



*Università degli Studi di Napoli "Parthenope"*  
*Dipartimento di Scienze e Tecnologie*

*Corso di Telerilevamento*

*Lezione 7*

**Errori esterni ed errori interni delle immagini  
telerilevate**  
**Correzioni radiometriche e correzioni geometriche**

*Claudio Parente*

# Errori nei dati satellitari

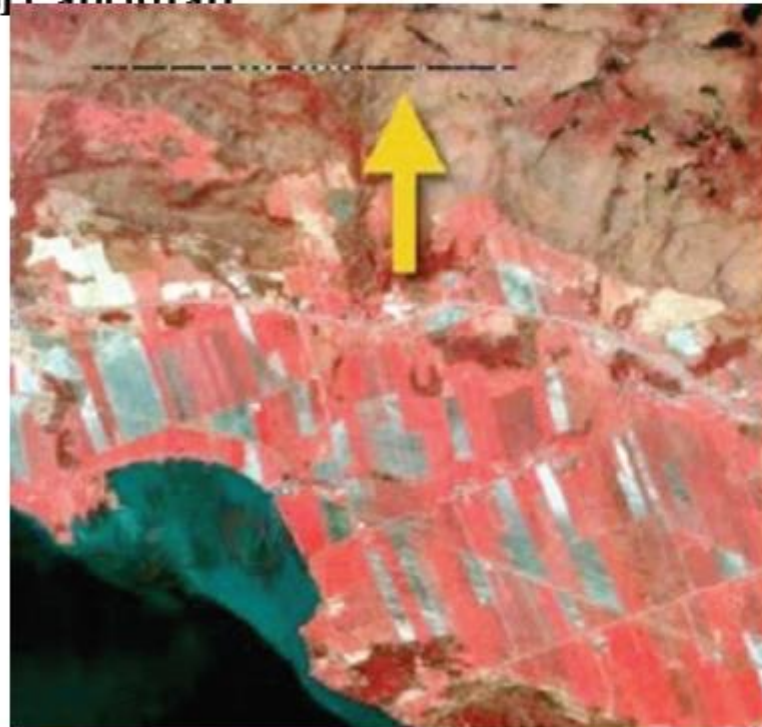
Gli **errori interni** sono generati dai sensori stessi. Durante l'acquisizione di una scena si può avere un mal funzionamento temporaneo di un rilevatore

Gli **errori esterni** sono errori casuali e sono legati alle perturbazioni della piattaforma, alle condizioni atmosferiche ed alle caratteristiche della scena.

Gli errori esterni sono di due tipi:  
*radiometrico e geometrico.*

# *Linee e pixel saltati*

Può accadere che durante la scansione di una scena da satellite, per cadute di tensione o per perdite del segnale, si presentino degli errori sulle immagini, costituiti di solito da delle righe nere o uniformemente grigie (*Drop Line*) o da pixel con valori anomali



# *Linee e pixel saltati*

Per la correzione di questi disturbi si usano tecniche abbastanza semplici:

- nel caso di un pixel saltato, il suo valore viene sostituito con la media di quelli vicini, prendendo in esame finestre di  $3 \times 3$  o  $5 \times 5$
- quando invece l'errore riguarda un'intera linea, si sostituisce con i valori della linea precedente o di quella successiva oppure con la media di queste; i valori risultanti sono logicamente artefatti ma vengono inclusi nei dati originali senza invalidare la loro correttezza.

Esistono anche metodi più complessi che si basano sulla correlazione tra i valori del pixel in altre bande eventualmente disponibili.

# Errori interni

## Line dropout

In definitiva, per una linea saltata si procede di solito nel seguente modo.

Innanzitutto, con un semplice algoritmo di soglia è possibile localizzare ogni linea cattiva: è sufficiente mettere in evidenza qualsiasi linea che abbia un valore medio del BV uguale o prossimo allo zero.

# Errori interni

## Line dropout

Una volta identificata la linea  $i$ -sima in "*dropout*", per ogni pixel  $j$ simo si legge il BV nella linea precedente ( $BV_{i-1,j,k}$ ) e in quella susseguente ( $BV_{i+1,j,k}$ ) e si assegna al pixel in uscita ( $BV_{i,j,k}$ ) la media dei due valori del BV :

$$BV_{i,j,k} = \frac{BV_{i-1,j,k} + BV_{i+1,j,k}}{2}$$

# **Errori esterni – Diffusione atmosferica**

La diffusione atmosferica fa sì che, in una generica banda del visibile, i valori dei BV sono più elevati di quelli che si sarebbero registrati in assenza dell'atmosfera, poiché al rilevatore, oltre che all'energia relativa alla riflessione della superficie terrestre, arriva anche l'energia solare diffusa dall'atmosfera.

Ciò significa che anche in assenza di radiazione riflessa dalla superficie terrestre (come nelle zone in ombra), il sensore rileva anche l'energia che entra nel rilevatore per effetto della diffusione atmosferica. Il valore dei BV è tanto più incrementato quanto minore è la lunghezza d'onda media della banda.

# Errori esterni – Assorbimento atmosferico

Allo stesso tempo, l'assorbimento atmosferico da parte dei gas presenti nell'atmosfera (essenzialmente il vapore acqueo) influenza radiazioni di lunghezza d'onda maggiori di  $0,8 \mu\text{m}$ .

Ciò significa che nell'infrarosso la presenza dell'atmosfera rende i valori dei BV più bassi di quelli che si otterrebbero se non vi fosse l'atmosfera.



# Errori esterni - Atmosfera

In definitiva, la presenza dell'atmosfera rende necessarie

## Correzioni radiometriche

perché c'è:

Diffusione nel visibile e Assorbimento nell'infrarosso riflesso.

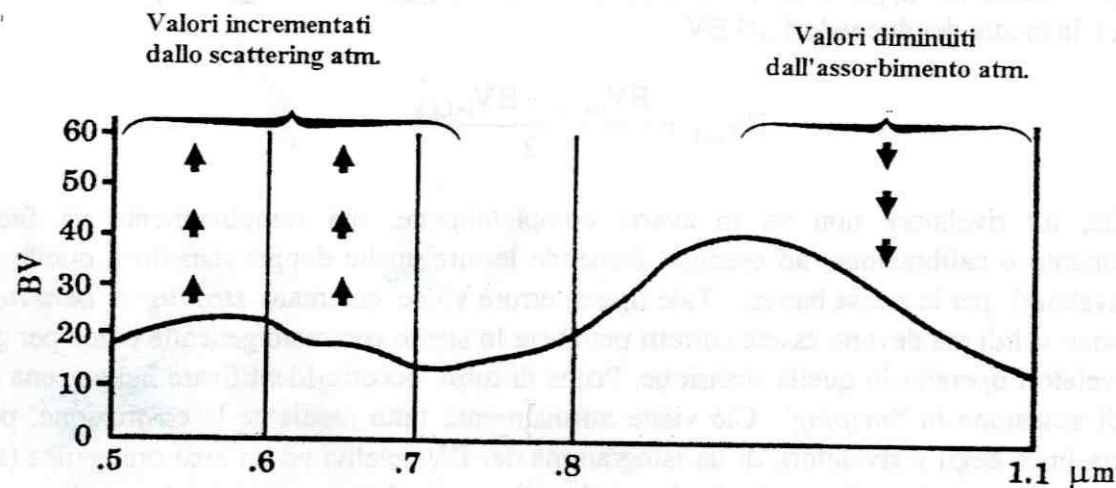


Fig. 4.2. Effetti combinati dello scattering atmosferico e dell'assorbimento sui valori del BV.

# Errori esterni - Atmosfera

Per minimizzare alcuni di questi effetti, i dati telerilevati, prima di essere utilizzati, andrebbero corretti radiometricamente sia per la diffusione (per quanto riguarda le bande del visibile) che per l'assorbimento atmosferico (per quanto riguarda le bande dell'infrarosso riflesso).

Gli aggiustamenti per l'assorbimento atmosferico sono difficili da determinarsi in quanto la legge di variazione dell'assorbimento atmosferico in funzione della lunghezza d'onda va ricercata sulla base di dati meteorologici riferibili alla stessa epoca dell'acquisizione delle immagini.

# Errori esterni - Atmosfera

Anche per la correzione radiometrica per la diffusione atmosferica possono utilizzarsi alcuni metodi basati su misure al suolo e su dati meteorologici.

Esistono anche dei metodi che si basano sui dati stessi delle immagini multispettrali senza far ricorso a misure al suolo. In particolare vi sono due tecniche normalmente utilizzate:

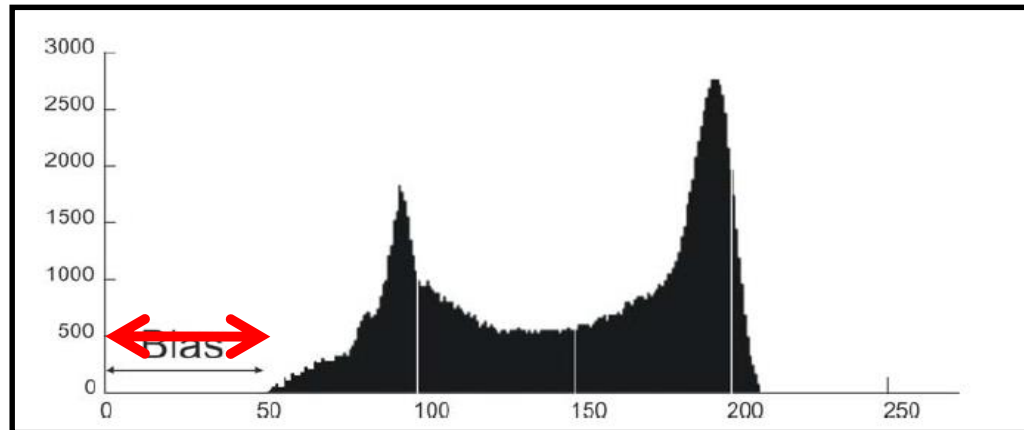
- **Tecnica degli aggiustamenti degli istogrammi;**
- **Tecnica degli aggiustamenti con la regressione.**

# Correzioni Radiometriche

**Risoluzione radiometrica:** Sensibilità del sensore a registrare piccole variazioni di energia riflessa o emessa.

Se non vi fosse il fenomeno della diffusione atmosferica ci sarebbero alcuni pixel con un valore prossimo allo zero.

**Un esempio: Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias**



$$output[BV_{x,y}] = input[BV_{x,y}] - bias$$

# Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias

Questa tecnica si basa sulla valutazione degli istogrammi delle bande del visibile. In generale l'istogramma è la rappresentazione della funzione di distribuzione di un insieme di dati.

In particolare per un'immagine l'istogramma è una funzione che fornisce per ogni valore di BV (o del livello di grigio) il numero di pixel aventi quel dato valore: sull'ascissa compaiono i BV (normalmente da 0 a 255) e sull'ordinata la frequenza assoluta o percentuale di ogni valore. Esso, quindi, caratterizza un'immagine dal punto di vista statistico e non fornisce alcuna informazione circa la disposizione spaziale dei livelli di grigio nell'immagine.

# **Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias**

Normalmente una scena è costituita da centinaia di migliaia o di milioni di pixel. Se non vi fosse il fenomeno della diffusione atmosferica ci sarebbe da aspettarsi che alcuni di questi pixel abbiano un valore del BV uguale o prossimo a zero, se non altro perché in una qualunque scena statisticamente è da attendersi un certo numero di punti ombra o con bassissima riflettività nel visibile, come nel caso di presenza di acque profonde.

# **Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias**

Ciò significa che gli istogrammi di tutte le bande del visibile dovrebbero iniziare da un valore del BV molto prossimo allo zero. L'influenza della diffusione atmosferica fa in modo che questi istogrammi siano, invece, sistematicamente slittati verso valori più elevati, ossia che abbiano un BV minimo diverso da zero.

Ad esempio, nei dati mostrati in Fig.4.3, la banda 1 del TM presenta un minimo del BV pari a 51 ed un massimo pari a 242.

# Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias

Per correggere quest'effetto, gli istogrammi vengono spostati verso sinistra in modo che essi partano da zero e ciò viene realizzato sottraendo da tutti i dati, per ogni singola banda, la stessa quantità (bias) che è il valore minimo apparente in quella banda. Nell'esempio precedente occorre sottrarre il valore di 51 a tutti i pixel della banda 1, ipotizzando che tutti i BV siano stati incrementati di un valore pari a 51 per effetto dello scattering atmosferico.

L'algoritmo di correzione è il seguente:

$$\text{output } [BV_{i,j,k}] = \text{input } [BV_{i,j,k}] - \text{bias}$$



# **Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias**

Il risultato dell'applicazione di tale correzione è mostrato in Fig. 4.4.

Occorre fare, però, attenzione che questa tecnica viene ad essere vanificata quando, per una pura casualità, nel set dei dati una banda del visibile vi sia uno o più pixel con BV uguale a zero (o molto prossimo a zero) e che la parte più significativa dell'istogramma, riflettendo l'influenza della diffusione atmosferica, inizi da un valore molto più elevato dello zero.

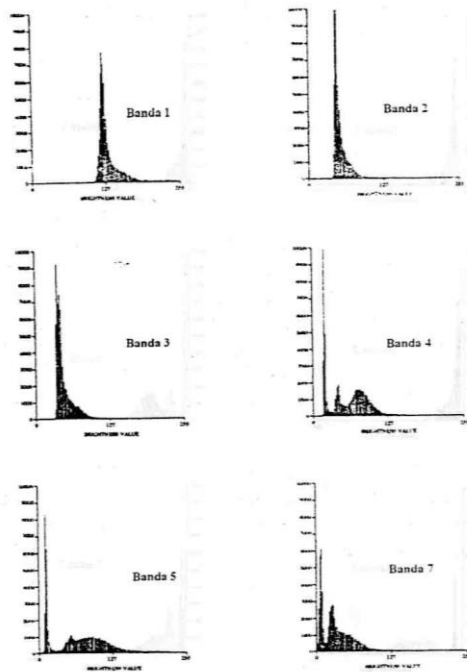
# **Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias**

In tal caso il valore del bias, ossia del valore minimo, risulterebbe uguale a zero (o molto prossimo a zero) e quindi l'algoritmo precedente non correggerebbe dell'effettiva diffusione.

Sarebbe opportuno, quindi, che il valore del bias, per ogni singola banda, non venga calcolato automaticamente dal set di dati, ma trovato dopo un'attenta analisi dell'istogramma.

# Tecnica aggiustamenti degli istogrammi in presenza di bias

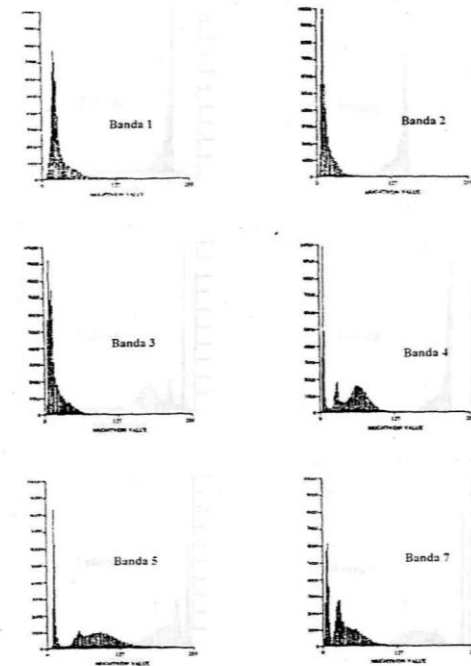
ORIGINALI



BANDA	MINIMO	MASSIMO
1	51	242
2	17	115
3	14	131
4	4	105
5	0	193
7	0	128

Fig. 4.3. Istogrammi originali di una scena Landsat nelle sei bande del Thematic Mapper del visibile e dell'infrarosso riflesso. Lo scattering nelle regioni del visibile ha aumentato i valori del BV nelle Bande 1, 2 e 3. Generalmente, quanto più piccola è la lunghezza d'onda maggiore è lo spostamento del BV dal valore zero.

AGGIUSTATI



BANDA	MINIMO	MASSIMO
1	0	191
2	0	98
3	0	117
4	0	91
5	0	193
7	0	128

Fig. 4.4. Correzione dello scattering atmosferico sui dati di Fig.4.3 applicando la tecnica degli aggiustamenti degli istogrammi. In questo esempio solo le prime quattro bande del TM hanno richiesto l'aggiustamento. Tale metodo non corregge l'assorbimento atmosferico.

# Tecnica degli aggiustamenti con la regressione

Questa tecnica di correzione della diffusione atmosferica richiede che nell'immagine venga identificato un cluster di pixel corrispondente ad una zona in ombra o se presente una zona relativa ad una massa d'acqua, possibilmente profonda e non torbida.

Ciò significa che i BV di questi pixel dovrebbero, se non vi fosse l'influenza della diffusione, essere molto bassi o prossimi allo zero, non solo in tutte le bande del visibile ma anche in quelle dell'infrarosso che, comunque, non sono interessate dallo scattering atmosferico, essendo praticamente nulla o molto bassa la quantità di energia riflessa indipendentemente dalla lunghezza d'onda.

# Tecnica degli aggiustamenti con la regressione

Dopo aver estratto da ciascuna delle bande i pixel di questa zona, i BV relativi ad una banda del visibile (ad esempio la banda 1 del TM) vengono plottati in funzione dei corrispondenti valori di una delle bande all'infrarosso, che viene presa come riferimento, producendo uno scatterogramma.

Quale banda di riferimento si sceglie preferibilmente quella disponibile nell'infrarosso più lontano, cioè quella che risente meno della diffusione atmosferica (ad esempio la banda 7 del TM). Il grafico di Fig.4.5 mostra un esempio di un tale scatterogramma.

# Tecnica degli aggiustamenti mediante regressione

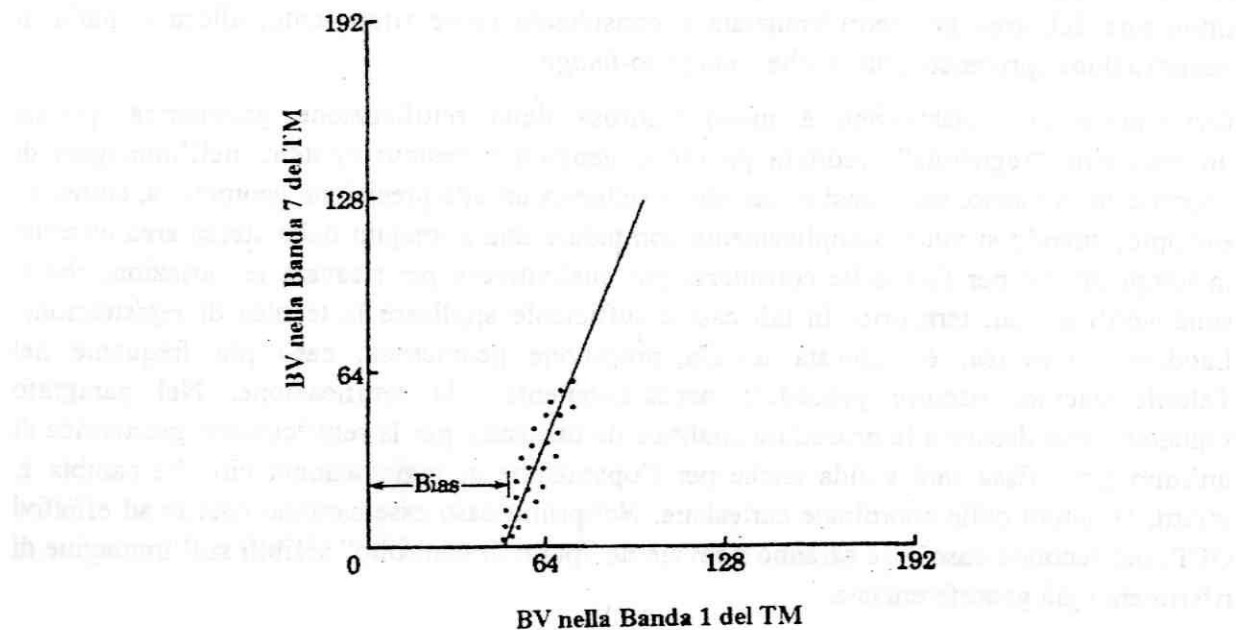


Fig. 4.5. *Correzione dello scattering atmosferico basata su una regressione lineare tra i valori del BV nella Banda 1 e nella Banda 7 del TM trovati in un'area in ombra o costituita da acqua profonda e non torbida. L'intercetta sulle ascisse rappresenta il Bias che, per correggere per lo scattering atmosferico, va sottratto da ciascun BV nella Banda 1 del TM.*

# Tecnica degli aggiustamenti con la regressione

Attraverso la tecnica dei minimi quadrati si trova la retta che meglio approssima la distribuzione dei punti.

Ovviamente se non vi fosse diffusione atmosferica, tale retta dovrebbe passare per l'origine degli assi.

Viceversa, in presenza inevitabile della diffusione atmosferica, la retta normalmente intercetta l'asse  $x$  in un punto che determinerà proprio l'entità del *Bias* causato dallo scattering atmosferico e che dovrà essere sottratto a tutti i dati originali, utilizzando la relazione (4.10). Il processo è, poi, ripetuto per tutte le altre bande del visibile.

# Errori esterni - Correzioni geometriche

Nella maggior parte dei casi i dati telerilevati vengono forniti già corretti dagli errori interni attraverso la conoscenza delle caratteristiche del sistema di acquisizione e delle distorsioni create dal sensore (come quelle dovute alla non linearità della velocità e all'obliquità di uno scanner).

Per quanto riguarda gli errori esterni, nel caso della piattaforma aerea gli errori geometrici dovuti alle variazioni di velocità, di altitudine e di assetto dell'aereo possono essere corretti sulla base della conoscenza dei dati di volo.



# Errori esterni - Correzioni geometriche

Tutti gli altri errori geometrici dovuti ad altre cause, quali ad esempio la curvatura terrestre, la prospettiva geometrica, il fenomeno del ribaltamento dei rilievi legato alla topografia dell'area, ecc. possono essere corretti, almeno parzialmente, utilizzando una tecnica che può ricondursi alla stessa utilizzata per georiferire un'immagine, ossia riferire un'immagine ad un sistema di coordinate assolute.

# Errori esterni - Correzioni geometriche

Questa tecnica fa uso di un certo numero di cosiddetti "Ground Control Points (GCP), ossia di "punti di controllo ben identificabili sull'immagine e dei quali si devono conoscere le coordinate cartografiche.

Quindi, per ogni GCP si hanno, da una parte, le coordinate immagine riferite ad un sistema  $X'Y'$  considerato in termini di righe e colonne, e, dall'altra, le coordinate cartesiane rispetto ad un sistema di riferimento cartografico  $XY$  (ad esempio il sistema UTM, Gauss Boaga, ecc.).

# Errori esterni - Correzioni geometriche

Occorre distinguere due casi: se le coordinate sono ottenute direttamente o da carte topografiche o attraverso una campagna di misure a terra con tecniche topografiche, allora si parla di **rettificazione geometrica** (processo detto anche “*image to map*”).

Viceversa, se le coordinate sono ricavate da un'altra immagine dell'area già georeferenziata e considerata come riferimento, allora si parla di **registrazione** (processo detto anche “*image to image*”).

# Errori esterni - Correzioni geometriche

Ovviamente la registrazione è meno rigorosa della rettificazione geometrica, poiché un'immagine "registrata" erediterà gli errori geometrici residui esistenti nell'immagine di riferimento.

Vi sono, però, casi in cui non è richiesta un'alta precisione geometrica, come, ad esempio, quando si vuole semplicemente comparare due immagini della stessa area ottenute in tempi diversi per fare delle considerazioni qualitative o per ricavare le variazioni che si sono verificate sul territorio. In tali casi è sufficiente applicare la tecnica di registrazione.

# Errori esterni - Correzioni geometriche

Laddove, viceversa, é richiesta un'alta precisione geometrica, caso più frequente nel Telerilevamento, occorre procedere necessariamente alla rettificazione.

Nelle slide successive verrà descritta la procedura analitica da utilizzare per la rettificazione geometrica di un'immagine. Essa sarà valida anche per l'operazione di registrazione: ciò che cambia è, infatti, la natura delle coordinate cartesiane. Nel primo caso esse saranno riferite ad effettivi GCP; nel secondo caso esse saranno ricavate cavate da “punti di controllo” visibili sull'immagine di riferimento già georeferenziata.

# Correzioni Geometriche

**Rettifica e registrazione vengono anche dette processi di Georeferenziazione.**

Si utilizza un certo numero di **GCP (Ground Control Points)** .

Per ogni GCP si hanno le coordinate immagine riferite ad un sistema  $X'$  e  $Y'$  e dall'altra le coordinate  $X$  e  $Y$  di un sistema di riferimento cartografico.

