# GEOMETRIA ANALITICA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI - PARTHENOPE

# TABELLA DEI SIMBOLI FONDAMENTALI

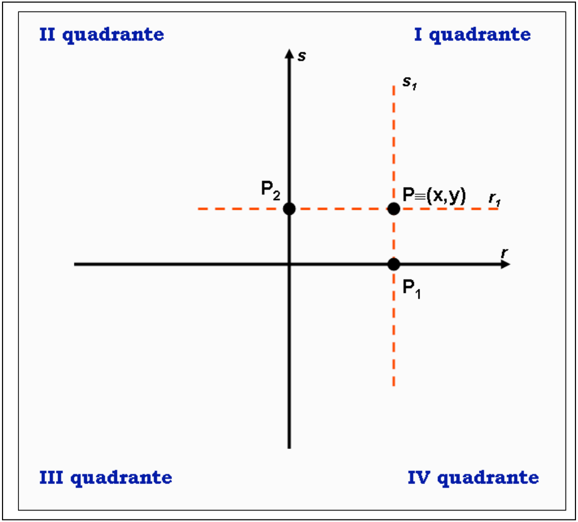
IN QUESTA TABELLA ELENCHIAMO ALCUNI SIMBOLI CHE SARANNO LARGAMENTE UTILIZZATI NEL SEGUITO:

| **SIMBOLO** | **SI LEGGE** |
|---|---|
| $\forall$ | "PER OGNI" |
| $\exists$ | "ESISTE (ESISTONO)" |
| $\nexists$ | "NON ESISTE (NON ESISTONO)" |
| $\exists!$ | "ESISTE UNO ED UNO SOLO " |
| $\in$ | "APPARTIENE" |
| $\notin$ | "NON APPARTIENE" |
| $\Rightarrow$ | "IMPLICA" |
| $\Leftrightarrow$ | "SE E SOLTANTO SE" |
| $\vert, \quad :$ | "TALE CHE" |

# PIANO CARTESIANO

IN UN PIANO EUCLIDEO, FISSIAMO IL PUNTO $O$, DETTO ORIGINE. SIANO $r$ E $s$ DUE RETTE ORIENTATE ORTOGONALI PASSANTI PER $O$ E SU DI ESSE FISSIAMO LA STESSA UNITÀ DI MISURA. SI DICE CHE SI È FISSATO UN RIFERIMENTO CARTESIANO MONOMETRICO ORTOGONALE.

# PIANO CARTESIANO



# ASCISSA E ORDINATA

FISSATO UN PUNTO $P$ NEL PIANO SI TRACCIANO LE DUE RETTE $r_1$ E $s_1$ PASSANTI PER $P$ E PARALLELE A $r$ E $s$ RISPETTIVAMENTE. LA RETTA $s_1$ INCONTRA $r$ IN UN PUNTO $P_1$ AL QUALE CORRISPONDE UN NUMERO REALE $x$ (ASCISSA DI $P_1$ NEL RIFERIMENTO DELLA RETTA $r$); LA RETTA $r_1$ INCONTRA $s$ IN UN PUNTO $P_2$ AL QUALE CORRISPONDE UN NUMERO REALE $y$ (ASCISSA DI $P_2$ NEL RIFERIMENTO DELLA RETTA $s$).

# ASCISSA E ORDINATA

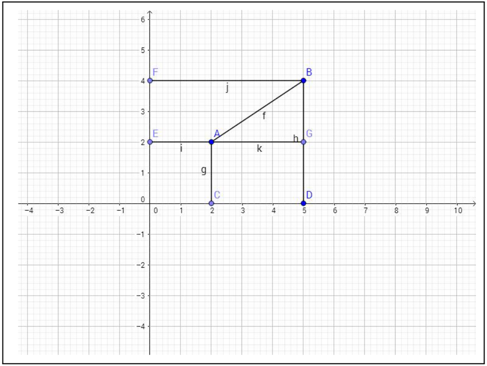
PERTANTO AL PUNTO $P$ SI ASSOCIA LA COPPIA ORDINATA DI NUMERI REALI $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, DOVE $x$ SI DICE ASCISSA E $y$ SI DICE ORDINATA DEL PUNTO $P$.

SI PUÒ FAR VEDERE CHE AD OGNI PUNTO $P$ CORRISPONDE UN'UNICA COPPIA ORDINATA DI NUMERI REALI $(x, y)$ E, VICEVERSA, AD OGNI COPPIA ORDINATA DI NUMERI REALI $(x, y)$ CORRISPONDE UN UNICO PUNTO $P$ DEL PIANO.

