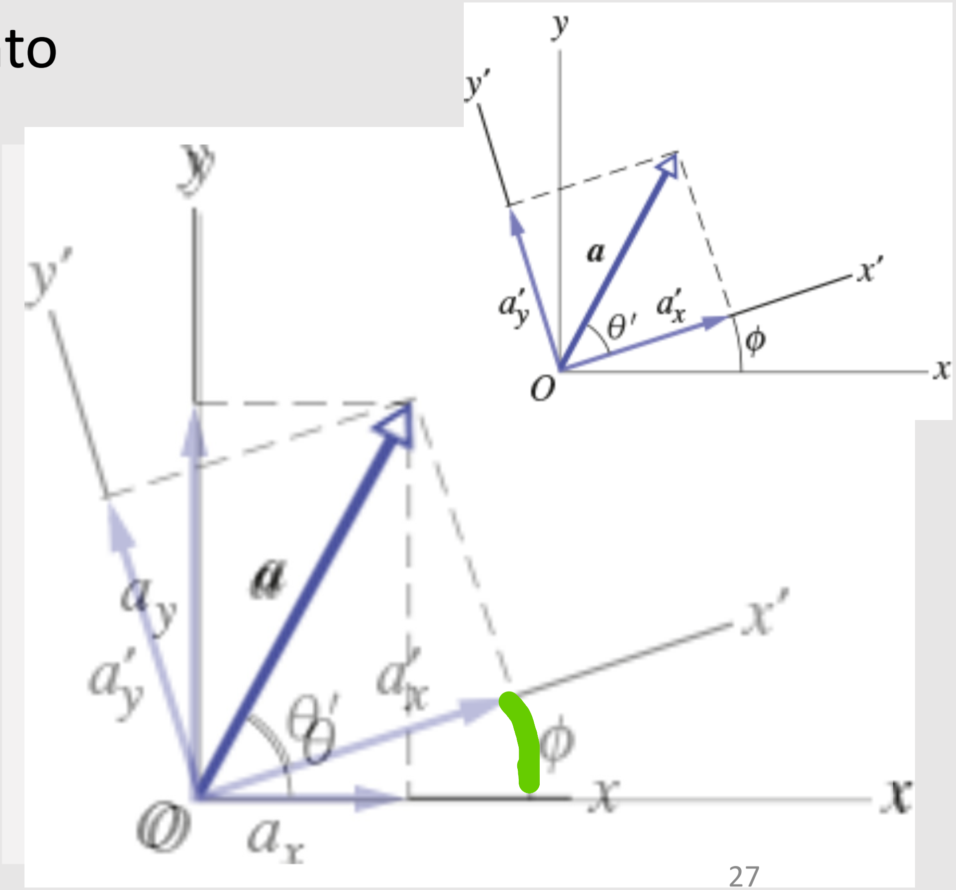
$$\begin{pmatrix} a'_x \\ a'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

Cambiamento di Sistema di Riferimento



Consideriamo una semplice rotazione:

- Il vettore rimane lo stesso, ma se cambiamo riferimento allora cambierà la sua rappresentazione



- $\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} = a'_x\widehat{\imath'} + a'_y\widehat{\jmath'}$
- Detto ϕ l'angolo che $\widehat{\imath'}$ forma con $\hat{\imath}$ si ha che

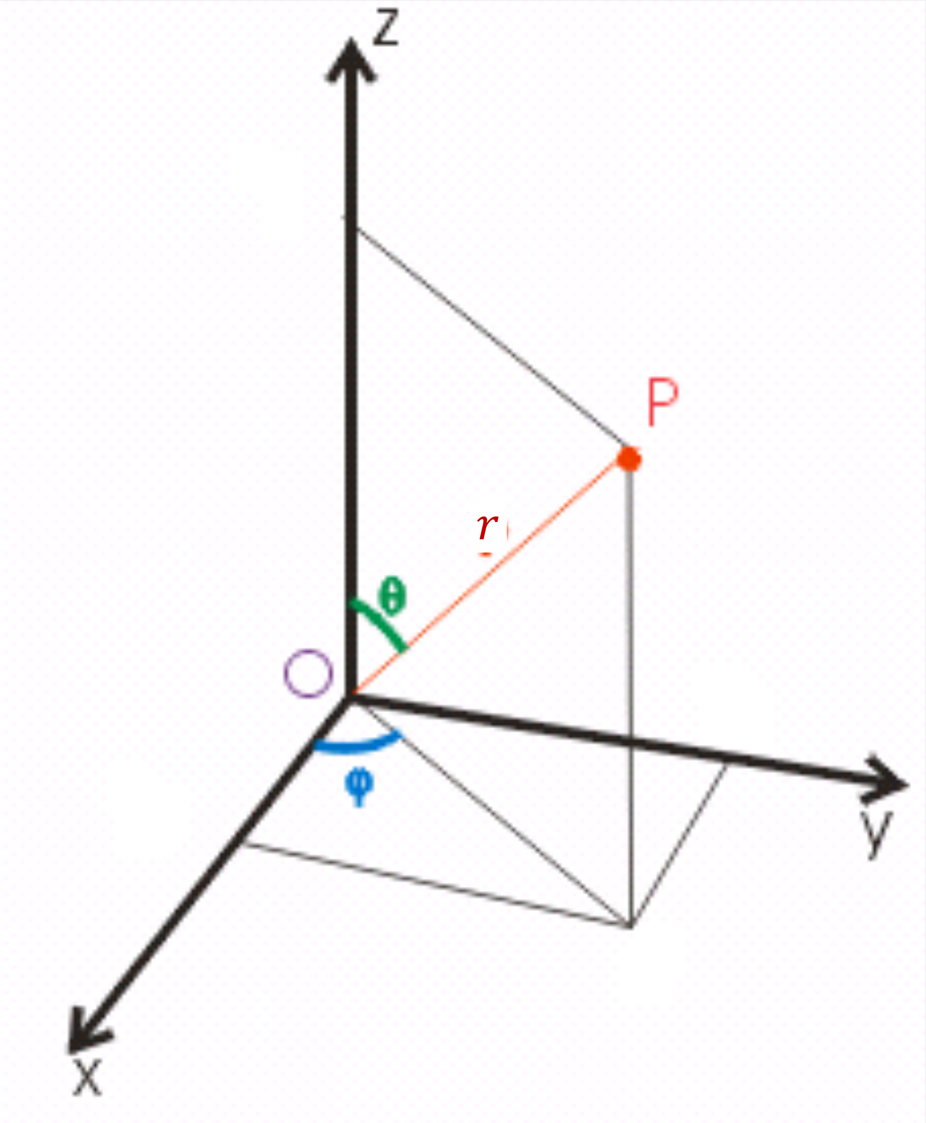
$$a'_x = a_x \cos\phi + a_y \sin\phi$$
$$a'_y = -a_x \sin\phi + a_y \cos\phi$$

Coordinate nello Spazio

- Coordinate Sferiche

$$(r, \vartheta, \varphi)$$

- $x = rsin\vartheta cos\varphi$
- $y = rsin\vartheta sin\varphi$
- $z = rcos\vartheta$

