



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Precorso di Fisica

Precorso di Fisica per i Corsi di Laurea in Scienze Biologiche, Informatica, SNAMO, CMN



PROGRAMMA

12

- Il concetto di misura in fisica: analisi dimensionale, unità fondamentali e derivate, Cenni di analisi degli errori

14

- Cenni di analisi degli errori

15

- Grandezze fisiche scalari e vettoriali; cenni di calcolo vettoriale

16

- Cenni di cinematica



Che cosa è la fisica?

Non è semplice dare una definizione

Dal diz. Garzanti: *scienza teorico-sperimentale che studia i fenomeni naturali (stati e aspetti della materia, forme di energia, interazioni e trasformazioni) cercando di individuarne le proprietà e di formulare le leggi che li governano*

R. Feynman (Feynman lectures on physics, chap3): *Physics is the most fundamental of all sciences and has had a profound effect on all scientific development. In fact, physics is the present-day equivalent of what used to be called natural philosophy ...*

D. Giancoli (Fisica, pag 1): *La fisica ha, tra le scienze, un ruolo "fondamentale". Essa si occupa del comportamento e della struttura della materia*



Scopo della fisica è lo studio dei fenomeni naturali, ossia di tutti gli eventi che possano essere descritti, ovvero quantificati, attraverso grandezze fisiche opportune, al fine di stabilire principi e leggi che regolano le interazioni tra le grandezze stesse e rendano conto delle loro reciproche variazioni

L'insieme di principi e leggi fisiche relative ad una certa classe di fenomeni osservati definiscono una teoria fisica deduttiva, coerente e relativamente autoconsistente, costruita tipicamente a partire dall'induzione sperimentale



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Conseguenza: i dati sperimentali sono alla base della Fisica

Il metodo di analisi dei dati richiede l'uso della Statistica (per es. valor medio, varianza, distribuzioni di probabilità, errori statistici e sistematici) e della teoria degli errori

Sulla definizione di grandezze misurabili, la raccolta di dati tramite esperimenti e sull'analisi statistica dei dati si basa il metodo scientifico utilizzato in tutti i rami della scienza



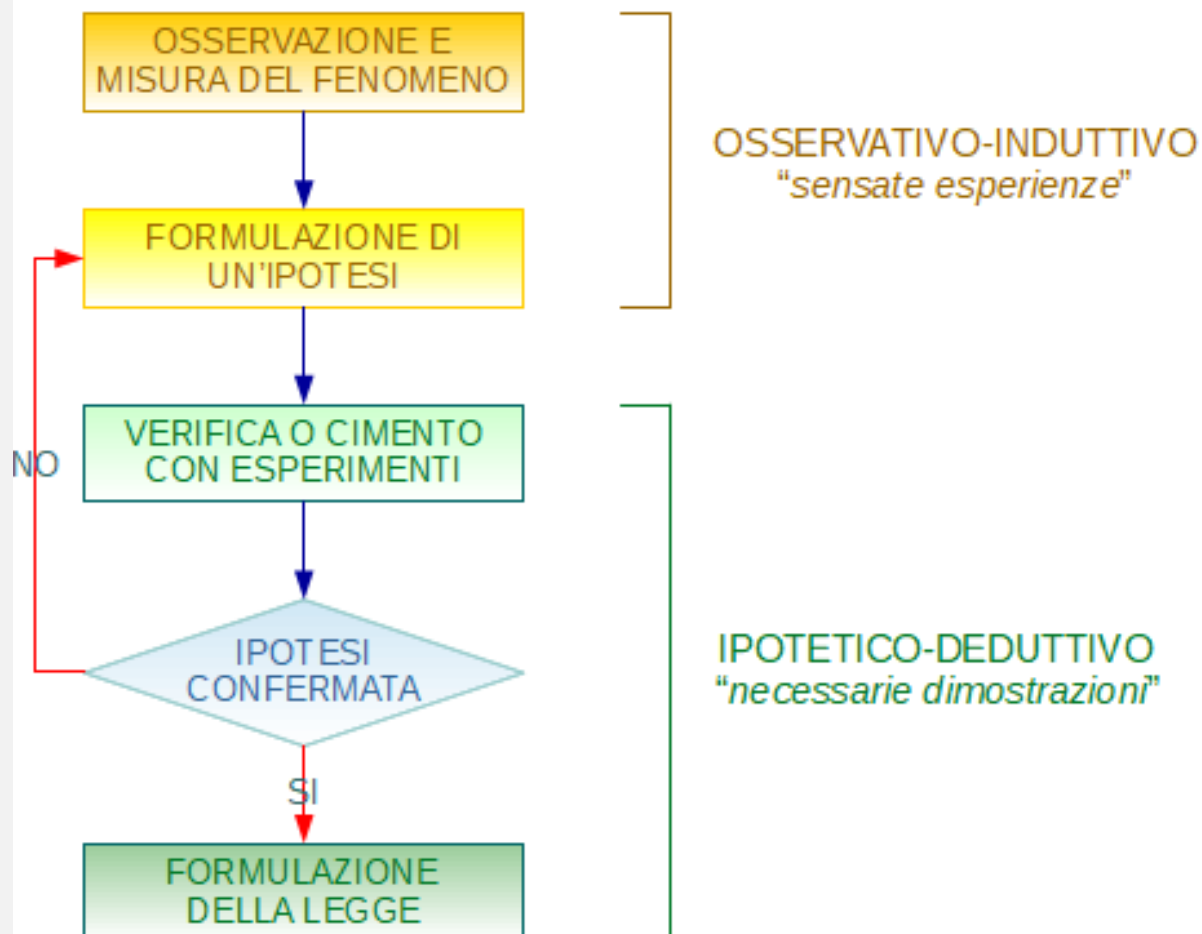
Il metodo scientifico è la modalità tipica con cui la scienza procede per raggiungere una conoscenza della realtà oggettiva, affidabile, verificabile e condivisibile

La modalità con cui questo metodo procede consiste, da una parte, nella raccolta di evidenze empiriche e misurabili attraverso l'osservazione e l'esperimento; dall'altra, nella formulazione di ipotesi e teorie più generali, spesso sotto forma di leggi universali da sottoporre al vaglio dell'esperimento per testarne l'efficacia

Il metodo scientifico si sviluppa storicamente, ma il suo nucleo risiede, come detto nell'uso combinato di teoria ed esperimento. La soluzione di continuità rappresentata da **Galileo Galilei** a cavallo tra il XVI e il XVII secolo è tale, tuttavia, da rendere improprio l'uso dei termini *scienza* e *scienziato* in riferimento ad epoche precedenti. soprattutto per quanto riguarda il problema del metodo scientifico.



METODO SPERIMENTALE GALILEIANO





Secondo la terza edizione, del 2007, del "Vocabolario Internazionale di Metrologia" una **grandezza** è:

"la proprietà di un *fenomeno, corpo o sostanza*, che può essere espressa quantitativamente mediante un *numero* e un riferimento"

Condizione necessaria perché una proprietà sia misurabile è quella di poter stabilire una relazione d'ordine fra quelle proprietà in sistemi diversi: poter giudicare quale sistema esibisce "più" proprietà dell'altro.

Se tale confronto può essere basato sul rapporto fra le proprietà dei due sistemi, allora la classe di equivalenza di quelle proprietà costituisce una grandezza fisica

Esempio: la lunghezza di un oggetto può essere confrontata con quella di un altro oggetto. La lunghezza, in astratto, costituisce una grandezza fisica perché è possibile stabilire la proporzione, ovvero il rapporto fra la lunghezza specifica di due oggetti. Possiamo allora scegliere la lunghezza di un oggetto particolare, come il metro campione, e utilizzarla come unità di misura per la lunghezza di qualsiasi altro oggetto.



Unità di misura

Le misure delle grandezze fisiche sono espresse come un rapporto tra la quantità in esame e quella di un particolare campione omogeneo ad essa, detto unità.

Esempio: lunghezza. L'unità di misura della lunghezza è il metro.

La prima definizione di metro è stata data nel 1791 dall'Accademia Francese delle Scienze: *Il metro è pari alla decimilionesima parte della distanza tra polo Nord ed Equatore misurata lungo il meridiano terrestre passante per Parigi*. Sulla base di questa definizione venne realizzata nel 1799 una barra di platino-iridio con due tacche a distanza di un metro

L'introduzione di nuove tecniche di lavorazione meccanica consentì di migliorare la tecnica di realizzazione del metro campione, portando nel 1889 a ridefinire il metro come la *distanza tra le linee incise al microscopio sulla barra di platino iridio* conservata dal 22 settembre 1889 presso il Bureau International des Poids et Mesures di Sevres, Francia





Unità di misura

Le misure delle grandezze fisiche sono espresse come un rapporto tra la quantità in esame e quella di un particolare campione omogeneo ad essa, detto unità.

Esempio: lunghezza. L'unità di misura della lunghezza è il metro.

L'evoluzione delle tecniche di misurazione spettroscopica ha consentito misurazioni della lunghezza d'onda della luce con accuratezze in grado di migliorare quella di realizzazione del metro campione. In particolare il metro è ridefinito oggi in relazione alla *lunghezza pari a 1 650 763,73 volte la lunghezza d'onda nel vuoto della radiazione elettromagnetica emessa da atomi di Krypton 86 nella transizione tra i livelli $2p^{10}$ e $5d^5$*

Questa definizione consente un'accuratezza di sei parti su dieci milioni



Il SI e le potenze di 10

Grandezze fondamentali	Unità di misura	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo	kg
Intervallo di tempo	secondo	s
Intensità di corrente	ampere	A
Temperatura termodinamica	kelvin	K
Quantità di sostanza	mole	Mol
Intensità luminosa	candela	cd

Multipli			Sottomultipli		
Prefisso	Valore	Simbolo	Prefisso	Valore	Simbolo
chilo	k	10^3	milli	m	10^{-3}
mega	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
giga	G	10^9	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}



Analisi dimensionale

Mentre nel confronto tra numeri ha sempre senso chiedersi quale tra due numeri sia il più grande, o se due numeri siano uguali, il confronto dei valori assunti da diverse proprietà di un sistema ha senso solo se le tali proprietà sono omogenee, cioè se entrambe sono grandezze dello stesso tipo

Per esprimere le dimensioni di una generica grandezza **G** si usa il seguente formalismo:

$$[G] = [L]^{\alpha} [M]^{\beta} [T]^{\gamma}$$



Analisi dimensionale

Elenco di alcune grandezze derivate e corrispondenti dimensioni fisiche

Grandezza	Dimensioni	Grandezza	Dimensioni
Area	$[L]^2$	Accelerazione	$[L][T]^{-2}$
Volume	$[L]^3$	Forza	$[L][M][T]^{-2}$
Velocità	$[L][T]^{-1}$	Energia	$[L]^2[M][T]^{-2}$

se G fosse una lunghezza si avrebbe: $[G] = [L]^1 [M]^0 [T]^0$

o semplicemente: $[G] = [L]$

$$[G] = [L]^\alpha [M]^\beta [T]^\gamma$$



Conversione di unità

Talvolta è necessario convertire unità omogenee rispetto ad altre unità di misura

Convertire delle variabili fisiche significa trovare ed applicare il corrispondente rapporto di proporzionalità diretta

$$1 \text{ min}: 60 \text{ s} = x \text{ min}: 1500 \text{ s}$$

$$x \text{ min} = 1500 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$$

Fattore di conversione

Unità	Simbolo	Grandezza	Valore nel SI
minuto	min	Tempo	60 s
ora	h	Tempo	3600 s
giorno	gg	Tempo	86400 s
pollice	in o "	Lunghezza	0.0254 m
piede	ft o '	Lunghezza	0.3048 m
yard	yd	Lunghezza	0.9144 m
litro	l	Volume	$\frac{1}{1000} m^3$
gallone inglese	gal Imp	Volume	$\frac{4.547}{1000} m^3$
gallone USA	gal US	Volume	$\frac{3.785}{1000} m^3$
libbra	pound	Massa	0.4536 kg



Esempi

Date una massa m , un intervallo di tempo t , una lunghezza l , un'area S , un volume V , una forza F , una velocità v , un'accelerazione a e un'energia E si verifichi la correttezza dimensionale delle seguenti uguaglianze

$$A) \quad E = F\sqrt{S} \quad B) \quad S = \frac{V}{vt} \quad C) \quad m = \frac{F}{v} \quad D) \quad a = \frac{F}{m}$$

$$E) \quad mS = Ft^2 \quad F) \quad t^2 = \frac{ml}{F} \quad G) \quad v = at \quad H) \quad E = maS$$

Si trasformino i seguenti valori in quelli corretti nel SI

$$A) 25.0cm, B) 1500l, C) 15'', D) 100 \text{ ft}, E) 250mm, F) 4h, \\ G) 100km/h, H) \frac{10lb}{2ft}, I) 10ft/h, J) 2km^2/gg.$$



Misure ed errori

Essendo la fisica una scienza sperimentale, l'attendibilità delle sue previsioni è strettamente legata alle misure delle osservazioni dei fenomeni in oggetto

Entro quali limiti possiamo affermare che una previsione è corretta?

Immaginiamo di misurare la lunghezza del lato di un foglio di carta.

Procedimento: comparazione della lunghezza del foglio con un sistema di riferimento (il righello)

Risultato: 21 cm

Da un punto numerico 21.0 cm è uguale a 21 cm, o anche a 21.000 cm, ma da un punto di vista fisico sono equivalenti?

Entro quali limiti un'operazione di misura ci consente di conoscere il valore di una data grandezza?

che significa la notazione: $L = 21.00 \pm 0.05 \text{ cm}$?

Queste considerazioni consentono di introdurre i concetti particolarmente importanti di *errore* (o *incertezza*) di misura e di *cifre significative*



Misure ed errori

Stima della misura: x (21 cm)

Stima dell'errore assoluto della misura: Δx (0.05 cm)

Stima dell'errore relativo della misura: $\Delta x^{rel} = \frac{\Delta x}{[x]} = \frac{0.05}{21} \approx 0.0024$

Stima dell'errore relativo percentuale della misura: $\Delta x^{rel} = \frac{\Delta x}{[x]} \times 100 \approx 0.24\%$



Cifre significative e rappresentazione delle misure

Le regole da ricordare per determinare correttamente il numero di cifre significative sono le seguenti:

1. La più piccola posizione che ha senso specificare è quella su cui si trova l'errore;
2. Le cifre significative si contano da sinistra a destra, a partire dalla prima cifra diversa da zero (quindi tutti gli zeri iniziali non sono mai significativi);
3. Eventuali 0 a destra del numero possono essere o meno significativi, a seconda che siano o no relativi a cifre maggiori dell'errore

$$L = 21.00 \pm 0.05 \text{ cm} = 0.2100 \pm 0.0005 \text{ m}$$

La regola 1) porta a determinare che l'ultima cifra che ha senso specificare di L è quella dei centesimi di centimetro. La regola 2) consente di concludere che lo 0 che compare in più usando i metri invece dei centimetri non è significativo, perché è all'inizio del numero. La regola 3) invece consente di concludere che i primi 2 zeri dopo 21 sono significativi, mentre eventuali altri 0 non lo sono.



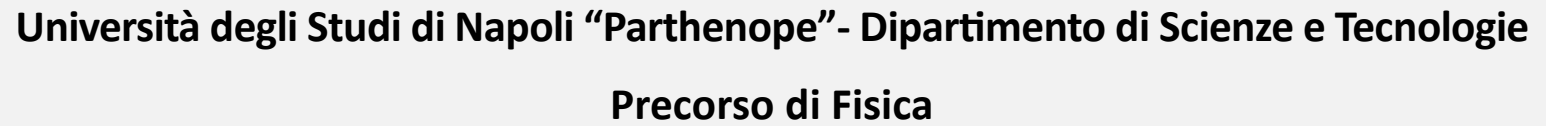
Cifre significative e rappresentazione delle misure

- ✓ La cifra più significativa è quella, diversa da zero, più a sinistra
- ✓ La cifra meno significativa è quella più a destra, diversa da zero, se non c'è la virgola decimale
- ✓ Se c'è la virgola decimale la cifra meno significativa è quella più a destra, anche se è zero
- ✓ Tutte le cifre tra la più e la meno significativa comprese sono le cifre significative

3215 3215.4 3200 0.032 1200.0 12.00 0.120

+ - + - +- +- + - + - + -

3215 3215.4 3200 0.032 1200.0 12.00 0.120



Il raggio di Bohr dell'atomo di idrogeno è pari a:

$$R = (0.0000000000052917721092 \pm 0.000000000000000000000017) m$$



Notazione scientifica

Valore	Potenza di 10	multiplo	Valore	Potenza di 10	multiplo
1000000000	10^9	giga	0.1	10^{-1}	deci
100000000	10^8	-	0.01	10^{-2}	centi
10000000	10^7	-	0.001	10^{-3}	milli
1000000	10^6	mega	0.0001	10^{-4}	-
100000	10^5	-	0.00001	10^{-5}	-
10000	10^4	-	0.000001	10^{-6}	micro
1000	10^3	chilo	0.0000001	10^{-7}	-
100	10^2	etto	0.00000001	10^{-8}	-
10	10^1	deca	0.000000001	10^{-9}	nano
1	10^0	-			



Notazione scientifica

Il raggio di Bohr dell'atomo di idrogeno è pari a:

$$R = (0.000000000052917721092 \pm 0.000000000000000000000017) \, m$$

Se il numero iniziale è più grande delle unità, ci si mette a destra della prima cifra, contando di quante cifre spostarsi verso destra per arrivare alle unità. Il numero trovato è l'esponente del 10 per cui moltiplicare il numero espresso con prima cifra delle unità.

Se il numero è minore delle unità (quindi dai decimi in giù) si contano gli zeri dopo il separatore decimale, a sinistra della prima cifra diversa da zero, fino ad arrivare al separatore decimale. Il numero trovato, aumentato di 1 e cambiato di segno, è l'esponente di 10 corretto

$$R = (5.2917721092 \pm 0.0000000017) \times 10^{-11} m$$



Proprietà degli strumenti e delle misure

Intervallo di funzionamento: è l'intervallo di valori che lo strumento consente di misurare. Il valore minimo misurabile è detto *soglia*, mentre il valore massimo è detto *portata*.

Prontezza: misura il tempo che impiega lo strumento a fornire un risultato di misura stabile. Ad esempio se si misura la propria massa con una pesa-persone meccanica la prontezza è il tempo che impiega l'indice della bilancia a fermarsi su una tacca della scala graduata.

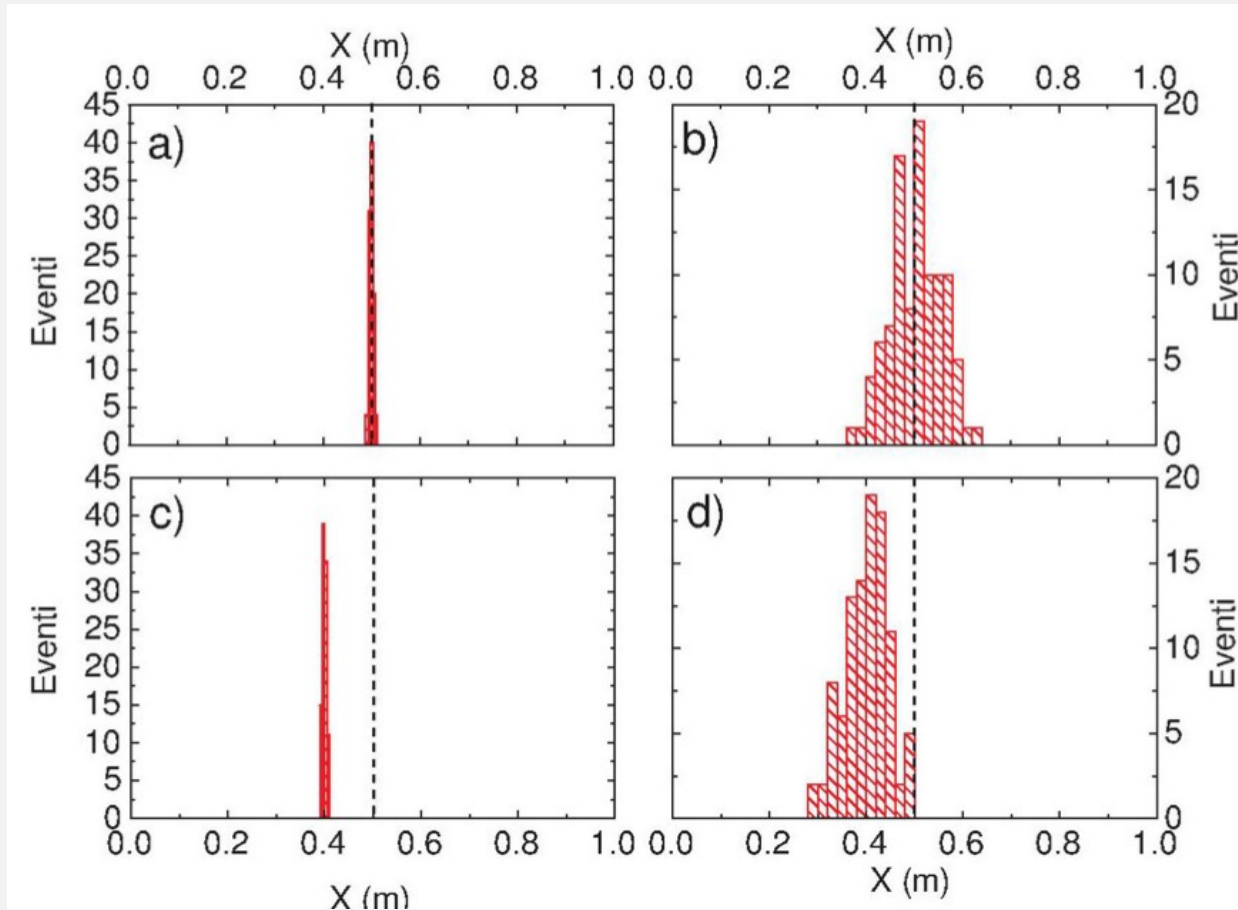
Sensibilità: determina la minima variazione della grandezza che lo strumento è in grado di apprezzare. In alcuni casi può capitare di imbattersi in strumenti che visualizzano più cifre di quelle realmente significative, tipicamente evidente dalla variazione nel tempo delle cifre più piccole anche se la grandezza misurata ha un valore costante nel tempo.

Precisione: misura la riproducibilità dei risultati della misura. Uno strumento è tanto più preciso quanto minore è la differenza tra i risultati di misure consecutive.

Accuratezza: L'accuratezza quantifica la capacità di uno strumento di fornire un risultato vicino al reale valore che la grandezza assume.



Proprietà degli strumenti e delle misure



a) misura accurata e precisa; b) accurata ma non precisa; c) precisa ma non accurata; d) non accurata e non precisa. Il valore 'vero' è assunto uguale a 0.5 m (linea verticale tratteggiata)



Natura ed origine degli errori

errori sistematici → spostano il risultato delle misure in una stessa direzione (per eccesso o per difetto)

Possono essere:

- teorici: fenomeni individuabili ma trascurati impropriamente (sasso nel pozzo...)
- strumentali: possono essere individuati e corretti usando strumenti "migliori" (taratura bilancia, dilatazione termica righello di metallo, ecc...)
- personali: legati all'uso dello strumento (errore di parallasse, ...)

errori casuali → aleatori e imprevedibili, ma possono essere valutati

il risultato di un esperimento è una variabile aleatoria (non predicibile a priori, in senso deterministico). Questo comportamento stocastico è sia contenuto nella natura del fenomeno studiato, che conseguenza delle inevitabili incertezze dell'apparato sperimentale



Stima dell'errore

Supponiamo di aver eliminato qualsiasi errore sistematico e di effettuare n misure della stessa variabile, sempre nelle stesse condizioni.

Possono presentarsi due possibili casi:

1. a causa della scarsa sensibilità strumentale misure ripetute forniscono lo stesso risultato
2. lo strumento permette di evidenziare la non-riproducibilità (in parte intrinseca, in parte dovuta all'apparato strumentale) del fenomeno in esame: il fenomeno sfugge al completo controllo → fluttuazioni. In che modo fornire la migliore stima?

Possiamo ragionevolmente proporre come migliore stima il valor medio, come stima dell'errore statistico, la deviazione standard o la semi-dispersione (nel caso di poche misure)

x_1
 x_2
 x_3
 $\vdots$
 x_n

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$
$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$$

valore medio

deviazione standard

semi-dispersione



Stima dell'errore

Supponiamo di misurare il tempo di caduta (in s) di una pallina per 50 volte

1.26	1.30	1.29	1.41	1.44	1.38	1.42	1.15	1.49	1.23
1.37	1.59	1.42	1.33	1.15	1.35	1.37	1.31	1.41	1.35
1.28	1.30	1.31	1.26	1.32	1.45	1.40	1.33	1.34	1.41
1.39	1.27	1.41	1.25	1.31	1.45	1.19	1.39	1.41	1.27
1.46	1.34	1.44	1.37	1.35	1.30	1.35	1.53	1.32	1.52

ci proponiamo di visualizzare come si distribuiscono i dati sperimentali



Stima dell'errore

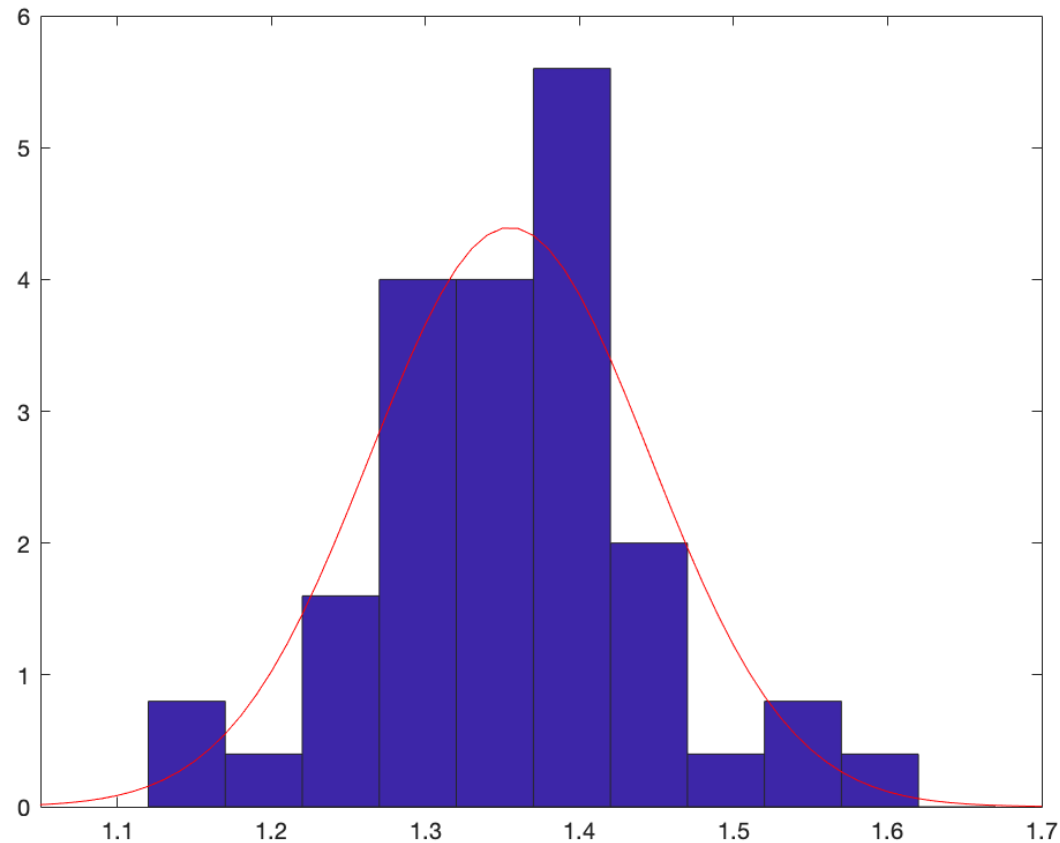
La variabile aleatoria in questione (il tempo di caduta) è una variabile continua
Per visualizzare al meglio i dati costruiamo un istogramma a intervalli

Intervallo	Numero di dati
1.12:1.17	2
1.17:1.22	1
1.22:1.27	4
1.27:1.32	10
1.32:1.37	10
1.37:1.42	15
1.42:1.47	5
1.47:1.52	1
1.52:1.57	2
1.57:1.62	1



Stima dell'errore

La variabile aleatoria in questione (il tempo di caduta) è una variabile continua
Per visualizzare al meglio i dati costruiamo un istogramma a intervalli



L'istogramma è sovrapposto alla curva gaussiana, la cui espressione matematica è:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right)$$

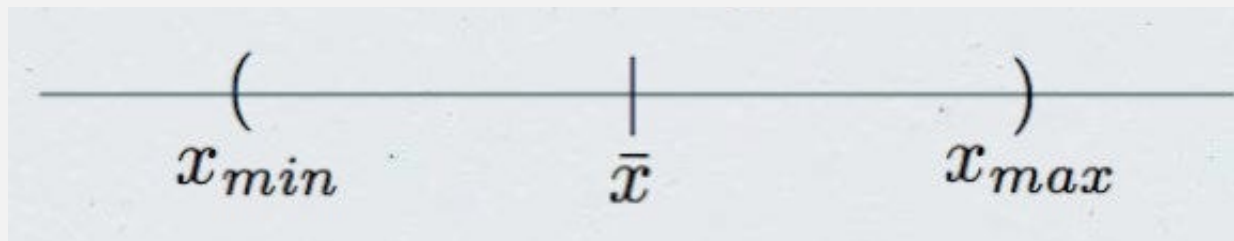


Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

In definitiva, se una misura è influenzata da errori accidentali, la migliore strategia è quella di ripetere un certo numero di volte la misura stessa.

Il miglior risultato che ne deriva sarà dato da un valore a cui associo una incertezza:

$$\bar{x} \pm \sigma = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$



$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$



Propagazione delle incertezze Il caso della somma

Consideriamo due grandezze omogenee a e b insieme alle loro incertezze

$$a \pm \Delta a$$

$$b \pm \Delta b$$

VALORI ESTREMI DELLA SOMMA

$$S_{max} = (a + \Delta a) + (b + \Delta b) = (a + b) + (\Delta a + \Delta b)$$

$$S_{min} = (a - \Delta a) + (b - \Delta b) = (a + b) - (\Delta a + \Delta b)$$

$$S = a + b$$

$$\Delta S = \Delta a + \Delta b$$

Nella somma di due grandezze la migliore stima dell'errore del massimo errore è data dalla somma degli errori di ciascuna grandezza



Propagazione delle incertezze Il caso della differenza

Consideriamo due grandezze omogenee a e b insieme alle loro incertezze

$$a \pm \Delta a$$

$$b \pm \Delta b$$

VALORI ESTREMI DELLA DIFFERENZA

$$D_{max} = (a + \Delta a) - (b - \Delta b) = (a - b) + (\Delta a + \Delta b)$$

$$D_{min} = (a - \Delta a) - (b + \Delta b) = (a - b) - (\Delta a + \Delta b)$$

$$D = a - b$$

$$\Delta D = \Delta a + \Delta b$$

Nella differenza di due grandezze la migliore stima dell'errore del massimo errore è data dalla somma degli errori di ciascuna grandezza



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

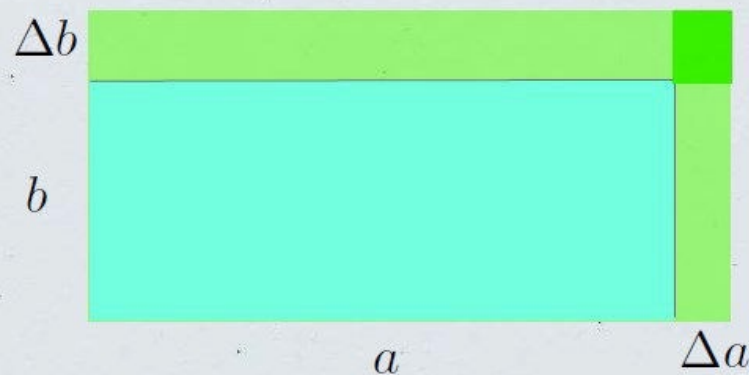
Prodotto

$$P = ab$$

$$P_{\max} = (a + \Delta a)(b + \Delta b) = (ab) + (b\Delta a + a\Delta b + \cancel{\Delta a\Delta b})$$

$$P_{\min} = (a - \Delta a)(b - \Delta b) = (ab) - (b\Delta a + a\Delta b - \cancel{\Delta a\Delta b})$$

$$\Delta P = a\Delta b + b\Delta a$$





Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Precorso di Fisica

Errore relativo

$$x \pm \Delta x$$

Si definisce *errore relativo*:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{x}$$

Domanda: misuro una strada lunga 10 km con un'incertezza di 100 m ed un chiodo lungo 4 cm con una incertezza di 1 mm. Quale misura risulta più precisa?



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Precorso di Fisica

Introdotta l'errore relativo la "regola" del prodotto può essere riscritta come segue:

Prodotto

$$\Delta P = a\Delta b + b\Delta a$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Esempio I

**Supponiamo di voler determinare il volume di un cilindro.
Le grandezze che possono essere misurate sono:
il diametro d e l'altezza h .**

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 h \quad \begin{array}{l} d \pm \Delta d \\ h \pm \Delta h \end{array}$$

$$\Delta V = \left| \frac{\partial V}{\partial d} \right|_{d_0} \Delta d + \left| \frac{\partial V}{\partial h} \right|_{h_0} \Delta h$$

Da cui si ottiene

$$\Delta V = 2 \frac{\pi}{4} dh \Delta d + \frac{\pi}{4} d^2 \Delta h$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Precorso di Fisica

convenzionalmente gli errori di misura si riportano con una sola cifra significativa (unica eccezione se la cifra più significativa dell'errore è 1 o 2 si possono tenere due cifre significative). Nel rappresentare correttamente il risultato di una misura si procede nel modo seguente:

☛ *Si arrotonda l'errore ad una sola cifra significativa*

☛ *Si arrotonda la misura ricordando che la cifra meno significativa deve essere quella sulla quale "cade" l'errore*

$$G = 124,83 \text{ m}$$

$$\Delta G = 0,67 \text{ m} \longrightarrow \Delta G \sim 0,7 \text{ m}$$

$$0,7 \text{ m}$$

$$124,8\cancel{3} \text{ m}$$

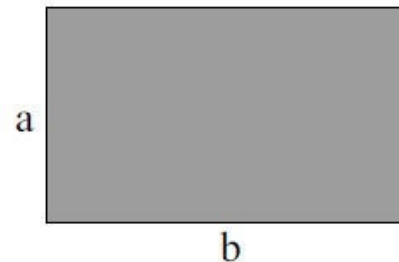
$$G = (124,8 \pm 0,7) \text{ m}$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Esempio 2: area del rettangolo

Siano $a = 37.55 \pm 0.05 \text{ mm}$
 $b = 68.35 \pm 0.05 \text{ mm}$



$$A = ab = 2566.5425 \text{ mm}^2$$

$$\Delta A = a\Delta b + b\Delta a = 0.05(37.55) + 0.05(68.35) = 5.295 \text{ mm}^2$$

$$\Delta A \approx 5 \text{ mm}^2$$

$$A = (2567 \pm 5) \text{ mm}^2$$



Università degli Studi di Napoli “Parthenope”- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Qualche esercizio



Università degli Studi di Napoli “Parthenope”- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Una misura della velocità media di una lumaca (spazio percorso / tempo impiegato) fornisce il valore di 1 mm/s. Quanto vale se la esprimiamo in furlong/settimana? Il furlong è una misura del sistema inglese che vale circa 200 m.

- a. 10^2
- b. Circa 3×10^0
- c. 10^{-2}
- d. E' impossibile calcolare il fattore di conversione
- e. 5×10^{-6}

Il lavoro è dimensionalmente una forza x una lunghezza, la forza è una massa x una accelerazione e quest'ultima è una lunghezza / tempo². Quali sono le dimensioni fisiche dell'energia rispetto a 3 dimensioni fondamentali di velocità [V], tempo [T] e quantità di moto [Q], sapendo che quest'ultima ha le dimensioni di massa x velocità?

- a. $[V]^2 \times [Q]^{-1}$
- b. $[V] \times [T]$
- c. $[V] \times [Q] \times [T]$
- d. $[V] \times [Q]^{-1} \times [T]$
- e. $[V] \times [Q]$



Università degli Studi di Napoli “Parthenope”- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Una misura di lunghezza fornisce i seguenti risultati sperimentali (in m):
140 , 150 , 120 , 150 , 130 , 190 , 130 , 130 , 120. Che risultato (con
relativo errore di tipo massimo) si può attribuire all'insieme delle misure?

- a. 140 ± 10
- b. 150 ± 50
- c. 140 ± 40
- d. 155 ± 10
- e. La domanda non ha senso



Università degli Studi di Napoli “Parthenope”- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

1) Esprimere le equivalenze tra:

a) $1 \rightarrow 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$

b) $1/\text{min} \rightarrow 1 \text{ l/min} = 10^{-3} \text{ m}^3 / 60 \text{ s} = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s}$

c) $\text{g/l} \rightarrow 1 \text{ g/l} = 10^{-3} \text{ kg} / 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ kg} / \text{m}^3$

e le corrispondenti unità del SI.

2) A quanti kg equivalgono 2 microgrammi di materia?

$$2 \mu\text{g} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ g} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$$

3) Se un liquido occupa un volume di 3 dm^3 , quanto è il suo volume espresso in m^3 ?

a) $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

b) $3 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3$

4) esprimere in m/s la velocità di $0.6 \text{ cm/ nanosecondo}$.

$$0.6 \cdot 10^{-2} \text{ m} / 10^{-9} \text{ s} = 0.6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Unità di misura britanniche

a) Distanza

Un pollice (one inch, scritto 1") = 2,54 cm

12 inches = 1 foot (piede, scritto 1')

3 feet = 1 yard = 91,44 cm

1.760 yards = 1 mile [terrestre] = 1,609 km

1 km = 0,621 miles

Nelle corse di cavalli, per qualche motivo storico, si usa ancora il "furlong", pari ad un ottavo di un miglio, ossia a m. 201,17.

1 nautical mile (miglio nautico) = 1852 m.

[1 knot (nodo) = 1 miglio nautico/ora = c. 1,85 km/h]

b) Area

1 acre (acro) = 4.840 yard quadrati = c. 4.047 metri quadri = c. 0,4 ettari

2,47 acres = 1 hectare (ettaro)

1 square mile = 640 acres = 259 ettari = 2,59 km quadrati



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Unità di misura britanniche

c) Peso

16 ounces (scritto 16 oz.) = 1 pound (scritto 1 lb.) = 453,6 g.

[Quindi 1 kg = c. 2,2 lb.]

14 lb. = 1 stone [soltanto U.K. e solo per il peso delle persone]

100 lb. = 1 hundredweight (scritto 1 cwt)

2.240 lb. (U.K.) o 2.000 lb.(U.S.) = 1 ton

[Quando la tonnellata da 2.240 lb viene usata nel commercio americano, viene chiamata una "long ton"; quella da 2.000 lb è ufficialmente una "short ton". La tonnellata da 1.000 Kg, usata in Australia, viene scritta "tonne" e pronunciata "ton", non "tan", per distinguerla dalla tonnellata "imperiale".]

d) Volume

20 fluid ounces (scritto fl.oz.) [U.K.] o 16 fl.oz. [U.S.] = 1 pint

[Poiche' anche le once fluide sono leggermente diverse, una pinta inglese = 0,568 l.;

una pinta americana = 0,473 l.]

2 pints = 1 quart

4 quarts = 1 gallon

[1 Imperial gallon (U.K.) = 4,546 l.; 1 U.S. gallon = 3,785 l.]



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

2-1) La misura della lunghezza l di una sbarra fornisce in 10 determinazioni successive le seguenti lunghezze l_i : 101, 103, 101, 105, 102, 104, 101, 103, 102, 105 cm.

Determinare il valor medio $\bar{l}$ della lunghezza della sbarra, l'errore standard della media $\bar{\sigma}$ e l'errore standard percentuale $\bar{\sigma}\%$.

Dalla definizione di valor medio è

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} = \frac{1027}{10} = 102,7 \text{ cm.}$$

L'errore standard è dato da

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{n(n-1)}} = \\ &= \sqrt{\frac{3(1,7)^2 + 2(0,3)^2 + (1,3)^2 + 2(0,7)^2 + 2(2,3)^2}{90}} = \sqrt{\frac{22,1}{90}} = \sqrt{0,246} = \\ &= 0,495 \text{ cm,} \end{aligned}$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Precorso di Fisica

2-3) La viscosità η dell'acqua è calcolata usando la legge di Poiseuille, che fornisce la quantità d'acqua Q che attraversa nell'unità di tempo un tubo cilindrico di raggio r e lunghezza l , ai cui estremi esiste una differenza di pressione p .

Esattamente è

$$\eta = \frac{\pi p r^4 \varrho}{8 l Q},$$

dove ϱ è la densità dell'acqua.

Sapendo che ϱ ed l sono misurati con alta precisione, quindi sono affetti da errori trascurabili, e che gli errori percentuali delle altre grandezze sono:

$$\frac{\Delta p}{p} = 2\%,$$

$$\frac{\Delta r}{r} = 0,3\%,$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 1\%,$$

calcolare l'errore percentuale più probabile da cui è affetta la misura di η .



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

2-6) L'equazione di stato per una mole di gas perfetto a pressione p , volume V e temperatura assoluta T è

$$p V = R T.$$

Se si eseguono diverse misure di V , di T e della costante R si trova:

$$V = (2,15 \pm 0,02) \text{ l},$$

$$T = (300 \pm x) \text{ }^{\circ}\text{K},$$

$$R = (0,082 \pm 0,0006) \text{ l atm/}^{\circ}\text{K}.$$

Determinare quale può essere il massimo errore x perchè la pressione del gas possa essere determinata con una precisione non inferiore a 0,5%.



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

2-8) Si deve determinare la densità di un materiale e si ha a disposizione una sferetta di tale materiale. Si misura ripetutamente la massa e si trova:

$$m = (12,00 \pm 0,04) \text{ g.}$$

Dire con quale errore percentuale si può misurare il diametro d della sferetta, perchè la densità ρ del materiale si possa determinare con precisione superiore all'1%.



Grandezze scalari e vettoriali: esempio

Nel caratterizzare una grandezza fisica mediante la sua misura non sempre è sufficiente dare un unico numero che rappresenti il rapporto tra la grandezza data e quella campione scelta come unità di misura.

Molte variabili in fisica sono «scalari» (energia, volume, temperatura, ...). Per determinare lo stato di una variabile fisica scalare basta indicarne la magnitudine (il «modulo»)

Per molte altre variabili (spostamento, velocità, accelerazione, ...) lo stato è più «complesso» da caratterizzare

ESEMPIO

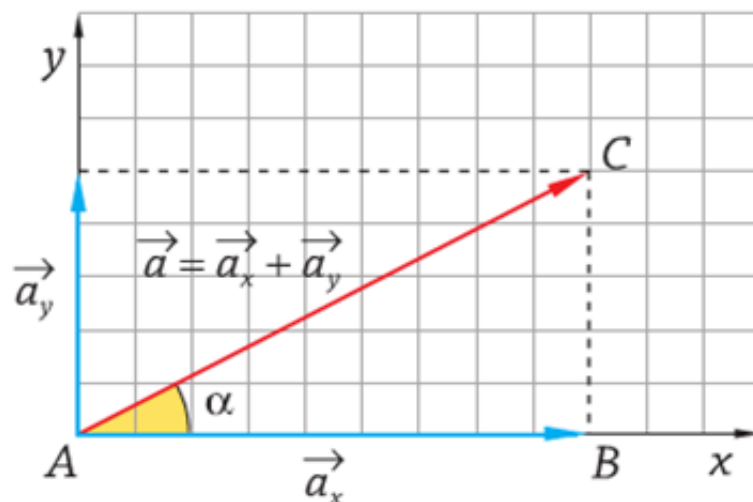
mi spostato di 10 metri, ma in che direzione?

Lo spostamento non è precisamente definito se si indica solo il modulo

Definiamo grandezza vettoriale una grandezza per la quale bisogna definire, oltre a un numero (modulo del vettore), anche una direzione e un verso.



Tabella valori di Seno e Coseno



$$a_x = a \cdot \cos \alpha$$

$$a_y = a \cdot \sin \alpha$$

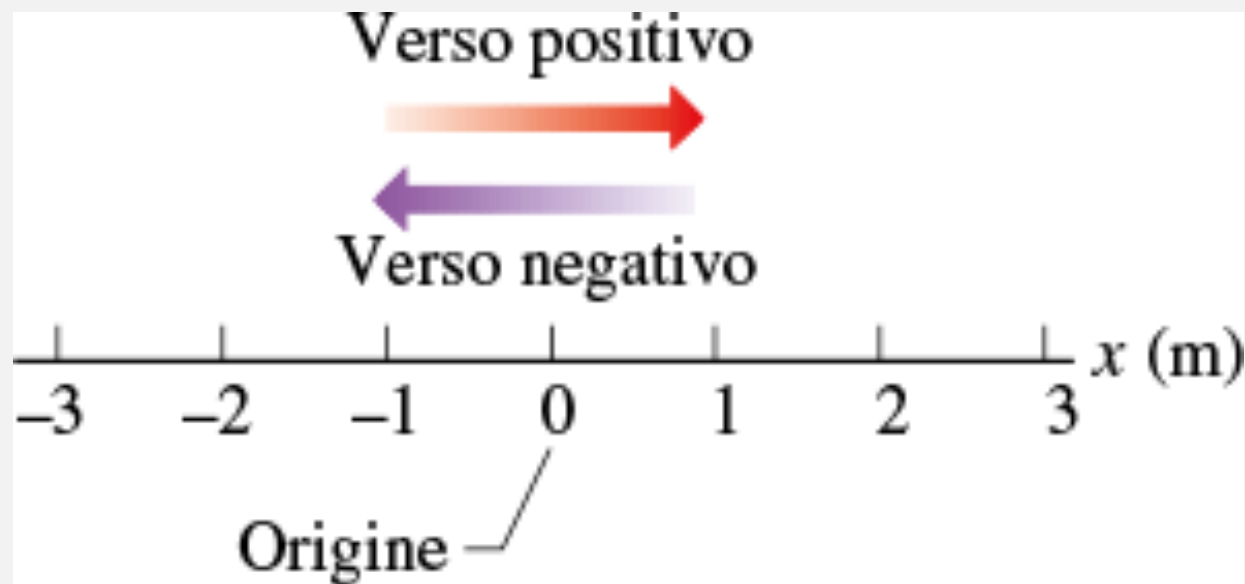
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Angolo α (in Gradi $^\circ$)	Angolo α (in Radianti)	Seno di ($\sin \alpha$)	Coseno di ($\cos \alpha$)
0°	0	0	1
30°	$\pi/6$	$1/2 = 0,5000$	$\sqrt{3}/2 = 0,8660$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2 = 0,7071$	$\sqrt{2}/2 = 0,7071$
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2 = 0,8660$	$1/2 = 0,5000$
90°	$\pi/2$	1	0



Grandezze scalari e vettoriali: esempio

Analogia fra scalare e vettore



Il valore assoluto di uno scalare può essere associato alla 'lunghezza' del vettore nel caso monodimensionale

La caratterizzazione completa di un vettore necessita anche la specificazione di una direzione e di un verso

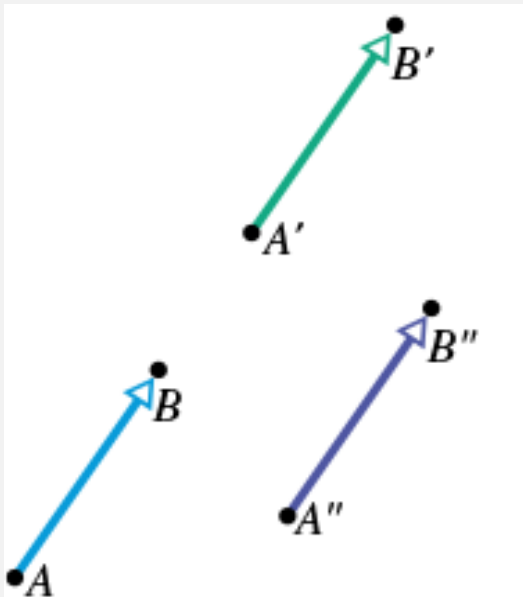


Grandezze scalari e vettoriali: esempio

GRANDEZZE VETTORIALI

Ogni vettore è definito da un:

1. modulo (lunghezza della freccia)
2. direzione (retta geometrica su cui giace il segmento)
3. verso (orientazione indicata dalla freccia)



Nell'esempio a sinistra tutti e tre i vettori hanno stesso modulo, direzione e verso. Cambia solo il 'punto di applicazione'

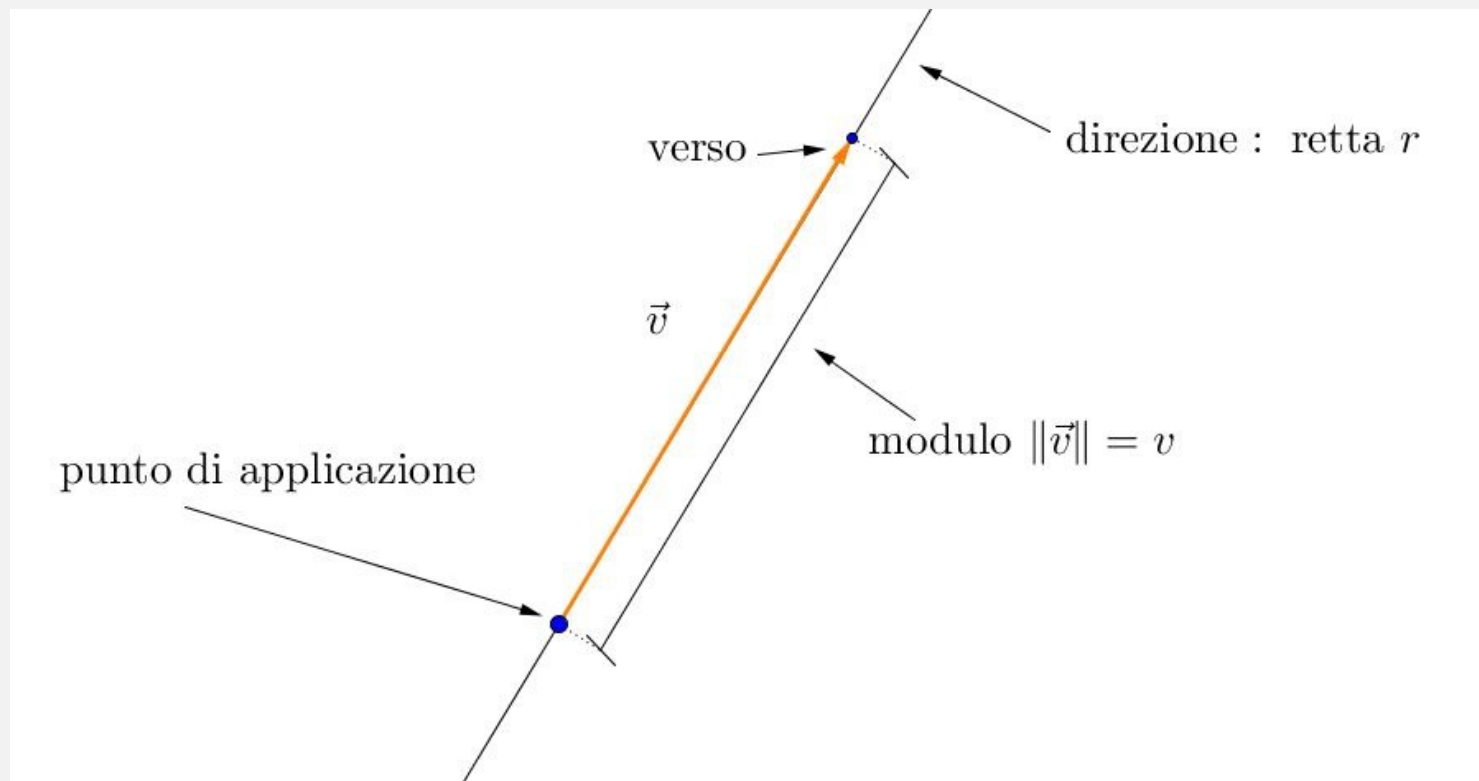


Grandezze scalari e vettoriali: esempio

GRANDEZZE VETTORIALI

Ogni vettore è definito da un:

1. modulo (lunghezza della freccia)
2. direzione (retta geometrica su cui giace il segmento)
3. verso (orientazione indicata dalla freccia)



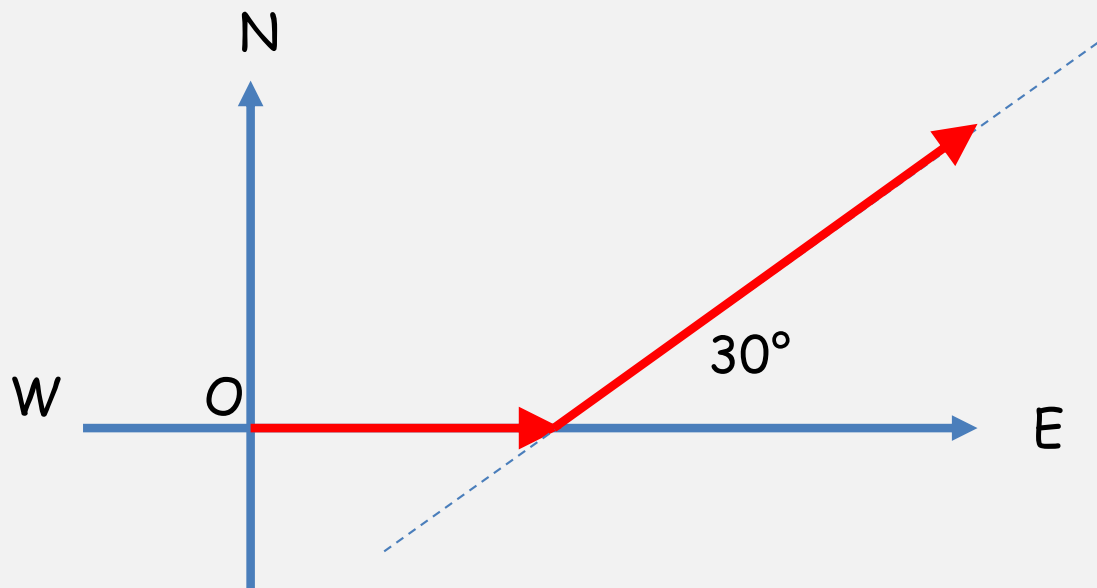


Proprietà dei vettori: somma

Supponiamo di muoverci verso Est per 3km a partire da una posizione iniziale «O»

Immaginiamo quindi di svoltare di 30 gradi a sinistra e di spostarci lungo questa nuova direzione di altri 5 km

Qual è lo spostamento complessivo?



1 km

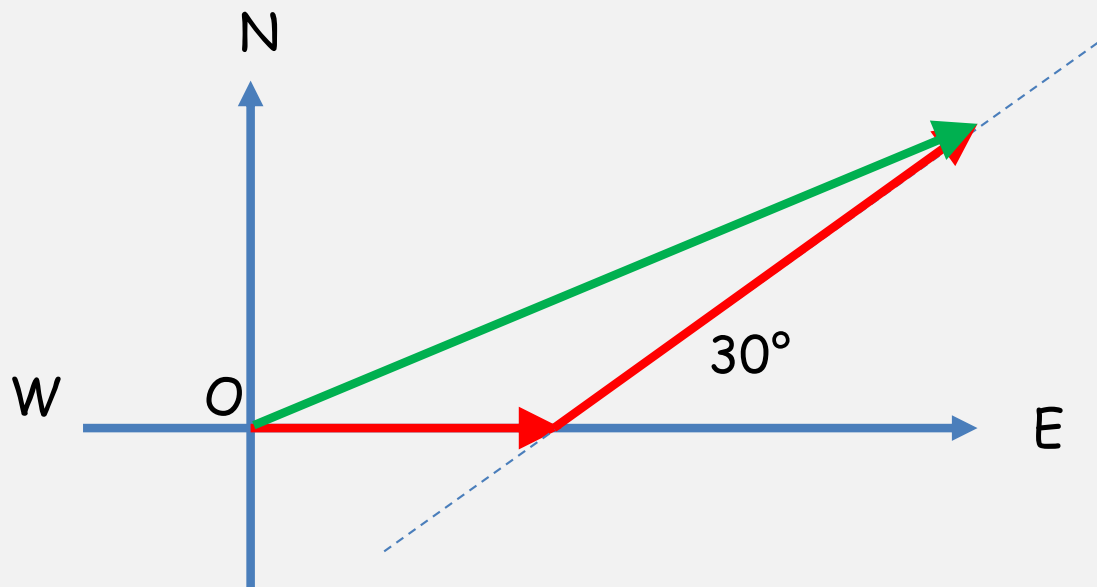


Proprietà dei vettori: somma

Qual è lo spostamento complessivo?

RISPOSTA A: ci spostiamo di una quantità complessiva pari a $3+5 = 8$ km

RISPOSTA B: ci spostiamo complessivamente di una quantità pari in modulo, direzione e verso a quella indicata dal vettore in verde



1 km



Proprietà dei vettori: somma

Qual è lo spostamento complessivo?

Entrambe le risposte sono ammissibili ma ci danno informazioni diverse

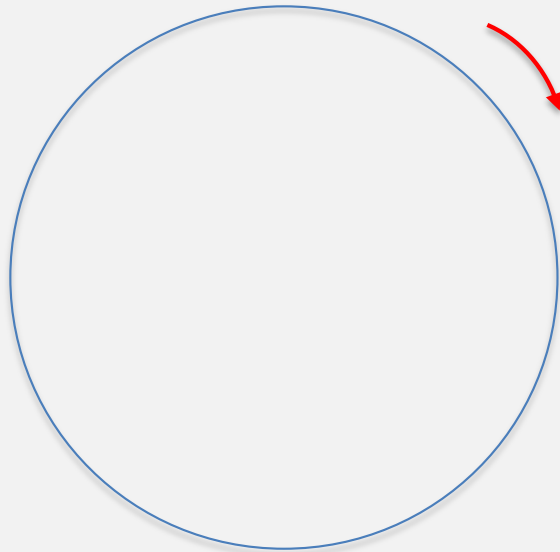
La RISPOSTA A indica lo spostamento complessivo (la lunghezza totale del percorso seguito). Indica lo SPOSTAMENTO IN SENSO SCALARE

La RISPOSTA B indica lo SPOSTAMENTO IN SENSO VETTORIALE

La risposta B corrisponde al 'vettore somma'



Spostamento in senso scalare e vettoriale: esempio



Supponiamo di muoverci lungo un percorso circolare in senso orario (vedi figura), compiendo un intero giro, ossia alla fine ci ritroviamo esattamente nello stesso punto di partenza

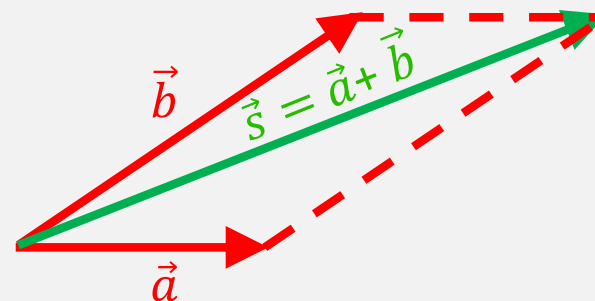
A quanto ammonta lo spostamento in senso scalare?

A quanto ammonta lo spostamento in senso vettoriale?

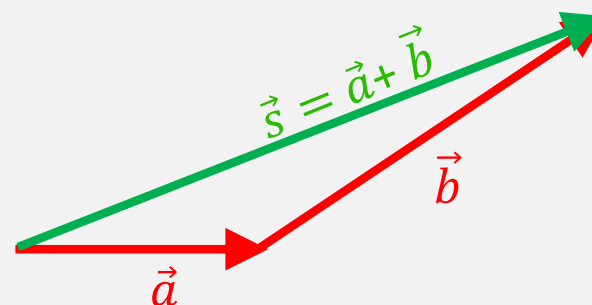


Proprietà dei vettori: somma

REGOLA DEL PARALLELOGRAMMA: avendo disegnato i due vettori come se fossero i lati di un parallelogramma, il vettore somma coincide con la diagonale del parallelogramma uscente dall'origine comune



REGOLA DEL METODO PUNTA-CODA: facciamo coincidere la coda del secondo vettore $\vec{b}$ con la punta del primo vettore $\vec{a}$; il vettore somma è il vettore che parte dalla coda del primo vettore $\vec{a}$ e arriva alla punta del secondo vettore $\vec{b}$





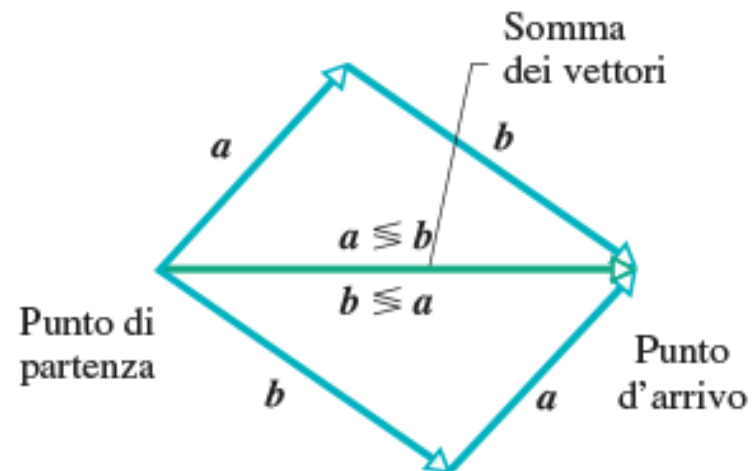
Proprietà commutativa della somma di due vettori

PROPRIETA' COMMUTATIVA

Il vettore somma è indipendente dall'ordine degli addendi

Secondo il metodo testa-coda, posso seguire i lati della parte superiore o inferiore del parallelogramma

