



*Università degli Studi di Napoli “Parthenope”
Dipartimento di Scienze e Tecnologie*

Corso di Topografia e Idrografia

Lezione 13

Rilievo topografico con tecniche satellitari Posizionamento relativo e posizionamento differenziale

Claudio Parente

Riassunto

Abbiamo visto le scorse volte quali sono gli errori commessi dal GPS nella determinazione dello *pseudo-range*:

- errori accidentali (legati alla correlazione del segnale)
- errori sistematici (effemeridi, sfasamento degli orologi, ritardi iono e troposferici)
- errori vari di osservazione (multipath, etc.)

Riassunto - 2

Avevamo espresso in forma analitica l'espressione di *pseudo-range* facendo comparire in modo esplicito le principali fonte di errori.

Avevamo trovato l'espressione:

$$p_i^j = \|\vec{x}^j - \vec{x}_i\| + (\delta\tau^j - \delta\tau_i) \cdot c + I_i^j + T_i^j \quad j = 1, 2, \dots, s$$

L'impossibilità di conoscere in modo preciso l'entità di tutti i termini coinvolti non ci permette di determinare in modo accurato le coordinate del vertice rilevato.

In particolare, nel posizionamento assoluto, gli ultimi due termini sono incogniti e non possono essere stimati in nessun modo; per questo motivo vengono trascurati portando la qualità finale nella determinazione della posizione dei punti di alcuni metri.

Considerazioni

Tali accuratezze non sono accettabile per rilievi di tipo topografico.

La comunità scientifica ha esplorato negli anni diverse strade per il superamento di questo problema.

Sostanzialmente si possono considerare due approcci diversi:

- la modellazione dei fenomeni
- la differenziazione dei dati

La modellizzazione dei fenomeni

La modellizzazione prevede la ricerca di modelli che permettano di quantificare a priori i termini sconosciuti come il ritardo ionosferico I_i^j e troposferico T_i^j .

In questo modo questi valori potrebbero essere inseriti nella equazione di *pseudo-range* non più come incognite ma come termini noti.

Tale approccio prevede comunque una elaborazione successiva dei dati e non può pertanto essere applicata in tempo reale durante l'esecuzione delle misure.

La differenziazione dei dati - 1

Questo metodo è, a livello scientifico, il più utilizzato e si basa sulla manipolazione delle equazioni in modo da renderle meno vulnerabili agli errori.

Supponiamo di avere due ricevitori GPS che occupino contemporaneamente due punti P_i e P_k e che osservino un insieme comune di satelliti.

Per ognuno dei due ricevitori e per ogni satellite comune è possibile scrivere un'equazione di *pseudo-range*:

$$p_i^j = \|\vec{x}^j - \vec{x}_i\| + (\delta\tau^j - \delta\tau_i) \cdot c + I_i^j + T_i^j \quad j = 1, 2, \dots, s$$
$$p_k^j = \|\vec{x}^j - \vec{x}_k\| + (\delta\tau^j - \delta\tau_k) \cdot c + I_k^j + T_k^j \quad j = 1, 2, \dots, s$$

La differenziazione dei dati - 2

Supponiamo ora di considerare la grandezza:

$$p_{ik}^j = p_k^j - p_i^j$$

dove la quantità p_{ik}^j è definita *differenza prima* (da cui il nome del metodo).

Esplicitiamo la formula:

$$\begin{aligned} p_{ik}^j = p_k^j - p_i^j &= [\|\vec{x}^j - \vec{x}_k\| + (\delta\tau^j - \delta\tau_k) \cdot c + I_k^j + T_k^j] \\ &\quad - [\|\vec{x}^j - \vec{x}_i\| + (\delta\tau^j - \delta\tau_i) \cdot c + I_i^j + T_i^j] \\ &= \|\vec{x}^j - \vec{x}_k\| - \|\vec{x}^j - \vec{x}_i\| \\ &\quad + (\delta\tau^j - \delta\tau^j) \cdot c + (\delta\tau_k - \delta\tau_i) \cdot c \\ &\quad + (I_k^j - I_i^j) + (T_k^j - T_i^j) \end{aligned}$$

La differenziazione dei dati - 3

Vediamo cosa succede ai vari termini di errore:

- errore sugli orologi dei satelliti $(\delta\tau^j - \delta\tau^j) \cdot c$ - viene completamente eliminato
- errore sugli orologi dei ricevitori $(\delta\tau_k - \delta\tau_i) \cdot c$ - questo termine non si annulla poiché lo sfasamento è diverso per ogni ricevitore coinvolto
- errore legato al ritardo ionosferico $(I_k^j - I_i^j)$ - sotto l'ipotesi che i due ricevitori lavorino su due vertici non troppo distanti, i due termini, seppure diversi, hanno valori molto simili e la loro differenza diventa trascurabile (il segnale proveniente dallo stesso satellite attraversa più o meno lo stesso strato ionosferico)
- errore legato al ritardo troposferico $(T_k^j - T_i^j)$ - anche in questo caso vale un discorso molto simile a quello indicato al punto precedente; la differenza dei due termini diventa trascurabile

La differenziazione dei dati - 4

L'ipotesi sotto cui le elisioni funzionano sono quindi:

- una ragionevole distanza tra i ricevitori (per la semplificazione dei ritardi atmosferici)
- la simultaneità nella misura (per l'eliminazione degli errori sugli orologi dei satelliti)

NB - anche se abitualmente nell'equazione di *pseudo-range* non appare esplicitamente l'errore legato all'imprecisione dell'effemeridi esso esiste ed è anch'esso eliminato tramite questa operazione

Quali errori persistono?

- gli errori accidentali di misura
- tutte le forme di errore non comuni ai due ricevitori (multipath, presenza di fonti elettromagnetiche, etc.)

Il posizionamento relativo - 1

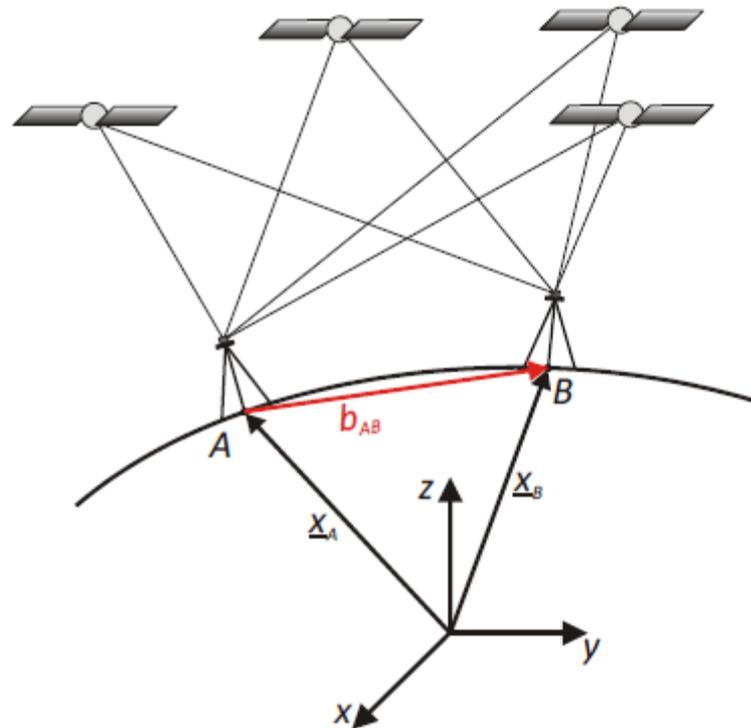
Alla base del posizionamento relativo vi è proprio la tecnica di differenziazione fondata sull'equazione alle differenze prime:

$$p_{ik}^j = \|\vec{x}^j - \vec{x}_k\| - \|\vec{x}^j - \vec{x}_i\| + [(\delta\tau_k - \delta\tau_i) \cdot c]$$

... che è ciò che rimane dell'equazione di *pseudo-range* eliminando le fonti di errori comuni.

Il posizionamento relativo - 2

Il tipico schema di posizionamento relativo è quello riportato di seguito in cui compaiono due ricevitori che lavorano in contemporanea osservando lo stesso set di satelliti.