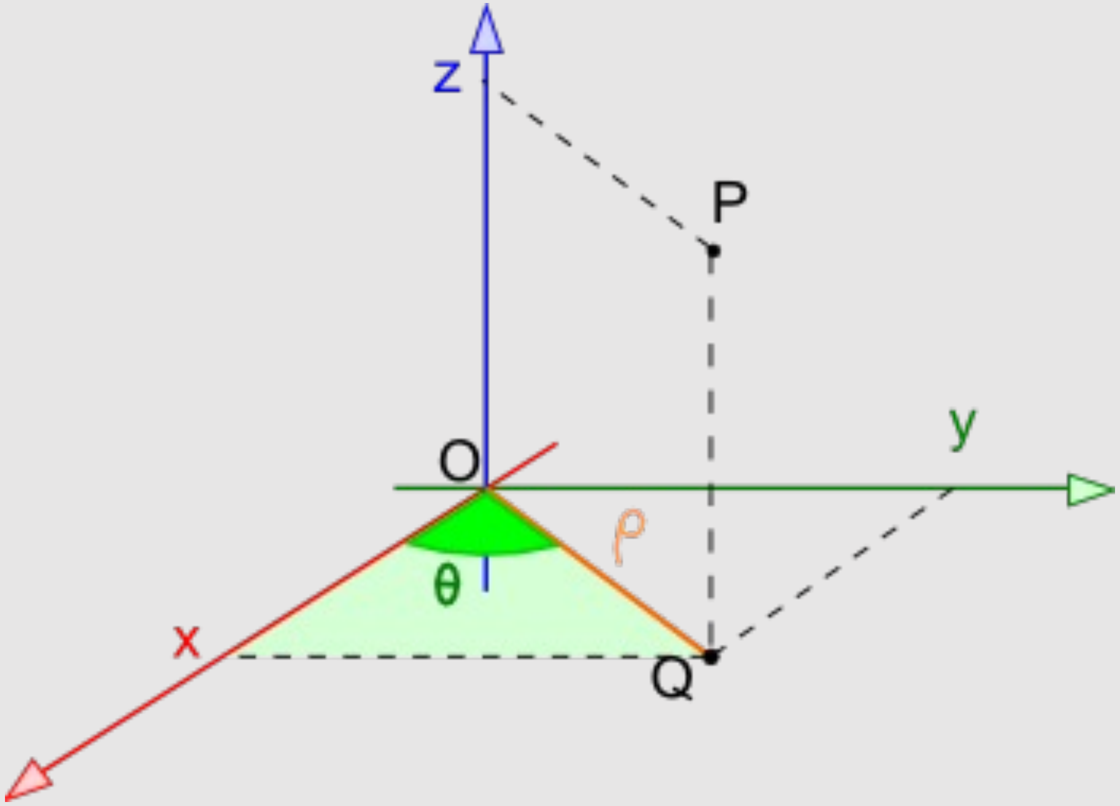


Coordinate nello Spazio

- Coordinate Cilindriche

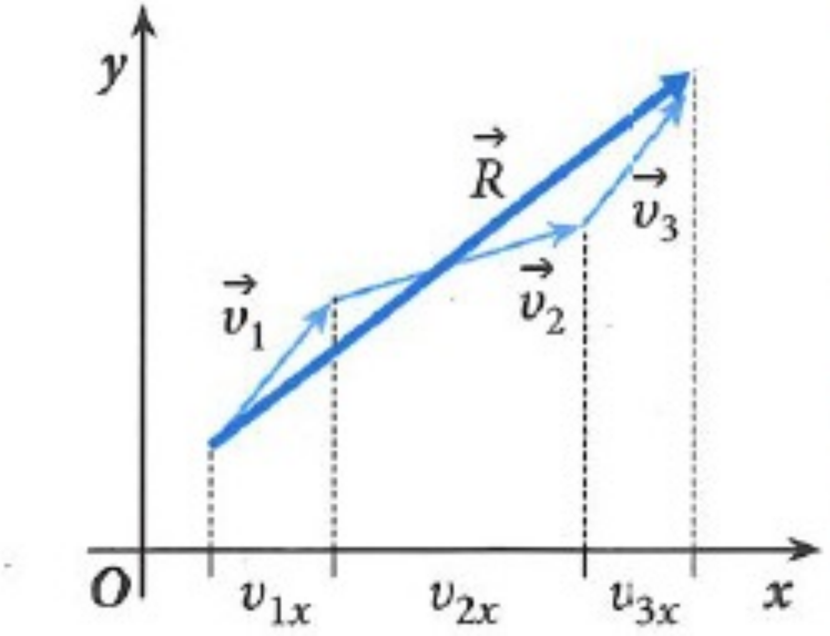
$$(\rho, \vartheta, z)$$

- $x = \rho cos\vartheta$
- $y = \rho sin\vartheta$
- z

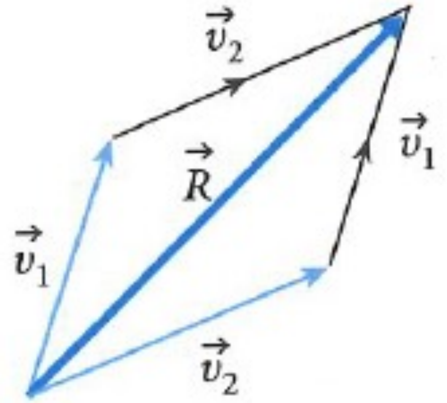


La Somma di Vettori per Componenti

- La somma di due o più vettori è un vettore che ha per componenti la somma delle componenti dei singoli vettori che stiamo sommando