**CP (Check Points)** sono punti di controllo distinti dai GCP, utilizzati per verificare il grado di accuratezza dell'operazione di georeferenziazione.

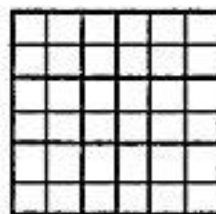


IMMAGINE DI RIFERIMENTO

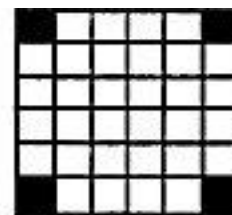


IMMAGINE ORIGINALE CON 4 GCP

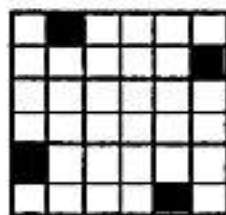


IMMAGINE DI RIFERIMENTO CON LA POSIZIONE DEI 4 GCP

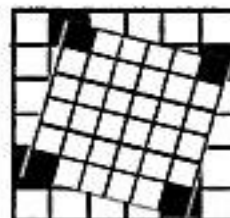
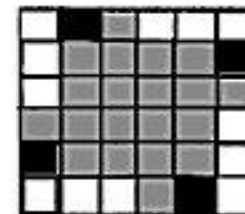


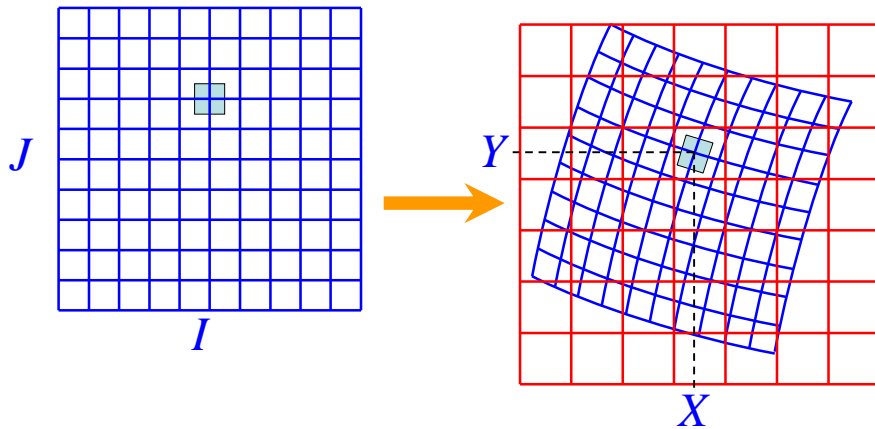
IMMAGINE DI RIFERIMENTO CON SOVRAPPOSIZIONE DELL'IMMAGINE ORIGINALE RETTIFICATA



RICAMPIONAMENTO DELL'IMMAGINE ORIGINALE RETTIFICATA

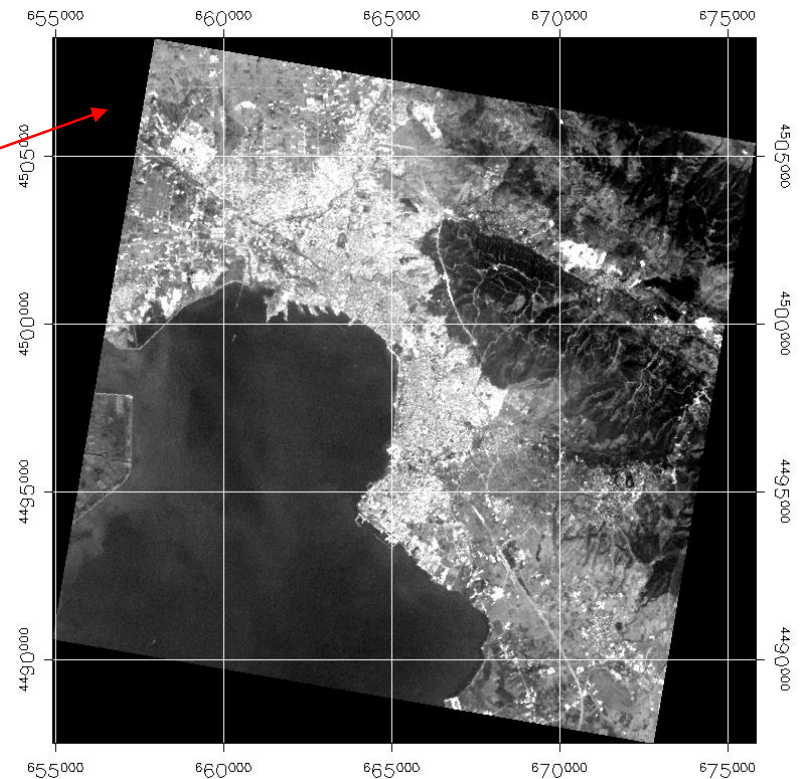
## Trasformazione da **IMMAGINE** non corretta a immagine georiferita

Il centro di un pixel dell'immagine con coordinate **interi** ( $I, J$ ) (ovvero  $X', Y'$ ) viene trasformato in un punto con coordinate **reali** (non intere) ( $X, Y$ ) che non corrispondono ai baricentri dei pixel della nuova immagine



Esempio di georeferenziazione:

Una registrazione da immagine a carta  
dell'immagine originale (sopra)  
sulla griglia UTM (sotto)



aree nere: assenza di dato  
(0 = codifica no data)  
corrispondono a pixel carta  
al di fuori dell'area dell'immagine



# Rettificazione e registrazione

L'operazione di rettificazione o di registrazione di un'immagine telerilevata richiede lo svolgimento delle seguenti due procedure:

- 1) l'identificazione di una relazione geometrica tra la localizzazione (nell'immagine iniziale)  $X'$   $Y'$  (riga e colonna) dei GCP e le coordinate cartesiane (cartografiche)  $X, Y$  ad essi associate.
- 2) La determinazione dei valori del BV.

# Rettificazione e registrazione

Una volta identificata, tale relazione servirà a stabilire la trasformazione che deve essere applicata per trovare le coordinate  $X'$  e  $Y'$  corrispondenti ad ogni posizione dell'immagine rettificata.

Questo processo, che è chiamato di “interpolazione spaziale o geometrica” fa uso solitamente di equazioni polinomiali e ricerca i coefficienti polinomiali per i quali si ha il miglior adattamento tra le coppie  $(X', Y')$  e  $(X, Y)$  relative ai GCP.

# Rettificazione e registrazione

Per distorsioni moderate, in un'area dell'immagine relativamente piccola (ad esempio 1/4 di una scena Landsat, cioè 45x45 km), è sufficiente una trasformazione lineare di coordinate, del tipo:

$$\begin{cases} X' = a_0 + a_1X + a_2Y \\ Y' = b_0 + b_1X + b_2Y \end{cases}$$

# Rettificazione e registrazione

Una tale trasformazione corrisponde ad una semplice roto traslazione nel piano con scorrimento angolare e variazione anisotropa del fattore di scala: ciò vuol dire che l'immagine trasla secondo  $x$  e secondo  $y$ , ruota rigidamente, varia le proporzioni dei lati (ad esempio la base si allunga o accorcia in maniera differente dell'altezza), subisce degli «slittamenti» (cioè variano i valori degli angoli tra due prefissate direzioni).

# Rettificazione e registrazione

Inserendo le coordinate immagine  $X',Y'$  di tre GCP al primo membro e le rispettive coordinate topografiche  $X,Y$  al secondo membro, è possibile scrivere sei equazioni in sei incognite.

La risoluzione del sistema fornisce i parametri polinomiali  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$  che, inseriti nelle relazioni precedenti, consentono di trovare per ogni punto di coordinate  $X,Y$ , le corrispondenti coordinate immagine  $X',Y'$ .

# Rettificazione e registrazione

Normalmente le coordinate  $X, Y$  vengono considerate variabili, con lo stesso passo della dimensione del pixel dell'immagine da rettificare, all'interno di una finestra  $X_{\min}, Y_{\min}$   $X_{\max}, Y_{\max}$  prefissata dall'utente.

# Rettificazione e registrazione

Qualora si ritenga che la trasformazione lineare non sia sufficiente a correggere le distorsioni geometriche, è possibile pensare ad altre forme di trasformazione polinomiale, come ad esempio quella quadratica:

$$\begin{cases} X' = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3X^2 + a_4Y^2 + a_5XY \\ Y' = b_0 + b_1X + b_2Y + b_3X^2 + b_4Y^2 + b_5XY \end{cases}$$

Tale trasformazione richiede l'individuazione di sei GCP per risolvere un sistema di dodici equazioni in dodici incognite ( $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ ).

# Rettificazione e registrazione

In definitiva:

**trasformazione lineare**

$$\begin{cases} X' = a_0 + a_1X + a_2Y \\ Y' = b_0 + b_1X + b_2Y \end{cases}$$



3 GCP :  
6 equazioni, 6 incognite  
 $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$

**trasformazione quadratica:**

$$\begin{cases} X' = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3X^2 + a_4Y^2 + a_5XY \\ Y' = b_0 + b_1X + b_2Y + b_3X^2 + b_4Y^2 + b_5XY \end{cases}$$



6 GCP:  
12 equazioni, 12 incognite  
 $(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ .



# Rettificazione e registrazione

Si utilizzano anche funzioni polinomiali di ordine superiore a 2 (solitamente 3°, 4°, 5° ordine).

Maggiore è l'ordine della trasformazione, maggiore saranno le deformazioni indotte e volte a recuperare le distorsioni geometriche insite nelle immagini.

Più cresce l'ordine della trasformazione, più cresce il numero di GCP necessari a risolvere il sistema e trovare i valori dei coefficienti.

Non sempre i risultati sono soddisfacenti.

# Rettificazione e registrazione

Le funzioni polinomiali sono solo uno degli approcci possibili per correggere le distorsioni geometriche.

In alternativa si possono utilizzare altri metodi.

In definitiva, gli approcci possibili possono raggrupparsi in:

*Modelli parametrici;*

*Modelli non parametrici.*

# Modelli parametrici

*Modelli parametrici*: si basano su procedure di tipo fotogrammetrico che consentono di correggere i differenti errori presenti nelle immagini, dovuti al sistema di acquisizione (satellite, sensore, ecc.) e agli effetti dell'osservazione della Terra (effetti della curvatura terrestre, del rilievo, della rifrazione atmosferica, ecc.).

Tali procedure richiedono però la conoscenza a priori di alcune informazioni legate all'assetto e alle caratteristiche del sensore.

# Modelli non parametrici

*Modelli non parametrici:* si basano su differenti funzioni matematiche che non tengono conto del processo fisico-geometrico di generazione dell'immagine.

Queste funzioni possono quindi essere utilizzate in maniera generalizzata indipendentemente dal tipo di sensore considerato e dal tipo di immagine.

Le funzioni polinomiali sin qui viste rientrano nei modelli non parametrici.

# Funzioni Polinomiali Razionali

Nell'ambito dei modelli non parametrici sono presenti anche le *Funzioni Polinomiali Razionali (RPF)*.

Tali funzioni sono costituite dal rapporto di due polinomi che esprimono le relazioni tra le coordinate immagine ( $i, j$ ) e le coordinate oggetto ( $X, Y, Z$ ) in rapporto ad un numero variabile di coefficienti:

$$i = \frac{P_1(X, Y, Z)}{P_2(X, Y, Z)} \quad j = \frac{P_3(X, Y, Z)}{P_4(X, Y, Z)}$$

L'utilizzo di tali funzioni è particolarmente indicato per le immagini ad alta e altissima risoluzione per le quali le funzioni polinomiali semplici non sono efficaci.

# Funzioni Polinomiali Razionali

Analiticamente la forma del polinomio può essere genericamente espressa dalla relazione:

$$P_n(X, Y, Z) = \sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \sum_{k=0}^{m_3} a_{ijk} X^i Y^j Z^k$$

# Funzioni Polinomiali Razionali

I coefficienti  $a_{ijk}$  sono comunemente indicati con il termine *Rational Polynomial Coefficients* (RPC) e il loro numero varia in funzione del polinomio utilizzato.

La determinazione dei coefficienti usati per risolvere le RPF può avvenire secondo due differenti modalità:

# Funzioni Polinomiali Razionali

- Impiegando un certo numero di *Ground Control Point* (GCP), solitamente più di quello strettamente necessario e risolvendo il sistema delle equazioni attraverso una compensazione ai minimi quadrati.
- Utilizzando gli RPC calcolati dalle agenzie che distribuiscono le immagini, in funzione della posizione e dell'orientamento del sensore.



# Funzioni Polinomiali Razionali

Solitamente si utilizzano polinomi di 3° grado

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{P_1(X, Y, Z)}{P_2(X, Y, Z)} \\ y' = \frac{P_3(X, Y, Z)}{P_4(X, Y, Z)} \end{array} \right. \begin{array}{l} \equiv \\ \equiv \end{array} \begin{array}{l} \frac{a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 Z + a_4 XY + a_5 XZ + a_6 YZ + a_7 X^2 + a_8 Y^2 + a_9 Z^2 + a_{10} XYZ \dots}{1 + b_1 X + b_2 Y + b_3 Z + b_4 XY + b_5 XZ + b_6 YZ + b_7 X^2 + b_8 Y^2 + b_9 Z^2 + b_{10} XYZ \dots} \\ \frac{c_0 + c_1 X + c_2 Y + c_3 Z + c_4 XY + c_5 XZ + c_6 YZ + c_7 X^2 + c_8 Y^2 + c_9 Z^2 + c_{10} XYZ \dots}{1 + d_1 X + d_2 Y + d_3 Z + d_4 XY + d_5 XZ + d_6 YZ + d_7 X^2 + d_8 Y^2 + d_9 Z^2 + d_{10} XYZ \dots} \end{array}$$

Ciascun polinomio nelle due equazioni presenta 20 coefficienti; poichè il termine noto del polinomio al denominatore viene posto uguale ad 1, in totale si hanno 78 coefficienti.

Utilizzando le coordinate (X, Y) e (X', Y') di 39 punti (GCPs), si ricavano i valori dei 78 coefficienti, grazie ai quali diviene possibile determinare le coordinate corrette di tutti i pixel di partenza .

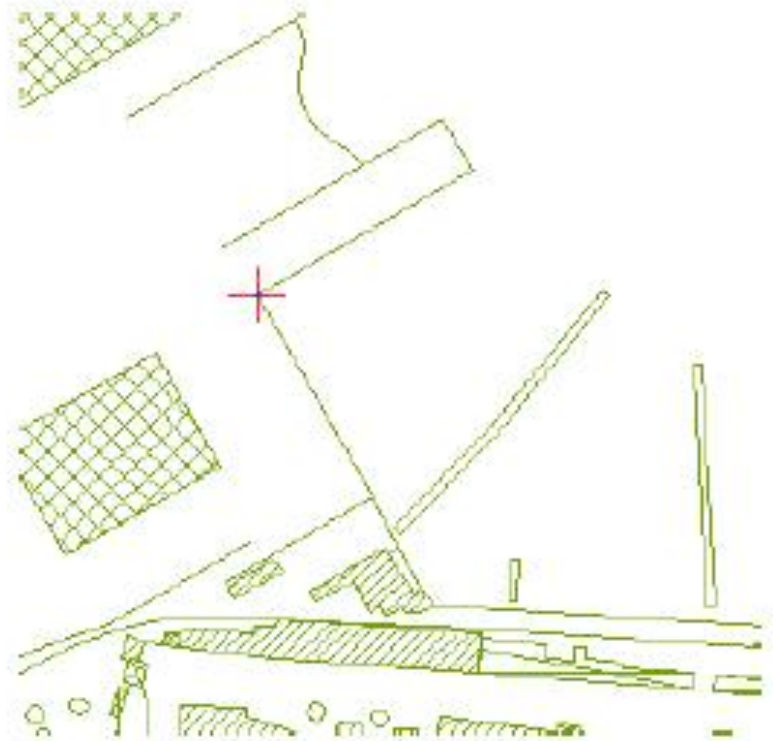
# Funzioni Polinomiali Razionali

- Da notare che le RPF sono di tipo 3d, cioè occorre conoscere anche la Z (non solo la X e la Y) dei GCP.
- L'applicazione del modello richiede anche la disponibilità di un DEM che copre l'intera immagine per rettificare la stessa.

# Individuazione dei GCP



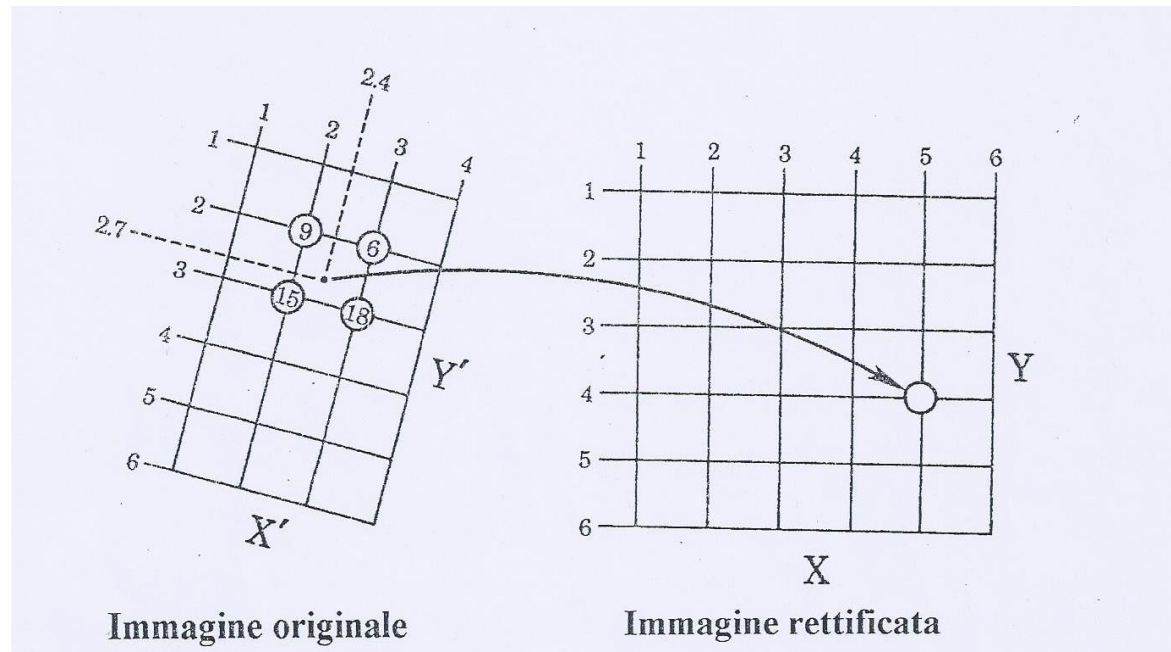
(a) molo



(b) vettoriale molo

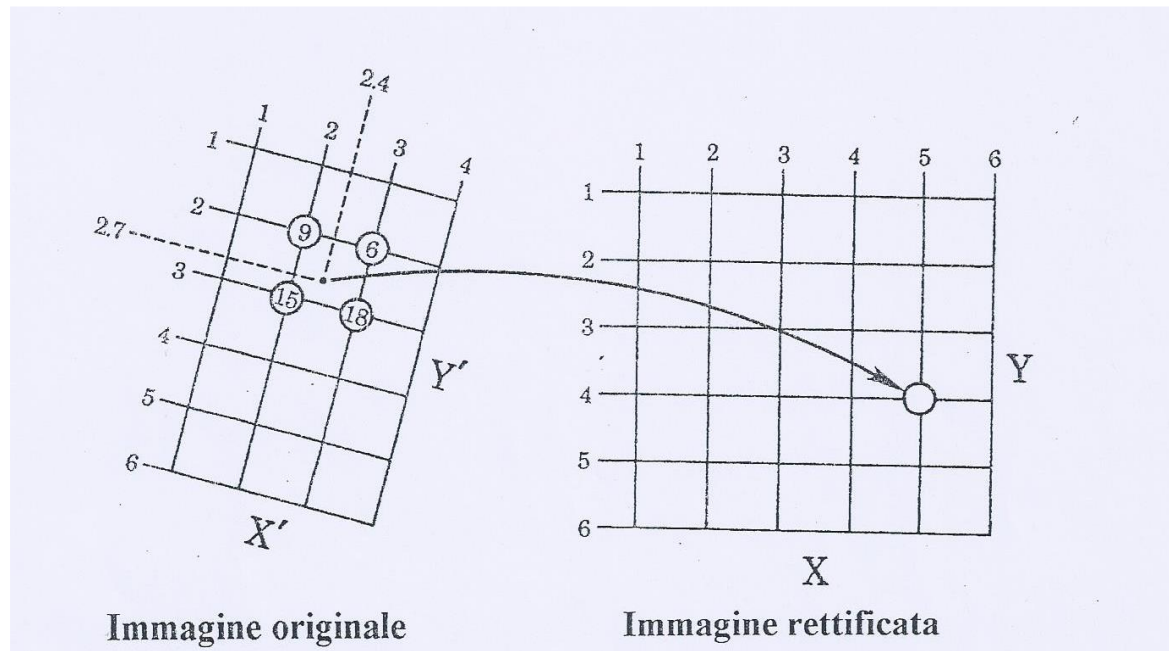
# Ricampionamento

Le coordinate  $X, Y$  di un pixel  $P$  dell'immagine rettificata si riferiscono a delle coordinate  $X_P', Y_P'$  nell'immagine originale, che, in generale, non sono dei numeri interi, bensì dei numeri reali in quanto risultati di due equazioni (vedi slide precedenti): ciò comporta che tali coordinate  $X_P', Y_P'$  non cadono precisamente in corrispondenza di una data riga e di una data colonna.



# Ricampionamento

Di conseguenza la conoscenza del BV che deve competere a quel pixel non è immediata. Il valore del BV da assegnare a quel pixel dovrà essere, allora, determinato mediante un meccanismo che tenga conto della distribuzione dei valori di BV nell'intorno del punto  $(X_P', Y_P')$ .

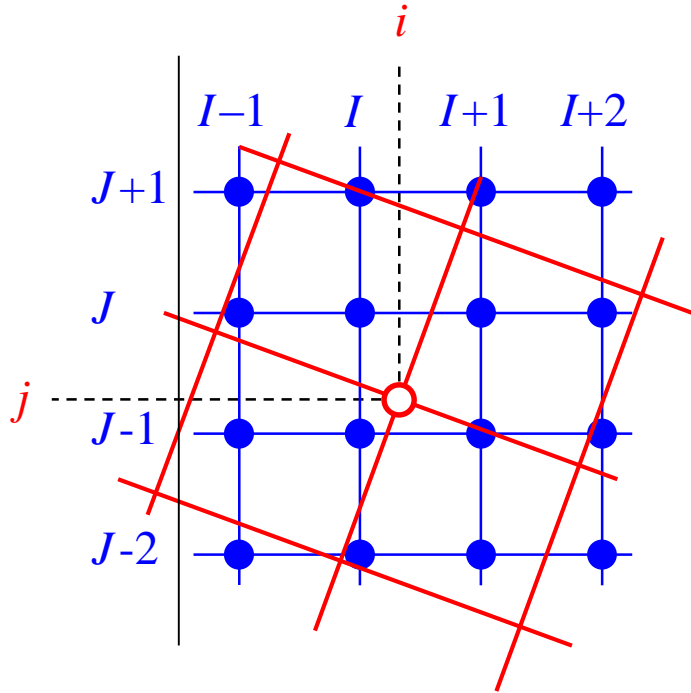


# Ricampionamento

Tale processo, detto di "**interpolazione radiometrica**", può essere eseguito applicando diversi metodi, detti di ricampionamento (*resampling*) tra i quali:

- Interpolazione di **ordine zero** o del vicino più prossimo (nearest neighbor);
- Interpolazione del **primo ordine** o **bilineare** (bilinear);
- Interpolazione del **secondo ordine** o **convoluzione cubica**.

## Ricampionamento (Resampling)

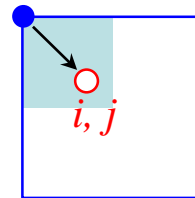


Assegnare un valore al pixel dell'immagine rettificata  $(X, Y)$  mappato nel punto dell'immagine  $(i, j)$  a partire dai valori dei pixel immagine circostanti

Nearest Neighbor (prossimo più vicino):

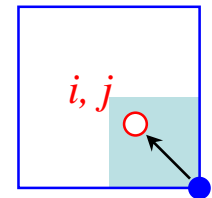
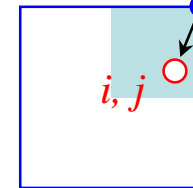
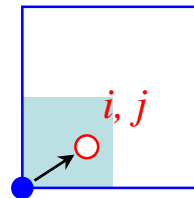
Al pixel cartadell'immagine corretta viene assegnato il valore del pixel immagine più vicino

$I, J+1$



$I, J$

$I+1, J+1$



$I+1, J$

# Ricampionamento

- Interpolazione del **primo ordine** o **bilineare** (bilinear), che assegna al pixel in output (X,Y) il valore di BV ottenuto dalla media pesata tra i valori  $BV_k$  dei quattro pixel al punto  $(X_P', Y_P'$
- I pesi vanno considerati inversamente proporzionali al quadrato delle distanze  $D_k$  di  $(X_P', Y_P')$  dai quattro pixel:

$$BV_{X,Y} = \frac{\sum_{k=1}^4 (BV_k/D_k^2)}{\sum_{k=1}^4 (1/D_k^2)}$$

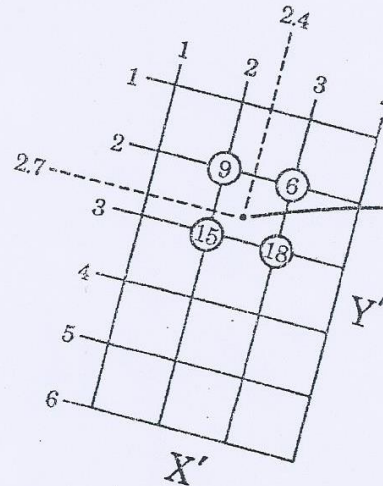


Immagine originale

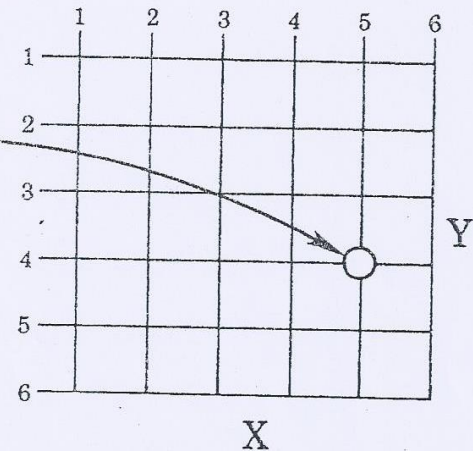
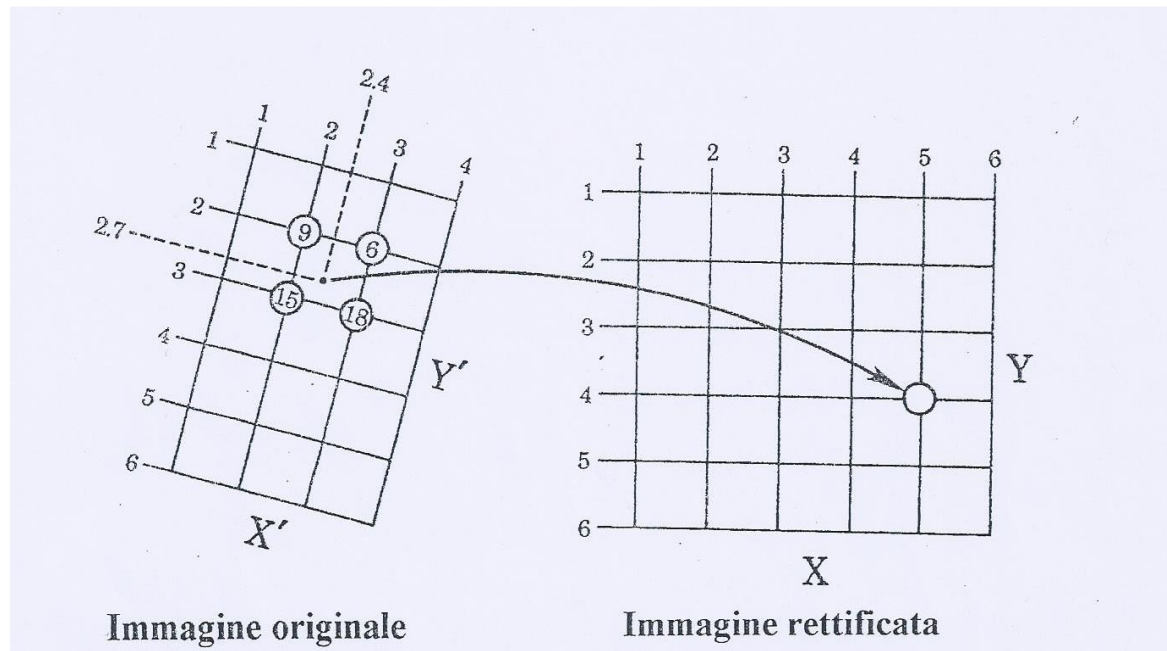


Immagine rettificata



# Ricampionamento

- Interpolazione del **secondo ordine** o **convoluzione cubica**, che assegna valori del BV ai pixel di output in modo analogo all'interpolazione del primo ordine, tranne che per la media pesata vengono considerati non i quattro, bensì i sedici pixel circostanti la posizione di  $(X'_p, Y'_p)$ .



# Registrazione da immagine a immagine



Immagine originale - SPOT 1998 (banda 3)



Immagine obiettivo - TM 1996 (banda 3)

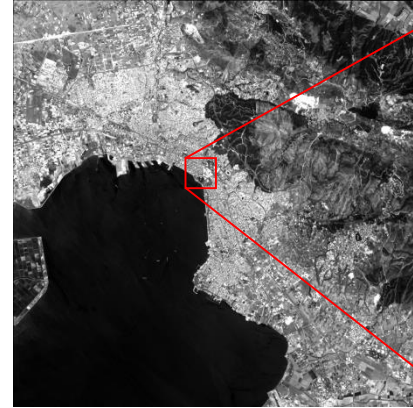


immagine registrata  
prossimo più vicino



Dettaglio

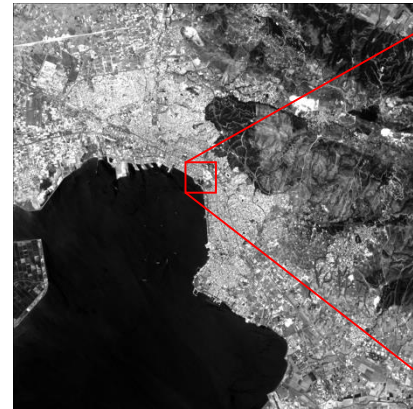
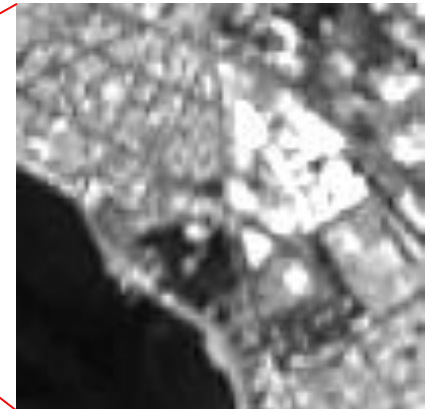
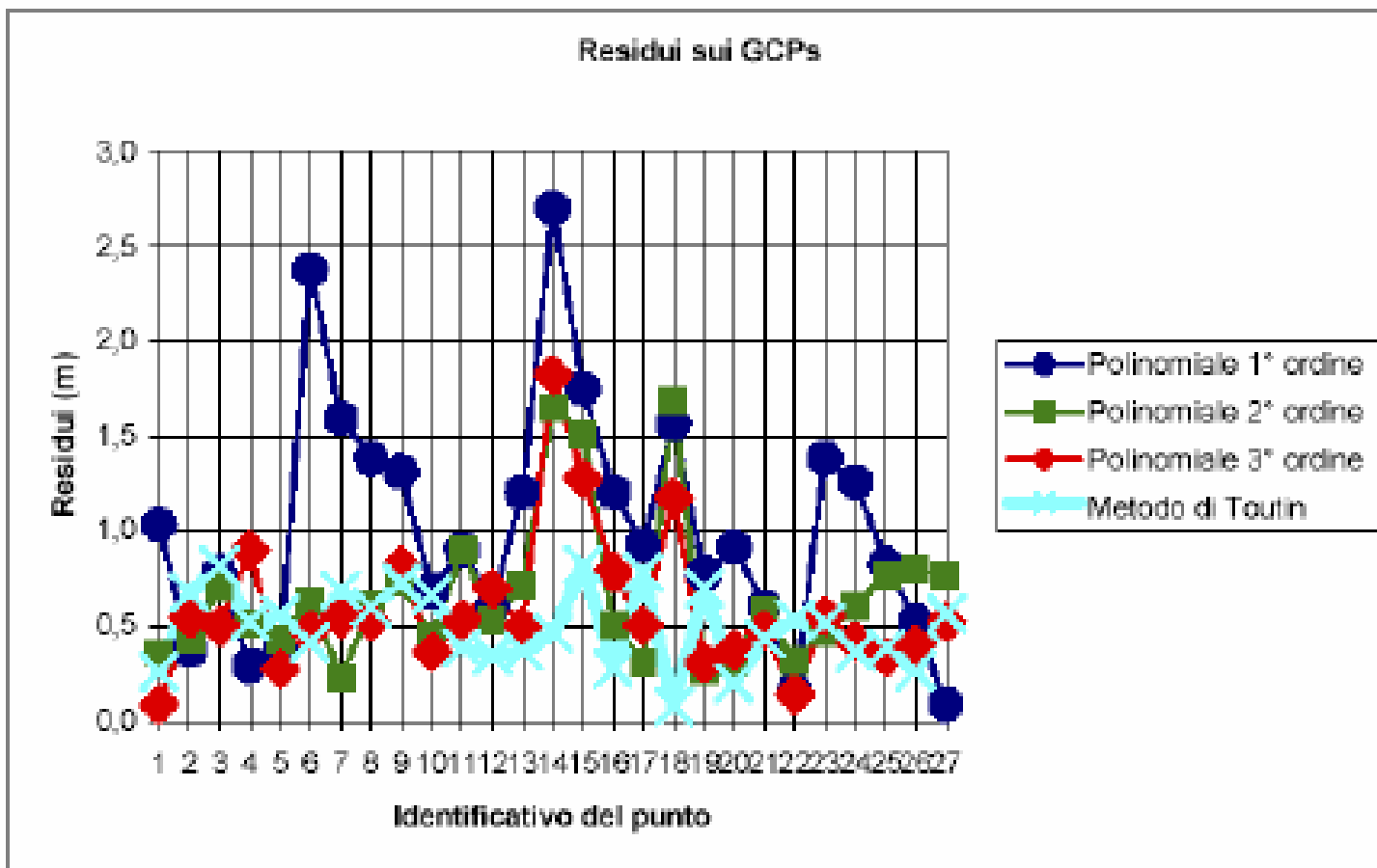


Immagine registrata  
bicubica



Dettaglio

Si noti l'effetto di filtraggio



*Residui sui 27 GCP per i diversi metodi di correzione geometrica*

# Esempio di georeferenziazione Software ENVI

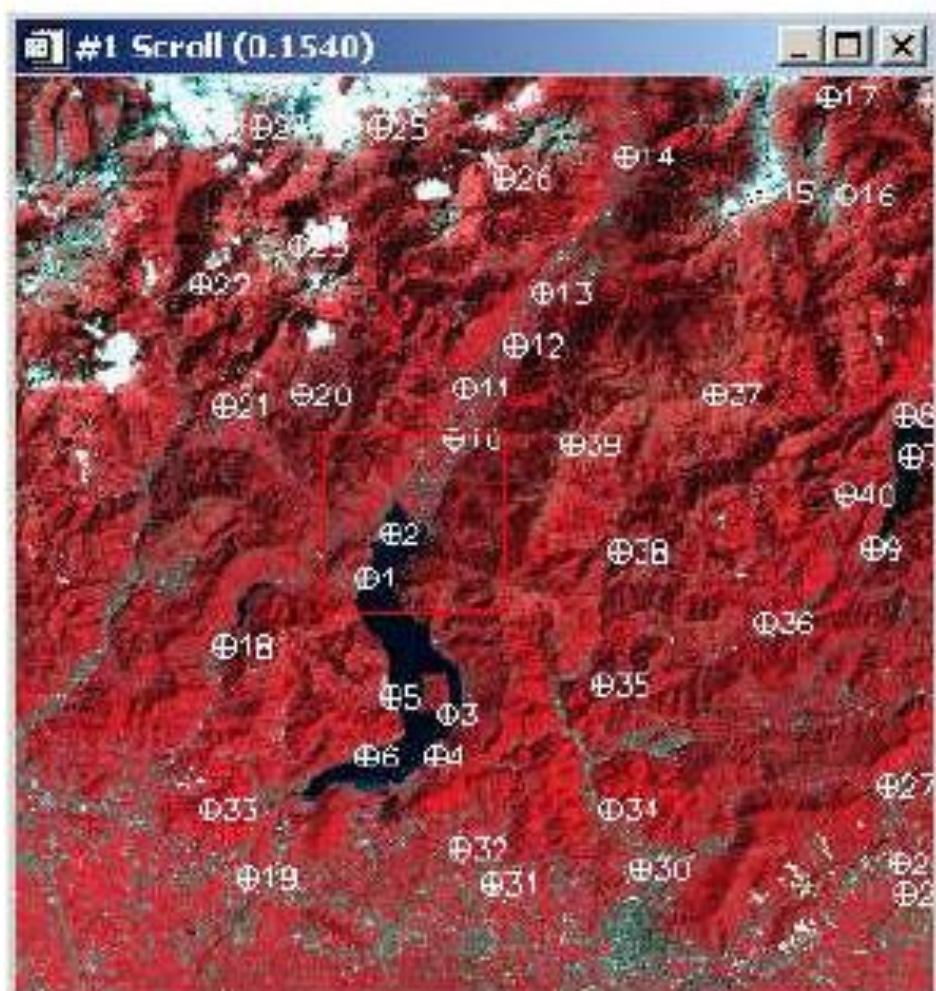
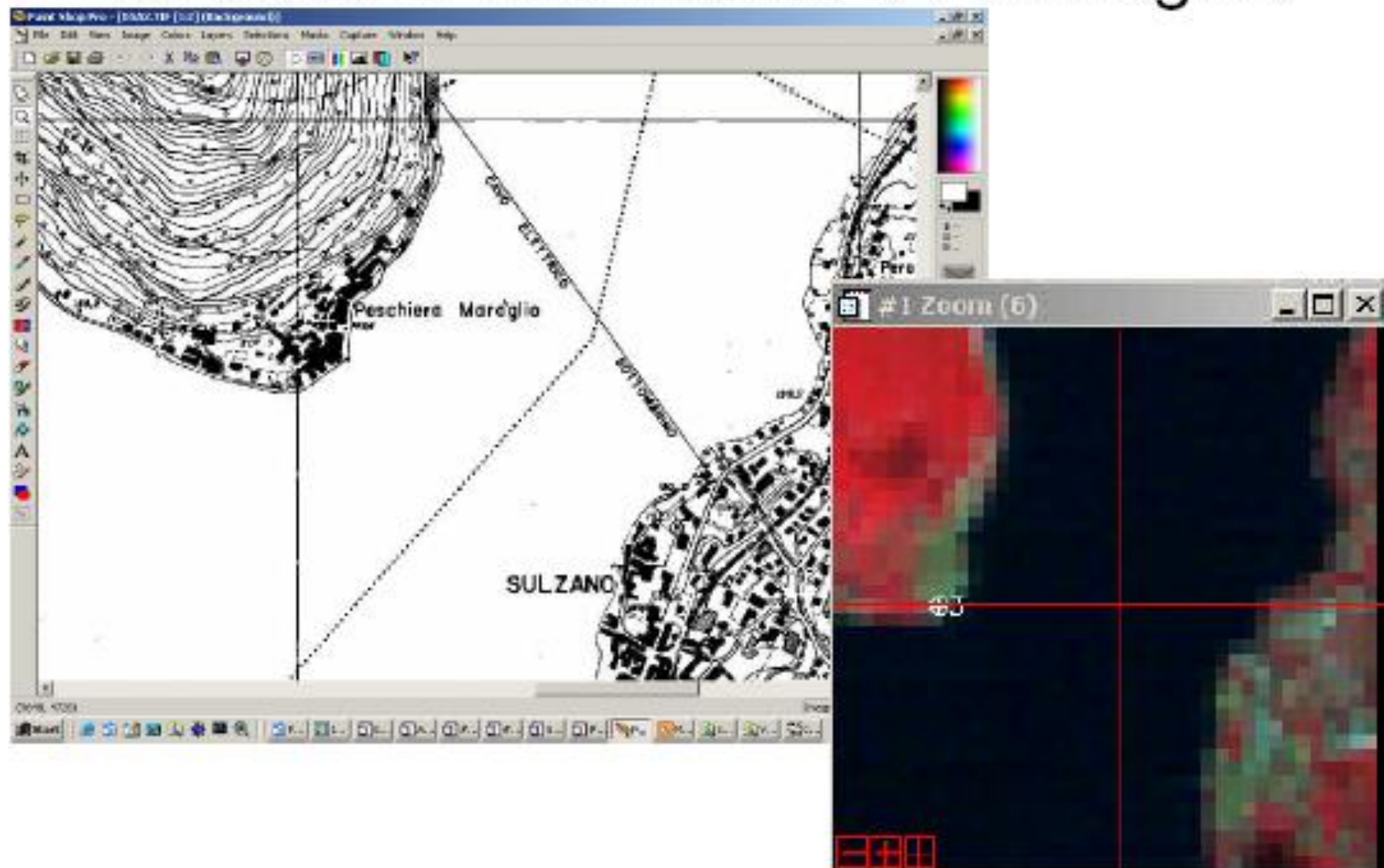


Immagine Landsat TM  
del lago d'Iseo del  
01/09/1992

Sono stati individuati  
40 punti di controllo  
(GCP) relativi alla CTR  
della Regione  
Lombardia (1:10000)

# La carta di riferimento e l'immagine



# I punti di controllo (GCP)

Ground Control Points Selection

HIS GCPs Options

Proj: UTM, Zone 32 North  
Datum: European 1950 mean

Change Proj..

Units: Meters

Image X: 2179.50

Image Y: 3438.50

Degree: 1

Add Point Pairs: 40 RMS Error: 1.0050 RST:  Yes  No

ID #	Map X,Y	Image X,Y	Predict X,Y	Error X,Y	RMS
#31	(885.83,1886.17)	(2821.33,4747.00)	(2820.03,4747.41)	(-1.30,0.41)	(1.37)
#32	(829.50,1796.50)	(2747.50,4668.50)	(2747.87,4669.91)	(0.37,1.41)	(1.46)
#33	(309.17,1613.00)	(2202.17,4587.00)	(2202.24,4587.47)	(0.07,0.47)	(0.48)
#34	(1167.50,1775.33)	(3076.00,4585.33)	(3075.88,4585.61)	(-0.12,0.28)	(0.31)
#35	(1206.50,1500.50)	(3061.67,4308.33)	(3062.68,4308.27)	(1.01,-0.06)	(1.01)
#36	(1577.33,1436.50)	(3414.00,4176.50)	(3415.05,4176.65)	(1.05,-0.05)	(1.35)
#37	(1566.33,922.50)	(3308.50,3672.67)	(3308.10,3672.62)	(-0.40,-0.05)	(0.41)
#38	(1294.50,1226.50)	(3097.33,4021.67)	(3097.81,4022.51)	(0.48,0.84)	(0.97)
#39	(1234.50,973.50)	(2991.50,3784.33)	(2991.43,3785.23)	(-0.07,0.90)	(0.90)
#40	(1804.50,1195.50)	(3593.50,3896.50)	(3593.24,3896.07)	(-0.26,-0.43)	(0.51)

Go to Edit On/Off Delete Update Predict

# L'errore individuato sui GCP

Ground Control Points Selection

File GCPs Options

Proj: UTM, Zone 32 North  
Datum: European 1950 mean

Change Proj..

Units: Meters

Image X: 2692.67

Image Y: 4466.50

Degree: 2

Add Point Palo: 40 RMS Error: 0.9041

ID# (Map X,Y)	(Image X,Y)	(Predict X,Y)	(Error X,Y)	(RMS)
H4 (815.33,1596.50)	(2692.67,4466.50)	(2694.51,4466.22)	(1.84,-0.28)	(1.86)
H2 (810.83,1096.00)	(2596.33,3977.17)	(2595.71,3975.66)	(-0.62,-1.51)	(1.62)
H25 (949.33,219.50)	(2570.50,3099.67)	(2570.42,3098.26)	(-0.08,-1.41)	(1.41)
H32 (829.50,1796.50)	(2747.50,4668.50)	(2748.25,4669.65)	(0.75,1.15)	(1.37)
H3 (856.50,1504.67)	(2720.67,4378.50)	(2719.46,4378.14)	(-1.21,-0.36)	(1.26)
H39 (1234.50,973.50)	(2991.50,3784.33)	(2990.76,3785.29)	(-0.74,0.95)	(1.20)
H9 (1837.00,1318.83)	(3647.00,4011.83)	(3648.06,4011.35)	(1.06,-0.48)	(1.16)
H6 (871.33,1557.50)	(2548.67,4465.33)	(2547.59,4464.91)	(-1.08,-0.42)	(1.16)
H36 (1577.33,1436.50)	(3414.00,4176.50)	(3414.71,4175.65)	(0.71,-0.85)	(1.10)
H23 (729.17,442.33)	(2394.33,3357.67)	(2394.93,3358.57)	(0.60,0.90)	(1.08)
H22 (502.22,479.67)	(2179.50,3429.50)	(2179.69,3427.91)	(0.91,-0.59)	(1.05)

Goto Edit On/Off Delete Update Predict

# L'errore individuato sui GCP

Ground Control Points Selection

File GCPs Options

Proj: UTM, Zone 32 North  
Datum: European 1950 mean

Image X: 2570.50  
Image Y: 3099.67  
Degree: 3

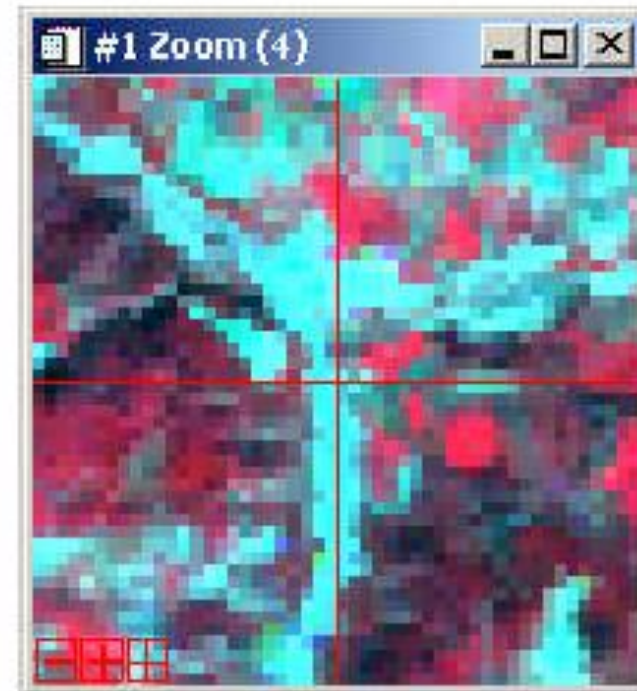
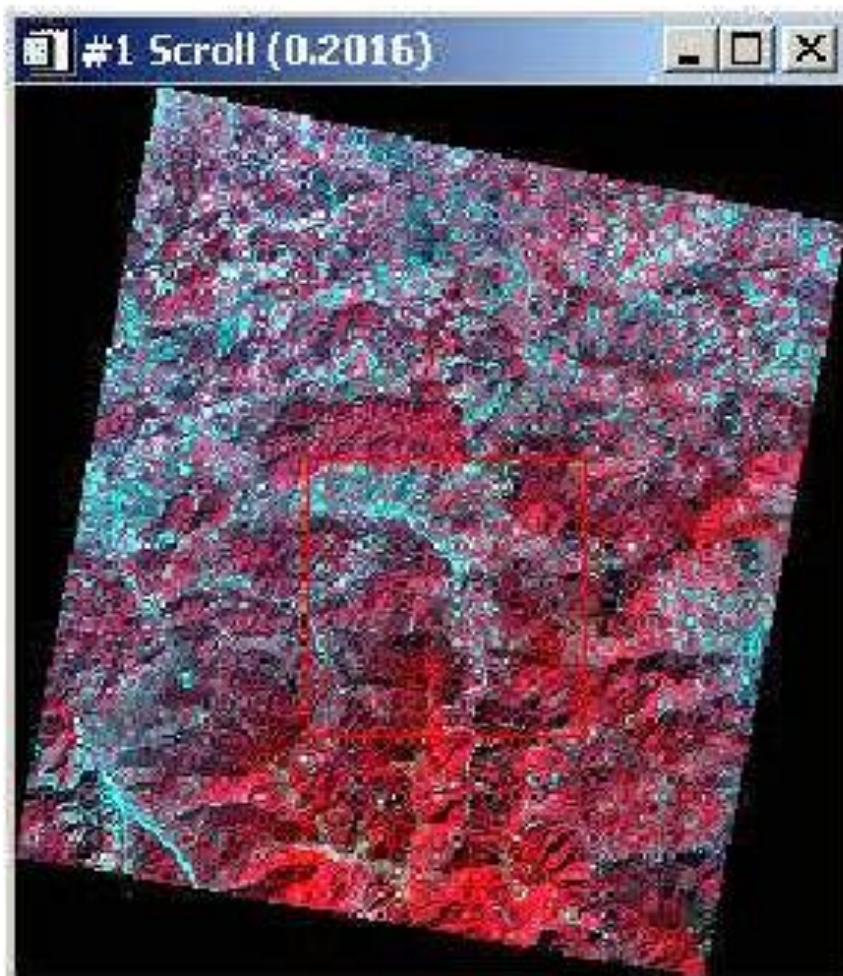
Add Point Pairs: 36 RMS Error: 0.5990

