

ESERCITAZIONE 10: derivate - 1 parte

ESERCIZIO 1. Dopo aver individuato il dominio, calcolare la derivata delle seguenti funzioni, specificando l'insieme di derivabilità. Classificare poi gli eventuali punti di non derivabilità (punti di non continuità, cuspidi, punti angolosi, punti a tangente verticale).

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1.a) $x^3 - 2x^5 + 7x - 3$, | 1.b) $\frac{x^2 + x}{x - 1}$, | 1.c) $\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 1}$, |
| 1.d) $\frac{x^3 - x + 1}{x^2 - 5}$, | 1.e) $\sqrt{x} - e^x + \cos x$, | 1.f) $\cos(3x) - \sin(x^2)$, |
| 1.g) $\sqrt{ x + 2 }$, | 1.h) $\sqrt[3]{1 - x^3}$, | 1.i) $\sqrt[3]{1 - x^2}$, |
| 1.j) $x \log(3x^2)$, | 1.k) $\log \frac{x - 3}{x + 1}$, | 1.l) $\frac{x - 3}{x + 1} \log x$, |
| 1.m) e^{1-x^2} , | 1.n) $e^{ x-1 }$, | 1.o) $\frac{x + 1}{2 - x} e^x$, |
| 1.p) $(x + 5) e^{3x^2}$, | 1.q) 5^x , | 1.r) $\log_2 x$, |
| 1.s) $\cos \frac{x - \pi}{x}$, | 1.t) $\arctan(x^2 - 1)$, | 1.u) $\arcsin \sqrt{1 + x^2}$, |

ESERCIZIO 2. Determinare, se possibile, l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni, nei punti a fianco indicati

- | | |
|------------------------------------|--|
| 2.a) $\sin x$ | nel punto di ascissa $x = \pi/3$, |
| 2.b) $\frac{\sqrt{x^3 + 3}}{x}$ | nel punto $x = 1, y = f(x) = 2$, |
| 2.c) $\sqrt[5]{x}$ | nel punto di ascissa $x = 0$, |
| 2.d) $\sqrt{ 4 - x^2 }$ | nel punto di ascissa $x = 2$, |
| 2.e) $\cos \log x$ | nel punto di ascissa $x = e^{\pi/2}$, |
| 2.f) e^{x^2} | nel punto di ascissa $x = -1$, |
| 2.g) $\arctan \frac{1 + x}{1 - x}$ | nel punto di ascissa $x = 0$, |
| 2.h) $e^{2x}(2 \sin 3x - 4x)$ | nel punto di ascissa $x = \frac{\pi}{2}$, |
| 2.i) $2^{x^2 + 3x}$ | nel punto di ascissa $x = 0$. |

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 3.a) $f(x)$ è continua sul suo dominio | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 3.b) $f(x)$ è derivabile su $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 3.c) $f(x)$ verifica le ipotesi del Teorema di Rolle su $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 3.d) $f(x)$ verifica le ipotesi del Teor. di Weierstrass su $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 3.e) $x = 1$ è un punto stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 3.f) $x = 1$ è un punto di minimo assoluto | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 3.g) il punto di massimo assoluto è stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 3.h) il punto di minimo assoluto è stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

ESERCIZIO 4. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-x}$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 4.a) $f(x)$ è crescente | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 4.b) $f(x)$ è crescente sull'intervallo $(0, \sqrt{2}-1)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 4.c) $f(x)$ è decrescente sull'intervallo $(\sqrt{2}-1, +\infty)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 4.d) $x = \sqrt{2}-1$ è un punto stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 4.e) $x = \sqrt{2}-1$ è un punto di massimo relativo | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 4.f) $x = \sqrt{2}-1$ è un punto di massimo assoluto | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

ESERCIZIO 5. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x^3-1}{x}}$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------|
| 5.a) $f(x)$ è crescente sull'intervallo $(1, +\infty)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.b) $f(x)$ è decrescente sull'intervallo $(-\infty, 0)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.c) $x = -1/\sqrt[3]{2}$ è un punto stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.d) $x = -1/\sqrt[3]{2}$ è un punto di minimo relativo | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.e) $x = -1/\sqrt[3]{2}$ è un punto di minimo assoluto | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.f) $x = 1$ è un punto a tangente verticale | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.g) $x = 1$ è un punto stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.h) $x = 1$ è un punto di minimo relativo | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.i) $x = 1$ è un punto di minimo assoluto | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 5.j) 0 è il minimo di $f(x)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

ESERCIZIO 6. Si consideri la funzione $f(x) = x^2 + |x|$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------|
| 7.a) $f(x)$ è pari | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.b) $x = 0$ è un punto stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.c) $x = 0$ è un punto di minimo relativo | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.d) $x = 0$ è un punto di minimo assoluto | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.e) $f(x)$ verifica le ipotesi del Teorema degli zeri nell'intervallo $[-2, 1]$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.f) $f(x)$ verifica le ipotesi del Teorema di Rolle nell'intervallo $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

ESERCIZIO 7. Si consideri la funzione $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, stabilire se è vera o falsa:

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 7.g) $x = 1$ è un punto di discontinuità | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.h) $x = 1$ è un punto angoloso | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.i) $x = -1$ è un punto angoloso | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.j) $x = 1$ è un punto di massimo assoluto | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.k) $x = -1$ è un punto di minimo assoluto | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.l) non ci sono punti stazionari | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.m) $f(x)$ è strettamente decrescente | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| 7.n) per ogni $c > 0$, l'equazione $f(x) = c$ ha esattamente due soluzioni | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |