



*Università degli Studi di Napoli “Parthenope”
Dipartimento di Ingegneria*

Corso di Topografia

Lezione 1

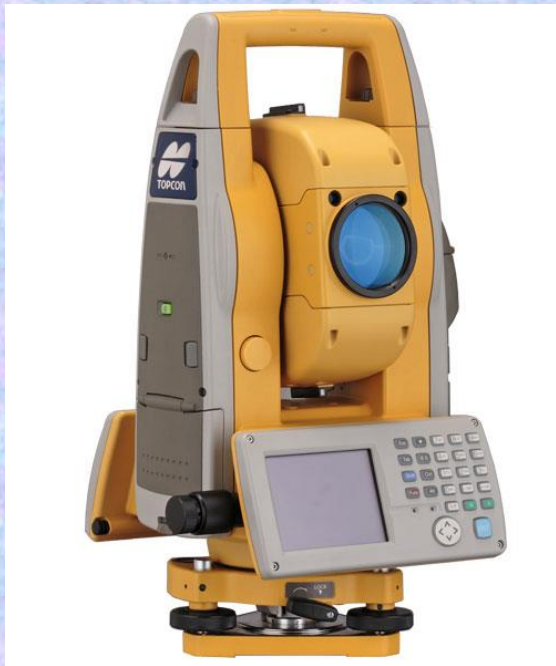
Introduzione al Corso

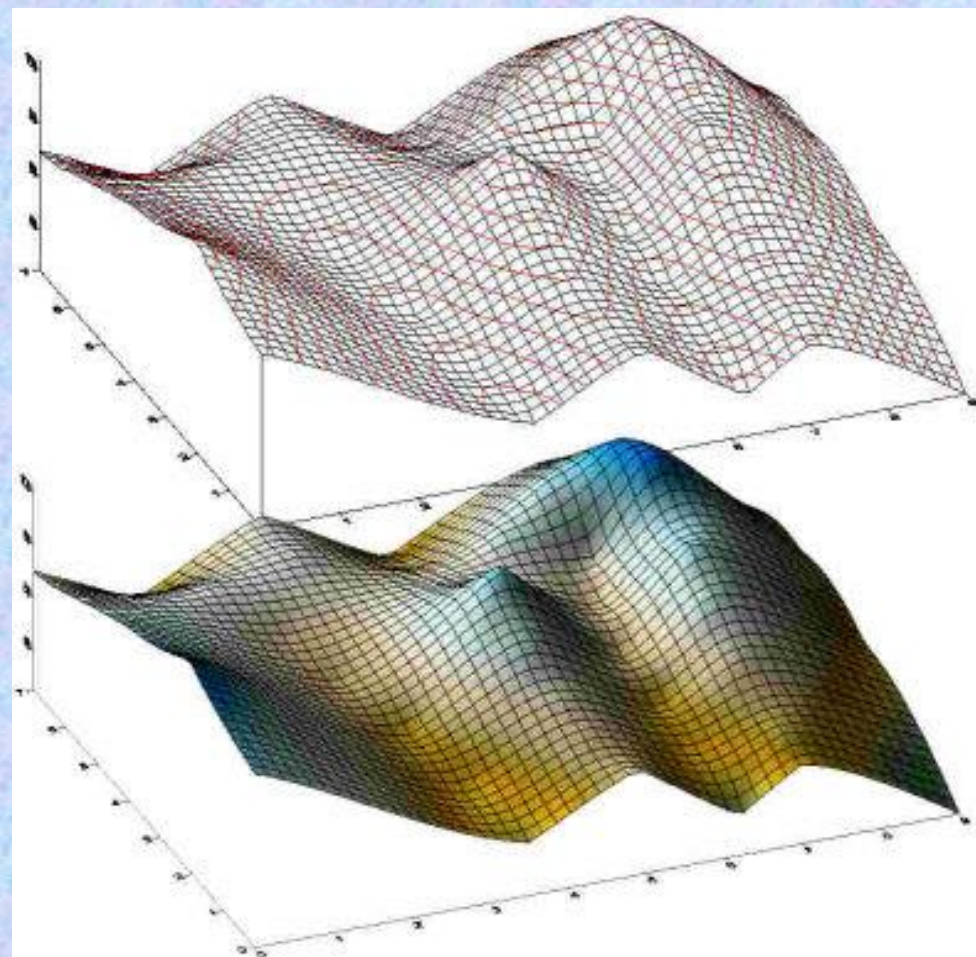
Modellazione della terra: modello sferico e modello ellissoidico

Claudio Parente

Che cosa è la Topografia

- La **topografia** (dal greco *topos*, luogo e *graphein*, scrivere) è la scienza che studia gli strumenti ed i metodi operativi, sia di calcolo sia di disegno, che sono necessari per ottenere una rappresentazione grafica, più o meno particolareggiata, di una parte della superficie terrestre.
- La topografia ha carattere applicativo e trae la sua base teorica dalle scienze pure: la matematica, la geometria e la fisica





Finalità del Corso

Il corso ha l'obiettivo di fornire i fondamenti teorici e pratici delle metodologie classiche ed avanzate del rilievo topografico e del monitoraggio, in relazione alle fasi di acquisizione, elaborazione e rappresentazione dei dati concernenti la configurazione del territorio ed i cambiamenti in atto.

Sono previste esercitazioni con strumentazione topografica ed elaborazione di dati.

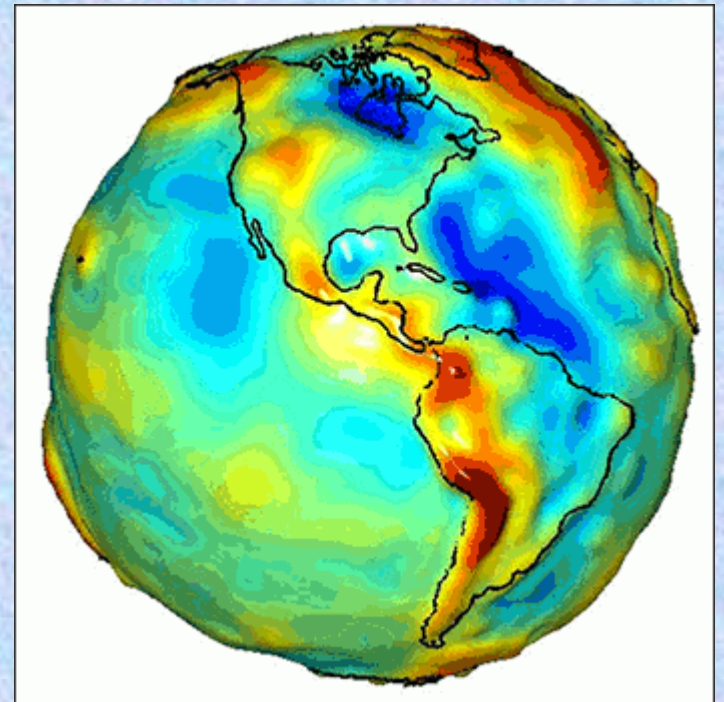
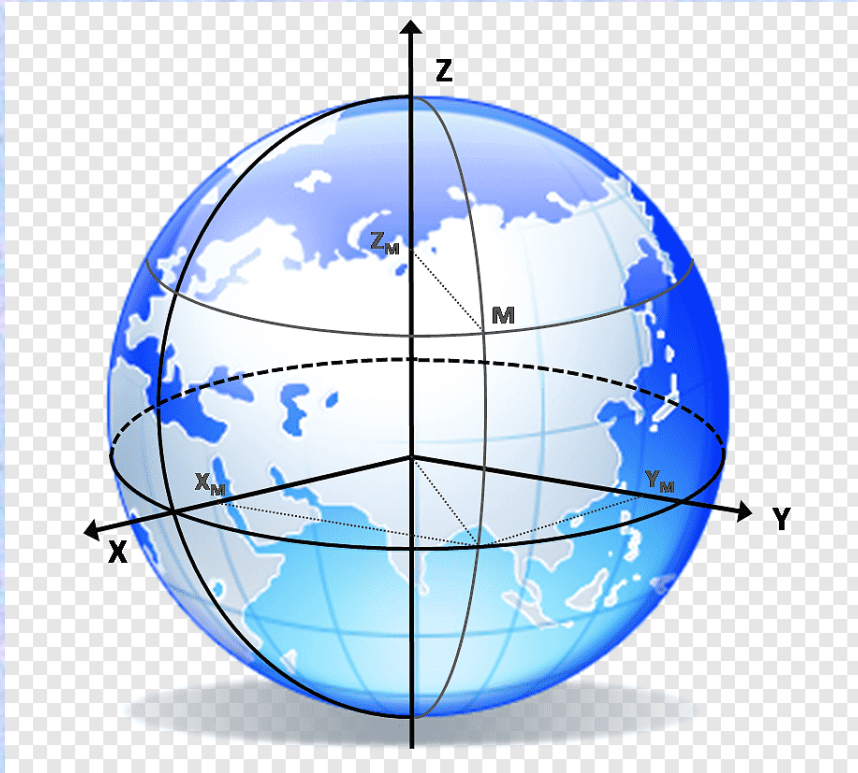
Pre-requisiti: È utile aver già assimilato le conoscenze fornite dai Corsi di Analisi Matematica e Fisica.

Finalità del Corso

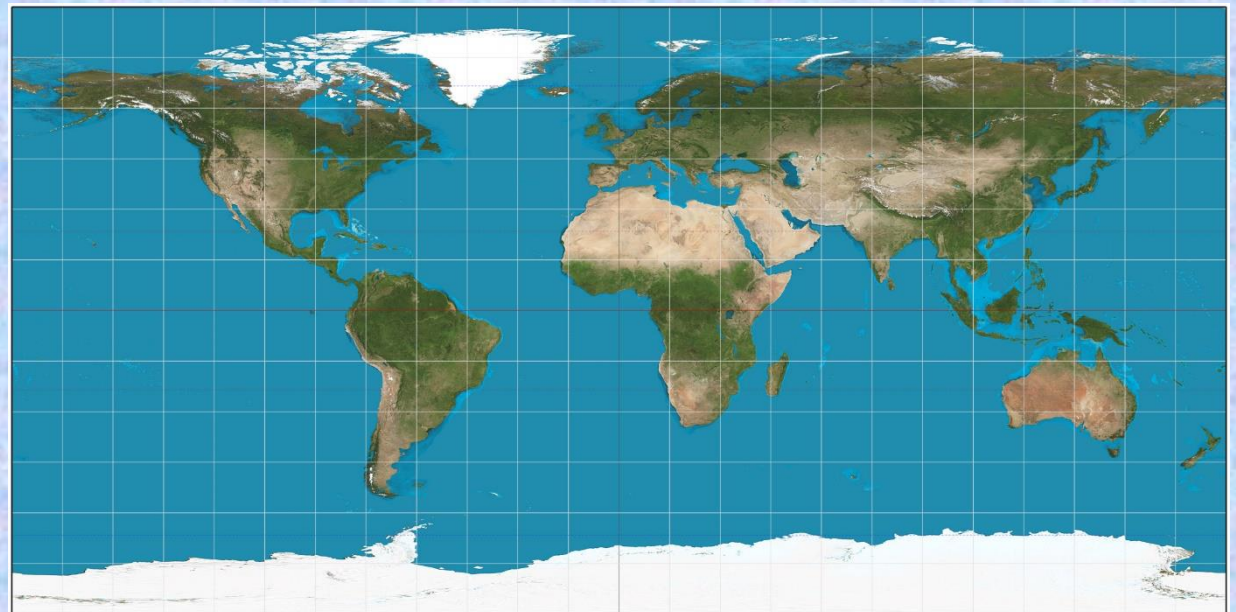
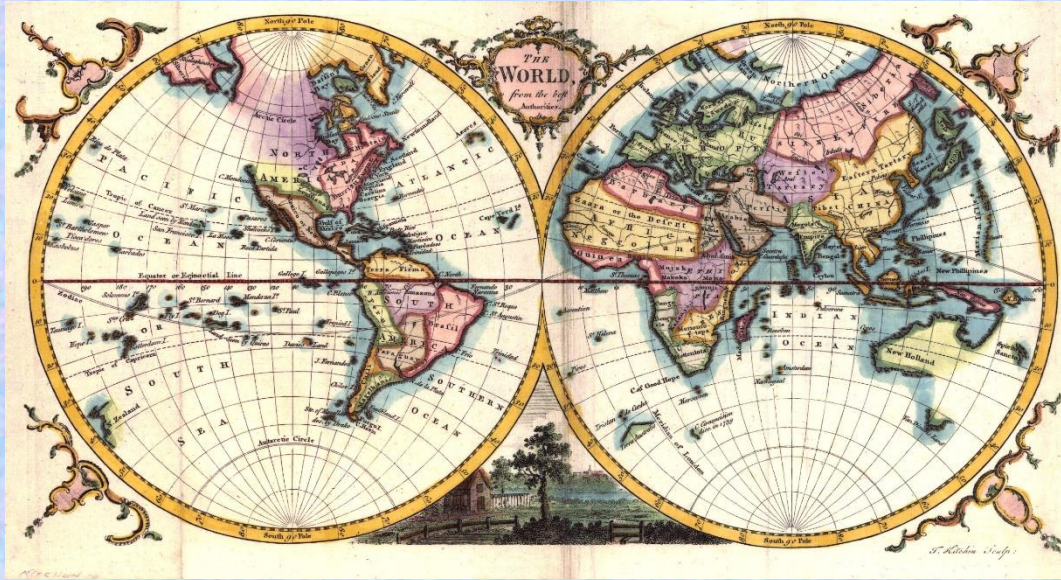
Il Corso è incentrato sugli argomenti di seguito elencati.