L'ASCISSA E L'ORDINATA DI $P$ SI DICONO COORDINATE DI $P$ E SI FA LA SEGUENTE IDENTIFICAZIONE $P = (x, y)$.

# DISTANZA TRA DUE PUNTI

IN UN RIFERIMENTO CARTESIANO MONOMETRICO ORTOGONALE, DETERMINIAMO LA DISTANZA DI DUE PUNTI NOTI. SIANO $A = (x_A, y_A)$ E $B = (x_B, y_B)$.



# Distanza tra due punti

Dalla definizione di ascissa e ordinata di un punto e dalla figura si ricava che il segmento AG misura $x_B - x_A$ e che GB misura $y_B - y_A$. Quindi dal teorema di Pitagora si ricava la misura di AB che indicheremo con $|AB|$.

$$|AB| = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}.$$

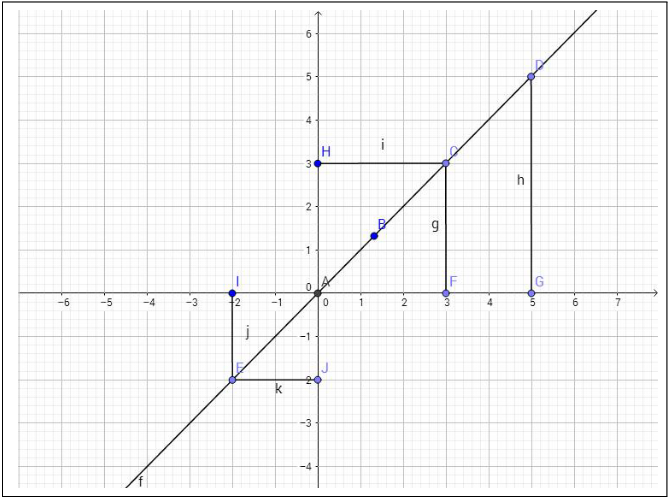
Osserviamo che, da come sono definite l'ascissa e l'ordinata, alle stesse conclusioni si sarebbe arrivati anche se i punti scelti fossero stati in quadranti differenti dal primo.

# Retta passante per l'origine

Fissiamo sempre un riferimento cartesiano monometrico ortogonale. Osserviamo ora, con considerazioni geometriche, come i punti di una retta passante per l'origine degli assi abbiano le coordinate legate da una relazione algebrica . In particolare, i punti della retta saranno le coppie $(x, y)$ dove $x \in \mathbb{R}$ e

$$y = mx.$$

# RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE



# RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE

CON RIFERIMENTO ALLA FIGURA PRECEDENTE, DALLA SIMILITUDINE DEI TRIANGOLI $ACF$, $ADG$ E $AEI$, RISULTA:

$$\frac{\overline{CF}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{DG}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{EI}}{\overline{AI}} = m.$$

OSSERVIAMO CHE, DA COME SONO DEFINITE LE COORDINATE DEI PUNTI, IL PRIMO TERMINE DELLA PRECEDENTE UGUAGLIANZA È IL RAPPORTO TRA L'ORDINATA E L'ASCISSA DI $C$ COSÌ COME IL SECONDO È IL RAPPORTO TRA L'ORDINATA E L'ASCISSA DI $D$ E IL TERZO TRA L'OPPOSTO DELL' ORDINATA E L'OPPOSTO DELL' ASCISSA DI $E$.

# RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE

DALL'ARBITRARIETÀ DELLA SCELTA DEI PUNTI SULLA RETTA SI CAPISCE CHE OGNI PUNTO DELLA RETTA IN ESAME E TALE CHE LE SUE COORDINATE SIANO SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE

$$y = mx.$$

CON SEMPLICI RAGIONAMENTI GEOMETRICI SI PUÒ DIMOSTRARE ANCHE CHE I PUNTI DELLA RETTA SONO GLI UNICI CHE VERIFICANO L'EQUAZIONE

$$y = mx$$

E QUINDI SI DIRÀ CHE TALE EQUAZIONE RAPPRESENTA LA RETTA PER L'ORIGINE IN ESAME. CIOÈ LE SOLUZIONI DI TALE EQUAZIONE CORRISPONDONO A TUTTE E SOLE LE COORDINATE DEI PUNTI DELLA RETTA.

# RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE

OSSERVIAMO ANCORA CHE AL VARIARE DI $m$ L'EQUAZIONE

$$y = mx$$

DESCRIVE DIVERSE RETTE PER L'ORIGINE. IL VALORE $m$ VERRÀ DETTO COEFFICENTE ANGOLARE DELLA RETTA E DA ESSO DIPENDE L'INCLINAZIONE DELLA RETTA RISPETTO ALL'ASSE DELLE ASCISSE.