Il posizionamento relativo - 3

L'equazione alle differenze prime non viene però utilizzata per determinare separatamente le coordinate dei due vertici stazionati ... in realtà il sistema viene risolto in modo da determinare il vettore posizione che unisce i due punti.

Tale vettore viene indicato con il termine *baseline* o base:

$$b_{ik} = x_k - x_i$$

Il posizionamento relativo - 4

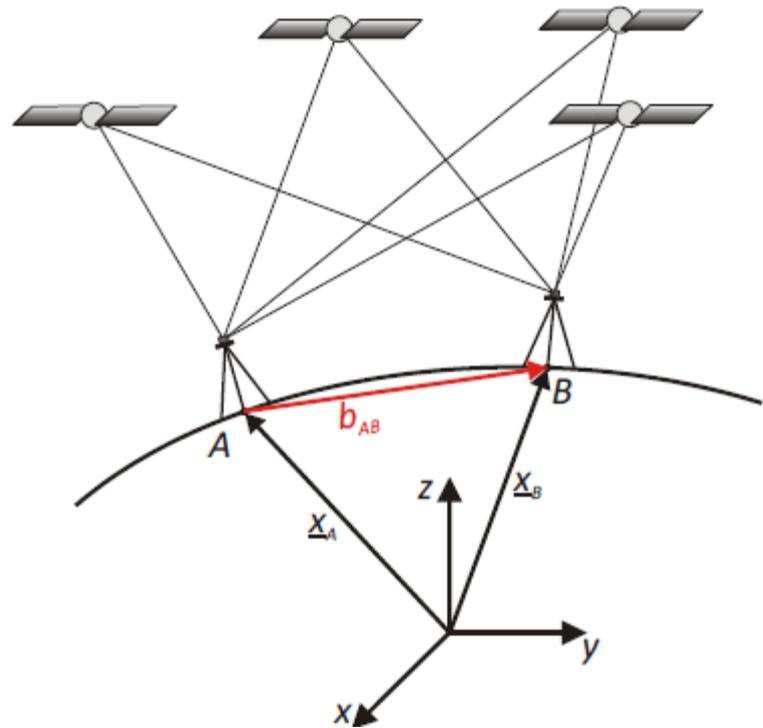
Come posso passare dalla misura della base alla determinazione delle coordinate dei punti?

Per risolvere il problema è necessario fissare le coordinate di almeno punto o, in altri termini, occorre inserire nel nostro rilievo un vertice di coordinate note. In modo analogo alla topografia classica esistono delle reti di punti noti GPS: esse sono costituite da un insieme di borchie metalliche monumentate in modo stabile sul territorio (IGM95) o da reti di stazioni permanenti (RDN).

Il posizionamento relativo - 5

Il meccanismo fondamentale del posizionamento relativo è:

1. ho due ricevitori
2. conosco le coordinate di x_A
3. occupo contemporaneamente x_A e x_B
4. determino la base b_{AB}
5. ricavo le coordinate di x_B



Posizionamento relativo - Riepilogo

E' la determinazione di differenze di coordinate (baselines) tra due o più punti occupati contemporaneamente da più ricevitori, che acquisiscono codice+fase.

Può essere effettuato sia in **modo statico** (i ricevitori vengono mantenuti in posizione per una sessione di misura la cui durata varia da pochi minuti ad alcune ore in funzione della lunghezza della baseline) sia **in modo cinematico** (un ricevitore resta fisso, l'altro o gli altri si muovono occupando successivamente i punti da rilevare o seguendo un percorso continuo).

Posizionamento relativo - Riepilogo

L'elaborazione viene effettuata in **post-processamento** (differita, quindi non in tempo reale), a partire dai dati grezzi (raw data) acquisiti dai ricevitori.

Il modo statico può raggiungere una accuratezza di posizionamento relativo dell'ordine di **0.5 - 1 cm** e viene utilizzato per determinare reti di baselines a scopo di inquadramento o di controllo delle deformazioni.

Il modo cinematico viene utilizzato soprattutto per la ricostruzione di tracciati e della cinematica di veicoli (Catasto Stradale, studio del moto di veicoli, ...)

Posizionamento differenziale

Posizionamento differenziale è la determinazione delle coordinate di un punto effettuata con un ricevitore che acquisisce i segnali dei satelliti più una correzione (in formato RTCM) proveniente da un altro ricevitore fisso o da una rete di stazioni permanenti. Le coordinate si ottengono in tempo reale e non sono richieste post-elaborazioni.

Se i segnali acquisiti e la correzione ricevuta riguardano il solo codice la tecnica prende il nome di **DGPS** e raggiunge accuratezze dell'ordine di 0,5 - 1 metro. Trova applicazione nella navigazione di precisione, nel rilevamento per GIS e cartografia a media scala.

Posizionamento differenziale

Se i segnali ricevuti e la correzione contengono **codice+fase** la tecnica prende il nome di **RTK (Real Time Kinematic)** e raggiunge accuratezze dell'ordine di alcuni centimetri.

Questa tecnica è molto rapida e produttiva e viene applicata frequentemente in rilievi di dettaglio, tracciamenti, operazioni catastali e in tutti i casi in cui si richieda un posizionamento rapido con **accuratezza < 5 cm**.

Posizionamento differenziale - RTK

E' possibile effettuare rilievi RTK in due modi alternativi:

a) **RTK Base-Rover**: è necessaria una coppia di ricevitori. Un ricevitore (base) viene posto su un punto di coordinate note (ad es. un vertice di una rete statica come la IGM95 o il suo raffittimento regionale), e invia all'altro ricevitore mobile (rover) la correzione RTCM per mezzo di una coppia di radio modem (distanze $< 1-2$ km, e a vista) oppure mediante un telefono o modem GSM;

Posizionamento differenziale - NRTK

b) **NRTK (Network RTK)**: l'utente necessita di un solo ricevitore (rover) che riceve la correzione RTCM da una rete di stazioni permanenti GNSS, di norma mediante un telefono o modem GSM/GPRS/UMTS che si connette al sito web della rete e acquisisce la correzione mediante un protocollo di comunicazione denominato Ntrip. Normalmente il collegamento è bidirezionale: il rover invia alla rete la propria posizione (mediante un messaggio NMEA) e la rete risponde inviando all'utente una correzione personalizzata e ottimizzata per la sua posizione.

La rete IGM95

La prima realizzazione storica italiana del sistema WGS84 è la rete IGM95, determinata dall'Istituto Geografico Militare.

La sua realizzazione e compensazione è stata conclusa nel 1995. Complessivamente è costituita da circa 1800 vertici aventi un'interdistanza di 20 km.

Essa costituisce, a livello italiano, il raffittimento della rete ETRF89.



Rete RDN

La RDN (Rete Dinamica Nazionale) è composta da 99 stazioni permanenti GPS di proprietà di Enti Pubblici (tra cui anche PAVI - Laboratorio di Geomatica), omogeneamente distribuite in modo da consentire in seguito l'accesso al Riferimento Globale su tutto il territorio nazionale.



Posizionamento relativo – Precisazioni ulteriori

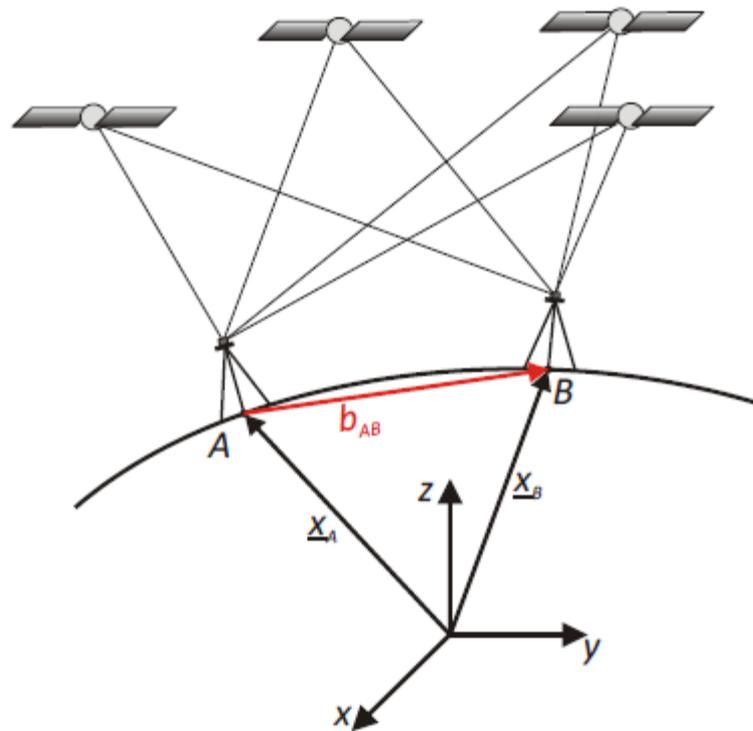
Torniamo sul posizionamento relativo che è «molto preciso» e quindi utile per il rilievo topografico

Vantaggi:

- accuratezza molto buone (anche 1 cm)

Svantaggi:

- almeno due ricevitori
- tempi di stazionamento lunghi
- necessità che almeno uno dei due punti deve avere coordinate note
- occorre una fase di post-processamento dei dati



Posizionamento statico e rapido-statico

Esistono varie metodologie per il posizionamento relativo; ai fini topografici le due più utilizzate sono il posizionamento relativo statico e rapido statico. Prevedono entrambe il post-processamento dei dati.

Statico: regolo i tempi di acquisizione tenendo conto di:

- lunghezza della base (tecnica utilizzata per basi lunghe)
- qualità da raggiungere
- qualità del segnale (numero satelliti, interruzioni, ecc)

Rapido-statico

Vale per basi di 10-12 km massimo

Il ricevitore ci aiuta ad acquisire la minima quantità di dati compatibile con la qualità che si vuole ottenere. I tempi di stazionamento dipendono dal numero dei satelliti.

Tempi di stazionamento - rilievo statico

Ci sono regole empiriche e conta anche la propria esperienza.

Dal punto di vista puramente qualitativo, più lunghe sono le sessioni e meglio è.

Ricevitore	Statico
L1	30' + 3' / km
L1 + L2	20' + 2' / km

Tempi per un ricevitore a doppia frequenza

km	minuti
2	24
4	28
6	32
8	36
10	40
12	44
14	48
16	52
18	56
20	60
22	64
24	68
26	72
28	76
30	80

Tempi di rilievo - posizionamento rapido-statico

Solitamente i settaggi impostanti sui ricevitori prevedono tempi di stazionamento in funzione del numero dei satelliti visibili:

- ≥ 7 satelliti - 8 minuti
- 5 - 6 satelliti - 15 minuti
- 4 satelliti - 20 minuti

Quando e come si utilizzano questi tipi di posizionamento? Un esempio pratico di rete di inquadramento.

Concetto di sessione di misura e di basi indipendenti

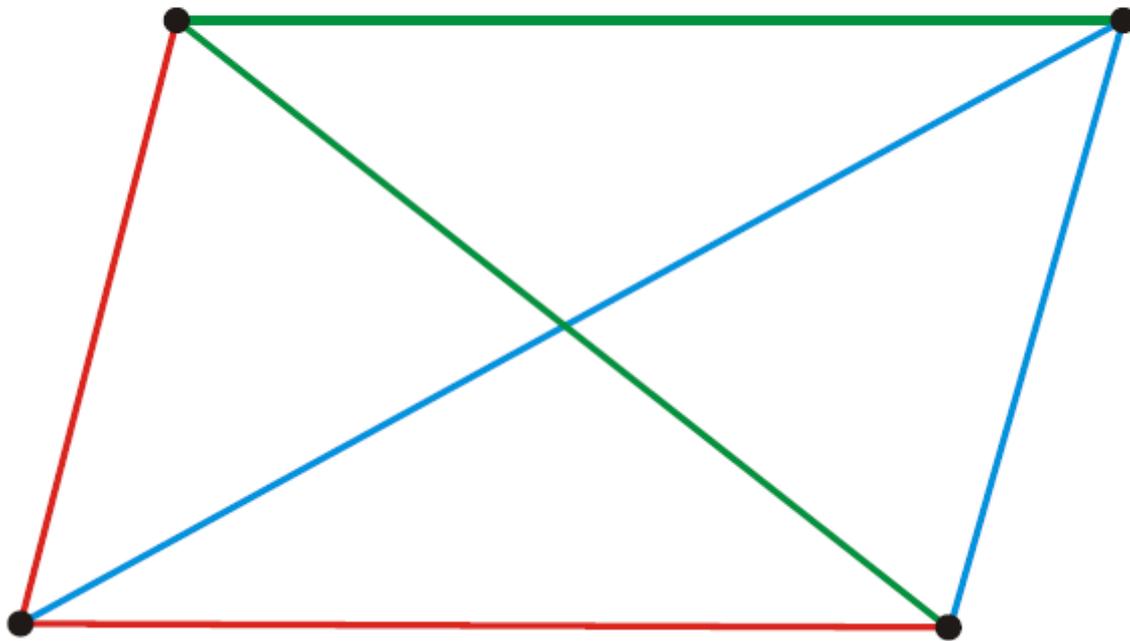
Quando due ricevitori vengono stazionati su due vertici, vengono accesi e vengono fatti acquisire contemporaneamente, il tempo in cui restano in funzione viene definito sessione di misura.

Non si è limitati ad usare 2 ricevitori, ma se ne possono usare quanti si vuole, in contemporanea.

Quante baseline (o basi) posso misurare in una sessione di misura?

Il numero di basi indipendenti ricavabili dalla misure di n ricevitori è pari a $n - 1$.

Misura di un quadrilatero con 3 ricevitori



Il concetto di ridondanza

Perché negli esempi precedenti abbiamo misurato un numero di basi superiore a quelle strettamente necessarie? Per avere ridondanza.

Quando si misura un numero di basi superiore al numero di incognite, è più dispendioso in termini di tempo, ma si ha come vantaggio:

- un maggior controllo (mi accorgo se qualcosa è andata storto);
- una stima dell'accuratezza;
- ed una accuratezza più elevata.

In questo caso si parla di reti GPS: quando un insieme di punti viene rilevato con uno schema altamente ridondante.

Fasi dell'elaborazione

L'elaborazione di un rilievo statico relativo comporta alcune fasi:

1. importazione ed eventuale editing dei dati;
2. elaborazione delle baseline per ogni sessione dei misura;
3. verifica di chiusura dei poligoni;
4. compensazione della rete al fine di determinare le coordinate dei punti rilevati;
5. esportazione dei risultati;
6. eventuale trasformazione di datum plano-altimetrico.

Importazione dei dati

I ricevitori GPS utilizzati a scopo topografico hanno la capacità di memorizzare i dati grezzi provenienti dai satelliti al proprio interno - abitualmente su schede tipo CF.

Questi dati sono memorizzati in appositi file (formati proprietari) che possono essere facilmente importati all'interno di PC; i software di post-elaborazione hanno la capacità di leggere e utilizzare tali dati.

Nel nostro rilievo coinvolge anche una stazione permanente - PAVI; essa distribuisce gratuitamente in dati registrati tramite un sito ftp (<ftp://gps.unipv.it>)

Tali dati sono memorizzati nel formato internazionale RINEX.

Elaborazione delle baseline

In questa fase del processamento vengono selezionate le baseline da rilevare.

Quali e quante baseline occorre misurare?

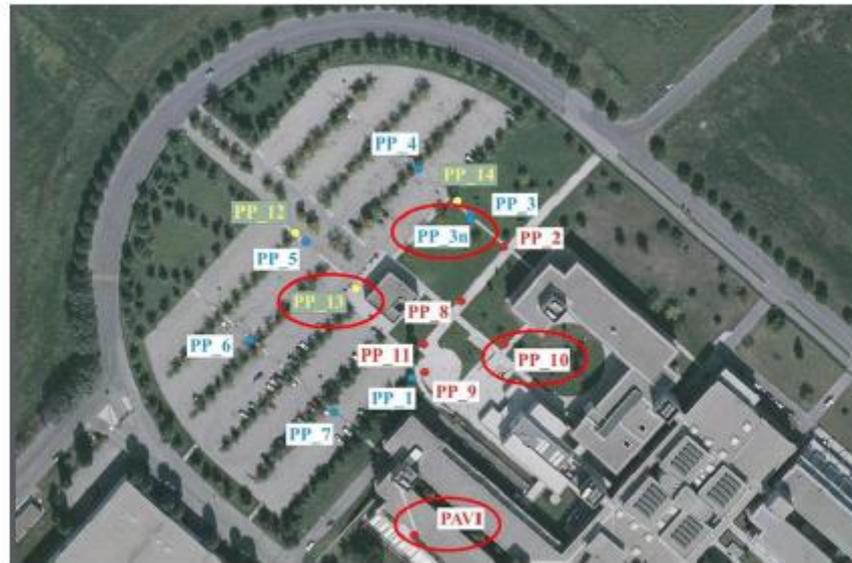
Le baseline sono solitamente stabilite in fase di progetto del rilievo dove devono essere tenuti in conto i concetti di:

1. ridondanza (quante basi misuro),
2. durata del rilievo (quanto dura una sessione di misura),
3. base indipendente (quante basi calcolo per ogni sessione di misura).

Rilievo effettuato

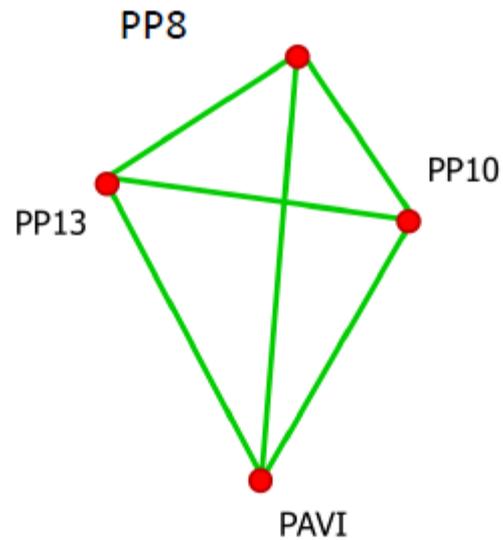
Il rilievo effettuato ha coinvolto 3 ricevitori - due ricevitori sul campo a rilevare i vertici **PP8**, **PP10** e **PP13** oltre alla stazione permanenti PAVI che fungerà anche da vertici di coordinate note.

Sono state effettuate tre sessioni di misura di circa 20 minuti l'una.



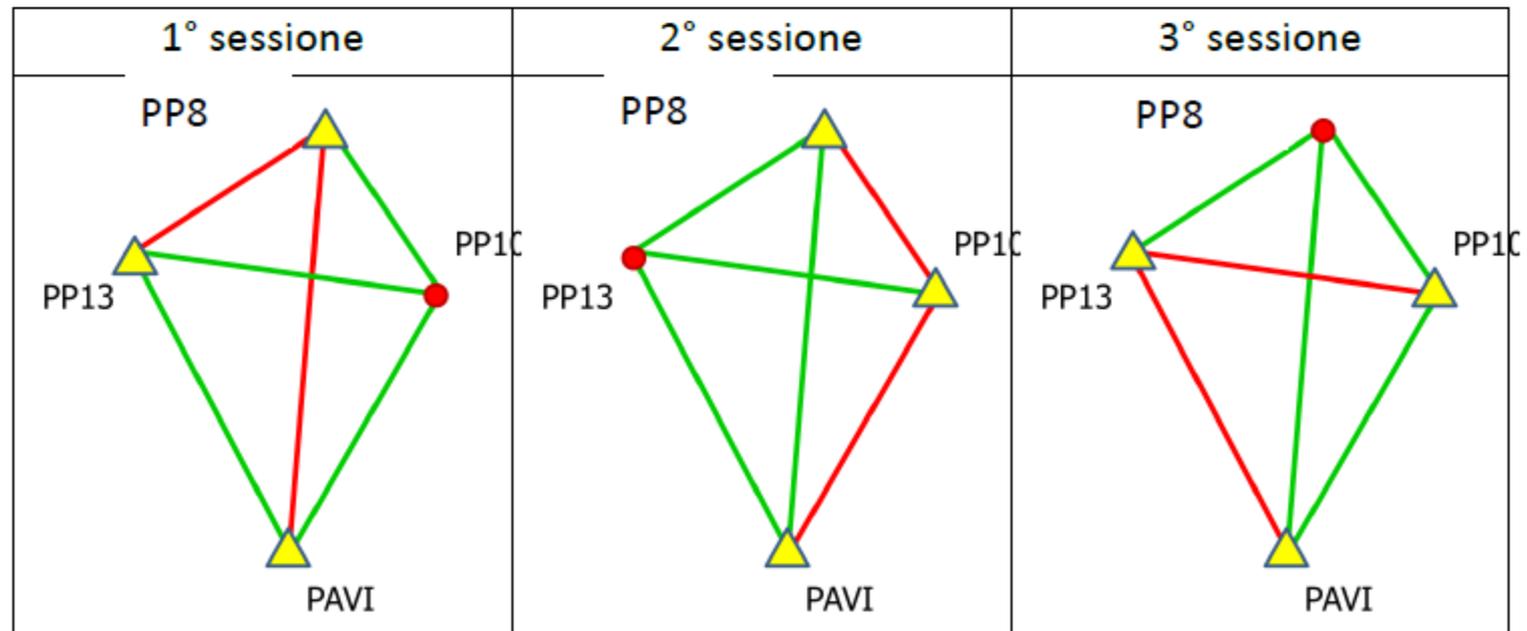
Quali baseline calcolare?

Quando si effettua un rilievo statico per la creazione di una rete si cerca di legare nel miglior modo possibile tutti i vertici coinvolti; nel nostro caso il rilievo prevede la misura di 6 baseline.



Baseline suddivise per sessione di misura

In ogni sezione posso calcolare 2 baseline indipendenti (3 ricevitori - 1); mi occorrono 3 sessioni di misura per determinare le 6 baseline.



Compensazione della rete

Tutte le osservazioni disponibili ...

- le componenti delle baseline
- le coordinate del punto noto

... vengono inserite all'interno di una procedura ai Minimi Quadrati (MQ) capace di determinare:

- le coordinate incognite di tutti gli altri vertici
- una stima sulla loro accuratezza

- Nella topografia moderna quando è necessario integrare il GPS con altri strumenti topografici?
- Nei **rilevamenti di tipo locale** (ad es. per l'aggiornamento catastale)
 - In alcuni casi il GPS ha sostituito completamente la Stazione Totale (ST)
 - In altri casi il GPS è utilizzato per il rilievo di inquadramento, mentre quello di dettaglio viene eseguito mediante ST
 - In molti casi la ST è utilizzata in modo autonomo

- Nella topografia moderna quando è necessario integrare il GPS con altri strumenti topografici?
- Nei **rilevamenti** per scopi **geodetici e cartografici**
 - Nella **topografia classica** si sono sempre distinte
 - la **planimetria** (reti topografiche 2D)
 - L'**altimetria** (livellazione geometrica)
 - Nella **topografia moderna**:
 - Il rilievo è plano-altimetrico (mediante GPS)
 - La livellazione geometrica è impiegata per l'adattamento locale dei modelli di ondulazione del geoide
- Integrazione e supporto di altri strumenti/tecniche di rilevamento topografiche e fotogrammetriche

1. Livellazione geometrica

- GPS -> quote ellissoidiche rispetto a WGS84
- Con i modelli di ondulazione del geoide -> quote ortometriche con incertezza di pochi cm
- Necessità di punti aventi quota ortometrica nota mediante livellazione geometrica, per migliorare l'adattamento locale
- Livellazione geometrica tra questi punti e i capisaldi della rete altimetrica IGM (o suo raffittimento locale)

2. Rilevamento di dettaglio con stazione totale

- Utilizzo nel "**campo topografico**"
 - Superficie di riferimento piana
 - Estensione entro un'area di diametro 10-15 km per rilievi 2D
 - Fino a circa 350-400 m per rilievi 3D con precisione nell'ordine di ± 1 cm
- Il GPS è utilizzato per l'inquadramento del rilievo
 - **Planimetrico**: 2 punti 2D per fissare 2 traslazioni e 1 direzione di orientamento
 - **Altimetria**: 1 punto di quota nota
 - **Plano-altimetria**: 1 punto 3D e 1 punto 2D

2. Schemi per il rilevamento di dettaglio con stazione totale (1)

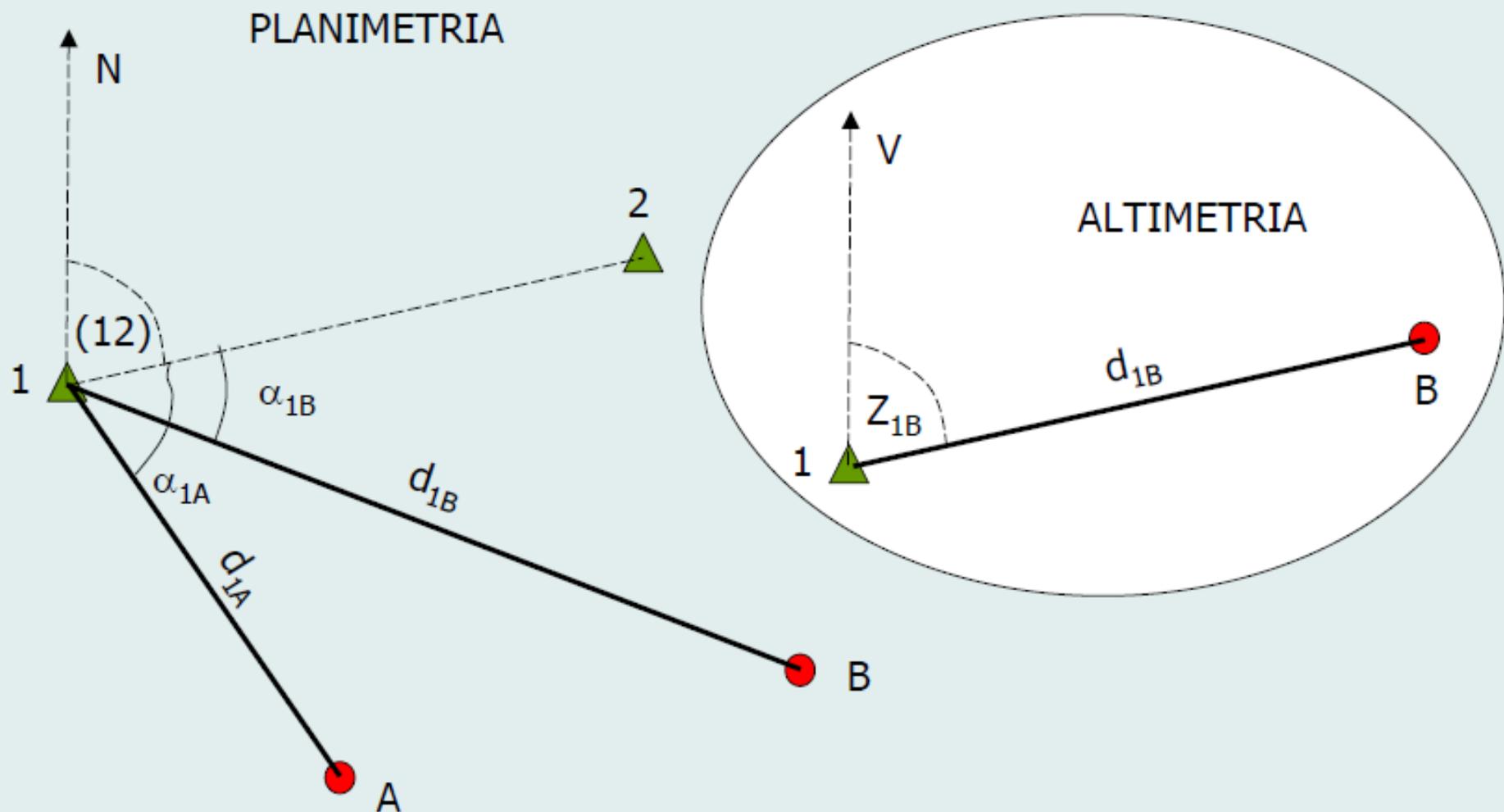
■ Elementari:

- **Rilievo celerimetrico 3D** per coordinate polari
(1 punto noto 3D + 1 punto noto 2D)
- **Intersezione in avanti semplice 3D**
(1 punto noto 3D + 1 punto noto 2D)
- **Intersezione in avanti multipla 3D**
(1 punto noto 3D + almeno 2 punti noti 2D)

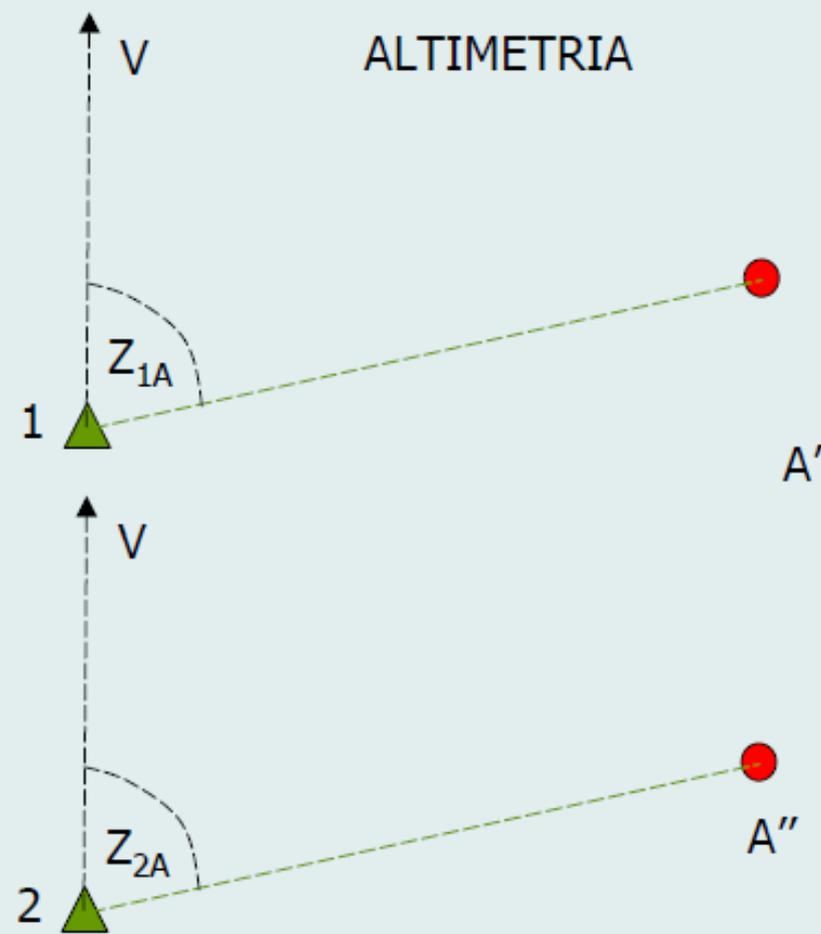
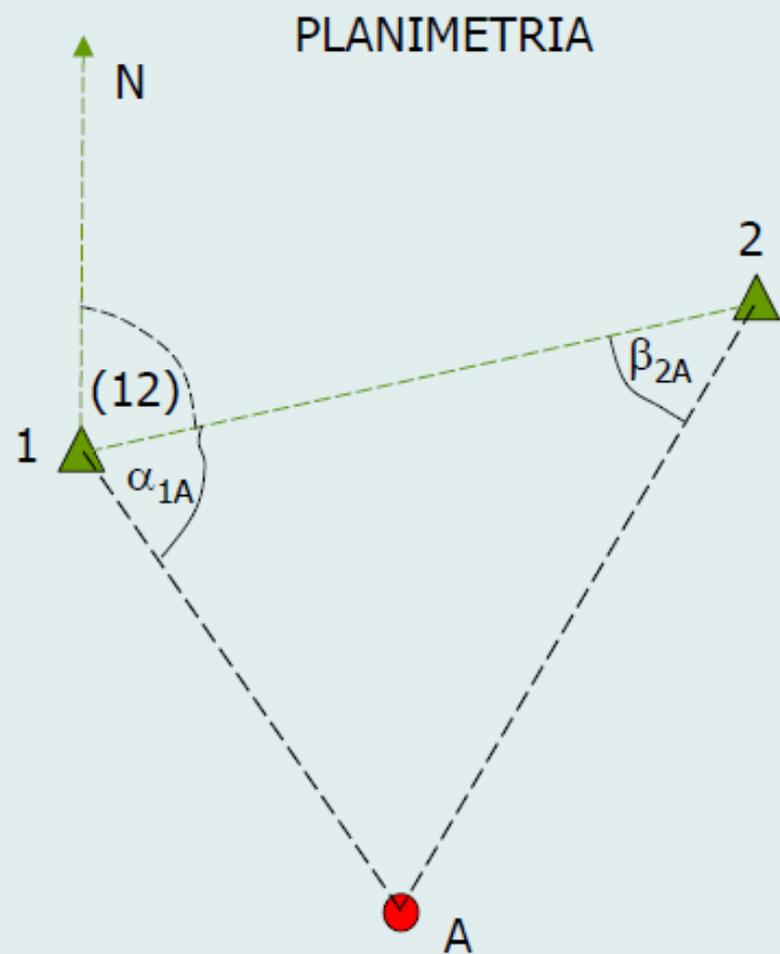
Schemi per il rilievo di dettaglio

- Planimetria
 - Rilievo celerimetrico
 - Intersezione in avanti
 - Semplice
 - Multipla
 - Intersezione inversa
- Altimetria
 - Livellazione celerimetrica (contemporanea al rilievo planimetrico)

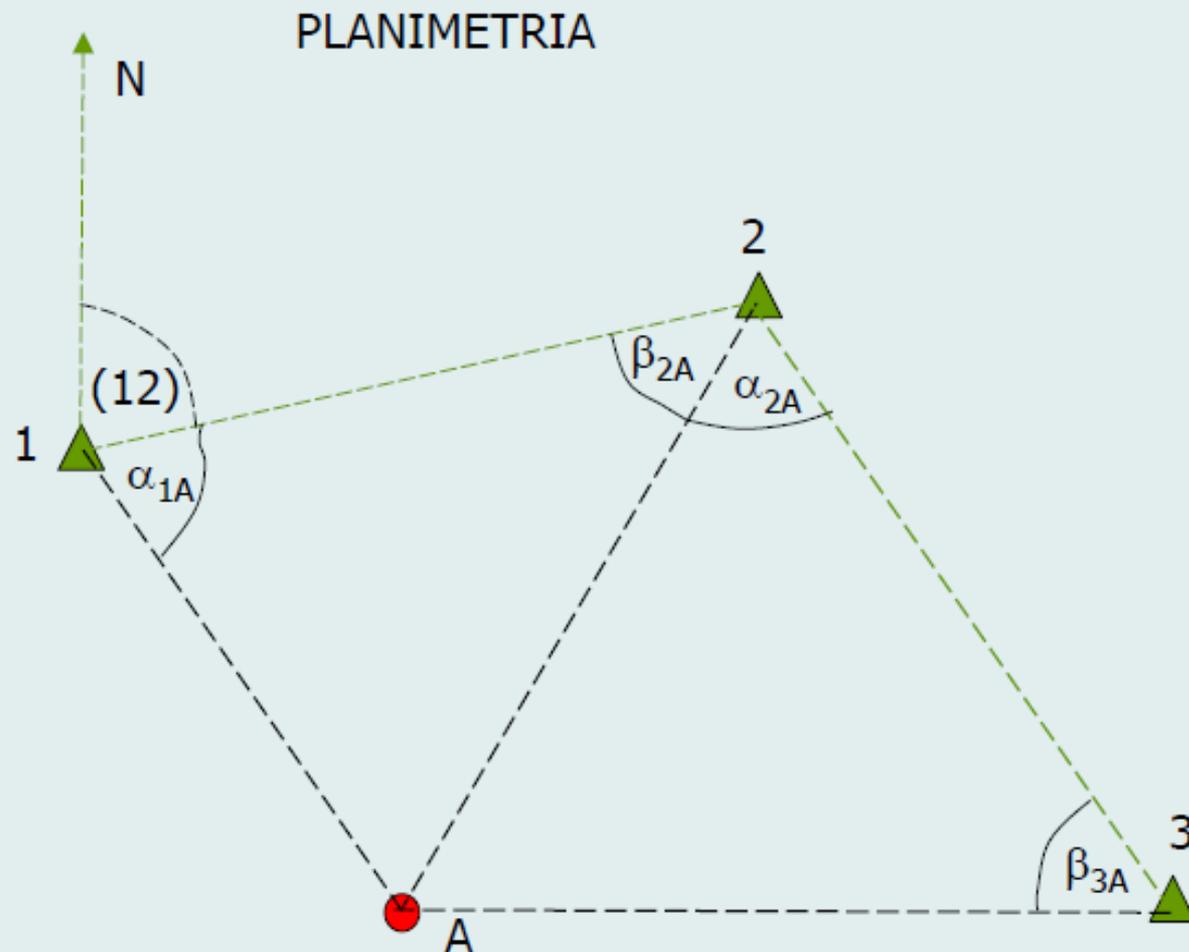
2. Esempio di rilievo celerimetrico



2. Esempio di intersezione in avanti semplice



2. Esempio di intersezione in avanti multipla

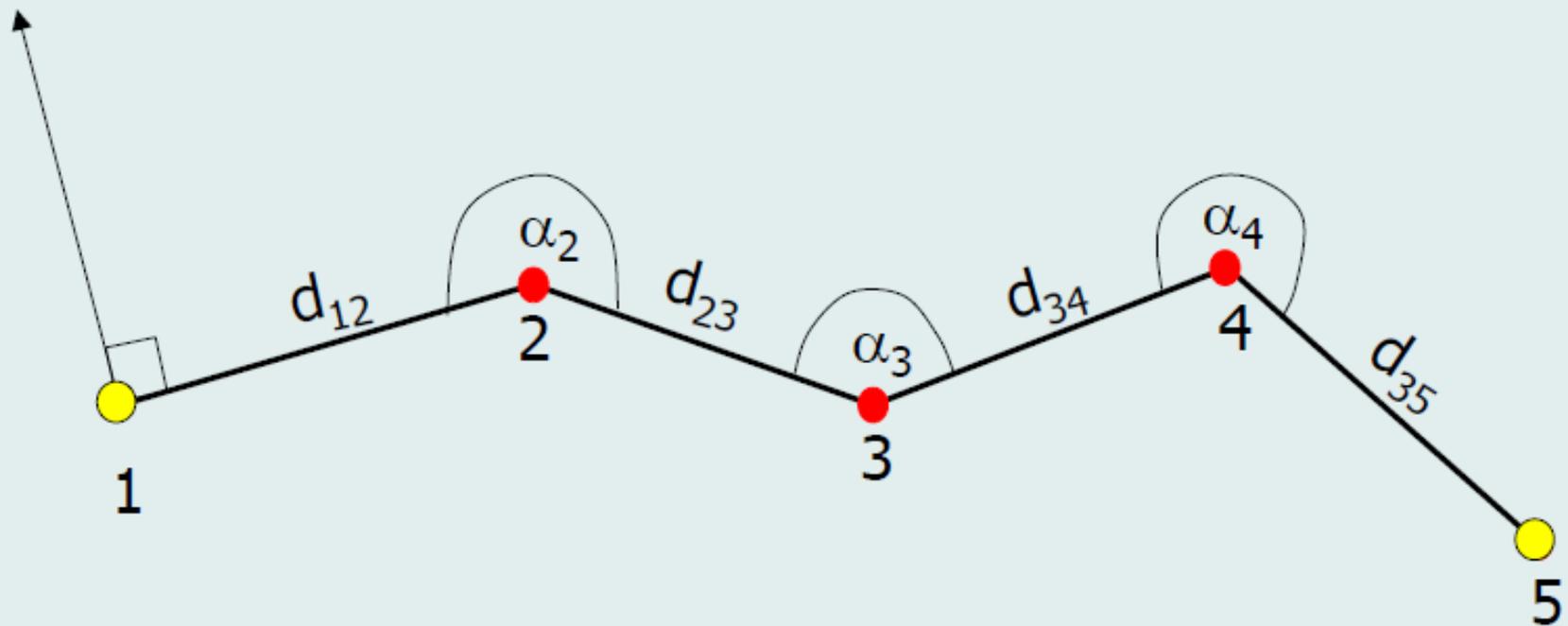


2. Schemi per il rilevamento di dettaglio con stazione totale (2)

- Complessi:
 - Poligonazioni (con calcolo delle quote)
 - Aperte
 - Chiuse

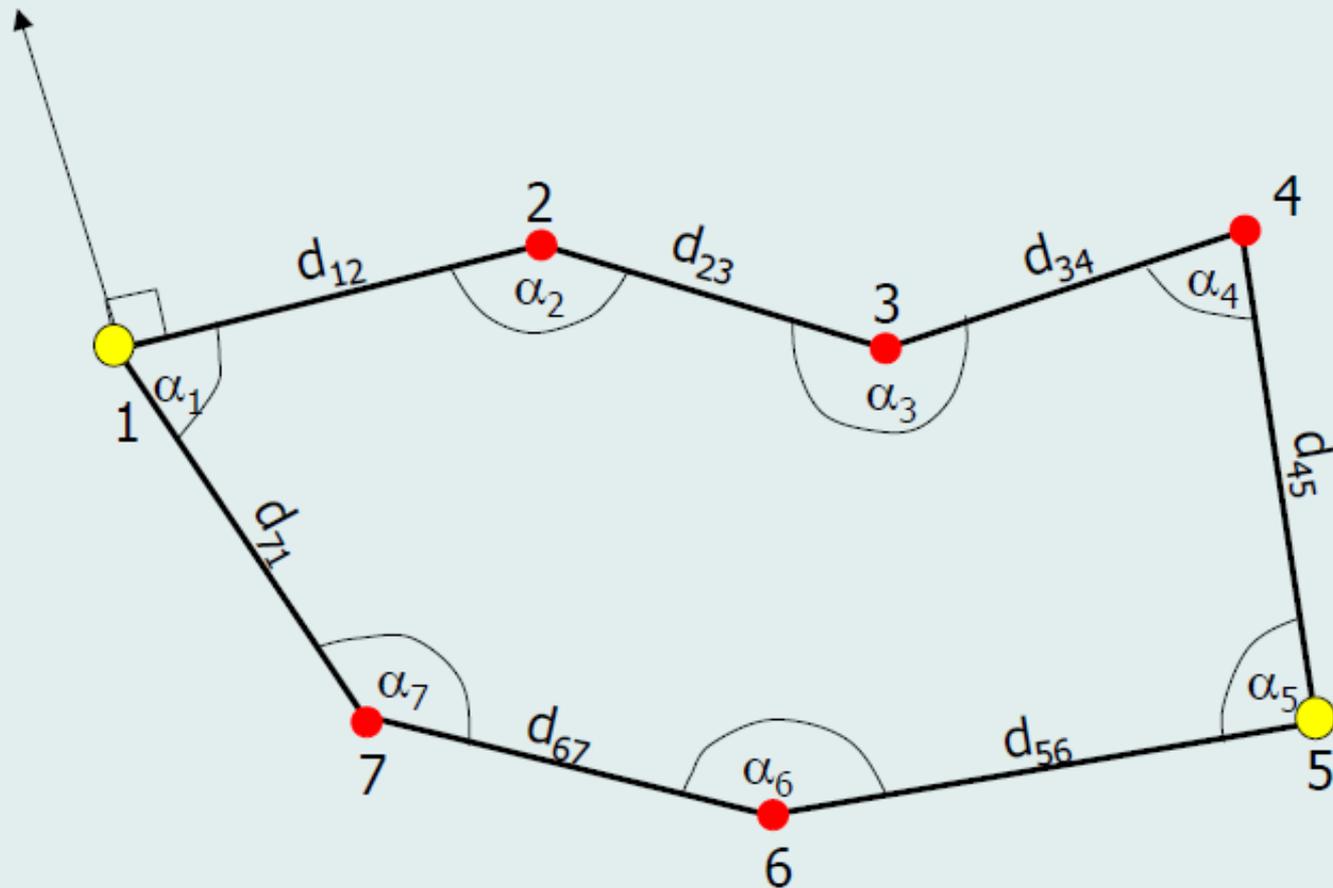
(1 punto noto 3D + almeno 1 punto noto 2D)
 - Reti geodetiche (1 punto noto 3D + almeno 1 punto noto 2D)