- Geodesia e modellazione 3D della Terra.
- Cartografia e rappresentazione 2D della superficie terrestre.
- Sistemi e superfici di riferimento per il rilievo.
- Affidabilità ed errori attesi nelle misure.
- Strumenti e metodi del rilievo topografico.
- Posizionamento e misure satellitari.

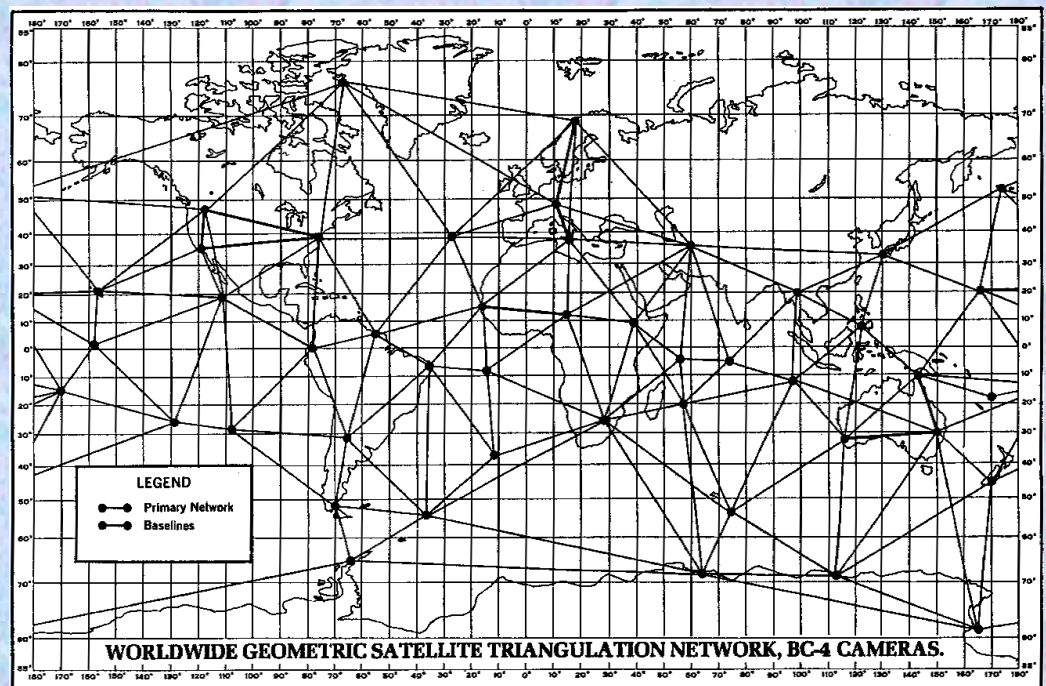
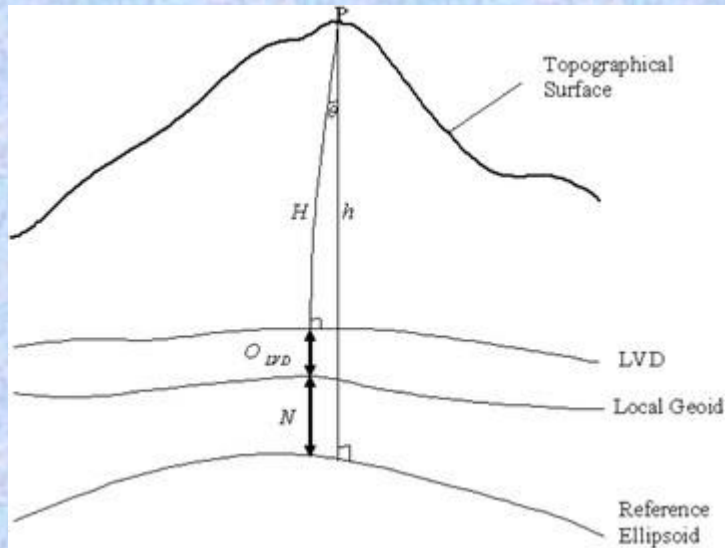
Geodesia e modellazione 3D della Terra.



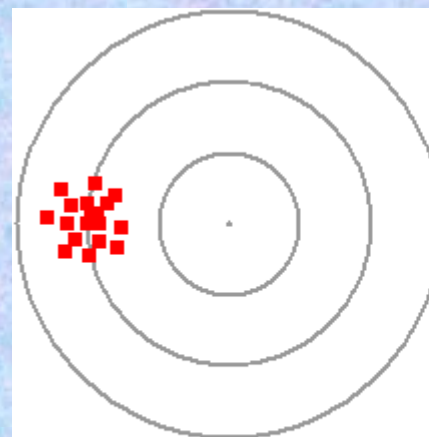
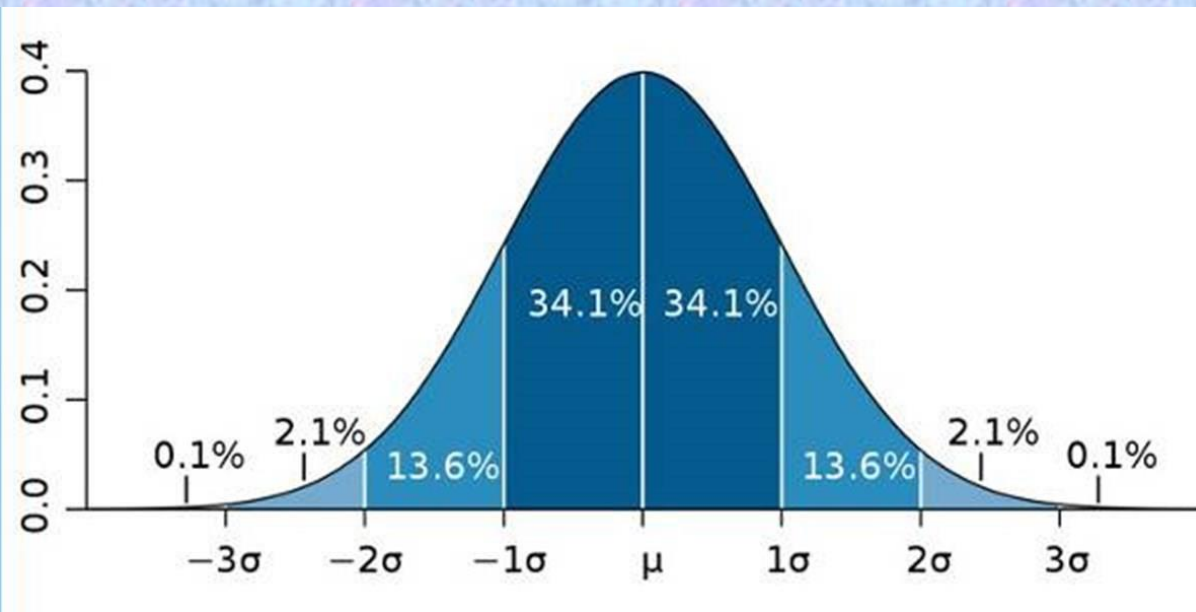
Cartografia e rappresentazione 2D della superficie terrestre.



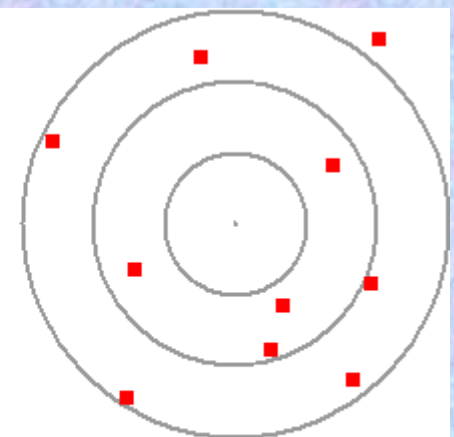
Sistemi e superfici di riferimento per il rilievo



Affidabilità ed errori attesi nelle misure



Systematic Error

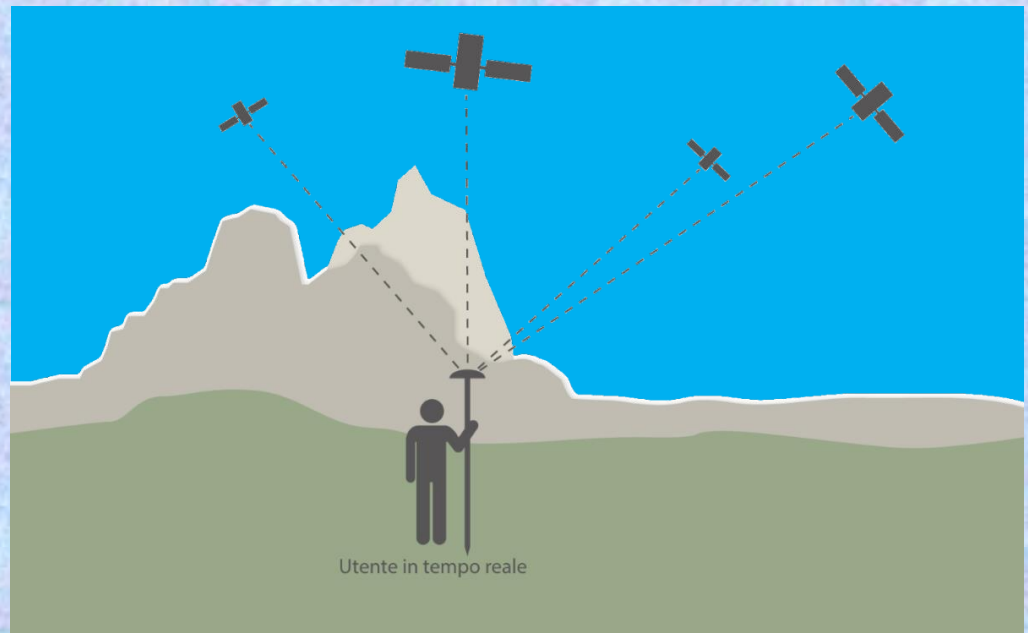


Random Error

Strumenti e metodi del rilievo topografico



Posizionamento e misure satellitari



Le modalità di esame

L'obiettivo della prova d'esame consiste nel verificare il livello di raggiungimento degli obiettivi formativi precedentemente indicati.

L'esame consta di una prova orale con discussione anche degli esercizi svolti durante le esercitazioni e riguardanti le applicazioni dei metodi di acquisizione ed elaborazione di dati derivanti dal rilievo e dal monitoraggio del territorio.

Materiale didattico

Il materiale didattico (dispense in formato pdf a cura del docente) è disponibile anche on line (sito e-learning della scuola SIS) scaricabile dagli allievi.

Testi di riferimento

.....

ROY, Sitiesh Kumar. Fundamentals of surveying. PHI Learning Pvt. Ltd., 2010.

US Army Corps of Engineers (USACE), EM 1110-1-1005 Engineering and Design - Control and

Topographic Surveying. Department of the Army, 2007. US Army.

La modellazione tridimensionale della Terra

Prima di passare alla costruzione della carta, al fine di determinare la corrispondenza tra un punto posto sulla superficie terrestre e la sua rappresentazione sulla carta, occorre modellare la terra come un solido geometrico di forma nota esprimibile mediante equazioni matematiche.

In altri termini dobbiamo cercare un solido che è già noto nella geometria elementare e che sia in grado di approssimare al meglio la forma reale della Terra.

La modellazione tridimensionale della Terra

In relazione all'effettiva forma della terra (un solido molto simile ad una sfera leggermente schiacciata in corrispondenza dei poli), i due modelli più consoni a tale scopo sono:

- la sfera;
- l'ellissoide.

Sfera

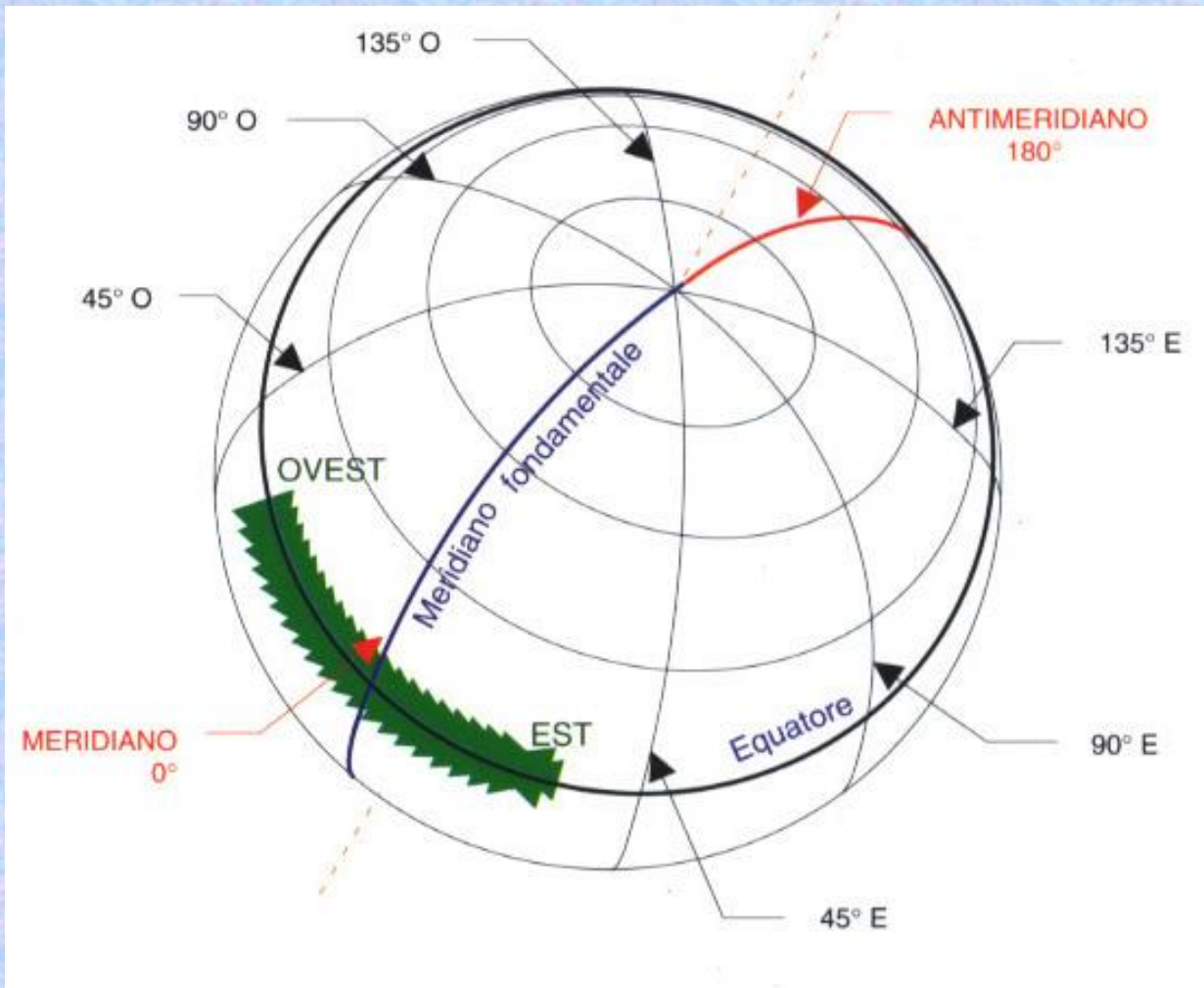
Si prenda in esame il **modello sferico**.

Il **centro della sfera** può essere scelto coincidente con il baricentro (o centro di massa) della Terra.

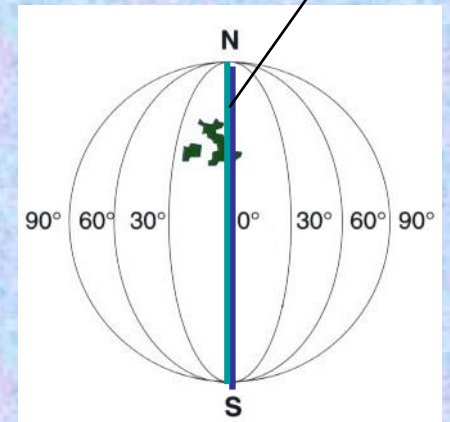
Un importante riferimento è l'asse di rotazione terrestre (che passa per il centro).

Nella terra reale la distanza che separa ciascun punto dal centro del pianeta è compresa tra 6357 km circa e 6378 km circa. Come raggio della sfera si può assumere un valore intermedio (il valore medio derivato mediando le distanze centro-superficie di tutti i punti del globo è circa 6.371 km).

Il modello sferico



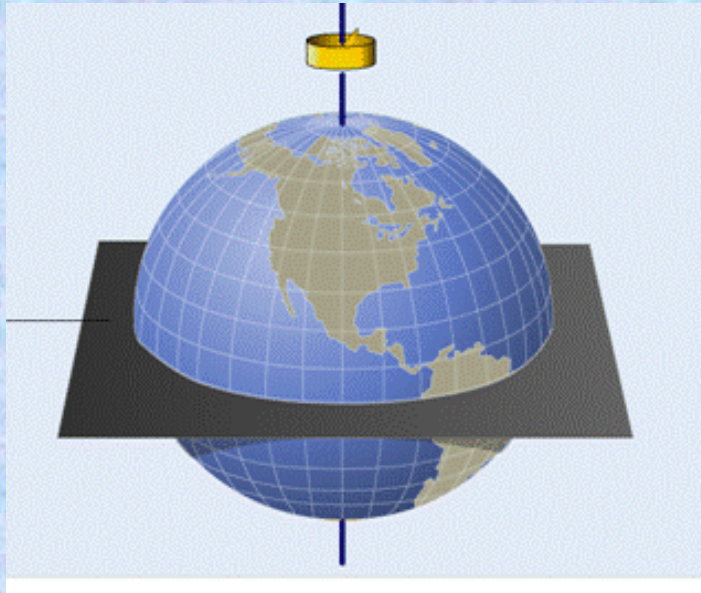
Meridiano fondamentale
o meridiano zero -
Osservatorio di
Greenwech (1884)



Equatore

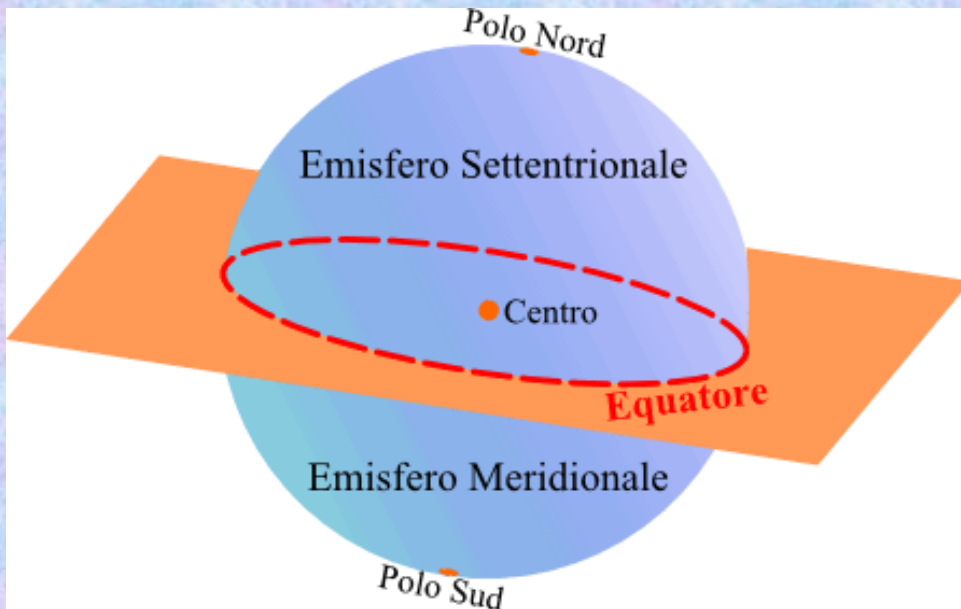
Il piano perpendicolare all'asse di rotazione terrestre e passante per il centro della sfera viene detto **piano equatoriale**. Esso interseca la sfera dando origine all'**equatore**.

L'equatore è una circonferenza massima.



Emisferi Nord e Sud

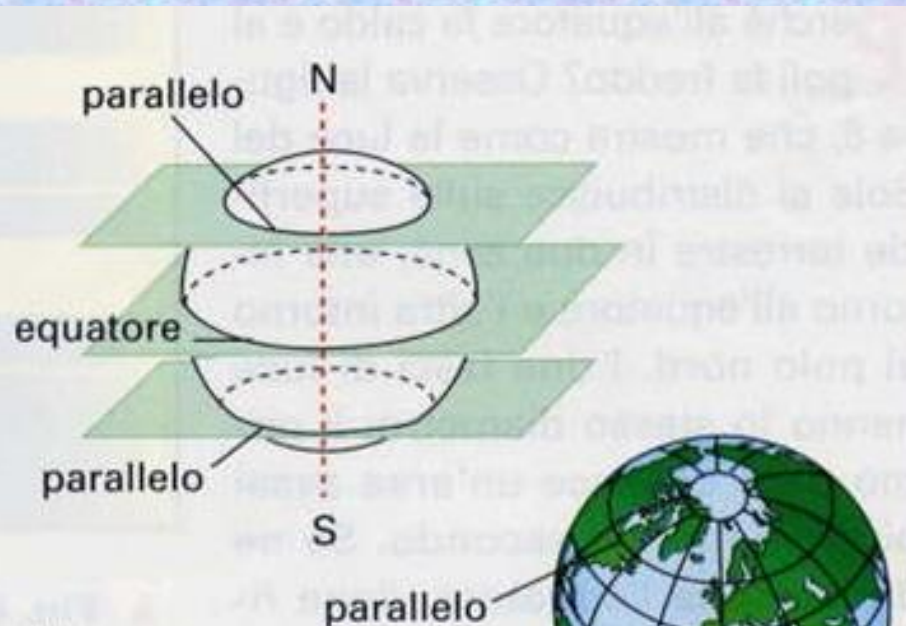
Il piano equatoriale divide la sfera terrestre in due parti: l'**emisfero australe o meridionale** (quello inferiore, ovvero a sud dell'equatore) e l'**emisfero boreale** o settentrionale (quello superiore, ovvero a nord dell'equatore).



Paralleli

I piani perpendicolari all'asse di rotazione terrestre sono detti **piani paralleli**. Essi intersecano la sfera dando origine a circonferenze dette **paralleli**.

I centri di queste circonferenze sono sull'asse di rotazione.

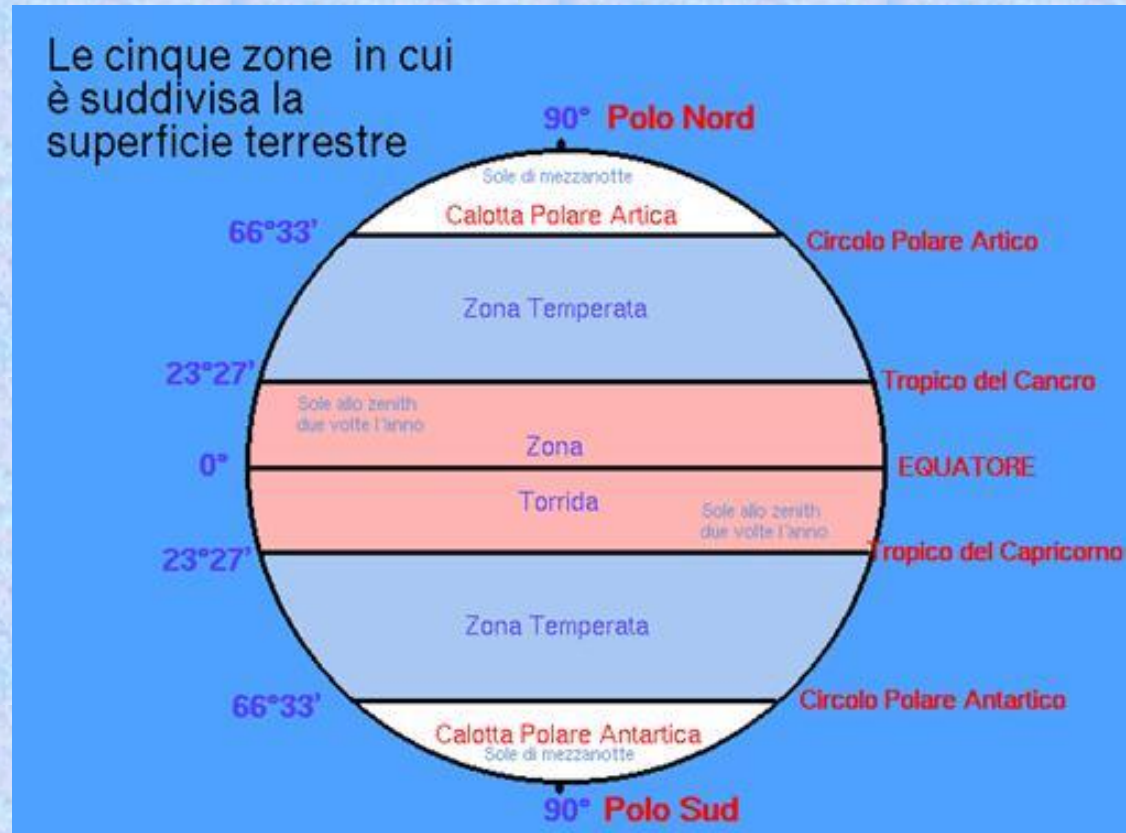


I paralleli hanno raggio variabile: il valore massimo è quello relativo al parallelo massimo (l'equatore); il valore minimo è al polo ($r=0$, circonferenza degenera, cioè coincide con un punto).

Paralleli importanti

Assumono particolare importanza i seguenti paralleli che permettono anche di individuare le 5 fasce climatiche principali della Terra:

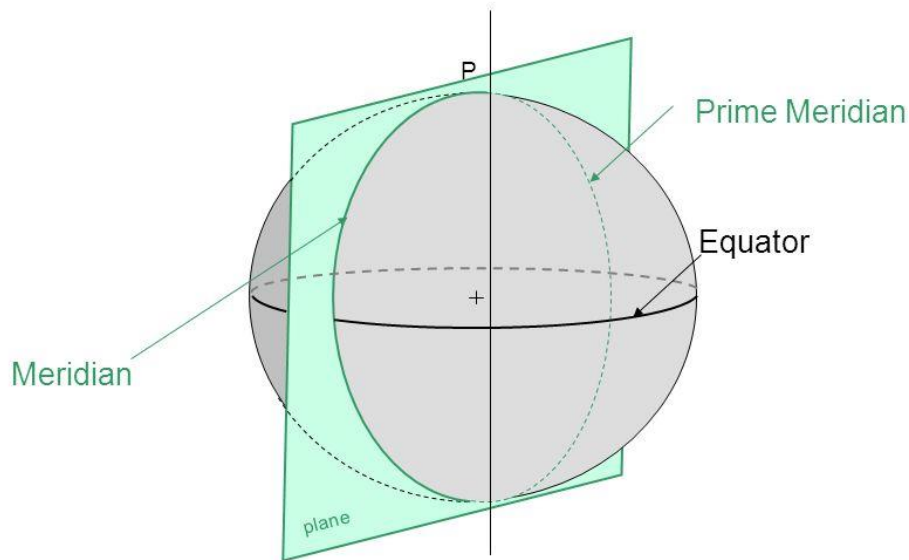
Circolo Polare artico
Tropico del Cancro
Equatore
Tropico del Capricorno
Circolo Polare Antartico



Meridiani

I piani che contengono l'asse di rotazione terrestre sono detti piani meridiani. Essi intersecano la sfera dando origine a circonferenze massime, dette **meridiani**.

Cutting Plane of a Meridian



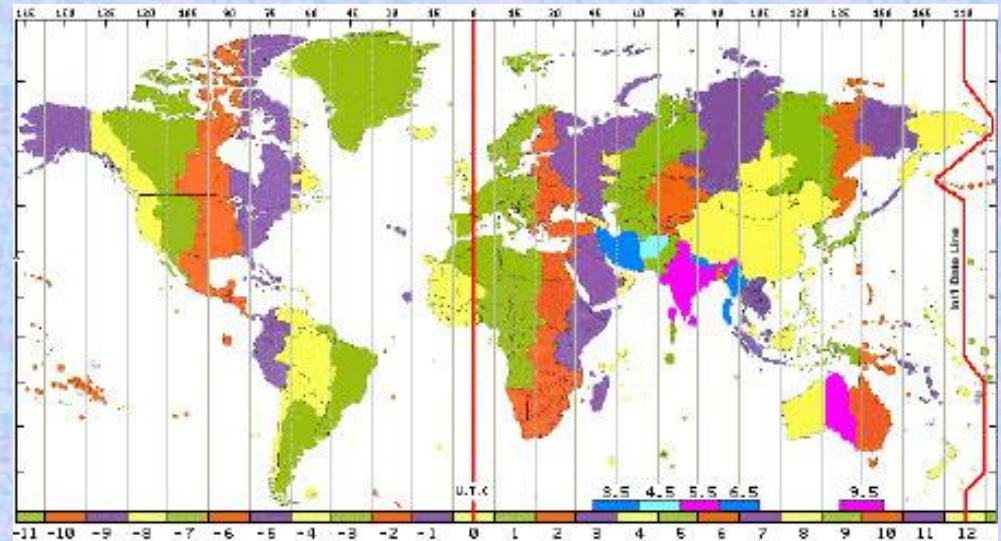
Tutti i meridiani hanno lo stesso raggio che è quello della sfera.

Meridiano di Greenwich

Uno dei meridiani viene assunto per riferimento: solitamente è quello passante per **Greenwich (Inghilterra)**.



Il «primo meridiano»
"inciso" sul suolo
dell'Osservatorio di
Greenwich



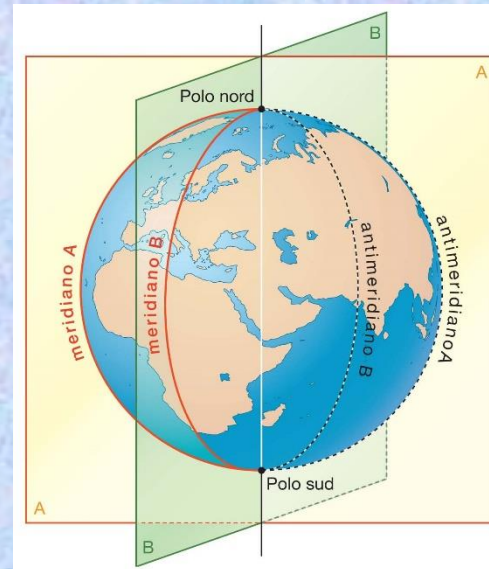
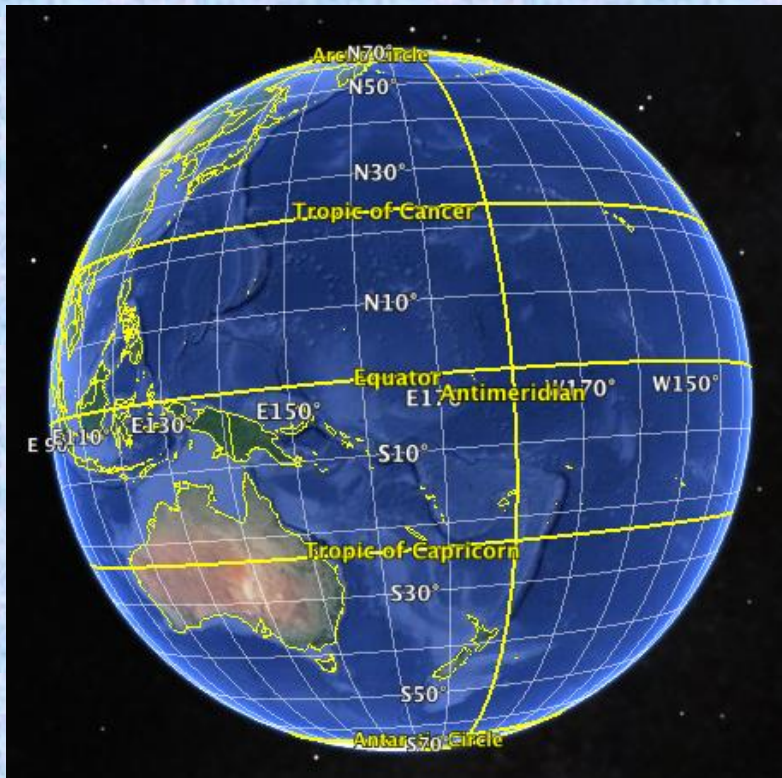
Emisfero Ovest ed Emisfero Est

Il meridiano di Greenwich divide la Terra in due emisferi:
Emisfero Ovest (situato ad ovest del meridiano di Greenwich) ed
Emisfero Est (situato ad est del meridiano di Greenwich).



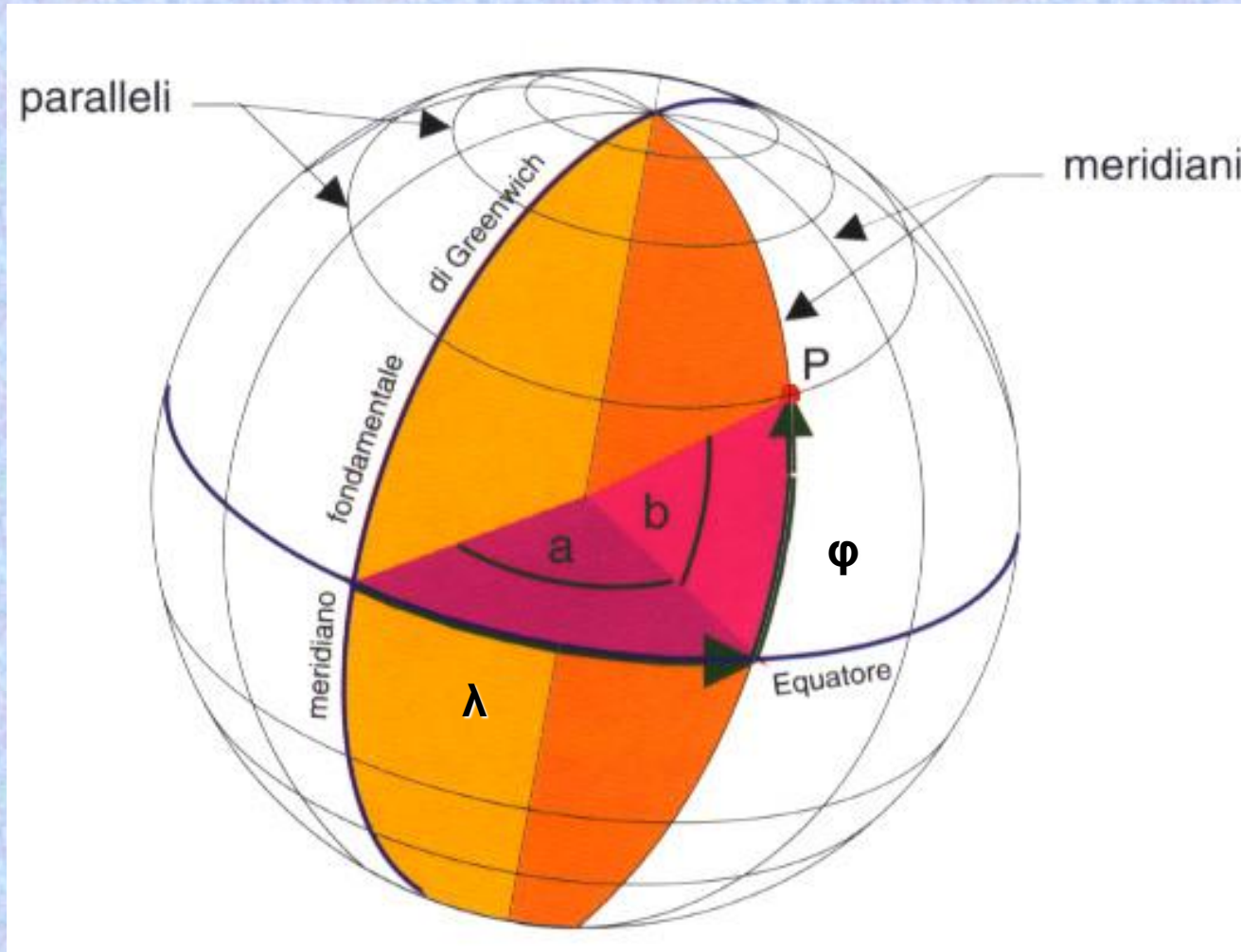
Antimeridiano di Greenwich

La parte del meridiano di Greenwich che va dal Polo Sud al Polo Nord passando per l'Oceano Pacifico prende il nome di antimeridiano di Greenwich



Per ogni meridiano è sempre definibile un antimeridiano

Meridiani e paralleli



λ = angolo di longitudine per il punto P

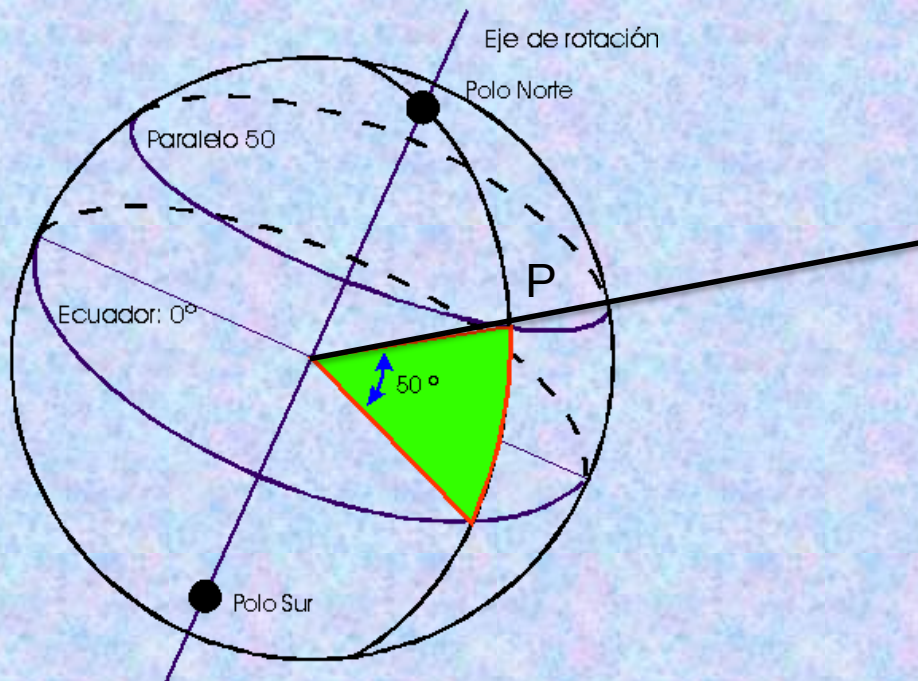
ϕ = angolo di latitudine per il punto P

Latitudine sferica

La posizione di un punto può essere espressa mediante le coordinate **latitudine sferica** e **longitudine sferica**.

In particolare, dato un punto P sulla superficie sferica, è possibile tracciare la retta normale alla sfera passante per il punto P.

Tale retta forma con il piano equatoriale un angolo che costituisce la **latitudine sferica** del punto P.



Latitudine sferica

La latitudine, essendo un angolo, si misura in gradi, solitamente gradi sessagesimali (esempio: $45^{\circ} 30' 30''$) o sessadecimali (esempio: $45^{\circ}, 508333$).

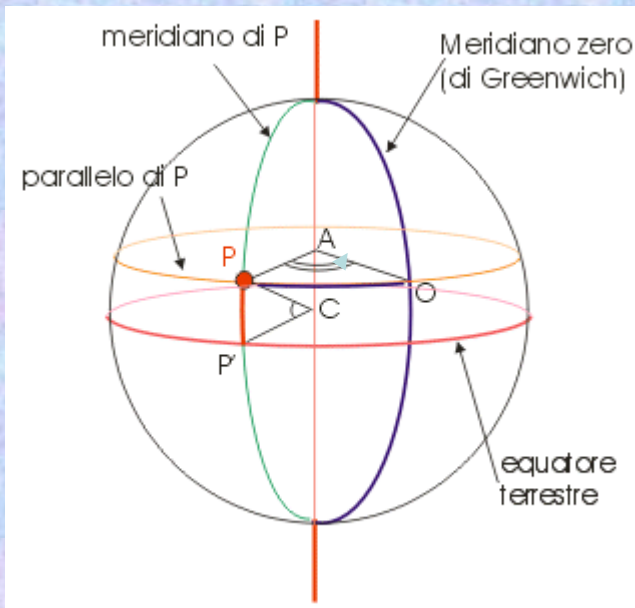
La latitudine si calcola a partire dall'equatore. Il valore varia tra 0° e 90° N e tra 0° e 90° S.

Si assume solitamente positiva la latitudine nell'emisfero boreale e negativa quella nell'emisfero australe.

Longitudine

Ricordiamo anzitutto che un angolo si dice diedro quando è formato da piani nello spazio.

L'angolo diedro formato tra il piano meridiano passante per P ed un altro piano meridiano scelto a riferimento (per esempio il meridiano di Greenwich) costituisce la **longitudine sferica**.



Longitudine

Trattandosi di un angolo, la longitudine è anche essa espressa in gradi, solitamente gradi sessagesimali o gradi sessadecimali.

La longitudine si calcola a partire dal meridiano di Greenwich. Il valore varia tra 0° e 180° E e 0° e 180° W (rispetto al meridiano di Greenwich).

Raggio del parallelo

Il raggio di parallelo, variabile dal valore massimo all'equatore al valore nullo al polo, si calcola con la formula:

$$r_p = R \cos \varphi$$

essendo φ la latitudine di riferimento del parallelo.

Applicando tale formula, alla latitudine di 60° N, ad esempio, il raggio del parallelo, essendo il coseno di 60° pari a $\frac{1}{2}$, diviene la metà del raggio equatoriale (quindi vale km 3185, se si è scelto $R = 6370$ km)