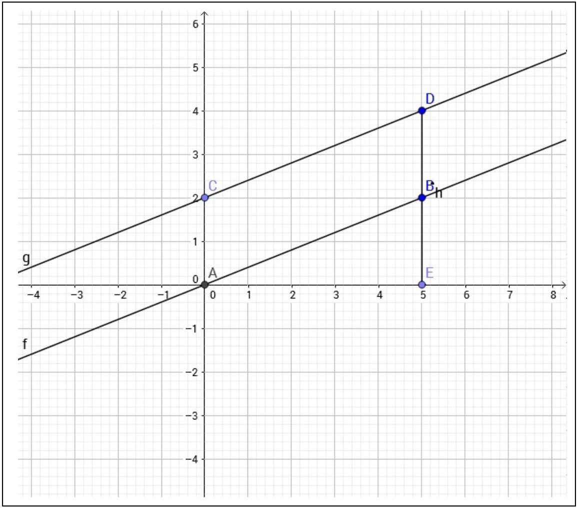
# EQUAZIONE DI UNA RETTA QUALUNQUE

FISSIAMO UN RIFERIMENTO CARTESIANO MONOMETRICO ORTOGONALE. ALLO SCOPO DI DISEGNARE LA RETTA DI EQUAZIONE

$$y = mx + q,$$

RICORDIAMO CHE $y = mx$ DESCRIVE UNA RETTA PER L'ORIGINE. SUPPONIAMO CHE TALE RETTA SIA LA RETTA $AB$ DEL DISEGNO CHE SEGUE.

# Equazione di una retta qualunque



# Equazione di una retta qualunque

Osserviamo che se $q = 2$ il punto della retta

$$y = mx + q$$

corrispondente all'ascissa del punto $B$ su $AB$ è $D$. Possiamo ripetere questo ragionamento per ogni punto di $AB$ e si capisce che la retta

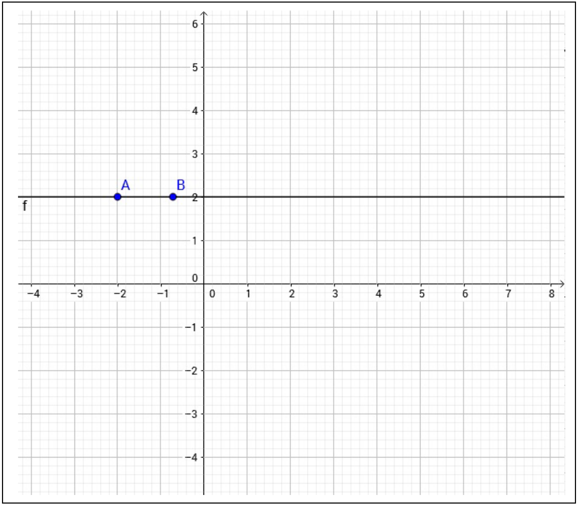
$$y = mx + q$$

non è altro che la retta $CD$ traslata di $q$ rispetto alla retta $AB$. Osserviamo che m indica ancora l'inclinazione della retta CD rispetto all'asse delle ascisse, mentre la retta

$$y = mx + q$$

incontra l'asse $y$ nel punto di ordinata $q$.

# RETTA ORIZZONATALE



# RETTA ORIZZONATALE

UNA RETTA ORIZZONTALE DEL TIPO IN FIGURA SARÀ RAPPRESENTATA DALL'EQUAZIONE

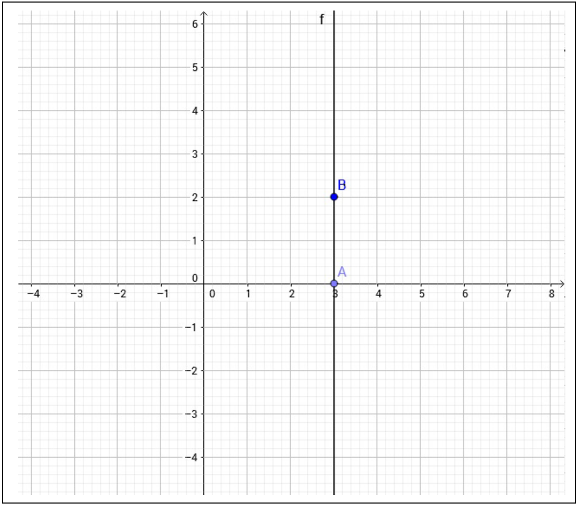
$$y = a.$$

IN PARTICOLARE QUELLA DELL'ESEMPIO HA EQUAZIONE

$$y = 2,$$

INFATTI TUTTI E SOLI I PUNTI DEL PIANO CHE STANNO SULLA RETTA SONO QUELLI DI ORDINATA $2$ E ASCISSA QUALUNQUE.

# RETTA VERTICALE



# Retta verticale

Una retta verticale del tipo in figura sarà rappresentata dall'equazione

$$x = b.$$

In particolare quella dell'esempio ha equazione

$$x = 3,$$

infatti tutti e soli i punti del piano che stanno sulla retta sono quelli di ascissa $3$ e ordinata qualunque.

# RETTE PARALLELE E RETTE ORTOGONALI

DUE RETTE $s$ E $r$ SI DICONO PARALLELE QUANDO NON SI INTERSECANO MAI E SONO RAPPRESENTATE DA DUE EQUAZIONI

$$y = mx + q, \qquad y = m_1 x + q_1$$

TALI CHE

$$m = m_1 .$$

DUE RETTE $r$ E $t$ SI DICONO ORTOGONALI QUANDO FORMANO 4 ANGOLI RETTI NEL LORO PUNTO DI INTERSEZIONE E SONO RAPPRESENTATE DA

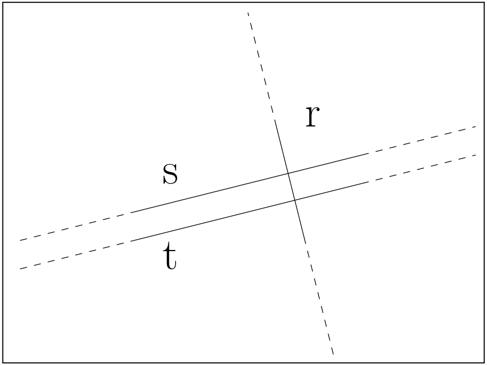
$$y = m_1 x + q_1 , \qquad y = m_2 x + q_2$$

TALI CHE

$$m_1 = -\frac{1}{m_2} .$$

# Rette parallele e rette ortogonali

NB. Se una retta $s$ è parallela a una retta $r$ che è ortogonale ad un altra retta $t$, allora anche $s$ è ortogonale a $t$.



# EQUAZIONE IMPLICITA DI UNA RETTA

FINO AD ADESSO ABBIAMO VISTO RAPPRESENTAZIONI DIVERSE PER TIPI DI RETTE DIVERSI MA SI PUÒ DIMOSTRARE CHE OGNI RETTA HA UN EQUAZIONE DI TIPO

$$ax + by + c = 0.$$

VICEVERSA OGNI EQUAZIONE DI QUESTO TIPO RAPPRESENTA UNA RETTA. SE $b \neq 0$ SI TORNA FACILMENTE ALLA FORMA ESPLICITA VISTA PRIMA. INFATTI L'EQUAZIONE DIVENTA:

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

E QUINDI IL COEFFICENTE ANGOLARE È $-\frac{a}{b}$.

# EQUAZIONE IMPLICITA DI UNA RETTA

NEL CASO PARTICOLARE IN CUI $a = 0$ RIOTTENIAMO UNA RETTA ORIZZONTALE DI EQUAZIONE

$$y = -\frac{c}{b}.$$

SE $b = 0$ L'EQUAZIONE DIVENTA

$$y = -\frac{c}{a}$$

OVVERO UNA RETTA VERTICALE. OSSERVIAMO IN FINE CHE SE

$$a \neq 0, \qquad b \neq 0, \qquad c = 0$$

OTTENIAMO UNA RETTA PER L'ORIGINE.

# RETTA PASSANTE PER DUE PUNTI

DATI I PUNTI $A = (x_A, y_A)$ E $B = (x_B, y_B)$ ESISTE UN'UNICA RETTA CHE PASSA PER ESSI. ALLO SCOPO DI DETERMINARNE L'EQUAZIONE, OSSERVIAMO CHE SE $x_A = x_B$ LA RETTA CERCATA SARÀ VERTICALE E AVRÀ EQUAZIONE

$$x = x_A.$$

ALLO STESSO MODO, SE $y_A = y_B$ LA RETTA SARÀ ORIZZONTALE DI EQUAZIONE

$$y = y_A.$$

SE $x_A \neq x_B$ E $y_A \neq y_B$ ALLORA LA RETTA AVRÀ EQUAZIONE DI TIPO

$$y = mx + q.$$

# Retta passante per due punti

Dovendo le coordinate di A e B verificare tali equazioni, m e q dovranno verificare il sistema:

$$\begin{cases} y_A = mx_A + q, \\ y_B = mx_B + q. \end{cases}$$

Sottraendo membro a membro si ricava:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Sostituendo $m$ in una delle equazioni del sistema ricaviamo $q$.