- E' opportuno comunque utilizzare un numero ridondante di vertici di inquadramento
- NB: nel caso servisse un rilievo 2D non è necessario di disporre di almeno 1 punto di quota nota

2. Esempio di poligonale aperta



● Vertici di inquadramento GPS

2. Esempio di poligonale chiusa



● Vertici di inquadramento GPS

2. Trasformazione delle coordinate nel piano

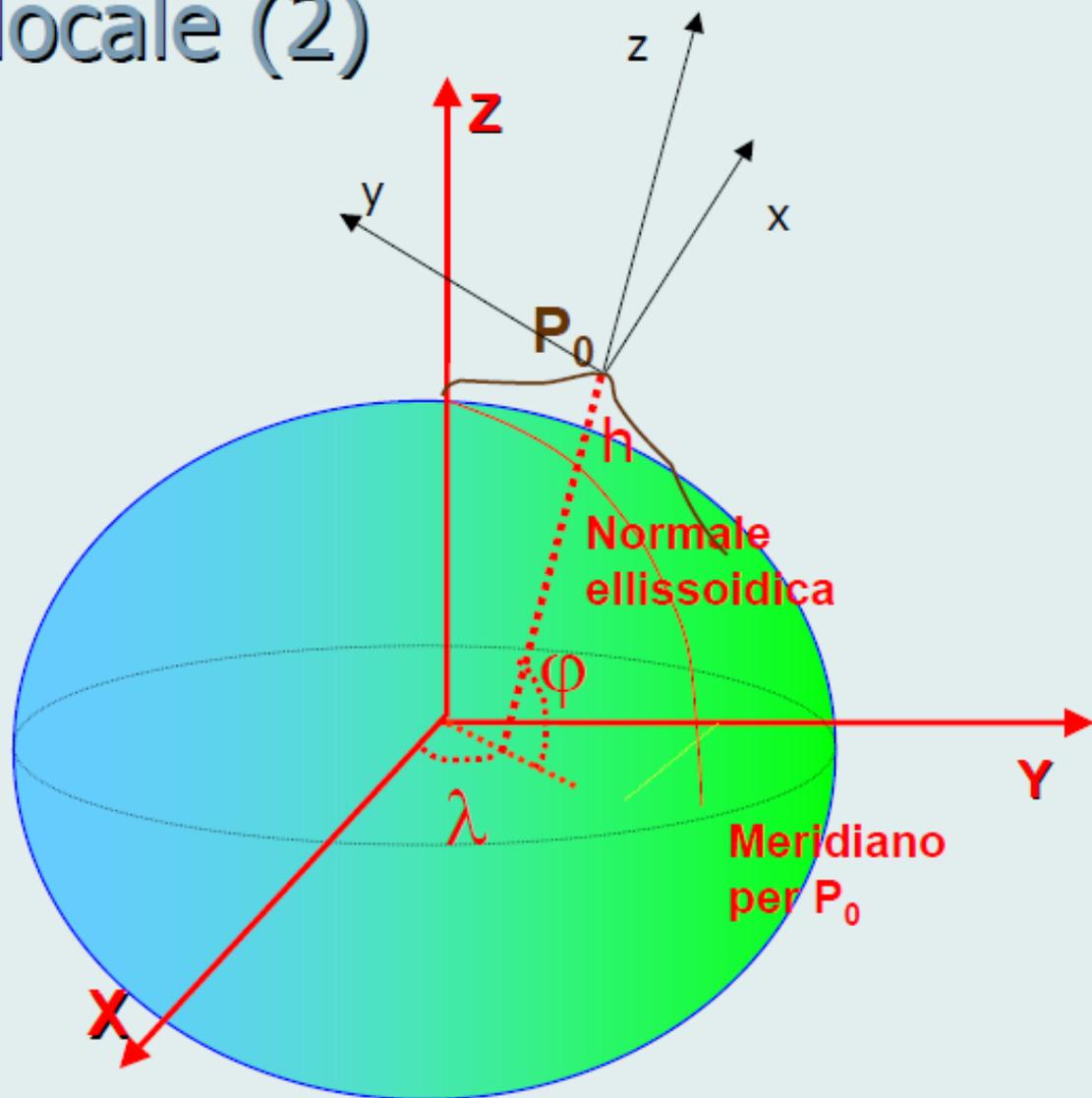
- Il GPS fornisce le coordinate dei punti in un sistema di riferimento geocentrico
- L'inquadratura di un rilievo locale richiede di coordinate di tipo piano
- Due modalità:
 - Trasformazione di coordinate in un **SdR piano locale**
 - Utilizzo di **coordinate cartografiche**
- Entrambe queste possibilità sono solitamente previste sui ricevitori e nei SW di elaborazione dati GPS