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$



Il vettore risultante dalla somma non dipende dall'ordine dei vettori addendi

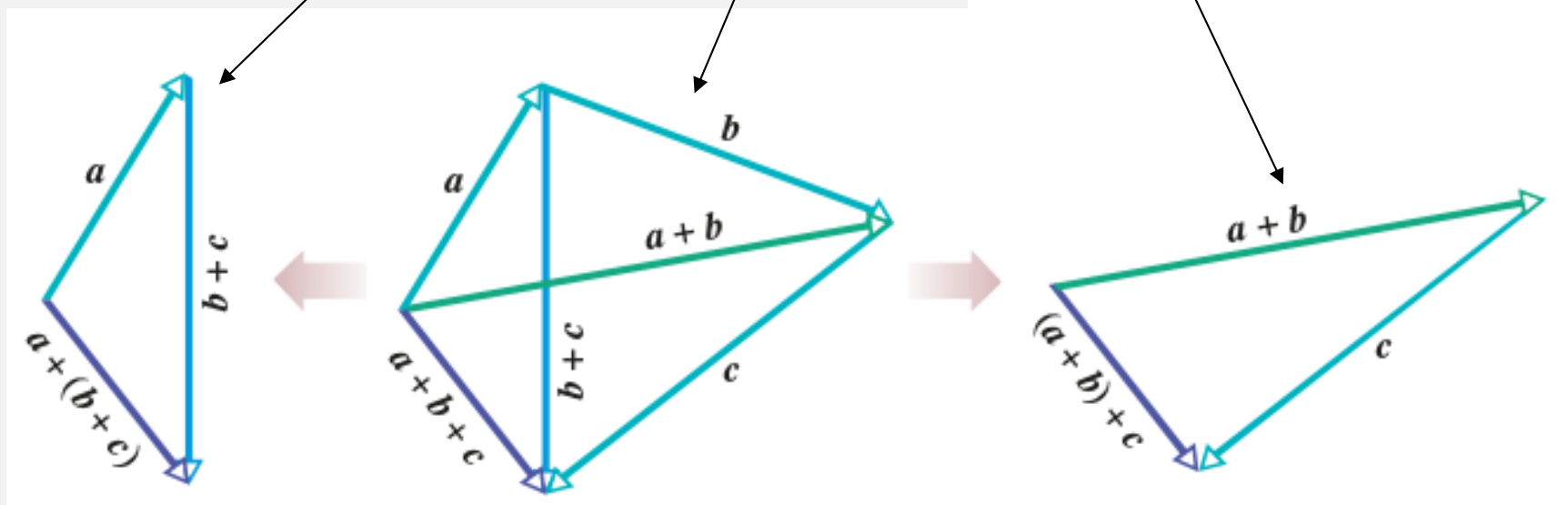


Proprietà associativa della somma di più vettori

PROPRIETA' ASSOCIATIVA

Il vettore somma è indipendente dall'associazione degli addendi

$$\vec{s} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$$

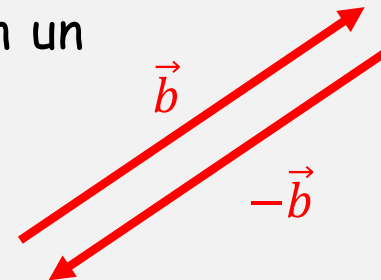




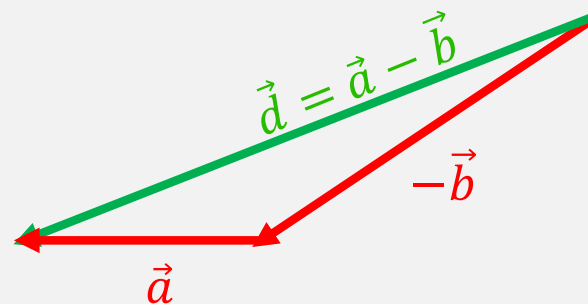
Inverso di un vettore

L'inverso di un vettore è un vettore al quale è stato scambiato il verso, senza alterare direzione e modulo

Il vettore inverso si indica con un segno '-' al fianco del simbolo



Sottrarre due vettori significa sommare al primo l'inverso del secondo



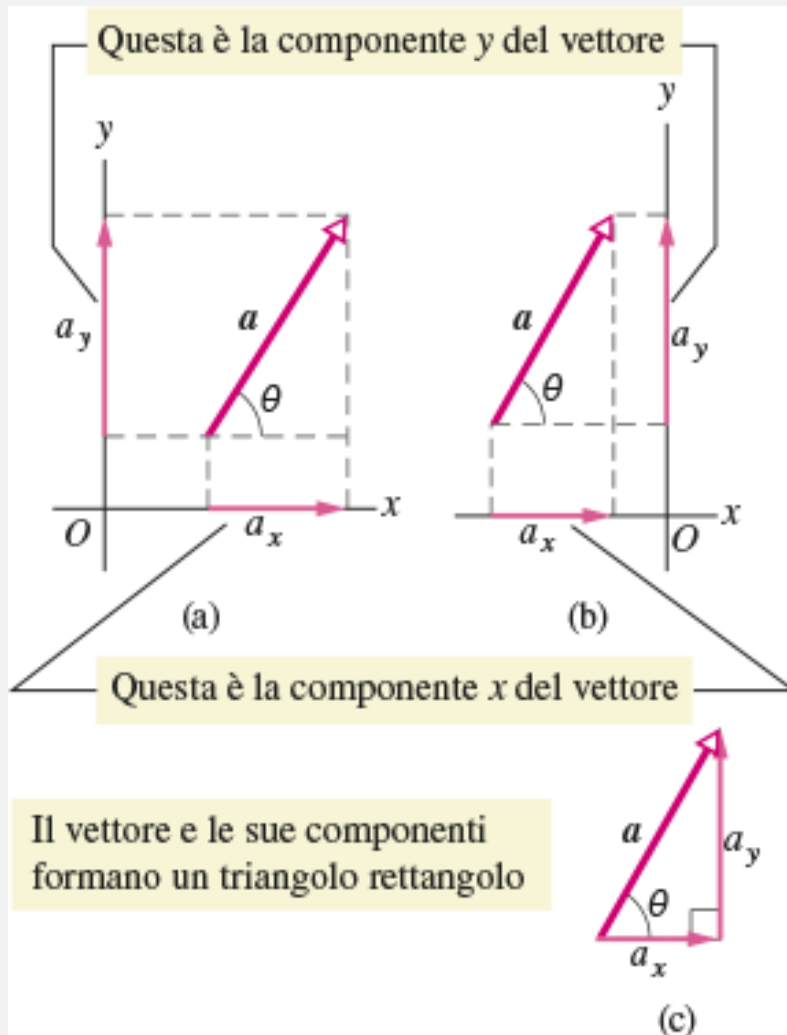


Vettori: rappresentazione algebrica

Ogni vettore può essere decomposto nelle proiezioni sugli assi del sistema di riferimento

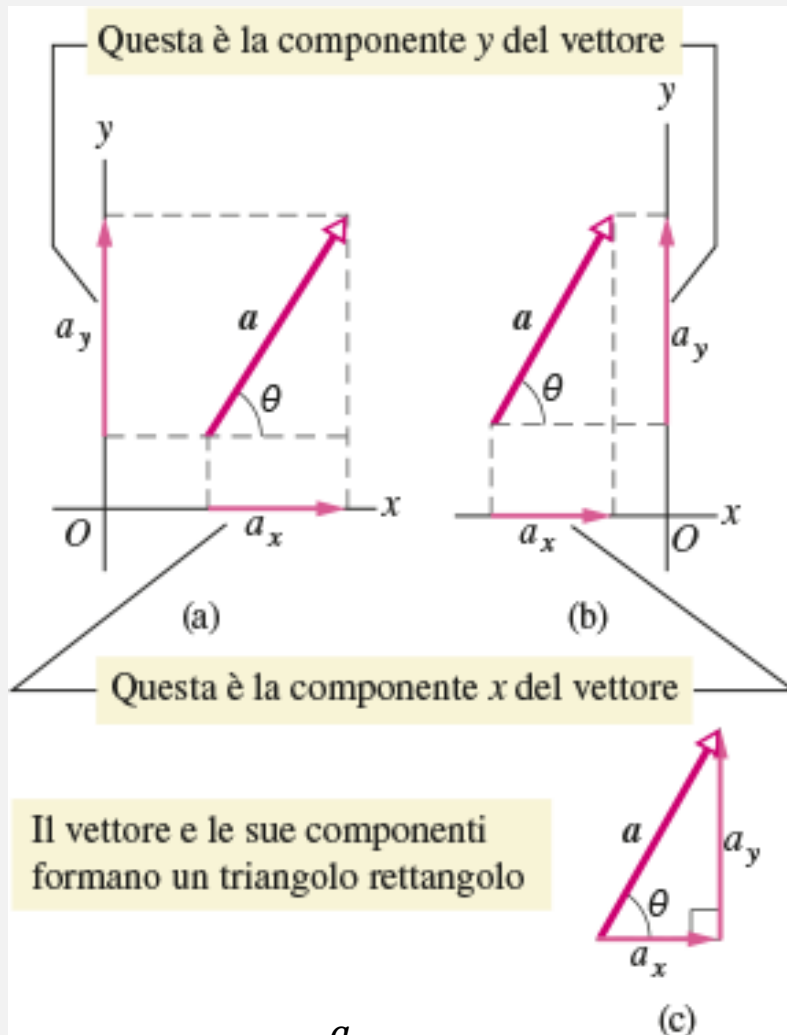
$$\vec{a} = (a_x, a_y)$$

Le proiezioni del vettore sugli assi coordinati si chiamano «coordinate del vettore»





Equivalenza della rappresentazione algebraica e geometrica



NB: $\tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$

Data la rappresentazione geometrica (modulo, direzione e verso) è sempre possibile calcolare la proiezione del vettore sugli assi coordinati, e quindi ottenere la rappresentazione algebrica

Data la rappresentazione algebrica è sempre possibile ottenere il modulo, la direzione e il verso:

- **quadrato del modulo:** $|a|^2 = a_x^2 + a_y^2$
- **direzione:** quella su cui giace l'ipotenusa di un triangolo rettangolo, i cui cateti sono le componenti algebriche
- **verso:** quello ottenuto applicando il metodo punta-coda immaginando le componenti algebriche come vettori



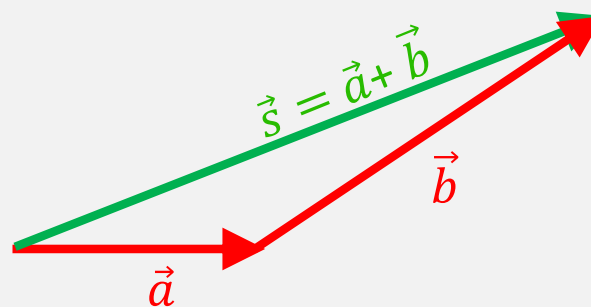
Rappresentazione algebrica della somma

La somma algebrica di due vettori corrisponde ad un vettore le cui coordinate sono la somma delle rispettive componenti

$$\vec{a} = (a_x, a_y)$$

$$\vec{b} = (b_x, b_y)$$

$$\vec{s} = (a_x + b_x, a_y + b_y)$$





Versori

I versori sono vettori di modulo unitario, orientati nel verso degli assi di riferimento

Quali sono le componenti algebriche di $\hat{i}$?

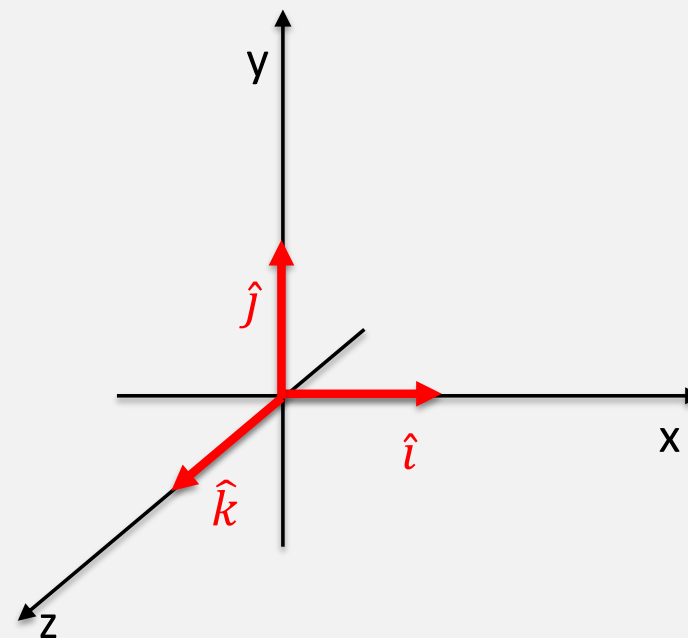
Quali sono le componenti algebriche di $\hat{j}$?

Quali sono le componenti algebriche di $\hat{k}$?

NB: per indicare che i versori sono dei vettori di modulo unitario, spesso si usa l'accento circonflesso 'a cappello'

Un sistema di riferimento 3D:

- cartesiano
- ortogonale
- destrorso

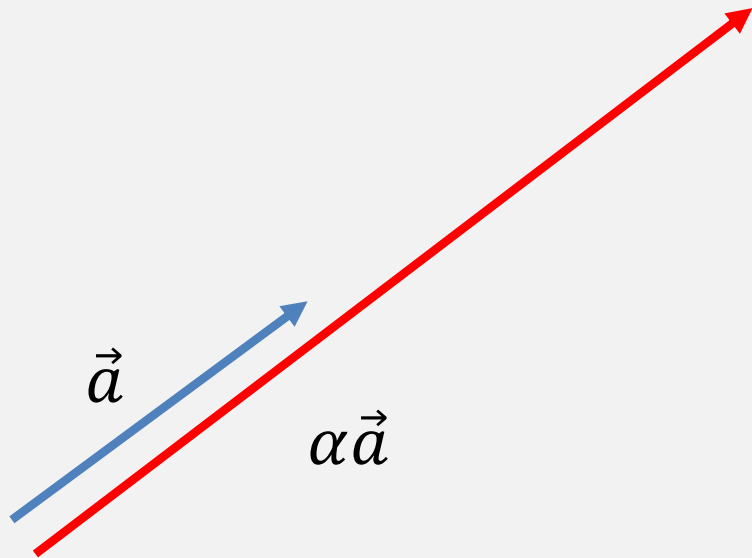




Il prodotto fra uno scalare e un vettore

Interpretazione geometrica

Supponiamo che α sia un numero reale > 1



Moltiplicare uno scalare per un vettore significa variarne la «lunghezza» (il modulo) senza alterarne la direzione

Che succede quando lo scalare è $= 1$?

Che succede quando lo scalare è positivo ma < 1 ?

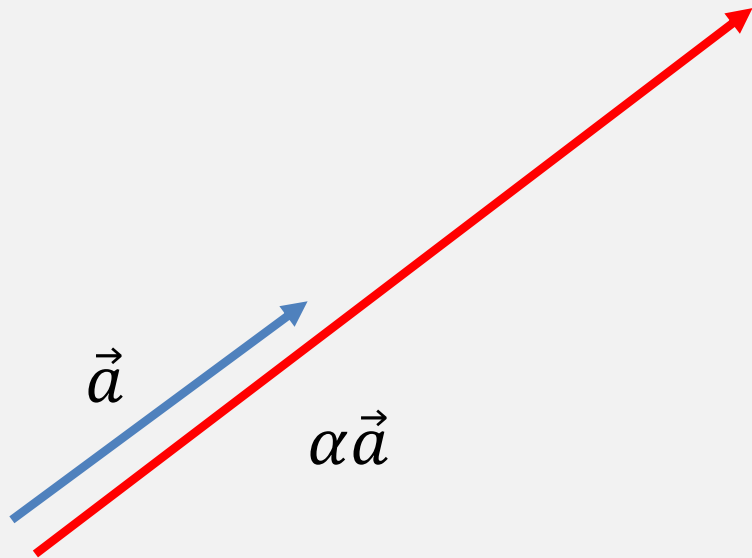
Che succede quando lo scalare è nullo?

Che succede quando lo scalare è negativo?