ID# (Map X,Y) (Image X,Y)  (Predict X,Y)  (Error X,Y) (RMS)
#33 (309.17,1613.00) (2202.17,4587.00)  (2201.66,4587.37)  (-0.51,0.37) (0.63)
#35 (1206.50,1500.50) (3061.67,4306.33)  (3062.26,4306.25)  (0.59,-0.08) (0.60)
#6 (671.33,1557.50) (2548.57,4465.33)  (2548.14,4465.15)  (-0.53,-0.18) (0.56)
#34 (1167.50,1775.33) (3076.00,4585.33)  (3076.53,4585.50)  (0.53,0.17) (0.55)
#26 (1196.50,380.50) (2843.50,3209.50)  (2842.96,3209.43)  (-0.54,-0.07) (0.55)
#40 (1804.50,1195.50) (3593.50,3896.50)  (3593.01,3896.28)  (-0.49,-0.22) (0.54)
#11 (1032.00,809.00) (2760.83,3661.00)  (2760.84,3661.51)  (0.01,0.51) (0.51)
#13 (1233.17,645.00) (2928.17,3462.83)  (2928.53,3462.54)  (0.36,-0.29) (0.46)
#1 (743.00,1174.00) (2546.17,4075.17)  (2545.78,4074.92)  (-0.39,-0.25) (0.46)
# (949.33,219.50) (2570.50,3099.67)
#20 (626.50,752.00) (2400.57,3672.92)  (2400.97,3672.50)  (0.21,-0.22) (0.45)

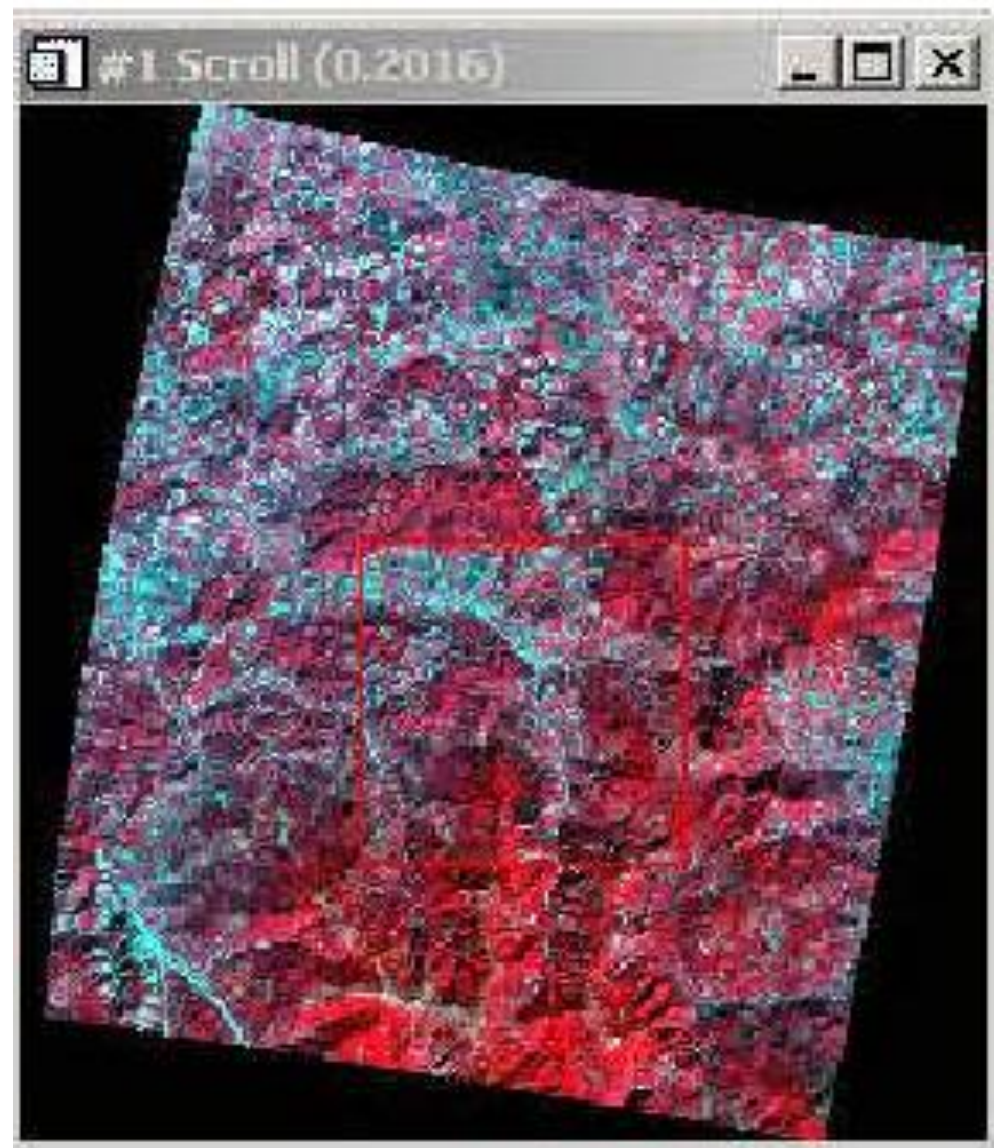
Goto Edit On/Off Delete Update Predict



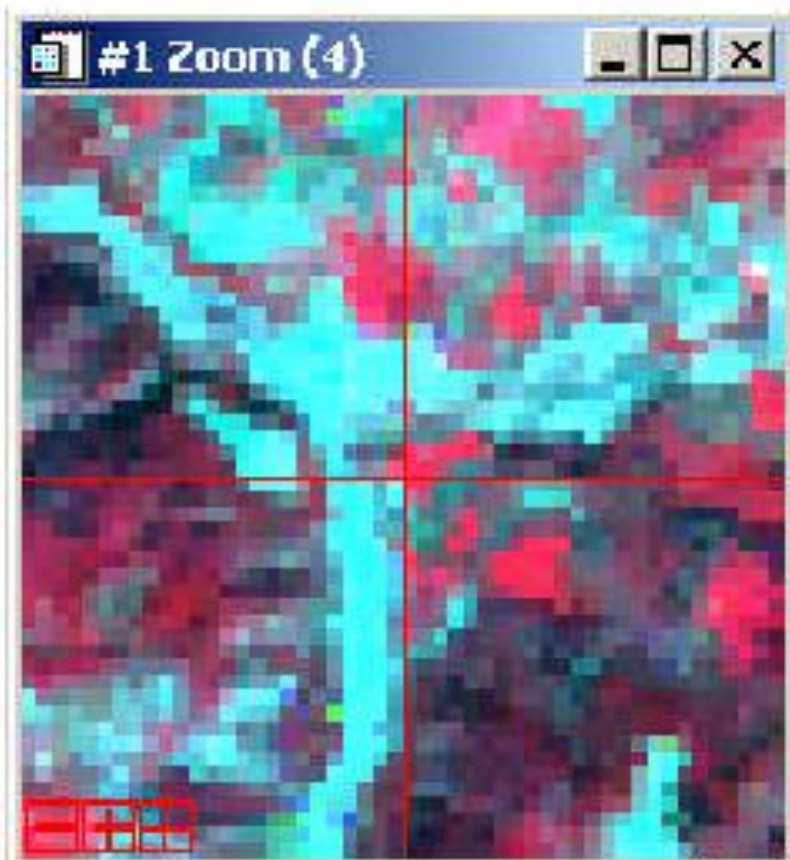
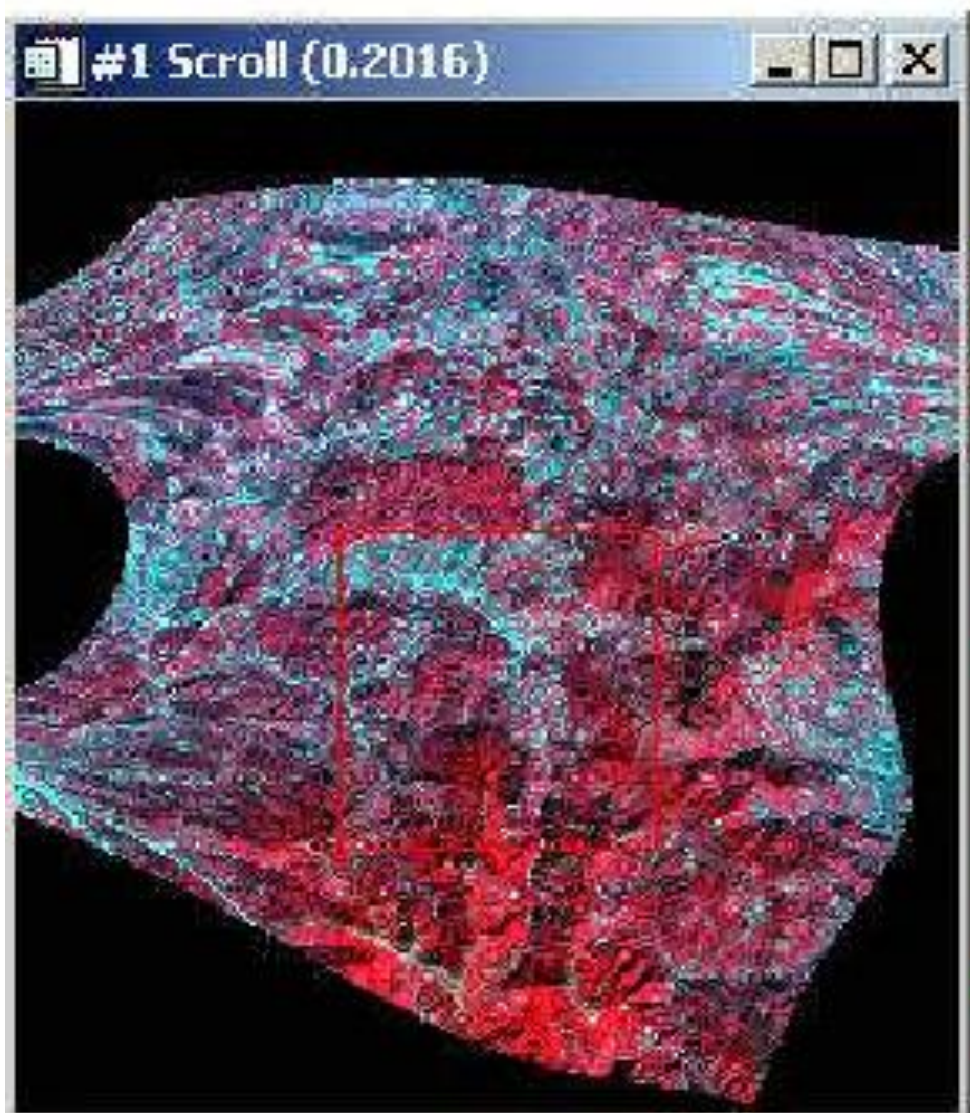
# I ordine – Nearest Neighbour