# INTERSEZIONE DI DUE RETTE

DUE RETTE DI EQUAZIONI

$$ax + by + c = 0, \qquad a_0x + b_0y + c_0 = 0$$

SI INTERSECANO IN UN PUNTO SOLO SE ESISTE UN PUNTO LE CUI COORDINATE VERIFICANO TUTTE E DUE LE LORO EQUAZIONI. OVVERO SE ESISTE UNA SOLUZIONE DEL SISTEMA:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a_0x + b_0y + c_0 = 0. \end{cases}$$

# INTERSEZIONE DI DUE RETTE

DALL'ALGEBRA SI SA CHE L'ULTIMO SISTEMA HA UN UNICA SOLUZIONE SE

$$\frac{a}{a_0} \neq \frac{b}{b_0}.$$

IN TAL CASO LE RETTE AVRANNO UN PUNTO IN COMUNE. SE

$$\frac{a}{a_0} = \frac{b}{b_0} \neq \frac{c}{c_0}$$

IL SISTEMA E INCOMPATIBILE E QUINDI LE RETTE SONO PARALLELE. SE

$$\frac{a}{a_0} = \frac{b}{b_0} = \frac{c}{c_0}$$

IL SISTEMA È INDETERMINATO E LE DUE RETTE COINCIDONO.

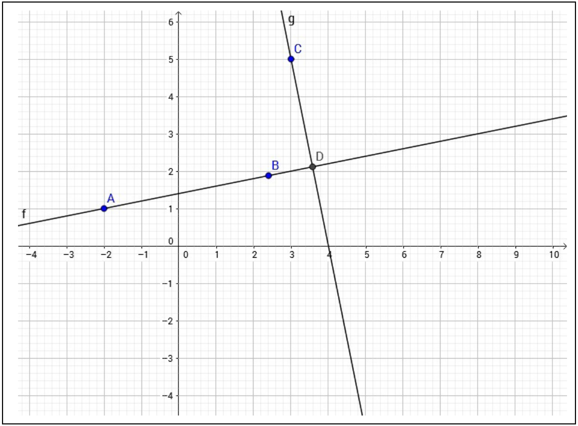
# DISTANZA TRA UN PUNTO E UNA RETTA

LA DISTANZA DA UN PUNTO $C$ A UNA RETTA $f$ È DEFINITA COME LA MISURA DEL SEGMENTO DI MINIMA DISTANZA CHE UNISCE $C$ CON UN PUNTO GENERICO SU $f$.

PER IL TEOREMA DI PITAGORA SI EVINCE FACILMENTE CHE TALE SEGMENTO È QUELLO ORTOGONALE ALLA RETTA $f$.

PER DETERMINARE QUINDI TALE DISTANZA È NECESSARIO DETERMINARE LE COORDINATE DEL PUNTO $D$ INTERSEZIONE DI $f$ CON LA RETTA PER $C$ ORTOGONALE AD F.

# DISTANZA TRA UN PUNTO E UNA RETTA



# DISTANZA TRA UN PUNTO E UNA RETTA

DETTE $(x_C, y_C)$ LE COORDINATE DEL PUNTO $C$ E SIA $ax + by + c = 0$ L'EQUAZIONE DI $f$. PER CIÒ VISTO UNA RETTA ORTOGONALE AD $f$ AVRÀ EQUAZIONE DI TIPO

$$bx - ay + c = 0.$$

IMPONENDO IL PASSAGGIO PER $C$ SI RICAVA $c$. INFATTI, DA $bx_C - ay_C + c = 0$ OTTENIAMO $c = -bx_C + ay_C$. LE COORDINATE DI $D$ SARANNO QUINDI LE SOLUZIONI DEL SISTEMA:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0, \\ bx - ay - bx_C + ay_C = 0. \end{cases}$$

# DISTANZA TRA UN PUNTO E UNA RETTA

DALL'ULTIMO SISTEMA SI OTTIENE

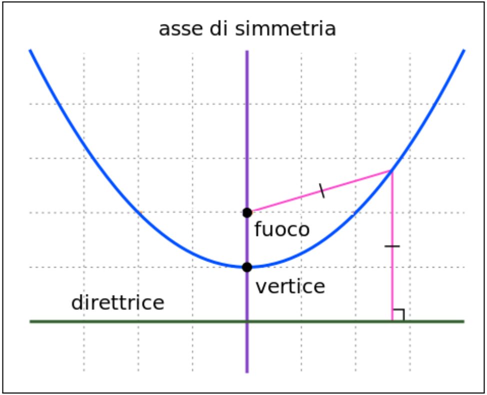
$$x_D = \frac{ac - b^2 x_C + bay_C}{a^2 - b^2}, \qquad y_D = \frac{bc - a^2 y_C + bax_C}{-a^2 - b^2}.$$

CALCOLANDO CON LA FORMULA DELLA DISTANZA LA MISURA DI CD CON OPPORTUNI PASSAGGI SI OTTIENE:

$$d(C, f) = CD = \frac{|ax_C + by_C + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

# LA PARABOLA

LA PARABOLA È IL LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI EQUIDISTANTI DA UNA RETTA (DETTA DIRETTRICE) E DA UN PUNTO FISSO (DETTO FUOCO).



# La parabola

Elementi caratteristici:

- Asse di simmetria: La parabola è composta da due parti simmetriche dette rami della parabola ottenute interesecandola con l'asse di simmetria.
- Vertice: L'asse di simmetria interseca la parabola in un punto, detto vertice della parabola.
- Concavità: Misura la 'larghezza' della parabola. Più la parabola è stretta, maggiore è la sua concavità.

# LA PARABOLA

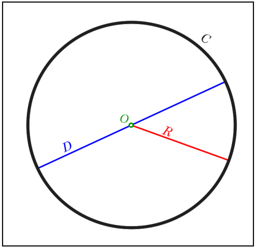
L'EQUAZIONE DI UNA PARABOLA NEL PIANO CARTESIANO, CON ASSE DI SIMMETRIA VERTICALE È UN'EQUAZIONE IN $x$ E $y$, DI SECONDO GRADO RISPETTO ALLA $x$:

$$y = ax^2 + bx + c.$$

- IL PARAMETRO $a$ MISURA LA CONCAVITÀ DELLA PARABOLA. MAGGIORE È $a$, MAGGIORE È LA CONCAVITÀ, PIÙ STRETTA È LA PARABOLA.
  - SE $a > 0$, LA CONCAVITÀ È RIVOLTA VERSO L'ALTO;
  - SE $a < 0$, LA CONCAVITÀ È RIVOLTA VERSO IL BASSO;
  - SE $a = 0$, NON SI HA UNA PARABOLA, MA UNA RETTA ($x^2$ SPARISCE).
- SE $b = 0$, IL VERTICE DELLA PARABOLA GIACE SULL'ASSE $y$ IN $(0, c)$.
- SE $c = 0$ LA PARABOLA PASSA PER L'ORIGINE DEGLI ASSI CARTESIANI.

# LA CIRCONFERENZA E IL CERCHIO

SI DEFINISCE CIRCONFERENZA IL LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI $C$ DEL PIANO EQUIDISTANTI DA UN PUNTO $O$, DETTO CENTRO DELLA CIRCONFERENZA. LA DISTANZA DI UN QUALSIASI PUNTO DELLA CIRCONFERENZA DAL CENTRO È DETTA RAGGIO $R = \overline{CO}$. CHIAMIAMO DIAMETRO $D$ LA LUNGHEZZA DI UN SEGMENTO CON ESTREMI SULLA CIRCONFERENZA E PASSANTE PER IL CENTRO $O$. SI DEFINISCE CERCHIO LA REGIONE DEI PUNTI DEL PIANO INTERNI ALLA CIRCONFERENZA.



# LA CIRCONFERENZA

LA FORMULA PER TROVARE LA LUNGHEZZA DELLA CIRCONFERENZA È:

$$2\pi R.$$

LA SUPERFICIE DEL CERCHIO È INVECE DEFINITA DAL VALORE $\pi R^2$. IN UN RIFERIMENTO CARTESIANO, LA CIRCONFERENZA DI CENTRO $O = (x_0, y_0)$ E RAGGIO $R$ È IL LUOGO DEI PUNTI $(x, y)$ CHE SODDISFANO L'EQUAZIONE:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2.$$

L'EQUAZIONE SI PUÒ RISCRIVERE NELLA FORMA CANONICA

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0,$$

DOVE $a = -2x_0$, $b = -2y_0$ E $c = x_0^2 + y_0^2 - R^2$.