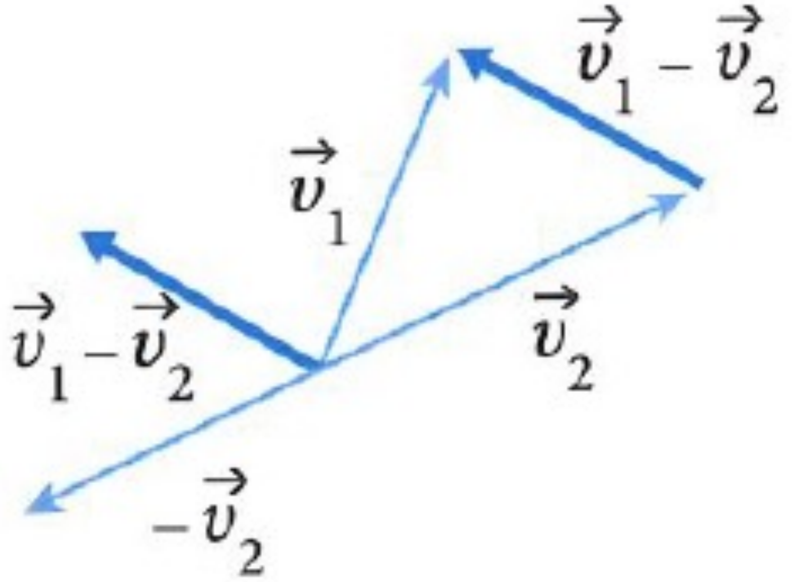
$$\begin{cases} R_x = \sum v_{ix} \\ R_y = \sum v_{iy} \\ R_z = \sum v_{iz} \end{cases}$$



Operazioni sui vettori

- La differenza tra due vettori è un vettore che ha per componenti la differenza delle componenti dei singoli vettori

$$
\begin{cases}
D_x = v_{1x} - v_{2x} \\
D_y = v_{1y} - v_{2y} \\
D_z = v_{1z} - v_{2z}
\end{cases}
$$



Prodotto dei Vettori

- Prodotto di un vettore per uno scalare
- Prodotto scalare tra due vettori
- Prodotto vettore tra due vettori

Prodotto di un Vettore per uno Scalare

Preso uno scalare α e un vettore $\vec{V}$ il loro prodotto è indicato da

$$\vec{R} = \alpha\vec{V}$$

$\vec{R}$ è un vettore che ha la stessa direzione di $\vec{V}$ modulo pari al prodotto

$\mathrm{R} = \alpha V$; se $\alpha > 0$ il prodotto $\alpha\vec{V}$ avrà lo stesso verso di $\vec{V}$, se $\alpha < 0$

invece il prodotto $\alpha\vec{V}$ avrà verso opposto a $\vec{V}$

Prodotto Scalare tra due Vettori

Presi due vettori $\vec{V}$ e $\vec{T}$ il loro prodotto scalare è indicato da

$$W = \vec{V} \cdot \vec{T}$$

è commutativo, quindi non conta l'ordine.

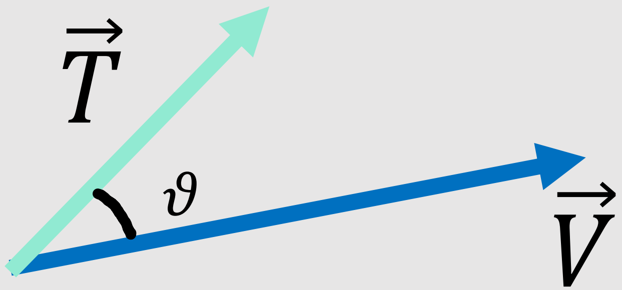
Il prodotto scalare è $\mathrm{W} = VT\cos\vartheta$, ovvero è dato dal prodotto dei moduli per il coseno dell'angolo compreso tra i due vettori

Prodotto Scalare tra due Vettori

Presi due vettori $\vec{V}$ e $\vec{T}$ il loro prodotto scalare W è indicato da

$$W = \vec{V} \cdot \vec{T} = VT\cos\vartheta$$

Fare il prodotto scalare significa anche proiettare uno dei due vettori sull'altro