Paralleli e meridiani

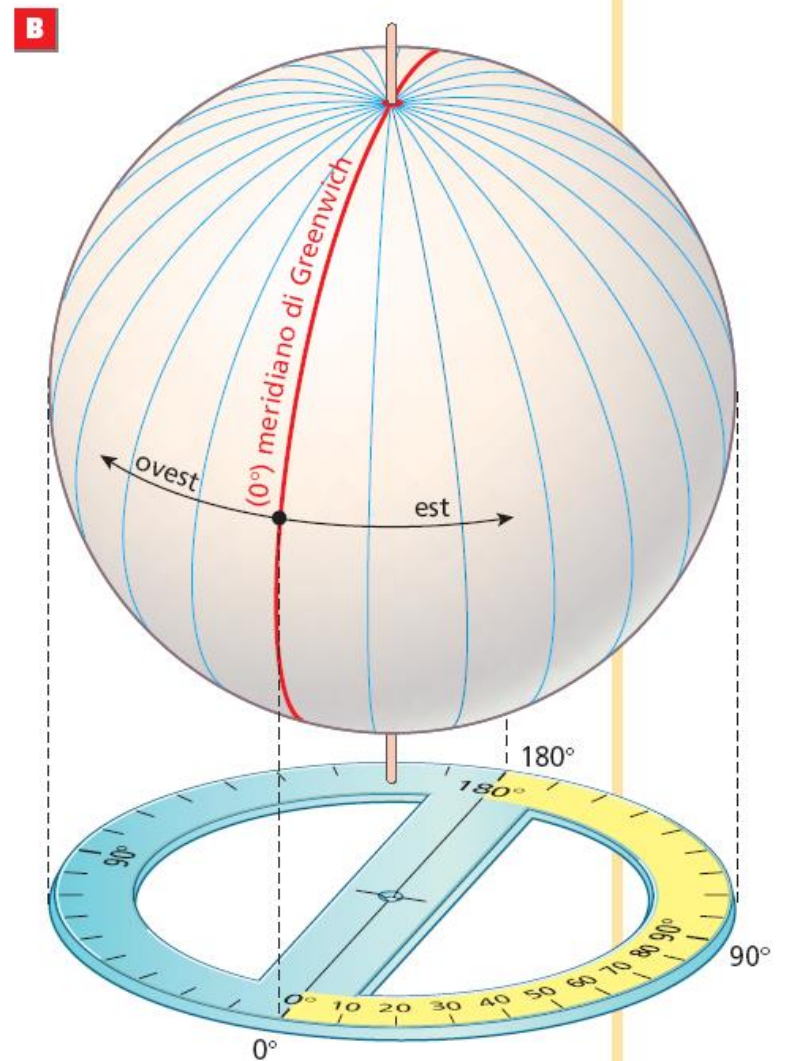
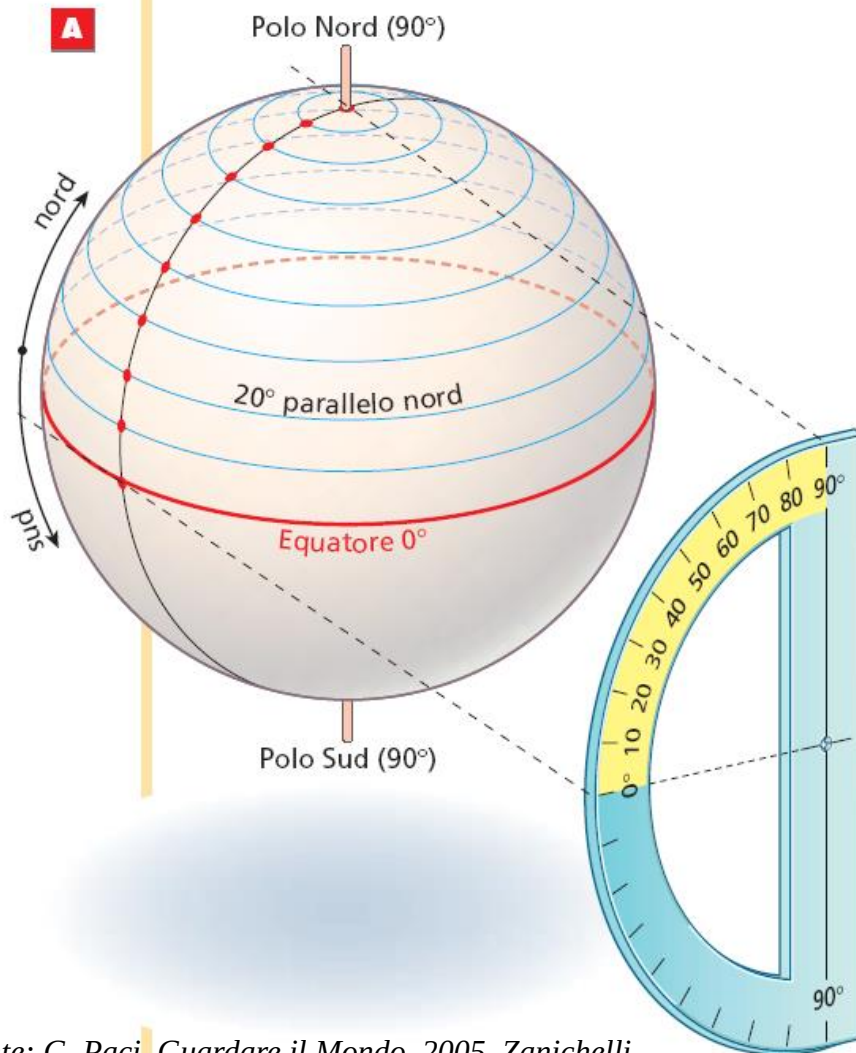
I paralleli sono circonferenze di uguale latitudine.

I meridiani sono circonferenze di uguale longitudine.

Tutti i punti sull'equatore hanno la stessa latitudine ed essa vale 0° .

Tutti i punti sullo stesso meridiano hanno la stessa longitudine; se si tratta del meridiano di riferimento (solitamente quello di Greenwich), tale longitudine vale 0° .

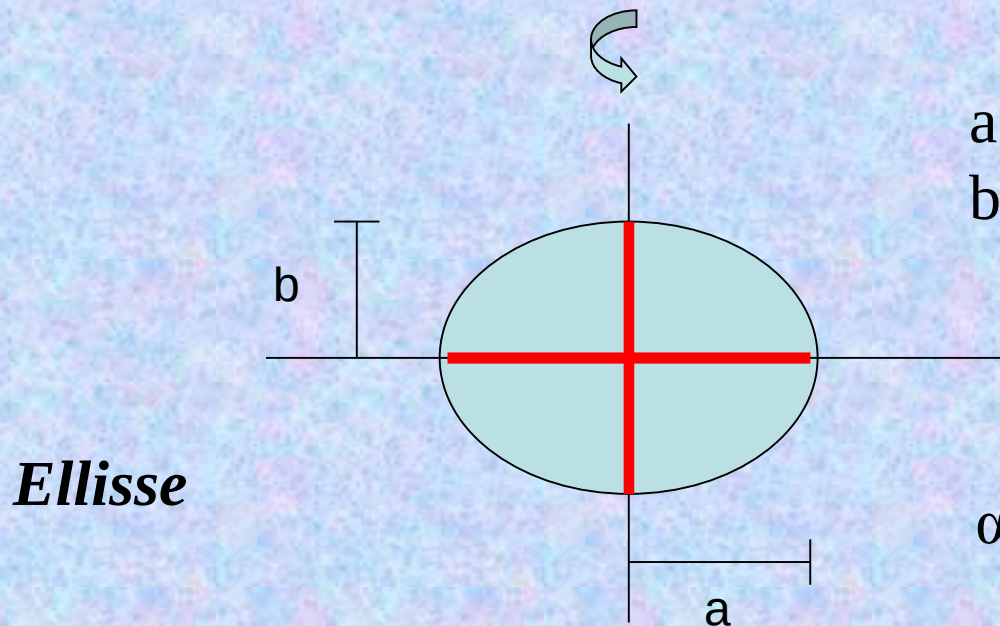
Il modello sferico



Ellissoide

Per modellare la terra si utilizza anche il **modello ellissoidico**

Si tratta di un ellissoide di rotazione biassiale ottenuto dalla rotazione di un'ellisse intorno al suo asse minore (2b).