2. Trasformazione in un sistema piano locale (1)

- Scelta di un punto baricentrico P_0 nell'area del rilievo
 - punto GPS
 - punto qualsiasi
- Si considera un terna cartesiana locale avente:
 - **origine** in P_0
 - **asse z** allineato alla normale ellissoidica in P_0 (definita da $(\varphi_{P_0}$ e $\lambda_{P_0})$)
 - **asse y** tangente al meridiano in P_0 e diretto verso Nord
 - **asse x** a completare la terna destrorsa

2. Trasformazione in un sistema piano locale (2)

- Mediante roto-traslazione 3D si trasformano le coordinate geocentriche nel SdR locale
- Non è necessario apportare nessuna correzione alle coordinate locali così ottenute

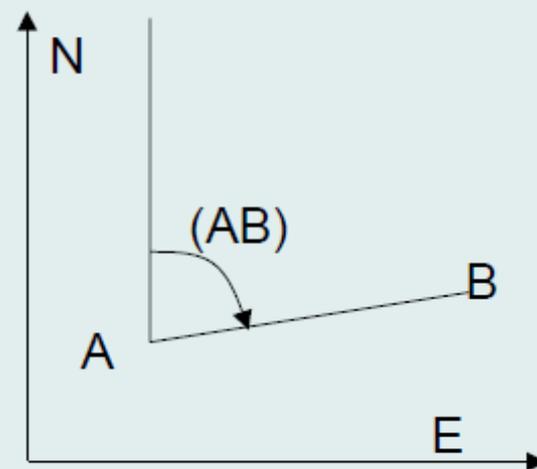


2. Utilizzo di coordinate cartografiche

- La trasformazione nel piano cartografico consente di ottenere coordinate 2D piane
- Due alternative:
 - Coordinate Gauss-Boaga (Datum Roma40)
 - Serve trasformazione di Datum -> Roma40
 - Coordinate UTM/WGS84 (Datum WGS84-ETRS89)
 - Serve trasformazione di Datum -> WGS84-ETRS89
- Metodo conveniente quando il rilievo locale deve essere inquadrato nel piano cartografico
- Attenzione alle deformazioni introdotte (soprattutto quelle lineari)!

2. Inquadramento di un rilievo celerimetrico

- In generale la conoscenza di una coppia di punti 2D (A e B) consente di definire il SdR piano
- Blocco dei gradi di libertà:
 - Traslazioni (E_A e N_A)
 - Orientamento $(AB) = \text{atan} \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$
- La conoscenza della quota di un punto consente di definire anche il SdR altimetrico



2. Procedura operativa

- La ST è posizionata su un punto noto da GPS
 - Misurato prima o dopo il rilievo con ST
 - Durante il rilievo celerimetrico con sistema di montaggio integrato dell'antenna GPS sulla ST
- Si orienta la ST sul 2° punto noto dal GPS
- Si eseguono le misure celerimetriche
- Il fissaggio delle coordinate dei punti GPS (trasformate nel piano) può avvenire:
 - Prima del rilievo sulla ST
 - Durante l'elaborazione dei dati

2. Esempio di ST con GPS integrato

- Mediante lo stesso dispositivo di controllo e registrazione dati è possibile gestire entrambi gli strumenti



2. Inquadramento delle intersezioni

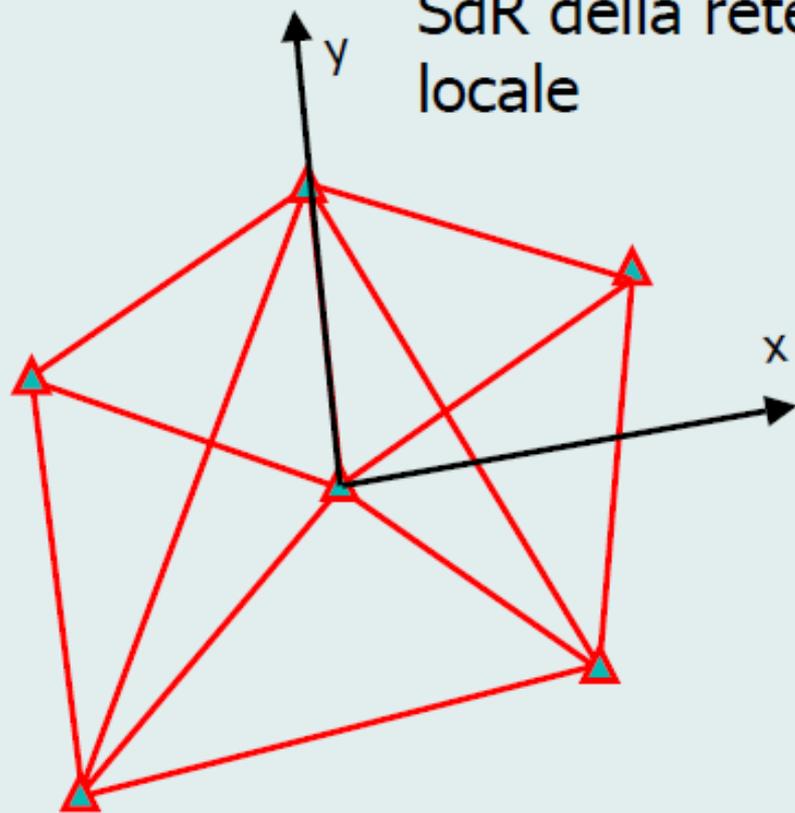
- Si utilizzano le coordinate piane derivate dal GPS per l'inquadramento
- Le misure necessarie per la realizzazione di questi schemi sono sufficienti anche per l'inquadramento
- Il fissaggio delle coordinate dei punti GPS (trasformate nel piano) può avvenire:
 - Prima del rilievo
 - Durante l'elaborazione dei dati

2. Inquadramento di rilievi topografici complessi

- L'inquadramento di poligonalali o reti geodetiche viene solitamente eseguito mediante adattamento globale della rete ai punti GPS
 - Le elaborazioni della rete locale e delle misure GPS rimangono distinte
 - La precisione relativa dei punti della rete locale rimane indipendente da quella dei punti di inquadramento
- Metodo di calcolo:
 - Roto-traslazione 2D su almeno 2 punti doppi

2. Inquadramento di rilievi topografici complessi: esempio

SdR della rete locale



SdR di inquadramento