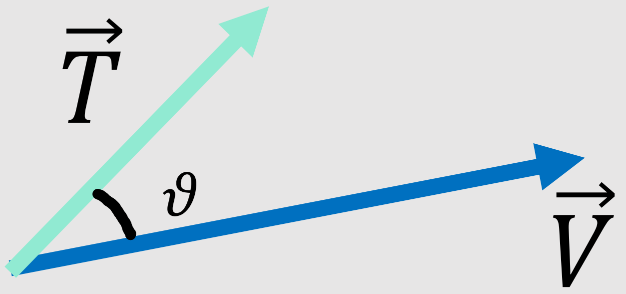
Prodotto Scalare tra due Vettori

Presi due vettori $\vec{V}$ e $\vec{T}$ il loro prodotto scalare è indicato da

$$W = \vec{V} \cdot \vec{T} = VT \cos \vartheta$$

Il prodotto scalare può anche essere calcolato usando le componenti

dei vettori: $W = \vec{V} \cdot \vec{T} = V_x \cdot T_x + V_y \cdot T_y + V_z \cdot T_z$

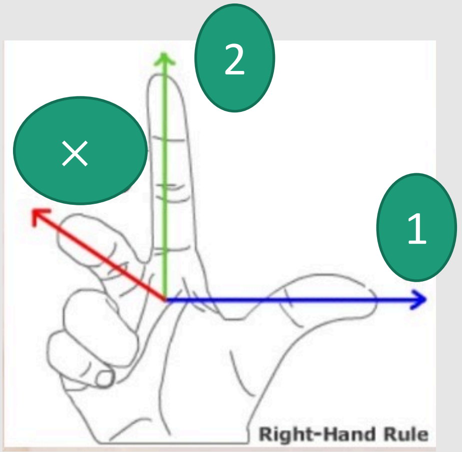


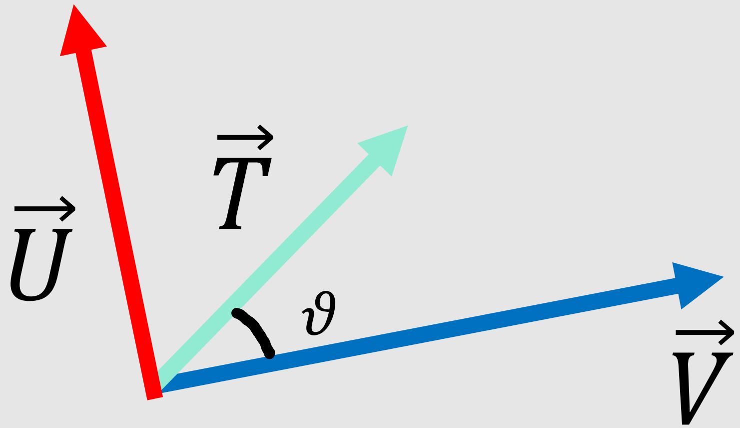
Prodotto Vettore tra due Vettori

Presi due vettori $\vec{V}$ e $\vec{T}$ il loro prodotto Vettore $\vec{U}$ è indicato da

$$\vec{U} = \vec{V} \times \vec{T}$$

Il vettore $\vec{U}$ è ortogonale sia a $\vec{V}$ sia a $\vec{T}$.



