Dipartimento di Ingegneria
Precorsi di Fisica

Equazioni Algebriche

Lezione 2

Università degli Studi di Napoli Parthenope

Semplici Equazioni Algebriche

La forma più elementare di equazione algebrica è

$$ax + b = 0$$

I parametri a e b sono numeri, invece la variabile x rappresenta la grandezza incognita

La potenza della variabile x definisce il grado dell'equazione:

$ax + b = 0$ è una equazione di primo grado

$$ax = -b \Longrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Sistemi di Equazioni Algebriche

Spesso in problemi di Fisica ci troviamo di fronte ad un'equazione che presenta più di una incognita:

es. $6x + 2y = 6$

Tale equazione non ha una soluzione unica, sicuramente sono soluzioni la coppia $x = 1\ e\ y = 0$, oppure $x = 4\ e\ y = -9$, e così via.

Sistemi di Equazioni Algebriche

Spesso in problemi di Fisica ci troviamo di fronte ad un’equazione che presenta più di una incognita:

es. $6x + 2y = 6$

Affinchè la soluzione sia unica, è necessario che per ogni incognita ci sia una equazione.

Sistemi di Equazioni Algebriche

Spesso in problemi di Fisica ci troviamo di fronte ad un'equazione che presenta più di una incognita:

$$\text{es. } 6x + 2y = 6$$

In questo caso, per determinare univocamente la coppia $x \; e \; y$, che sia soluzione, è necessario avere due equazioni che che costituiscono un sistema di equazioni di primo grado

Sistemi di Equazioni Algebriche

Sistema:

$$\begin{cases} 6x + 2y = 6 \\ 8x - 4y = 28 \end{cases}$$

Le soluzioni del sistema sono date dalla coppia x, y, che fornisce valori che soddisfano simultaneamente le due equazioni

Sistemi di Equazioni Algebriche

$$\begin{cases} 6x + 2y = 6 \\ 8x - 4y = 28 \end{cases}$$

Un sistema di equazioni può essere risolto in vari modi

Risolviamo la prima equazione rispetto alla variabile y, che poi sostituiremo nella seconda, vediamo i passaggi:

Partiamo dalla prima equazione $\Longrightarrow$ $6x + 2y = 6$

Isoliamo la variabile y a primo membro $\Longrightarrow$ $2y = 6 - 6x$

e dividiamo tutto per il coefficiente della y $\Longrightarrow$ $y = 3 - 3x$

Sistemi di Equazioni Algebriche

Abbiamo quindi dalla prima equazione che $\Longrightarrow y = 3 - 3x$

Sostituiamo nella seconda equazione del sistema: $8x - 4y = 28$ che diventa

$8x - 4(3 - 3x) = 28$

Da cui si ha $8x - 12 + 12x = 28$

$$20x = 40 \Longrightarrow$$

Noto $x = 2$, calcoliamo $y = 3 - 3x = 3 - 6 = -3$

La soluzione del sistema è $x = 2, y = -3$

Equazioni di secondo grado

L'equazione algebrica di secondo grado si presenta nella forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

I parametri $a, b\ e\ c$ sono numeri invece la variabile x rappresenta la grandezza incognita

Le soluzioni dell'equazione sono in numero pari al grado dell'equazione:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Equazioni di secondo grado

Le soluzioni dell'equazione di secondo grado dipendono dalla quantità sotto radice $b^2 - 4ac$

- Se $b^2 - 4ac = 0 \Longrightarrow$ le soluzioni sono reali e coincidenti
- Se $b^2 - 4ac > 0 \Longrightarrow$ le soluzioni sono reali e distinte
- Se $b^2 - 4ac < 0 \Longrightarrow$ le soluzioni sono immaginarie

Equazioni di secondo grado

Le soluzioni dell'equazione di secondo grado dipendono dalla quantità sotto radice $b^2 - 4ac$

- Se $b^2 - 4ac = 0 \Longrightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Se $b^2 - 4ac > 0 \Longrightarrow x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- Se $b^2 - 4ac < 0 \Longrightarrow$ non ci sono soluzioni nel campo dei numeri reali

Equazioni di secondo grado

Le soluzioni dell'equazione di secondo grado sono due: $x = \frac{-b \pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

- Se $b^2 - 4ac = 0 \Longrightarrow$ le soluzioni sono reali e coincidenti
- Se $b^2 - 4ac > 0 \Longrightarrow$ le soluzioni sono reali e distinte
- Se $b^2 - 4ac < 0 \Longrightarrow$ le soluzioni sono immaginarie

P.S. La radice quadrata di un numero negativo può essere estratta nel campo dei numeri immaginari, tenendo conto che $\sqrt{-1} = i$ e $i^2 = -1$

Significato Fisico di una soluzione

Quando risolviamo una equazione di secondo grado e ci troviamo nel caso “ $b^2 - 4ac > 0 \Longrightarrow$ le soluzioni sono reali e distinte”, può succedere che in realtà solo una delle due radici sia soluzione del nostro problema. È importante valutare quale delle due abbia senso fisico.

Significato Fisico di una soluzione

Può succedere che in realtà solo una delle due radici sia soluzione del nostro problema. È importante valutare quale delle due abbia senso fisico.

Esempio: Una delle due soluzioni reali e distinte dell'equazione di secondo grado corrisponde al tempo di un dato evento. Se una delle due soluzioni è negativa, sceglieremo l'altra, in quanto il nostro orologio si muove in modo tale che il tempo scorre sempre in una direzione, quindi un tempo negativo non ha senso fisico.