Il prodotto fra uno scalare e un vettore Interpretazione algebrica

Supponiamo che α sia un numero reale > 1



$$\vec{a} = (a_x, a_y)$$

$$\alpha \vec{a} = (\alpha a_x, \alpha a_y)$$

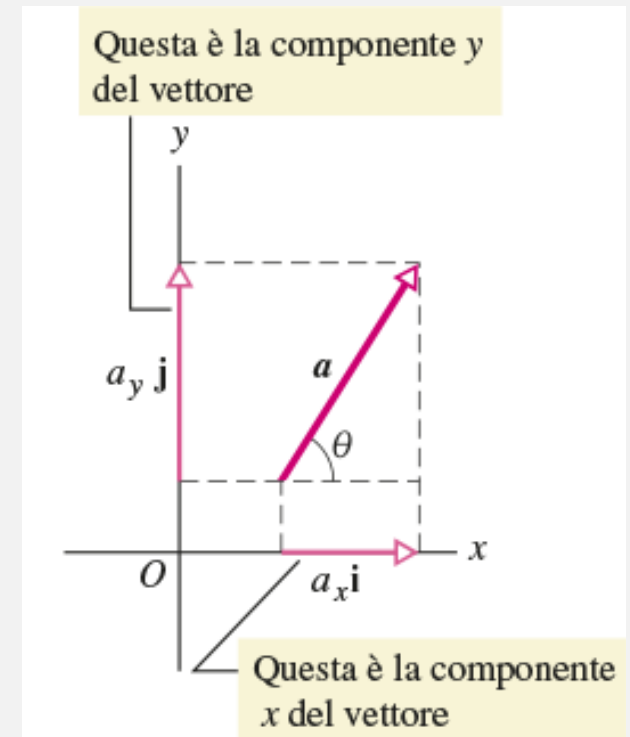


Il prodotto fra uno scalare e un vettore

I vettori come combinazione lineare dei prodotti dei versori per i rispettivi coefficienti

Il vettore può essere espresso come combinazione dei versori, ciascuno moltiplicato per la componente del vettore lungo l'asse corrispondente

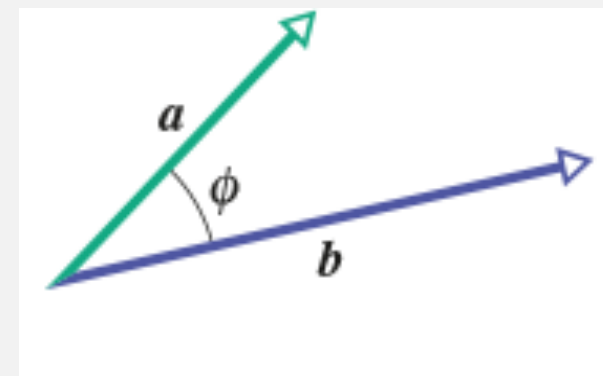
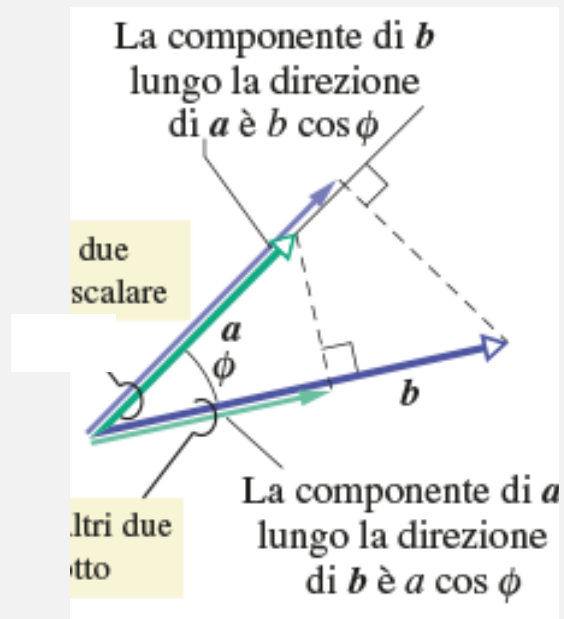
$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$





Il prodotto scalare fra due vettori

Talvolta in fisica si deve misurare l'effetto di un vettore lungo la direzione di un altro vettore



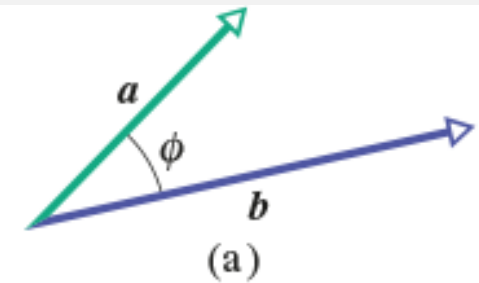


Il prodotto scalare fra due vettori

Il prodotto scalare di due vettori è definito come il prodotto del modulo del primo per il modulo del secondo proiettato lungo la direzione del primo, o viceversa

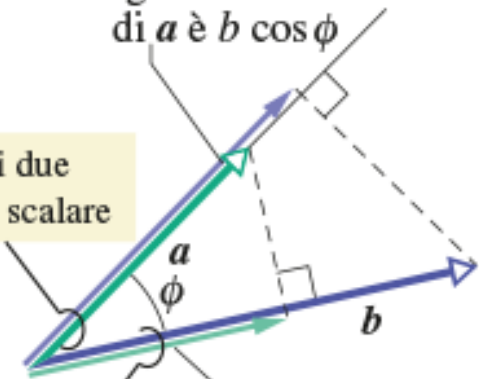
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \phi$$

Si legge: **a scalar b**



La componente di $\vec{b}$ lungo la direzione di $\vec{a}$ è $b \cos \phi$

Moltiplicando questi due si ottiene il prodotto scalare



La componente di $\vec{a}$ lungo la direzione di $\vec{b}$ è $a \cos \phi$

O moltiplicando questi altri due si ottiene lo stesso prodotto

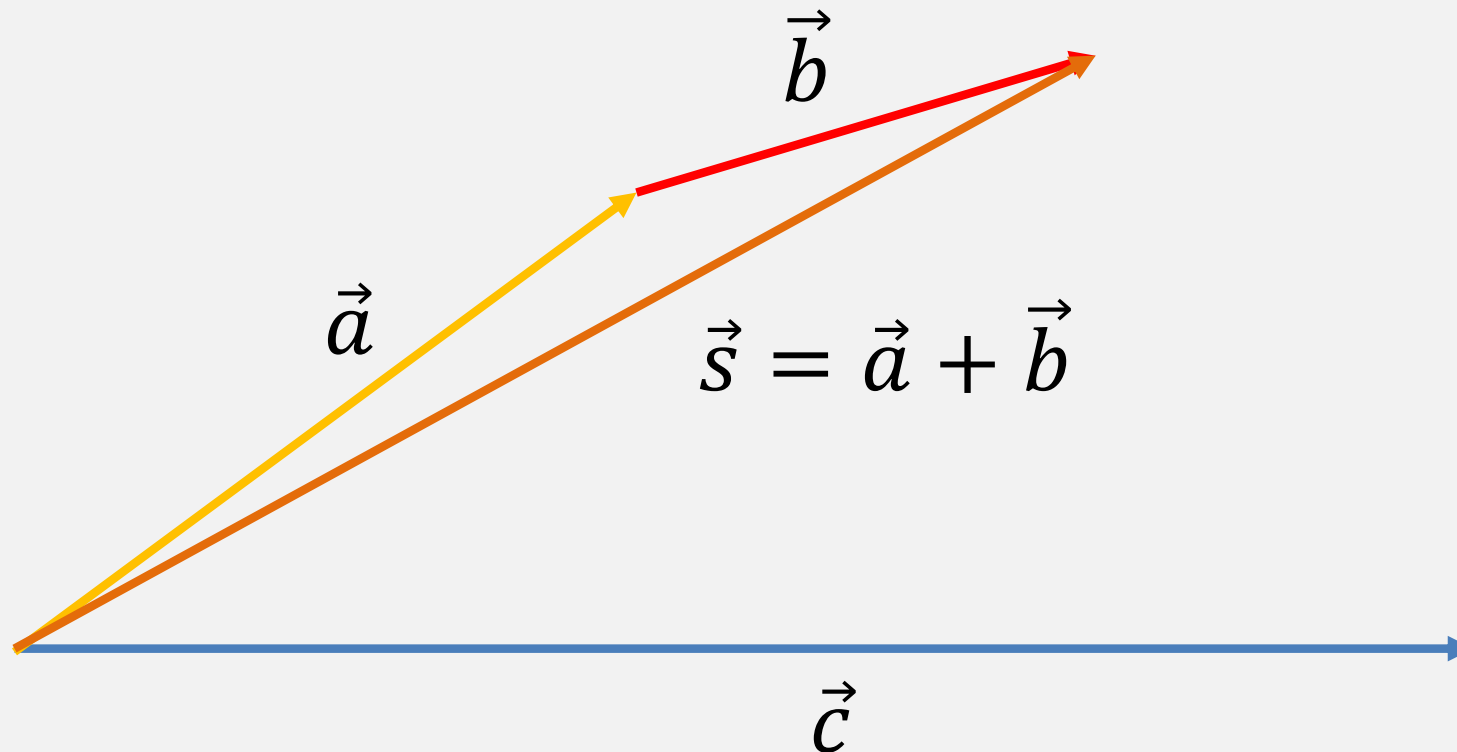
(b)



Il prodotto scalare fra due vettori

Il prodotto scalare gode
della proprietà distributiva

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$



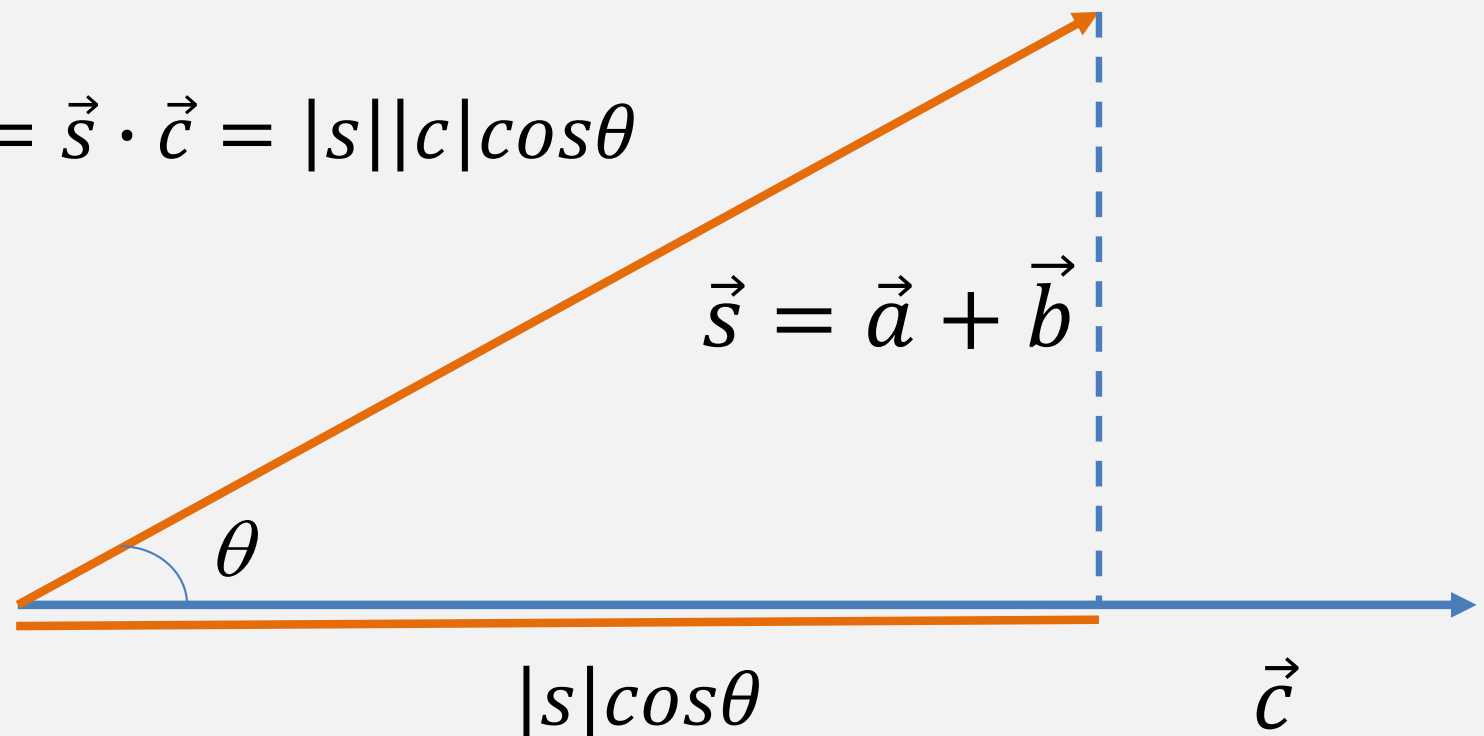


Il prodotto scalare fra due vettori

Il prodotto scalare gode
della proprietà distributiva

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{s} \cdot \vec{c} = |s||c|\cos\theta$$



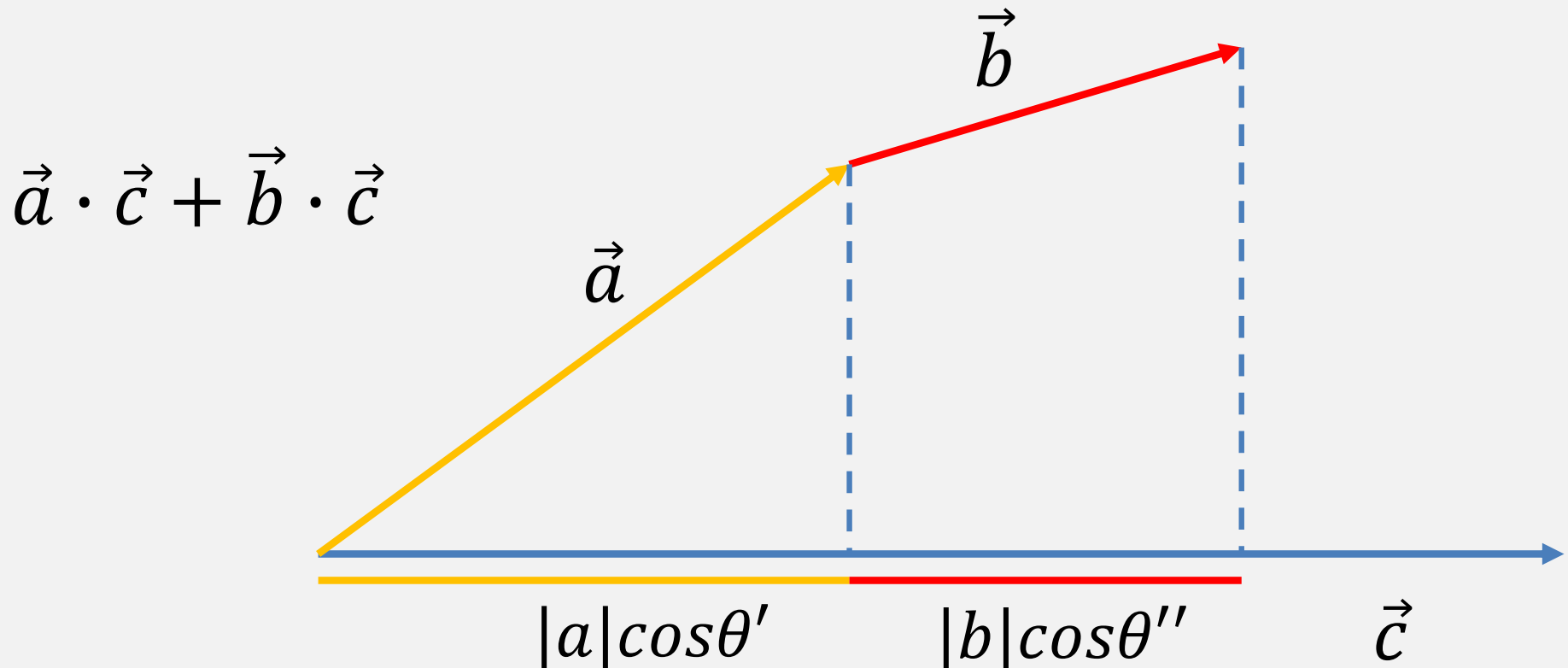


Il prodotto scalare fra due vettori

Il prodotto scalare gode
della proprietà distributiva

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = |c|(|a|\cos\theta' + |b|\cos\theta'') = |c||s|\cos\theta$$



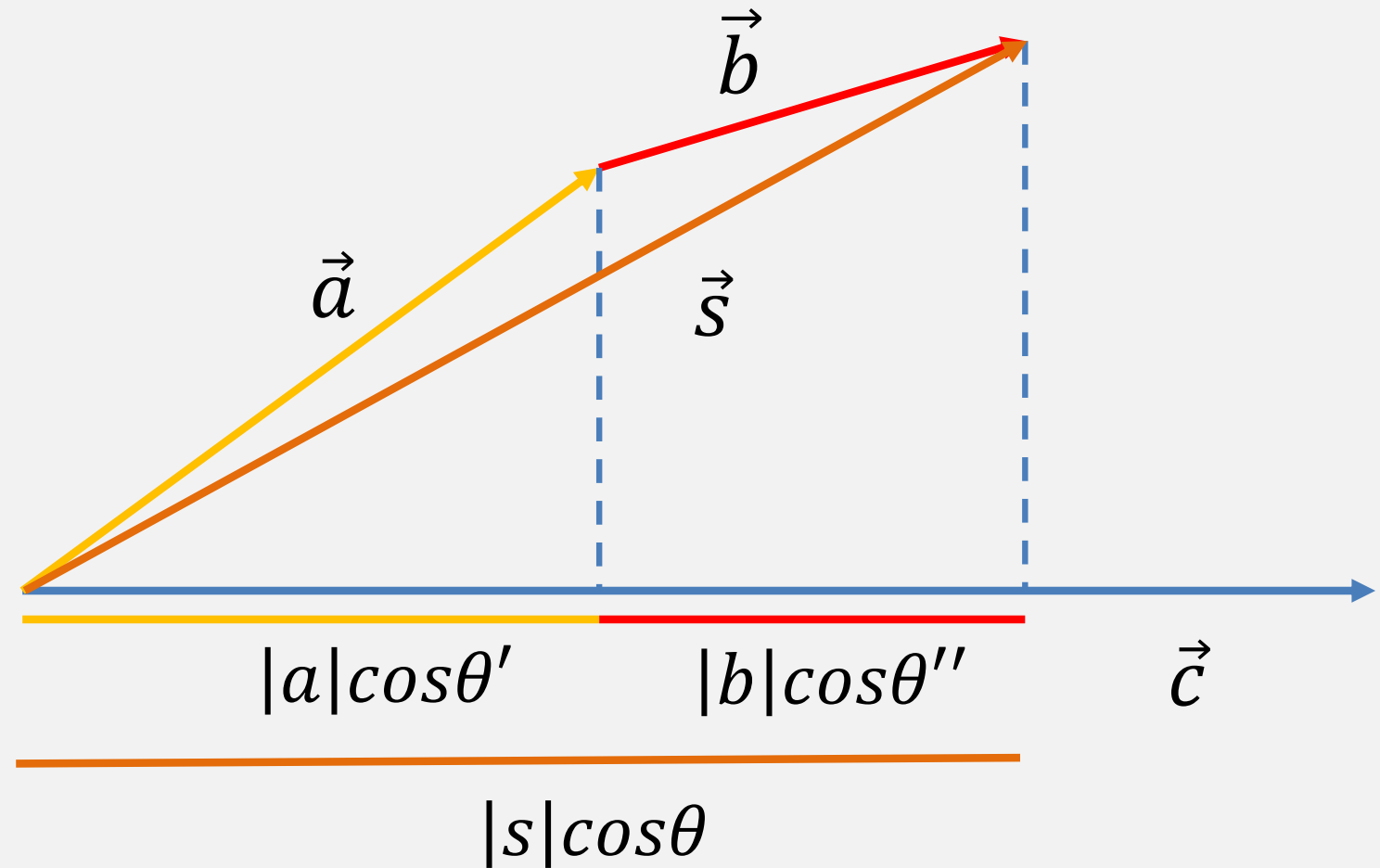


Il prodotto scalare fra due vettori

Il prodotto scalare gode
della proprietà distributiva

$$\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = |c|(|a|\cos\theta' + |b|\cos\theta'') = |c||s|\cos\theta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

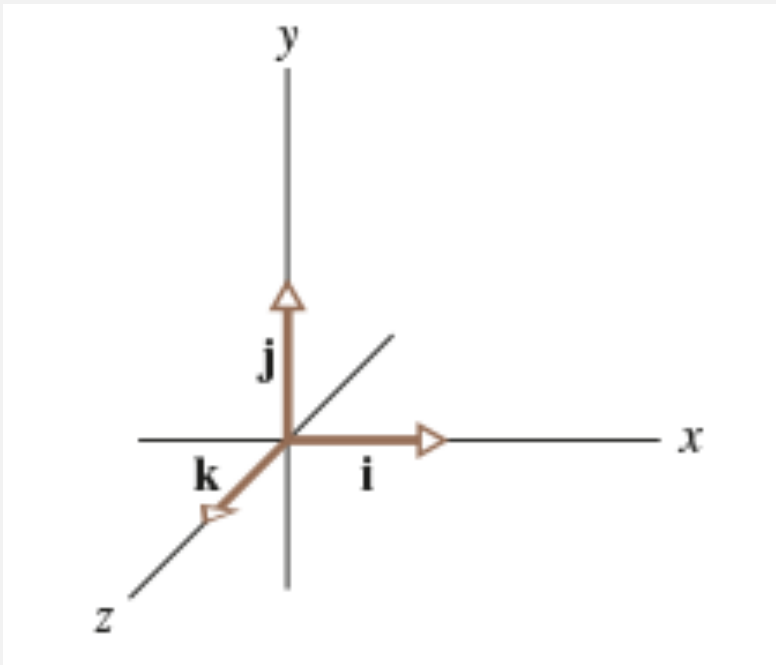




Il prodotto scalare fra due vettori

Utilizzando la proprietà distributiva, dimostrare che il risultato di un prodotto scalare è anche:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$





Il prodotto scalare fra due vettori

Dimostrare che i tre vettori seguenti possono essere orientati come i lati di un triangolo rettangolo

$$\begin{cases} 6\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} \\ 2\hat{i} - 6\hat{j} + 10\hat{k} \\ 4\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k} \end{cases}$$



Il prodotto scalare fra due vettori

Dimostrare che il quadrato del modulo di un vettore è il prodotto scalare del vettore con sé stesso

$$|a|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$$



Il prodotto scalare fra due vettori

Nel piano x-y-z disegnare i due vettori seguenti

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + 0\hat{k} \\ \frac{1}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j} + 0\hat{k} \end{cases}$$

Trovare le coordinate di un terzo vettore che sia perpendicolare sia al primo, sia al secondo, e che abbia un modulo pari a 4 unità

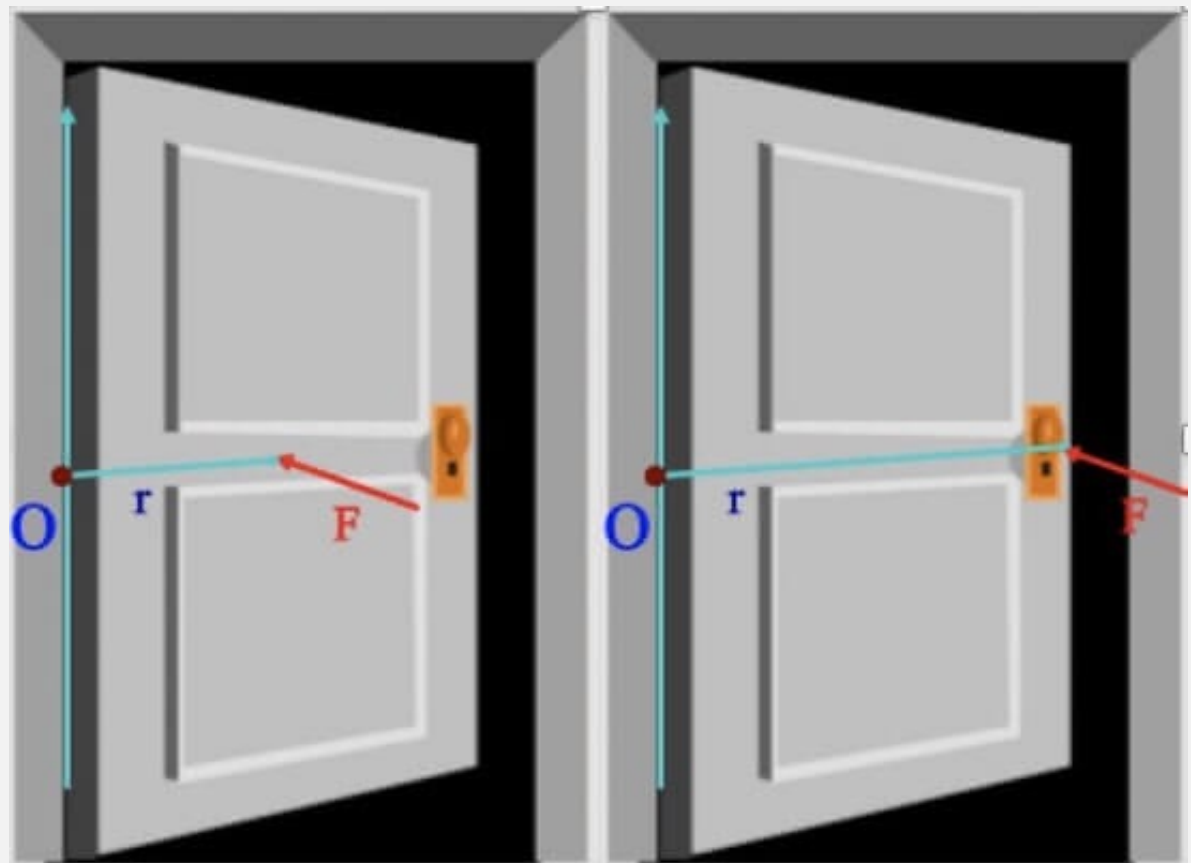


Il prodotto vettoriale fra due vettori

Talvolta l'interazione fra vettori deve essere espressa in senso 'vettoriale'

ESEMPIO:

L'applicazione della 'forza' per aprire la porta genera un 'momento' che nell'esempio riportato è orientato lungo l'asse di rotazione





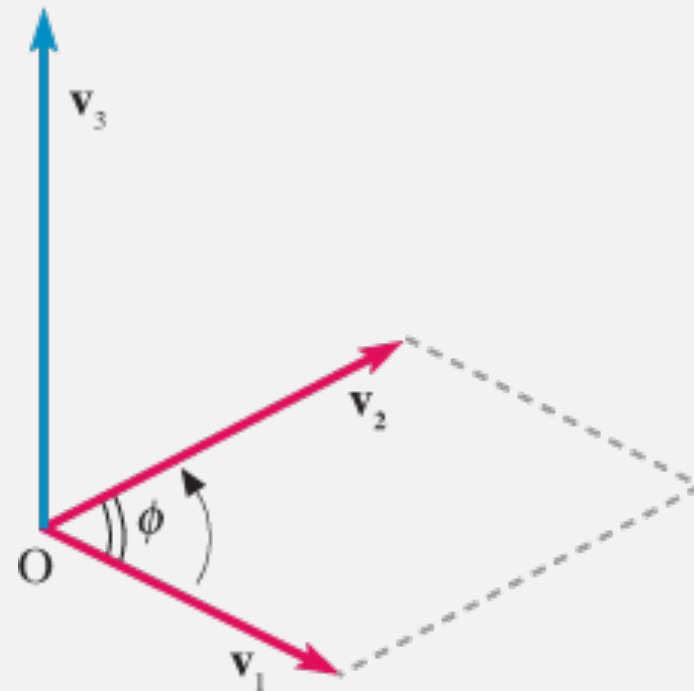
Il prodotto vettoriale fra due vettori

Talvolta l'interazione fra vettori deve essere espressa in senso 'vettoriale'

Il prodotto vettoriale fra due vettori è un vettore:

- Perpendicolare al piano individuato dai due vettori
- Il verso è quello dato dalla 'regola della mano destra'
- Il modulo è dato dalla seguente formula:

$$|v_3| = |v_1| |v_2| \sin\phi$$





Il prodotto vettoriale fra due vettori

Si dimostra che le componenti del prodotto vettoriale possono essere ottenute dalla soluzione del seguente determinante

$$\vec{v}_3 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{aligned} v_{3x} &= v_{1y}v_{2z} - v_{1z}v_{2y} \\ v_{3y} &= v_{1z}v_{2x} - v_{1x}v_{2z} \\ v_{3z} &= v_{1x}v_{2y} - v_{1y}v_{2x} \end{aligned}$$

Al momento tralasciamo gli approfondimenti sul prodotto vettoriale
Lo riprenderemo nello studio della dinamica dei corpi rigidi



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Precorso di Fisica

1-1) Un aeroplano viaggia per 200 km verso ovest, quindi per 300 km in direzione nord-ovest inclinata di 60° sull'asse x (Fig. 1.1). Determinare lo spostamento finale C .

Il problema può essere risolto sia graficamente che analiticamente. Nel primo caso, si può procedere come in Fig. 1.1: scelto l'asse y come asse sud-nord, l'asse x come asse ovest-est, si riportano i due spostamenti A e B

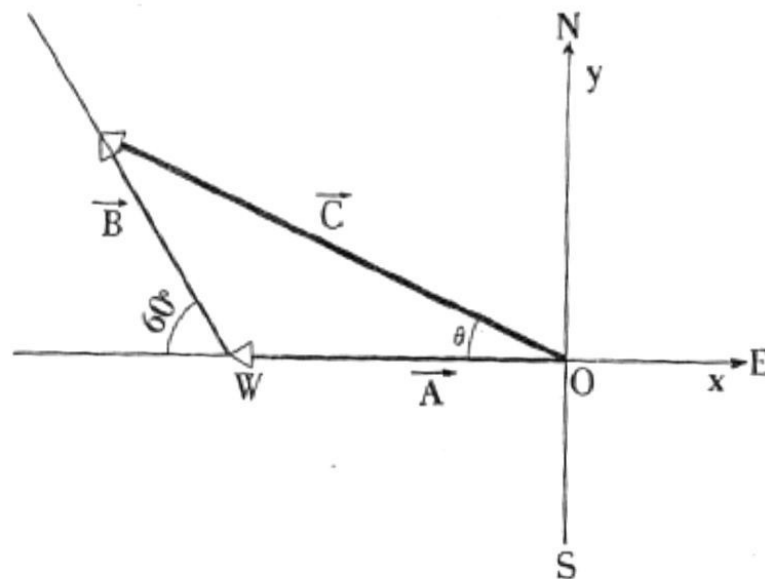


Fig. 1.1.

con opportuna unità di misura su tale sistema di riferimento; si può allora misurare l'orientazione e il modulo del vettore C risultante. La soluzione analitica è più precisa; il vettore somma C è dato da

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}.$$



Università degli Studi di Napoli “Parthenope”- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

Proiettando sugli assi, si ha

$$A_x + B_x = C_x,$$

$$A_y + B_y = C_y,$$

ma $A_x = A$, $A_y = 0$, da cui

$$C_x = A + B_x = A + B \cos 60^\circ = A + \frac{1}{2} B = (200 + 150) \text{ km} = 350 \text{ km},$$

$$C_y = B_y = B \sin 60^\circ = B \frac{\sqrt{3}}{2} = 259,80 \text{ km},$$

quindi

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = 435,88 \text{ km},$$

L'orientazione del vettore $\mathbf{C}$ è data da

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{C_y}{C_x} = 0,7423,$$

da cui

$$\theta = 36^\circ 35'.$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope" - Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Precorso di Fisica

1-4) Dimostrare che i vettori

$$\mathbf{u} = 6\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k},$$

$$\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 10\mathbf{k},$$

$$\mathbf{z} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 8\mathbf{k},$$

formano un triangolo rettangolo.

Perché tre vettori formino un triangolo occorre che sia soddisfatta una delle seguenti due condizioni:

a) uno di essi sia uguale alla somma degli altri due;

b) i tre vettori abbiano somma nulla.

Verifichiamo che nel nostro caso è soddisfatta la condizione a).

Infatti è:

$$v_x + z_x = 6 = u_x$$

$$v_y + z_y = -4 = u_y \quad \text{perciò} \quad \mathbf{v} + \mathbf{z} = \mathbf{u}.$$

$$v_z + z_z = 2 = u_z$$

Per vedere se il triangolo formato è rettangolo, calcoliamo i prodotti scalari fra i tre vettori a due a due: se un prodotto scalare è nullo, allora il triangolo è rettangolo.

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (6)(2) + (-4)(-6) + (2)(10) = 56 \neq 0;$$

$$\mathbf{v} \times \mathbf{z} = (2)(4) + (-6)(2) + (10)(-8) = -84 \neq 0;$$

$$\mathbf{z} \times \mathbf{u} = (4)(6) + (2)(-4) + (-8)(2) = 0.$$

Da quest'ultima espressione si vede come $\mathbf{z}$ e $\mathbf{u}$ siano perpendicolari, e come perciò $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{z}$ formino un triangolo rettangolo.



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

1-7) Se $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, trovare un vettore $\mathbf{w}$, di modulo $w = 5$, che sia perpendicolare sia a $\mathbf{u}$ che a $\mathbf{v}$.

Quando due vettori sono perpendicolari, è nullo il loro prodotto scalare. Allora il vettore $\mathbf{w}$, indicando con x, y, z le sue componenti, deve soddisfare alle seguenti tre condizioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{w} \cdot \mathbf{u} = 0, \text{ cioè } (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) \cdot (2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{w} \cdot \mathbf{v} = 0, \text{ cioè } (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}) = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w = 5, \text{ cioè } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5. \end{array} \right. \quad (3)$$

Sviluppando i prodotti:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y - 3z = 0 \end{array} \right. \quad (1')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 2y + z = 0 \end{array} \right. \quad (2')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = 25. \end{array} \right. \quad (3')$$

Dalle (1') e (2') si possono ricavare x e y in funzione di z , che sarà dato allora dalla (3'):

$$x = z, \quad y = z, \quad z = 2,89,$$

da cui

$$\mathbf{w} = 2,89\mathbf{i} + 2,89\mathbf{j} + 2,89\mathbf{k}.$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

1-15) Una barca a motore con una velocità $v_b = 10$ nodi attraversa un fiume le cui acque si muovono con una velocità $v_f = 3$ km/h. (Fig. 1.15). Se il fiume è largo $d = 300$ m, e se si suppone che la velocità v_f sia costante

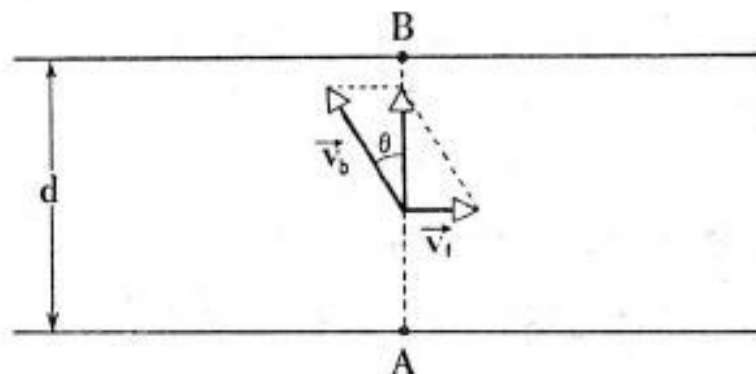


Fig. 1.15.

per tutta la larghezza d , di quale angolo θ deve modificare la rotta la barca, partita da A , se vuole raggiungere il punto B sull'altra sponda?

Ricordiamo innanzitutto che è

$$1 \text{ nodo} = 1 \text{ miglio marino all'ora} = 1,853 \text{ km/h} = 0,515 \text{ m/s}.$$

La direzione θ è data da

$$\sin \theta = \frac{v_f}{v_b} = \frac{3}{18,53} = 0,1619,$$

da cui

$$\theta = 9^\circ 19'.$$



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

- 11** La velocità massima di un piccione viaggiatore è di 25 m/s. Se, viaggiando costantemente a questa velocità, il piccione attraversasse il Canale di Sicilia seguendo il percorso più breve (145 km), quanto tempo (ore e minuti) impiegherebbe?
- *12** Il Gran Premio Ciclistico delle Nazioni, a cronometro, fu nel 1968 vinto da Gimondi che coprì il percorso di 73,5 km alla media di 47,52 km/h. Quale fu il tempo (ore, minuti e secondi) fatto registrare da Gimondi?
- *13** Nel 1969 il britannico Charles Kavanagh discese in canoa il Reno da Coira a Willemstad (1150 km) impiegando 17,5 giorni. A quale velocità media, in km/h, viaggiò il canoista?
- *14** L'«anno luce» è una unità di lunghezza usata per misure astronomiche e corrisponde alla distanza percorsa dalla luce (alla velocità di $3 \cdot 10^5$ km/s) in un anno.
- (a) A quanti chilometri equivale un anno luce?
 - (b) La più vicina nebulosa («Grande Nebulosa di Andromeda») dista dalla Terra $2 \cdot 10^{19}$ km mentre la distanza della stella più vicina («Alpha Centauri») è di $4,3 \cdot 10^{13}$ km. Quali sono le loro distanze espresse in anni luce?
 - (c) Sapendo che il raggio della nostra Galassia è di $6 \cdot 10^{16}$ km, quanti anni impiegherebbe un segnale luminoso a viaggiare da un estremo all'altro di essa?
- 15** Il «nodo» è una unità nautica di misura della velocità. Si realizza la velocità di 1 nodo quando la distanza corrispondente a 1 miglio marino, pari a 1852 m, è percorsa in 1 ora.
- (a) Un aliscafo, una motovedetta della Guardia di Finanza e una petroliera stanno viaggiando, rispettivamente, alla velocità di 74 km/h, 48 km/h e 33 km/h: quali sono le loro velocità espresse in nodi?
 - (b) Una nave da carico, la cui velocità massima è di 16 nodi, salpa da Marsiglia diretta a Genova. Sapendo che la rotta da seguire comporta un percorso di 210 miglia marine e che lungo le prime 5 miglia e lungo le ultime 5 il mercantile può viaggiare ad una velocità media non superiore a 4 nodi, si calcoli il tempo minimo necessario perché la nave giunga a destinazione.



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

- 16** Un fondista ha partecipato ad una gara sui 5000 metri. Egli ha percorso i primi 2 chilometri alla velocità media di 22,5 km/h, il terzo e quarto chilometro alla velocità media di 19,9 km/h e l'ultimo chilometro alla velocità media di 20,6 km/h. Quali sono stati il tempo (minuti e secondi) e la velocità media fatti registrare dall'atleta sull'intero percorso?
- 17** Un'automobile ha raggiunto la località B partendo dalla località A, distante 175 km. Essa ha percorso dapprima 73 km alla velocità media di 84,5 km/h, quindi, dopo aver sostato in un'area di parcheggio per 18 minuti, ha percorso i rimanenti 102 km alla velocità media di 98 km/h. Tenendo conto anche della sosta, qual è stato il tempo (ore e minuti) complessivamente impiegato per andare da A a B, e quale è stata la velocità media, in km/h, sull'intero percorso?
- 18** Il passeggero di un'auto, che viaggia su di un'autostrada a velocità costante, misura mediante un cronometro l'intervallo di tempo impiegato dalla vettura a transitare davanti a due cartelli segnaletici successivi, distanti 1 km; l'intervallo di tempo misurato è di 37,5 s. Poiché durante tale intervallo di tempo la lancetta del tachimetro è rimasta ferma su 110 km/h, qual è lo scarto assoluto fra la velocità segnalata dal tachimetro e quella misurata dal passeggero? Se consideriamo quest'ultima come velocità reale della vettura, qual è l'errore relativo del tachimetro?
- 19** Un uccello migratore sta sorvolando la Pianura Padana (45° di latitudine nord), diretto a un punto dell'Africa, di egual longitudine, situato all'equatore. Sapendo che il raggio terrestre è di 6400 km e che l'uccello può viaggiare ad una velocità massima di 80 km/h, calcolare il tempo minimo necessario perché l'uccello giunga a destinazione.

- 20** Su di un rettilineo una utilitaria A, lunga 2,9 m, che viaggia alla velocità di 75 km/h, inizia il sorpasso di un «Tir» C, lungo 12,5 m, che procede alla velocità di 60 km/h (fig. 4). All'altro capo del rettilineo un'autovettura B, che nell'istante in cui A inizia il sorpasso è a 300 m da A, viaggia in senso opposto alla velocità di 110 km/h. Se le velocità dei tre veicoli non si modificano, potrà A portare a termine il sorpasso prima che sorraggiunga B? Si consideri che occorrono 1,5 s perché l'utilitaria, ultimato il sorpasso, si riporti nella corsia di destra.

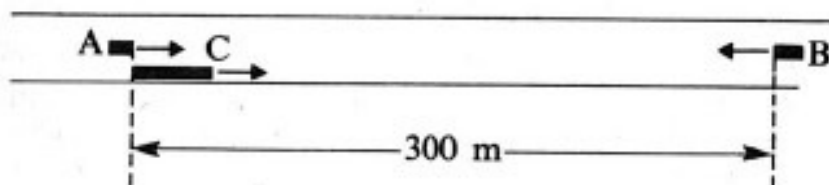
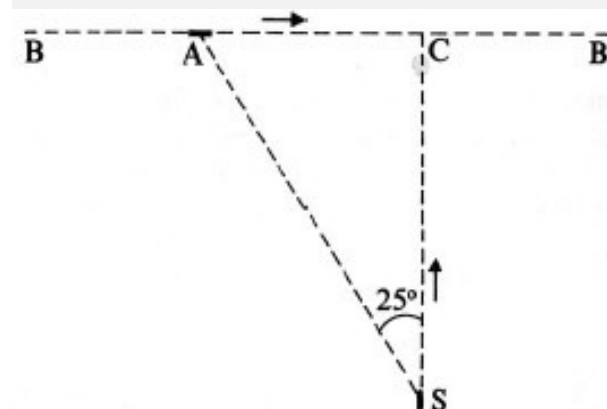


Figura 4

- 21** Una nave da carico procede, con velocità costante, seguendo una rotta rettilinea BB' . Il comandante di un sommergibile nemico, fermo nella posizione S, intende affondare il mercantile e, a tal fine, fa partire un siluro che, viaggiando alla velocità costante di 32 nodi, in una direzione perpendicolare a BB' , colpisce il bersaglio in C (fig. 5). Nell'istante in cui il siluro viene lanciato il mercantile è nella posizione A; l'angolo che la direzione AS forma con la direzione di lancio è di 25° . Si chiede quale fosse la velocità della nave prima che venisse silurata.





Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

- 22** All'istante $t = 0$ una persona, a piedi, imbocca in A un lungo viale che quindi percorre alla velocità costante di 4,5 km/h. Dieci minuti dopo un ciclista imbocca in A il viale che poi percorre alla velocità costante di 18 km/h. Dopo quanto tempo il ciclista raggiunge il pedone? Quanto dista A dal punto in cui il ciclista sorpassa la persona a piedi?
- 23** Durante la fase di decollo un aereo percorre sulla pista 2,25 km in 45 s. Calcolare, in km/h, la velocità posseduta dall'aereo appena si stacca dal suolo (velocità di decollo) e l'accelerazione, supposta costante.
- *24** Un'automobile si è fermata al termine di un raccordo che immette su di una strada dove il traffico si muove stazionariamente alla velocità di 80 km/h. Dopo che il conducente ha atteso che sulla corsia più a destra si determinasse un'interruzione del traffico sufficientemente lunga, l'auto riparte accelerando uniformemente con accelerazione di $1,3 \text{ m/s}^2$. Quanto tempo impiegherà la vettura a raggiungere la velocità di 80 km/h e quale percorso avrà compiuto al termine di questo intervallo di tempo?
- 25** Il conducente di un'autovettura, che procede alla velocità di 100 km/h, si avvede di una situazione di pericolo ed aziona i freni sino ad arrestare la macchina. Sapendo che il tempo impiegato per fermare il veicolo è di 7,5 s, si calcoli lo «spazio di frenata», cioè la lunghezza del percorso compiuto dal momento in cui il conducente inizia ad azionare i freni e l'istante di arresto. Si consideri il moto uniformemente ritardato.



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie
Precorso di Fisica

- 29** Un aviogetto, che decolla dall'aeroporto di Roma-Fiumicino, deve raggiungere l'aeroporto di Parigi-Orly, distante 1100 km. L'aereo, nella fase di involo, accelera uniformemente per 30 km sino a raggiungere la velocità di crociera di 800 km/h. Se nella fase di planata l'accelerazione è la stessa, qual è il tempo occorrente al «jet» per compiere l'intero percorso, supponendo che esso segua la rotta più breve e che, giunto in prossimità dell'aeroporto di arrivo, riceva subito l'autorizzazione ad atterrare?
- *30** Un'autovettura riparte dopo che è rimasta ferma per qualche istante al casello d'ingresso di un'autostrada. Essa procede dapprima con accelerazione costante di $1,40 \text{ m/s}^2$ per 30 s, quindi, dopo aver proseguito con accelerazione nulla per 320 s, decelera uniformemente per 450 m arrestandosi alla fine su di una piazzola di sosta.
Calcolare: (a) la massima velocità raggiunta dall'auto; (b) la lunghezza in km del percorso da essa complessivamente compiuto dall'istante in cui riparte dal casello all'istante di arresto sulla piazzola; (c) il valore della decelerazione negli ultimi 450 m.
- 31** Due stazioni della Ferrovia Circumvesuviana distano 800 m. Se la massima accelerazione tollerabile per i passeggeri è di $1,4 \text{ m/s}^2$, qual è la velocità massima che un treno «accelerato» può raggiungere su tale distanza? Qual è il tempo minimo necessario per coprire il percorso da una stazione all'altra?
- 32** Il vincitore di una gara sui 100 metri piani ha fatto registrare il tempo di 10,2 s. Assumendo che la fase di accelerazione si sia avuta nei primi 20 m e che il velocista abbia accelerato uniformemente fino ad una velocità massima che è riuscito poi a mantenere per il resto del percorso, calcolare: (a) la durata della fase di accelerazione; (b) la velocità massima; (c) il valore dell'accelerazione; (d) la velocità media sull'intero percorso.



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"- Dipartimento di Scienze e Tecnologie Precorso di Fisica

- 33** Si chiama «punto critico» della corsa di decollo di un aereo quel punto della pista, raggiunto il quale, non è più possibile arrestare l'aereo entro la pista stessa e quindi, anche in caso di guasto all'apparato motopropulsore, è necessario tentare egualmente l'involo.

Un «jet» inizia la corsa di decollo a uno degli estremi di una pista lunga 2300 m, accelerando uniformemente con accelerazione di $2,3 \text{ m/s}^2$. A 25 s dall'inizio della corsa il primo pilota si avvede di un'avaria ad uno dei motori. Dal momento che i sistemi di frenatura consentono una decelerazione massima di $1,5 \text{ m/s}^2$, si chiede se in quell'istante il punto critico sia già stato superato.

- 34** Un treno parte da una stazione mantenendo un'accelerazione costante per 50 s, viaggia poi a velocità costante per 3 min e 20 s, quindi rallenta con decelerazione costante per 65 s sino a fermarsi alla successiva stazione; nell'ultimo intervallo di tempo il percorso compiuto è di 900 m.

Quanto distano le due stazioni? Come si tracciano i diagrammi velocità-tempo e accelerazione-tempo?