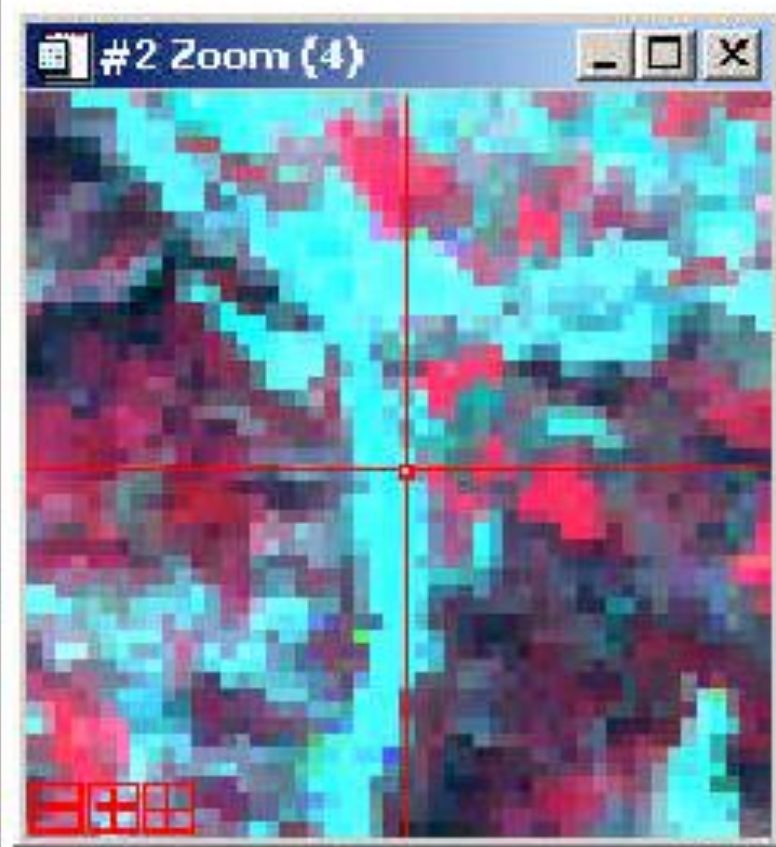
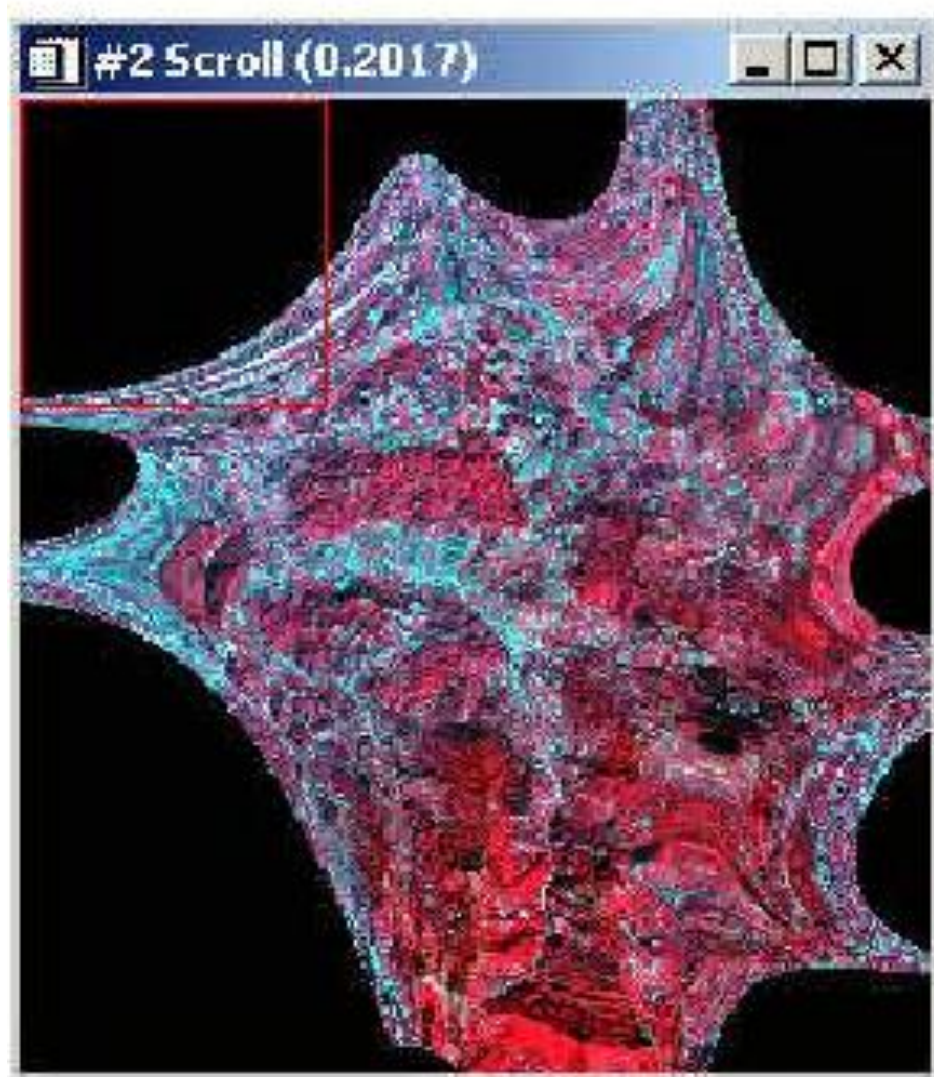
# Il ordine – Nearest Neighbour



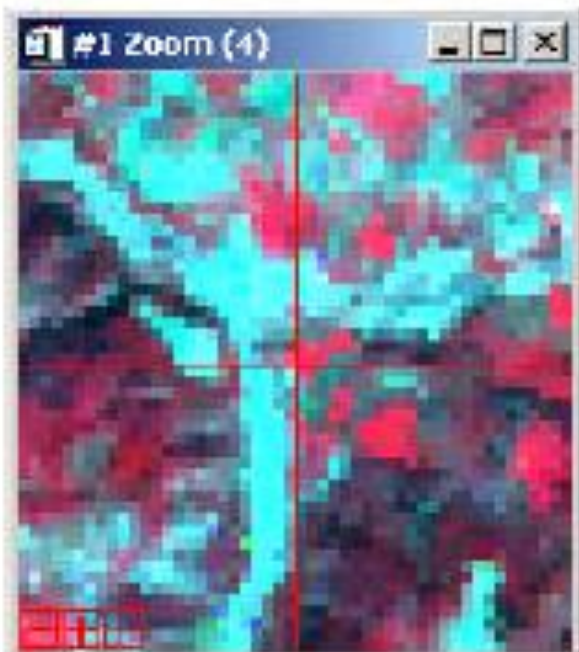
# III ordine – Nearest Neighbour



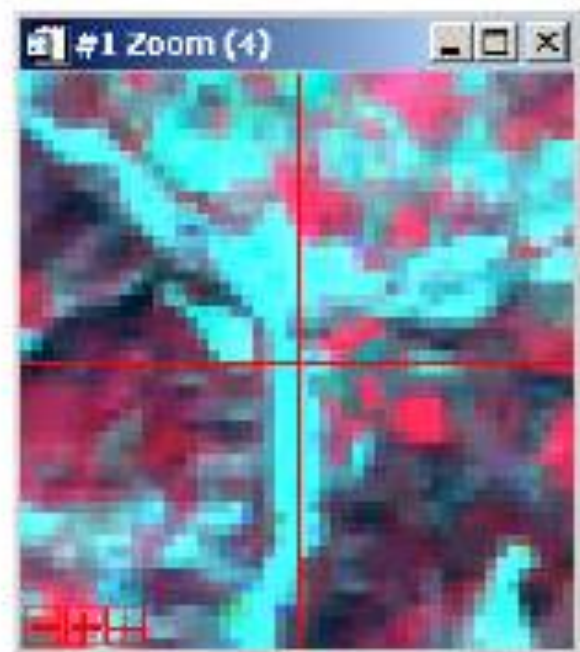
# IV ordine – Nearest Neighbour



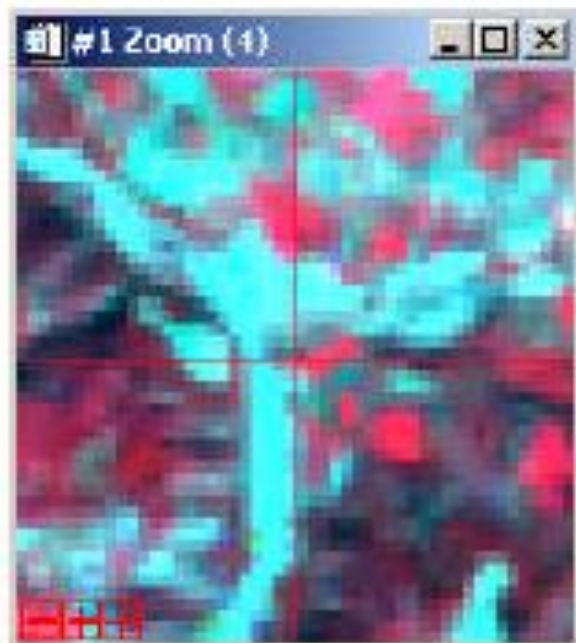
# III ordine – Tipi di ricampionamento



Nearest Neighbour

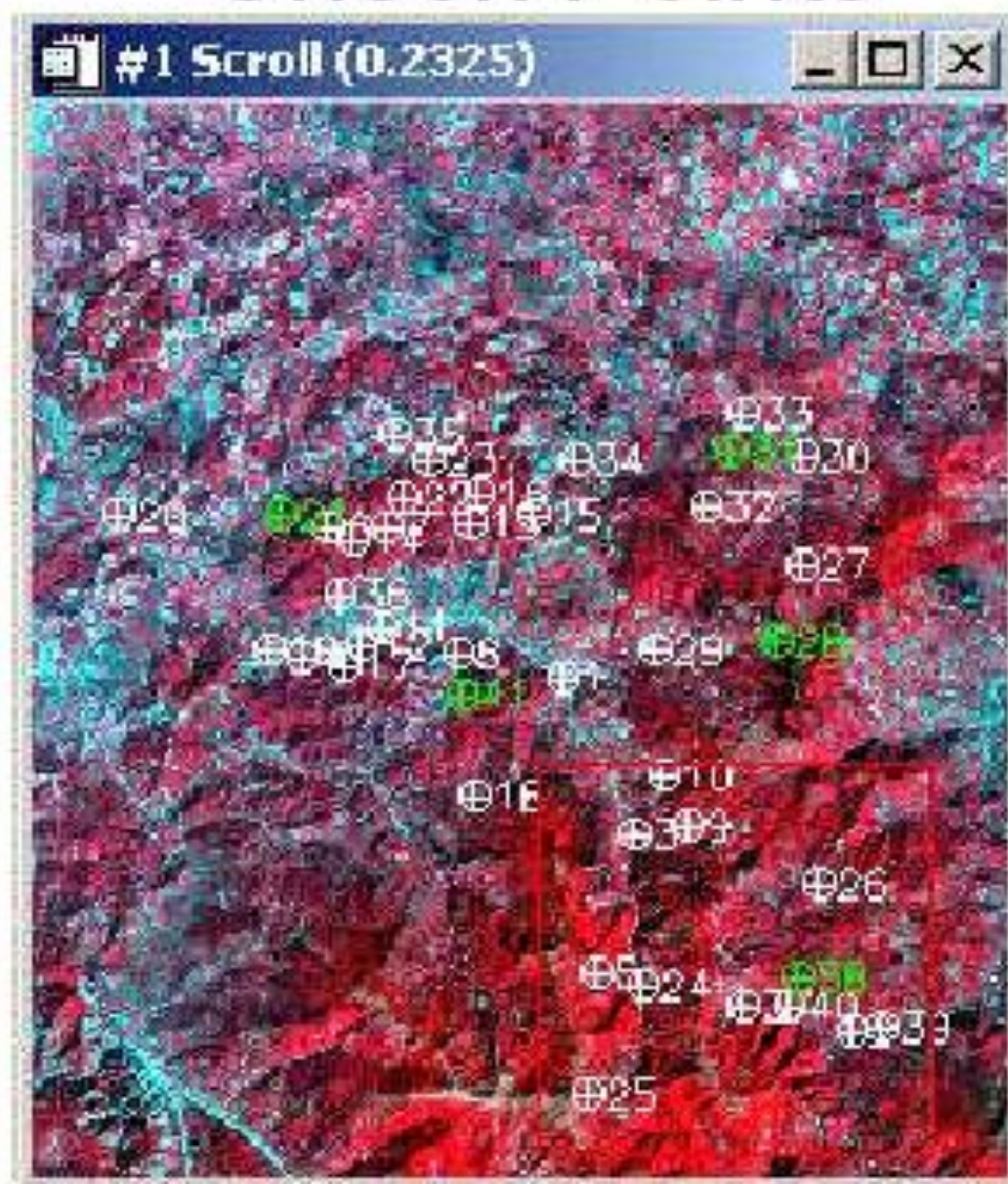


Cubic Convolution



Bilinear

# Check Points



# RMS per i tre ordini del polinomio

