

## ESERCITAZIONE 3: coniche

ESERCIZIO 1. Stabilire se ognuna delle seguenti equazioni rappresenta una circonferenza. In caso affermativo, individuarne il centro e il raggio:

1.a)  $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0,$

1.b)  $36x^2 + 36y^2 + 36x - 24y - 23 = 0,$

1.c)  $x^2 + y^2 + 2x + y + 3 = 0,$

1.d)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16.$

ESERCIZIO 2. Tracciare e scrivere le equazioni delle circonferenze

2.a) di centro  $(-2, 3)$  e raggio 2,2.b) di centro  $(1, 1/2)$  e raggio  $\sqrt{3}$ ,2.c) centrata nell'origine e passante per il punto  $(0, \sqrt{3})$ ,2.d) passante per i punti  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(1, 1)$ .

ESERCIZIO 3. Dopo aver determinato le coordinate dei fuochi e la lunghezza dei semiassi delle seguenti ellissi, disegnarle

3.a)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1,$

3.b)  $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 0,$

3.c)  $2x^2 + 3y^2 = 24.$

ESERCIZIO 4. Disegnare e scrivere le equazioni delle ellissi

4.a) di fuochi  $(3, 0)$  e  $(-3, 0)$  e semiassi maggiore 5,4.b) di fuochi  $(0, -2)$  e  $(0, 2)$  e semiassi minore 1,4.c) con fuochi sull'asse delle ascisse, semiassi minore 1 e passante per il punto  $(1, 1/2)$ .

ESERCIZIO 5. Determinare le coordinate dei fuochi e dei vertici e le equazioni degli asintoti delle seguenti iperboli:

5.a)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1,$

5.b)  $x^2 - y^2 = 4,$

5.c)  $y^2 - 3x^2 = 9.$

ESERCIZIO 6. Scrivere le equazioni delle iperboli

6.a) di fuochi  $(3, 0)$  e  $(-3, 0)$  e vertici  $(1, 0)$  e  $(-1, 0)$ ,6.b) di vertici  $(-2, 0)$  e  $(2, 0)$  e passante per il punto  $(3, 3)$ ,6.c) di fuochi  $(-2, 0)$  e  $(2, 0)$  e passante per il punto  $(1, 1)$ ,6.d) di vertici  $(1, 0)$  e  $(-1, 0)$  e asintoti  $y = \pm 2x$ ,6.e) equilatera di fuochi  $(-8, 0)$  e  $(8, 0)$ .

ESERCIZIO 7. Determinare il fuoco, la direttrice e il vertice e l'asse di simmetria delle seguenti parabole e tracciarle su un riferimento cartesiano.

7.a)  $x = y^2/4,$

7.b)  $y^2 = -3x,$

7.c)  $2x^2 = 3y,$

7.d)  $x^2 + 8y = 0,$

7.e)  $y = x^2 - 5x,$

7.f)  $y = -x^2 + x + 3,$

7.g)  $x = (y - 1)^2,$

7.h)  $x + (y + 2)^2 = 5,$

7.h)  $y - x^2 = 6x.$

ESERCIZIO 8. Tracciare e scrivere le equazioni delle parabole

8.a) con vertice in  $(1, 1)$ , asse parallelo all'asse  $y$  e passante per l'origine.

- 8.b) con asse parallelo all'asse  $x$  e passante per i punti  $(-3, 0)$ ,  $(0, \sqrt{3})$  e  $(0, -\sqrt{3})$ ,  
 8.c) con vertice nell'origine, asse parallelo all'asse  $x$  e passante per  $(1, 1)$ ,  
 8.d) con vertice nell'origine, direttrice parallela all'asse  $x$  e passante per  $(1, -2)$ ,  
 8.e) con vertice nell'origine, asse parallelo all'asse  $y$  e passante per  $(-1, 2)$ ,  
 8.f) con vertice nell'origine, asse parallelo all'asse  $y$  e passante per  $(-1, -2)$ ,  
 8.g) con vertice nell'origine, direttrice parallela all'asse  $y$  e passante per  $(1, -2)$ ,  
 8.h) con vertice in  $(-1, -2)$ , asse parallelo all'asse  $y$  e passante per  $(0, 1)$ ,  
 8.i) con asse  $x = 0$  e passante per  $(0, 9)$  e  $(-1, 10)$ ,  
 8.j) con asse  $y = 0$  e passante per  $(0, 1)$  e  $(-1, 0)$ .

ESERCIZIO 9. Trovare le intersezioni

9.a) fra le rette di equazioni  $4x - 5y + 1 = 0$  e  $y = 2x - 1$ ,

9.b) fra le rette di equazioni  $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$  e  $2x - y + 5 = 0$ ,

9.c) fra le rette di equazioni  $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 2t \end{cases}$  e  $\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \end{cases}$ ,

9.d) fra la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$  e la retta di equazione  $y + 1 = 0$ ,

9.e) fra la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$  e la retta di equazione  $y - x = 0$ ,

9.f) fra l'ellisse di equazione  $x^2/4 + y^2 = 1$  e l'iperbole  $x^2 - y^2 = 1$ .

9.g) fra la parabola di equazione  $y = x^2 - 4$  e l'ellisse  $x^2/25 + y^2/16 = 1$ .

ESERCIZIO 10. Classificare le coniche di equazione cartesiana:

$$\begin{array}{cccc} x^2 - 2y^2 = 9, & x^2 + 2y^2 = 9 & x^2 + 2y^2 = 0, & x^2 - 2y^2 = 0, \\ x^2 - 2y = 1, & x^2 + 2y = 0, & x^2 - 3x + y = 0, & xy - x = 0, \end{array}$$

cioè stabilire se sono ellissi/circonferenze, iperboli, parabole, o coniche degeneri, e disegnarle. Nel caso di coniche non degeneri, individuare gli enti geometrici caratteristici (fuochi, assi, direttrici....). Dire poi quali di queste curve contiene l'origine.