# LA CIRCONFERENZA

VICEVERSA, POSSIAMO AFFERMARE CHE L'EQUAZIONE

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

RAPPRESENTA UNA CIRCONFERENZA DI CENTRO $(x_0, y_0)$ E RAGGIO $R$ QUANDO

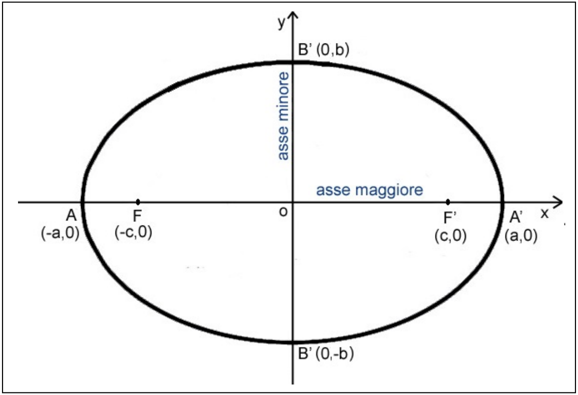
$$\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c > 0.$$

IN QUESTO CASO AVREMO

$$x_0 = -\frac{a}{2}, \qquad y_0 = -\frac{b}{2}, \qquad R = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c}.$$

# L'ELLISSE

L'ELLISSE É LUOGO DEI PUNTI DEL PIANO PER CUI LA SOMMA DELLE DISTANZE DA DUE PUNTI FISSI ($F$ E $F'$), DETTI FUOCHI, RIMANE COSTANTE.



# L'ELLISSE

L'EQUAZIONE DELL'ELLISSE CON FUOCHI $F = (-c, 0)$ E $F' = (c, 0)$ E $c > 0$ È

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

DOVE $a > b > 0$. IN QUESTO CASO, I FUOCHI SONO IDENTIFICATI DAL PARAMETRO

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

E L'AREA RACCHIUSA DA UN'ELLISSE È $\pi ab$. I QUATTRO PUNTI D'INTERSEZIONE TRA L'ELLISSE E GLI ASSI CARTESIANI SONO DETTI VERTICI E HANNO COORDINATE

$$(a, 0), \qquad (0, b), \qquad (-a, 0), \qquad (0, -b).$$

L'ASSE MAGGIORE È IL SEGMENTO CON ESTREMI I DUE VERTICI SULL'ASSE $x$. L'ASSE MINORE È IL SEGMENTO AVENTE COME ESTREMI I VERTICI SULL'ASSE $y$.

# L'ELLISSE

UN ALTRO PARAMETRO IMPORTANTE NELL'ELLISSE È L'ECCENTRICITÀ

$$0 \leqslant e \leqslant 1.$$

QUESTA È IL RAPPORTO DELLA DISTANZA TRA I DUE FUOCHI E LA LUNGHEZZA DELL'ASSE MAGGIORE. PUÒ ESSERE CALCOLATA CON I PARAMETRI $a$, $b$ $c$:

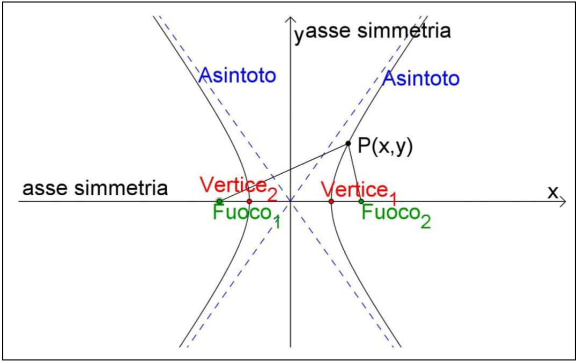
$$e = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

L'ECCENTRICITÀ DI UN ELLISSE INDICA IL SUO SCHIACCIAMENTO. SE $e = 0$ I DUE FUOCHI COINCIDONO E L'ELLISSE DEGENERA IN UNA CIRCONFERENZA DI RAGGIO $a$; SE $e = 1$, L'ELLISSE DIVENTA UN SEGMENTO LUNGO $2a$.

# L'iperbole

L'iperbole è il luogo geometrico dei punti del piano per cui la differenza delle distanze da due punti fissi, detti fuochi, è costante. Tale figura possiede due asintoti e, nel caso siano perpendicolari, l'iperbole è detto equilatera. Chiamiamo vertici i punti d'intersezione dell'iperbole con l'asse $x$.

# L'IPERBOLE


y
asse simmetria
Asintoto
Asintoto
P(x,y)
asse simmetria
Vertice2
Vertice1
x
Fuoco1
Fuoco2

# L'IPERBOLE

QUANDO I DUE FUOCHI SONO DEI PUNTI CON COORDINATE $(c, 0)$ E $(-c, 0)$ CON $c > 0$ ALLORA L'IPERBOLE È DESCRITTA DALL'EQUAZIONE PER $a, b > 0$:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

I QUESTO CASO, I FUOCHI SONO DEFINITI DAL PARAMETRO

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

I DUE PUNTI D'INTERSEZIONE CON L'ASSE $x$ SONO DETTI VERTICI E HANNO COORDINATE

$$(a, 0), \qquad (-a, 0).$$

L'ECCENTRICITÀ DELL'IPERBOLE È IL RAPPORTO DELLA DISTANZA TRA I DUE FUOCHI E I DUE VERTICI

$$e = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}.$$

# ESERCIZI

- TROVARE LE VARIE DISTANZE TRA I PUNTI P, Q E R DI COORDINATE

$$P = (-3, -7), \qquad Q = (-3, 4), \qquad R = (3, 5),$$

$$\big(\text{SOL. } |PQ| = 11, \qquad |QR| = \sqrt{37}, \qquad |PR| = 6\sqrt{5}\big).$$

- RAPPRESENTARE E DESCRIVERE LA RETTA PASSANTE PER LE SEGUENTI COPPIE DI PUNTI.

$$P_1 = (-3, -7), \quad P_2 = (0, 1), \qquad \big(\text{SOL. } y = \frac{8}{3}x + 1\big);$$

$$Q_1 = (-3, 2), \quad Q_2 = (-4, 5), \qquad \big(\text{SOL. } y = -3x - 7\big);$$

$$R_1 = (1, -1), \quad R_2 = (0, 0), \qquad \big(\text{SOL. } y = -x\big);$$

$$S_1 = (-1, 2), \quad S_2 = (-1, 5), \qquad \big(\text{SOL. } x = -1\big).$$

# ESERCIZI

- TROVARE (SE ESISTE) IL PUNTO DI INTERSAZIONE TRA LE SEGUENTI COPPIE DI RETTE

$$y = 3x + 1, \quad y = x - 27, \qquad \big(\text{SOL. } (-14, -41)\big);$$

$$y = 2x + 1, \quad y = 2x - 5, \qquad \big(\text{SOL. NESSUNA INTERSEZIONE}\big);$$

$$y = x + 1, \quad y = x - 7, \qquad \big(\text{SOL. NESSUNA INTERSEZIONE}\big);$$

$$y = 16x + 1, \quad y = 12x + 5, \qquad \big(\text{SOL. } (1, 17)\big).$$

# ESERCIZI

- TROVARE LA DISTANZA TRA I SEGUENTI PUNTI E RETTE

$$P = (1,1), \quad y = -x, \qquad \left(\text{SOL. } \sqrt{2}\right);$$

$$P = (2,1) \quad y = x, \qquad \left(\text{SOL. } 1/\sqrt{2}\right);$$

$$P = (1,3), \quad y = 3x, \qquad \left(\text{SOL. } 0\right);$$

$$P = (2,1), \quad y = 2x+3, \qquad \left(\text{SOL. } 6/\sqrt{5}\right).$$

# ESERCIZI

- RAPPRESENTARE E STUDIARE LE SEGUENTI PARABOLE (DIRETTRICE, FUOCO, INTERSEZIONI CON GLI ASSI, CONCAVITÀ...):

$$y = x^2 + 8x + 7, \qquad y = 16x^2 - 8x, \qquad y = 13x^2 - x + 16.$$

- RAPPRESENTARE E STUDIARE LE SEGUENTI CIRCONFERENZE (RAGGIO, PERIMETRO, DIRETTRICE, CENTRO, INTERSEZIONI CON GLI ASSI,...):

$$x^2 + y^2 + 8x + 8y + 7 = 0, \qquad x^2 + y^2 + 2y = 0.$$

# ESERCIZI

- RAPPRESENTARE E STUDIARE LE SEGUENTI ELLISSI (FUOCHI, AREA INTERNA, ASSI MAGGIORE E MINORE, ECCENTRICITÀ, INTERSEZIONI CON GLI ASSI,...):

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1, \qquad \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1, \qquad \frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{25}=1.$$

- RAPPRESENTARE E STUDIARE LE SEGUENTI IPERBOLI EQUILATERE (FUOCHI, ECCENTRICITÀ, INTERSEZIONI CON GLI ASSI,...):

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1, \qquad x^2-y^2=49, \qquad x^2-\frac{y^2}{9}=1.$$