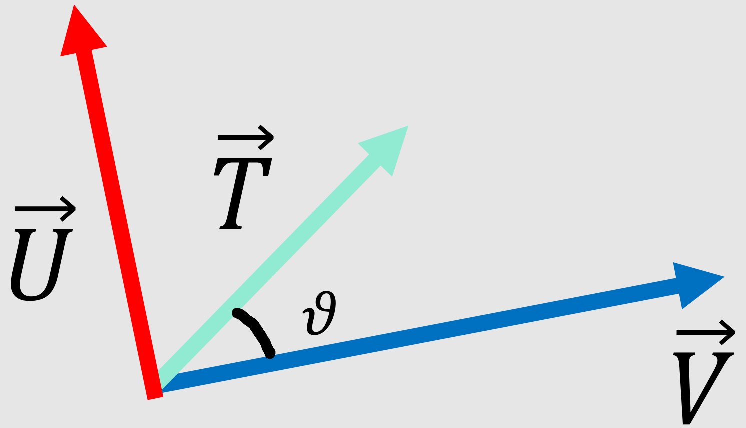


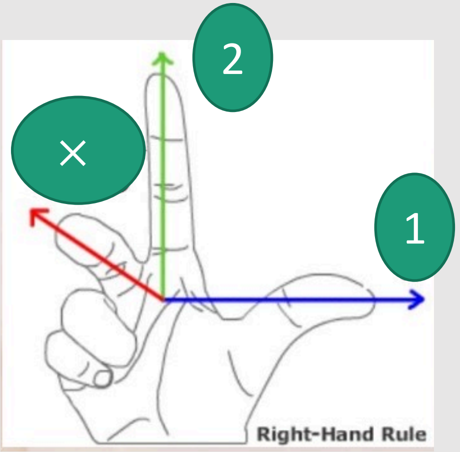
Prodotto Vettore tra due Vettori

Presi due vettori $\vec{V}$ e $\vec{T}$ il loro prodotto Vettore $\vec{U}$ è indicato da

$$\vec{U} = \vec{V} \times \vec{T}$$

Il Prodotto vettore NON è commutativo!!!



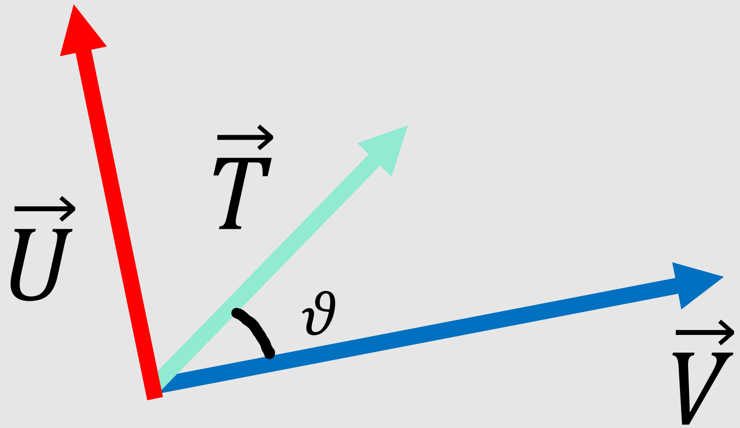


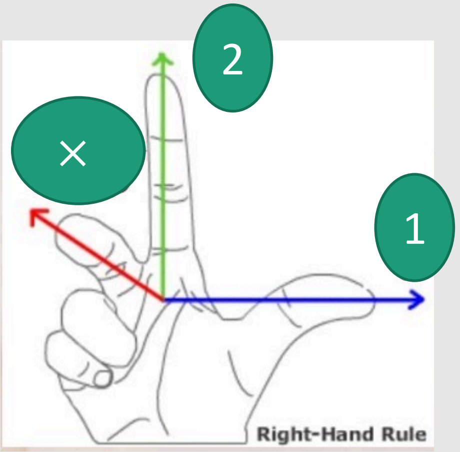
Prodotto Vettore tra due Vettori

Presi due vettori $\vec{V}$ e $\vec{T}$ il loro prodotto Vettore $\vec{U}$ è indicato da

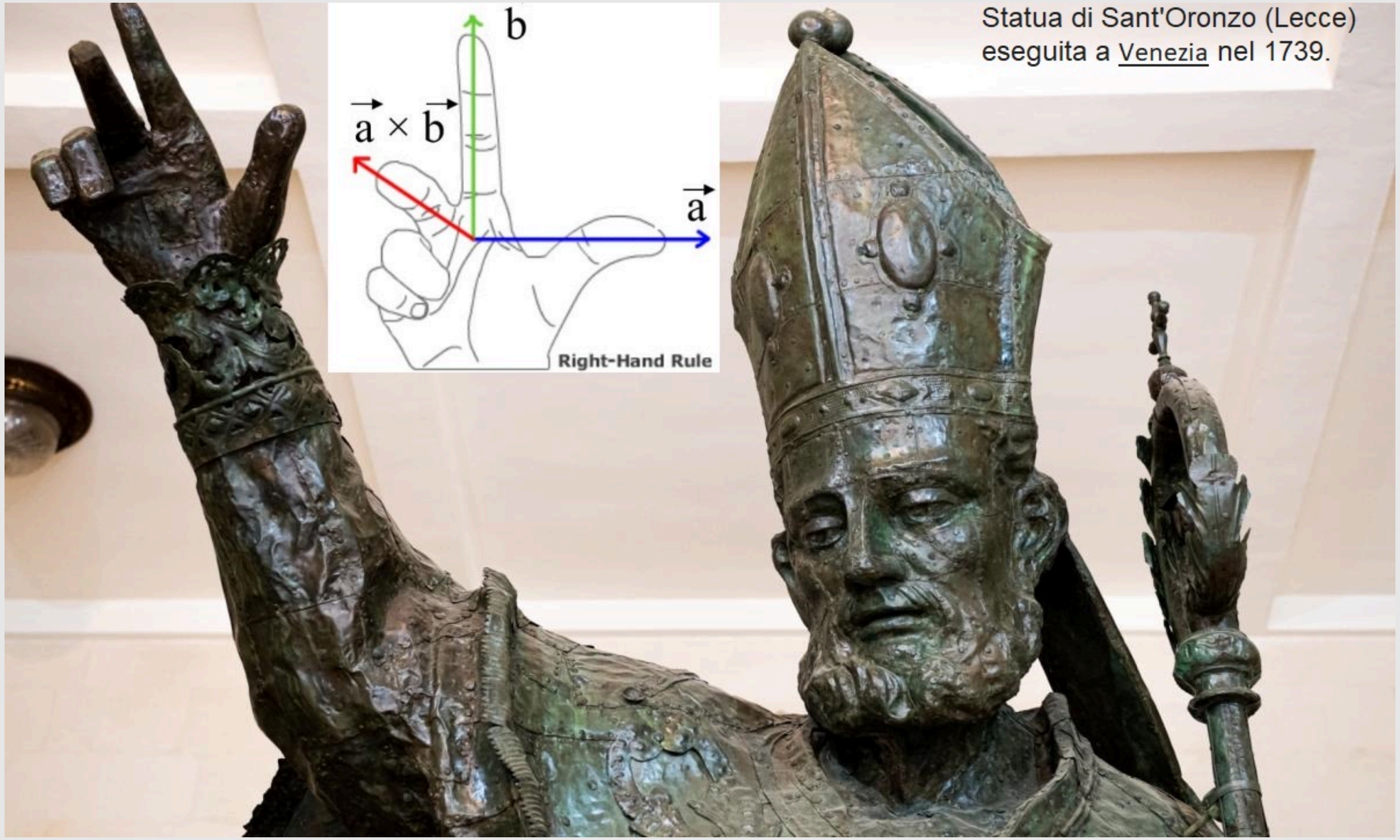
$$\vec{U} = \vec{V} \times \vec{T} = -\vec{T} \times \vec{V}$$

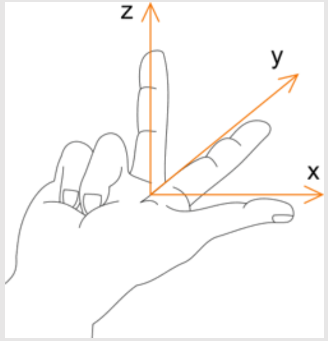
Il Prodotto vettore NON è commutativo!!!

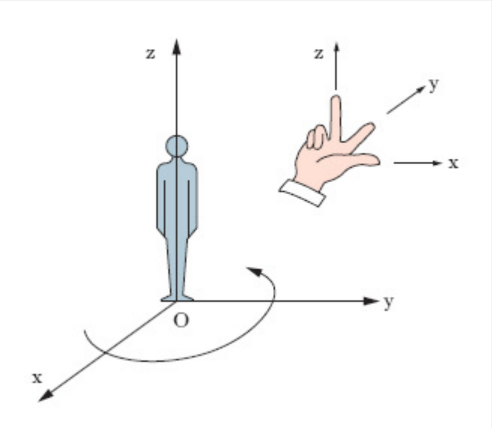




Regola della Mano Destra







Prodotto Vettore tra due Vettori

Presi due vettori $\vec{V}$ e $\vec{T}$ il loro prodotto Vettore $\vec{U}$ è indicato da

$$\vec{U} = \vec{V} \times \vec{T} = -\vec{T} \times \vec{V}$$

Il modulo del prodotto vettore è $U = VT \sin \vartheta$