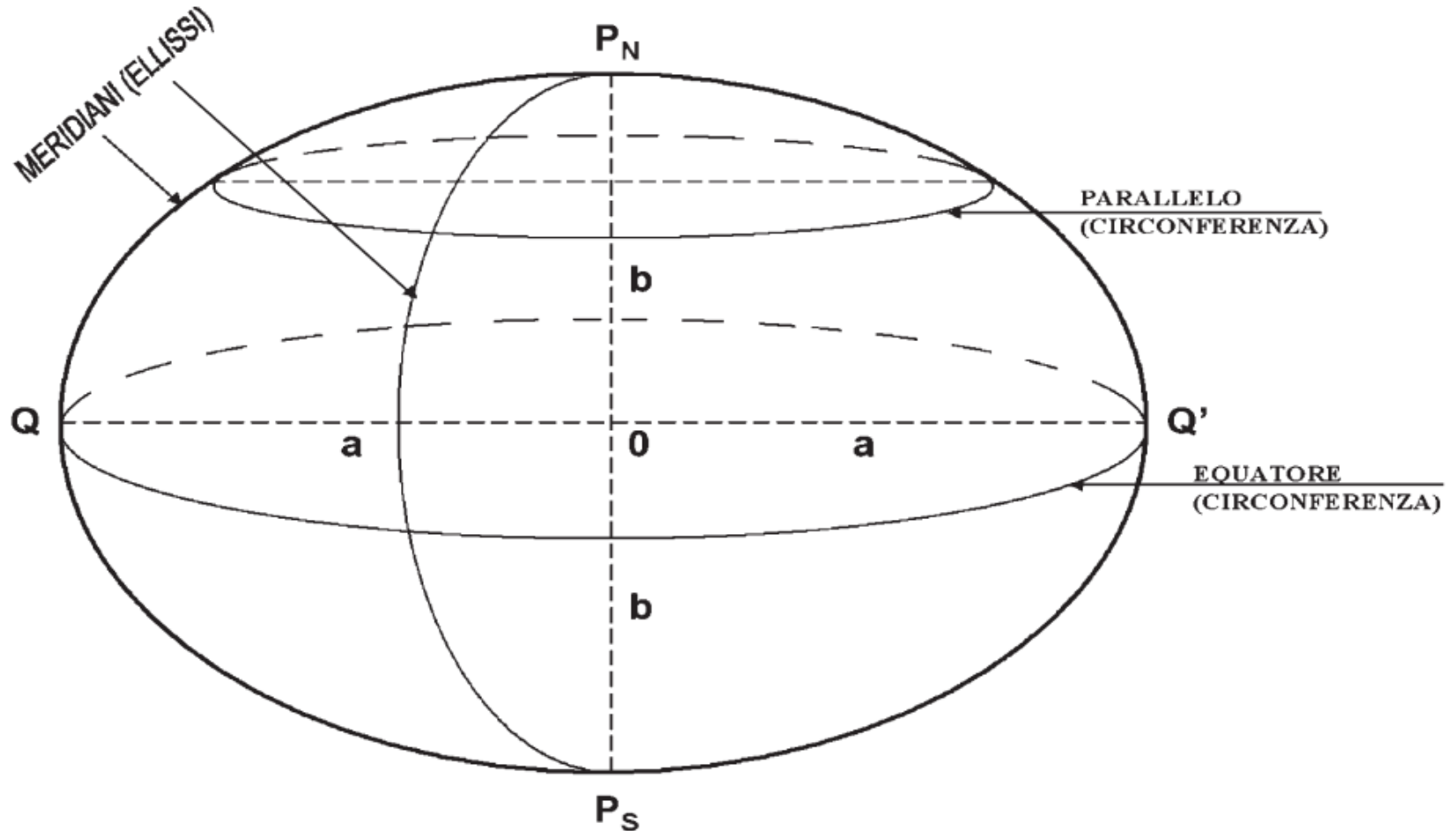


a = semiasse maggiore

b = semiasse minore

α = Schiacciamento = $(a-b)/a$

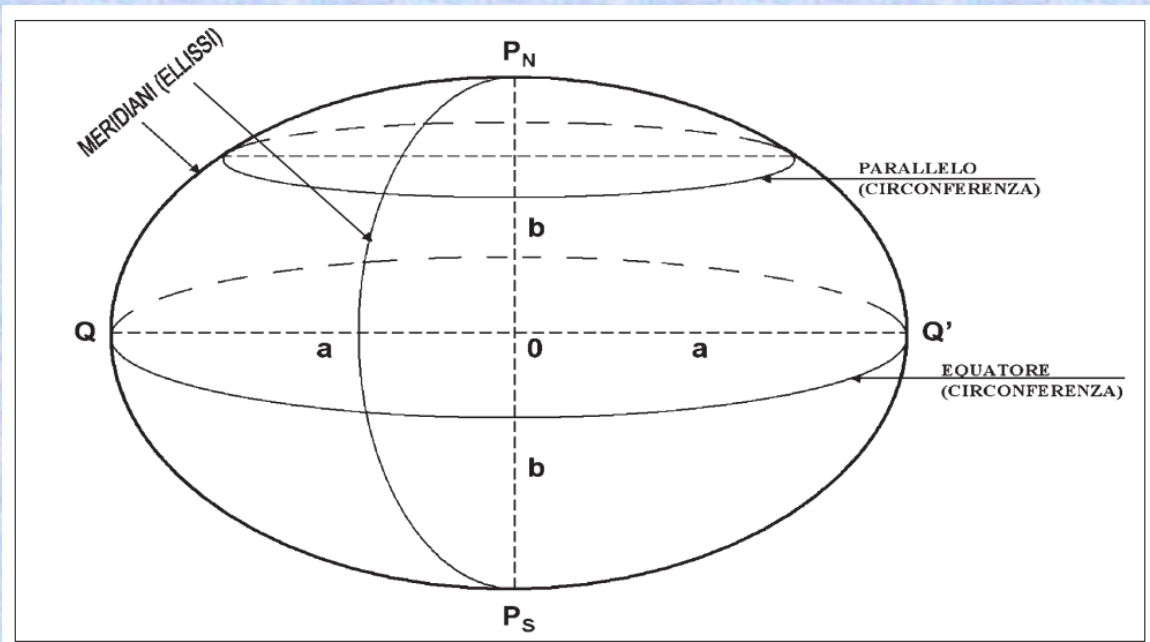
Elissoide di rotazione



Equatore sull'ellissoide

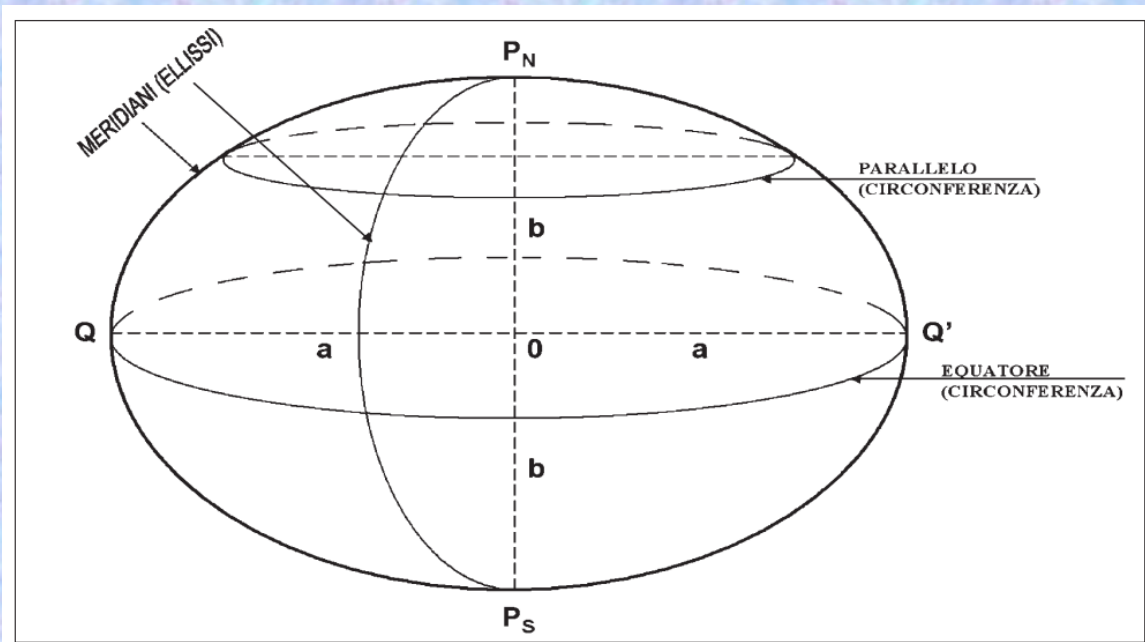
Il piano perpendicolare all'asse di rotazione dell'ellissoide e passante per il centro dell'ellissoide stesso è detto **piano equatoriale**. Esso interseca l'ellissoide dando origine all'**equatore**.

L'equatore è una circonferenza massima.



Paralleli sull'ellissoide

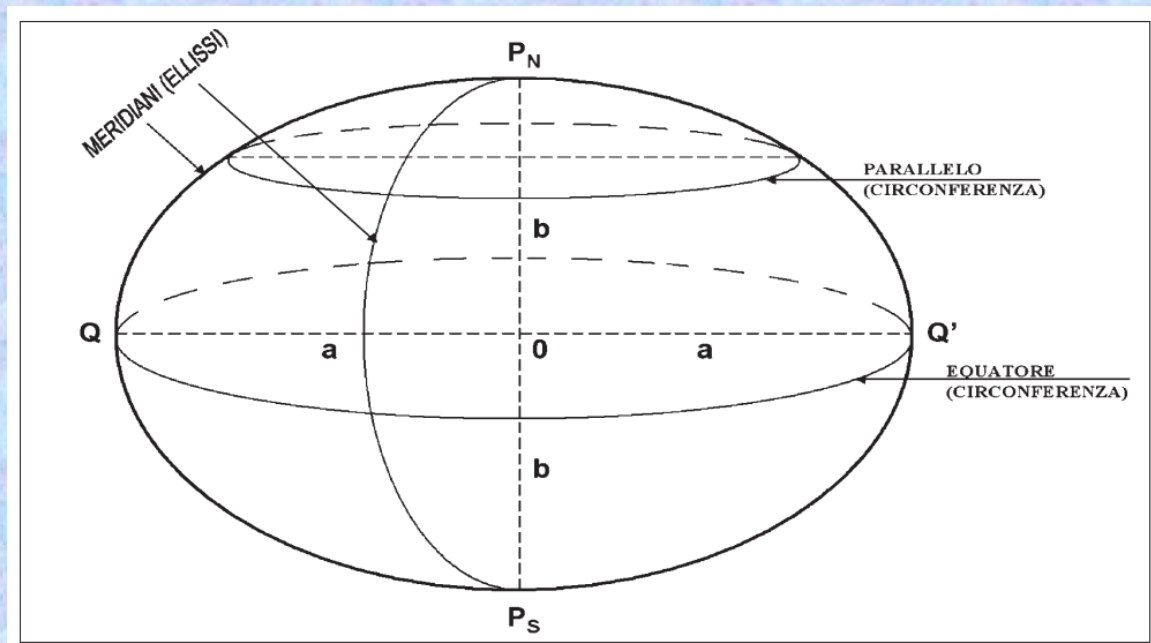
I piani perpendicolari all'asse di rotazione dell'ellissoide sono detti **piani paralleli**, Essi intersecano l'ellissoide dando origine a circonferenze dette **paralleli**.



Paralleli sull'ellissoide

I centri di queste circonferenze sono sull'asse di rotazione dell'ellissoide.

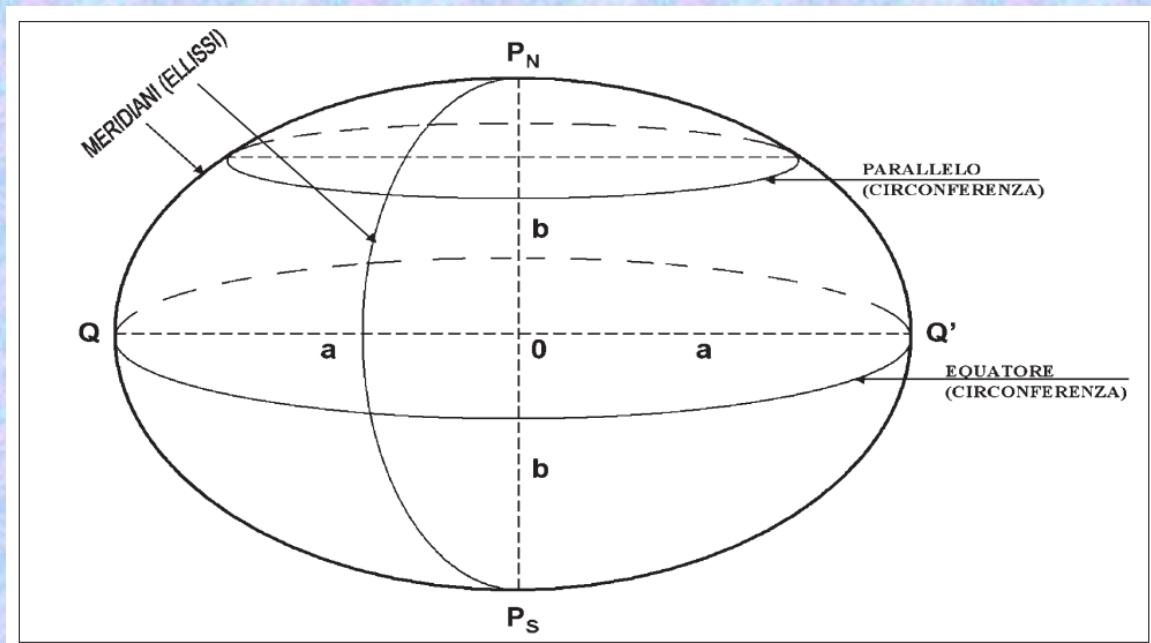
I paralleli hanno raggio variabile: il valore massimo è quello relativo al parallelo massimo (l'equatore); il valore minimo è al polo ($r=0$, circonferenza degenera, cioè coincide con un punto).



Meridiani sull'ellissoide

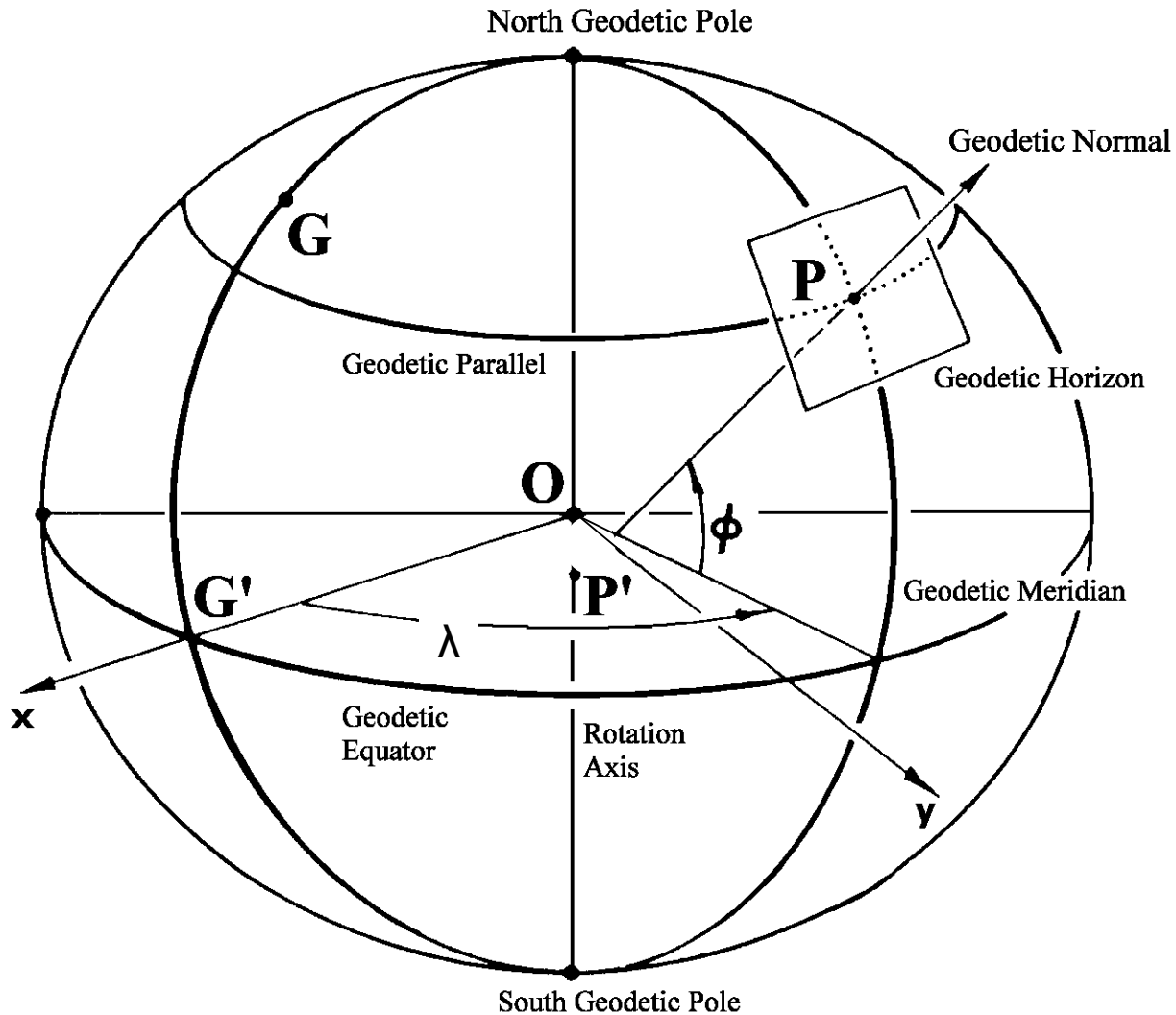
I piani contenenti l'asse di rotazione dell'ellissoide sono detti piani meridiani. Essi intersecano l'ellissoide dando origine a ellissi, dette **meridiani**.

Tutti i meridiani sono ellissi.



Uno dei meridiani viene assunto per riferimento: solitamente è quello passante per **Greenwich (Inghilterra)**.

Ellissoide



*Equazione
dell'ellissoide:*

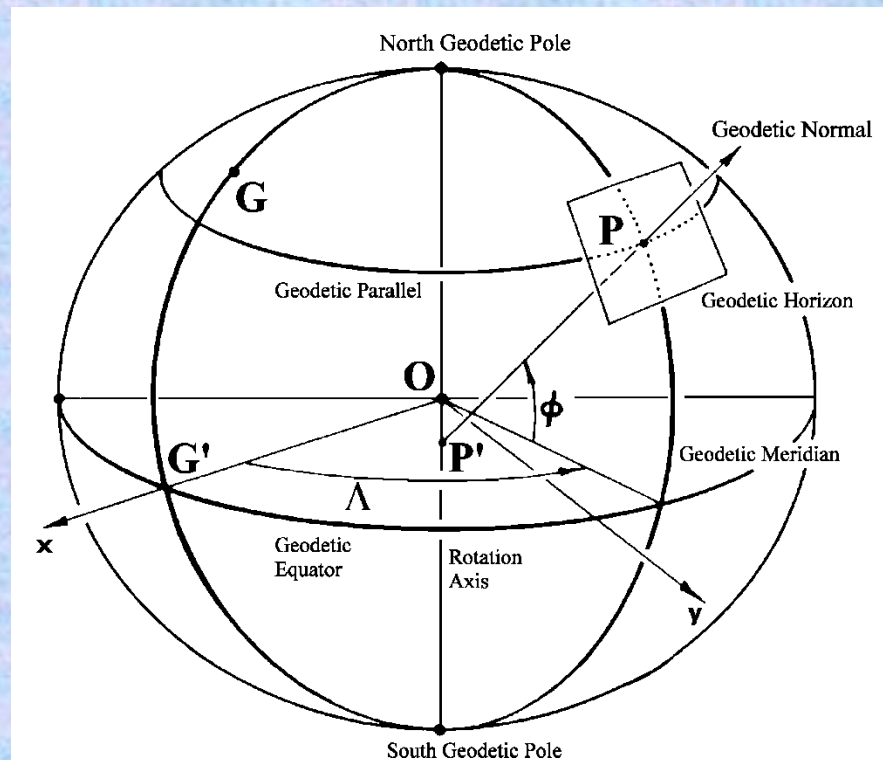
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

Latitudine ellissoidica

La posizione di un punto sull'ellissoide può essere espressa mediante le coordinate **latitudine** e **longitudine** (che saranno perciò dette, rispettivamente, **latitudine ellissoidica** e **longitudine ellissoidica**).

Latitudine ellissoidica

In particolare, dato un punto P sulla superficie ellissoidica, è possibile tracciare la retta normale all'ellissoide passante per il punto P. Tale retta forma con il piano equatoriale un angolo che costituisce la **latitudine ellissoidica** del punto P.

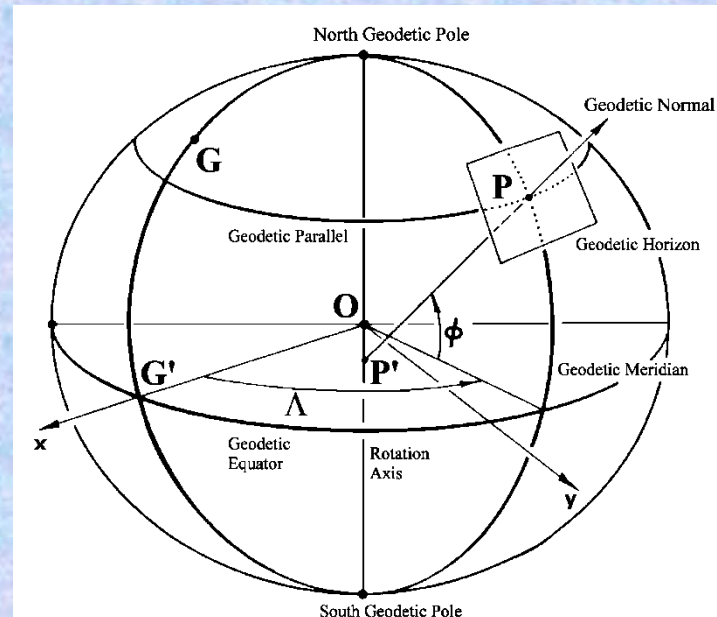


Latitudine ellissoidica

La latitudine, essendo un angolo, si misura in gradi sessagesimali o sessadecimali.

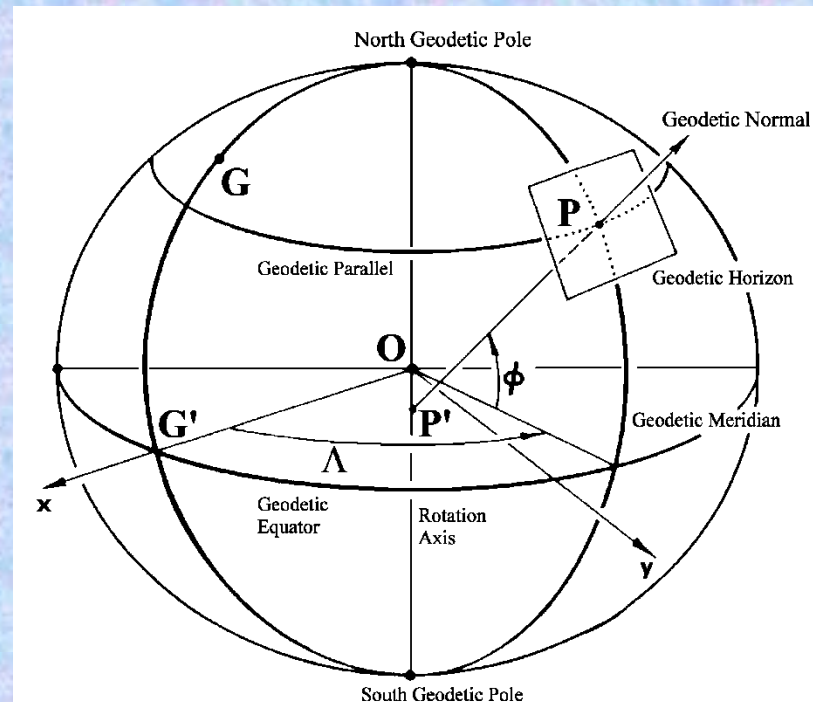
La latitudine si calcola a partire dall'equatore. Il valore varia tra 0° e 90° N e tra 0° e 90° S.

Si assume solitamente positiva la latitudine nell'emiellissoide boreale e negativa quella nell'emiellissoide australe.



Longitudine ellissoidica

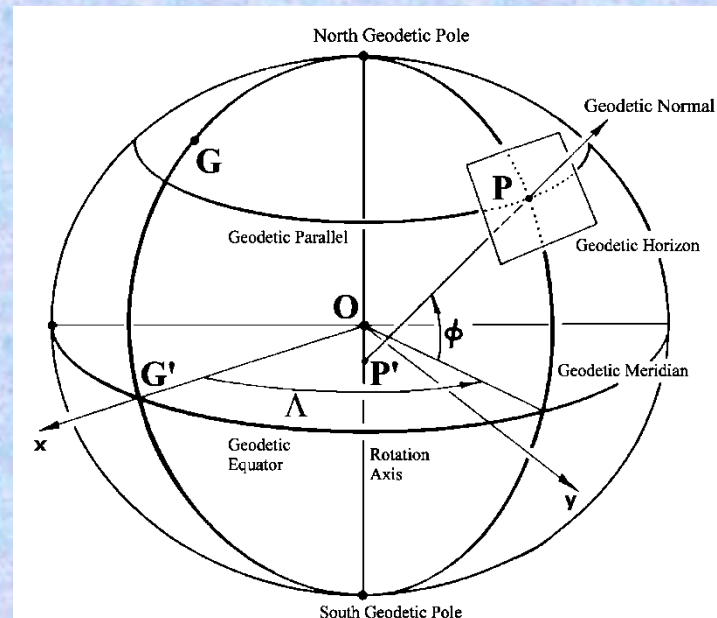
L'angolo diedro formato tra il piano meridiano passante per P ed un altro piano meridiano scelto a riferimento (per esempio il meridiano di Greenwich) costituisce la **longitudine ellissoidica**.



Longitudine ellissoidica

Trattandosi di un angolo, la longitudine è anche essa espressa in gradi sessagesimali o anche in gradi sessadecimali.

La longitudine si calcola a partire dal meridiano di Greenwich. Il valore varia tra 0° e 180° E e 0° e 180° W (rispetto al meridiano di Greenwich).



Paralleli e meridiani sull'ellissoide

I paralleli sono circonferenze di uguale latitudine.

I meridiani sono ellissi di uguale longitudine.

Tutti i punti sull'equatore hanno la stessa latitudine e vale 0° .

Tutti i punti sullo stesso meridiano hanno la stessa longitudine; se si tratta del meridiano di riferimento (solitamente quello di Greenwich), tale longitudine vale 0° .

Esempi di ellissoidi più utilizzati

Misure espresse in metri



Ellissoide	S.asse maggiore a	Schiacciamento α
EVEREST (1830)	6377276	1/300.8
BESSEL (1841)	6377397	1/299.2
CLARKE (1866)	6378206	1/294.9
CLARKE (1880)	6378301	1/293.5
HELMERT (1906)	6378140	1/298.3
HAYFORD (1909)	6378388	1/297.0
KRASSOVSKY (1942)	6378245	1/298.3
FISCHER (1960)	6378160	1/298.3
WGS84 (1987)	6378137	1/298.3

Le dimensioni della Terra

Raggio Equatoriale (a)	Km 6.378,4
Raggio Polare (b)	Km 6.356,9
Differenza (a - b)	Km 21.5
Schiacciamento ($\alpha = [a - b]/a$)	1/297
Circonferenza equatoriale	Km 40.076,6
Lunghezza del Meridiano	Km 40.008,9
Superficie	Km ² 509.950,414
Volume	Km ³ 1.083.000.000
Monte Everest	m 8.882
Fossa di Emden	m -10.793