Università degli Studi di Napoli "Parthenope"
Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Corso di Topografia e Idrografia

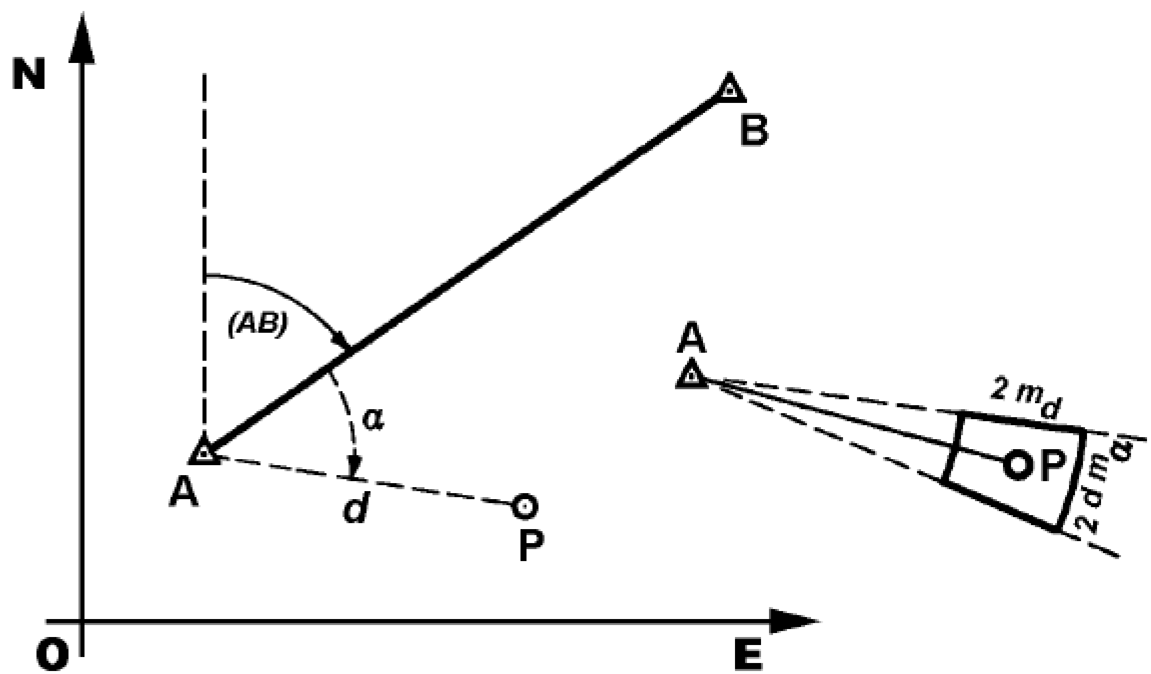
Lezione 9

Errori nel rilievo mediante irradiamento. Approfondimenti sulle poligonali

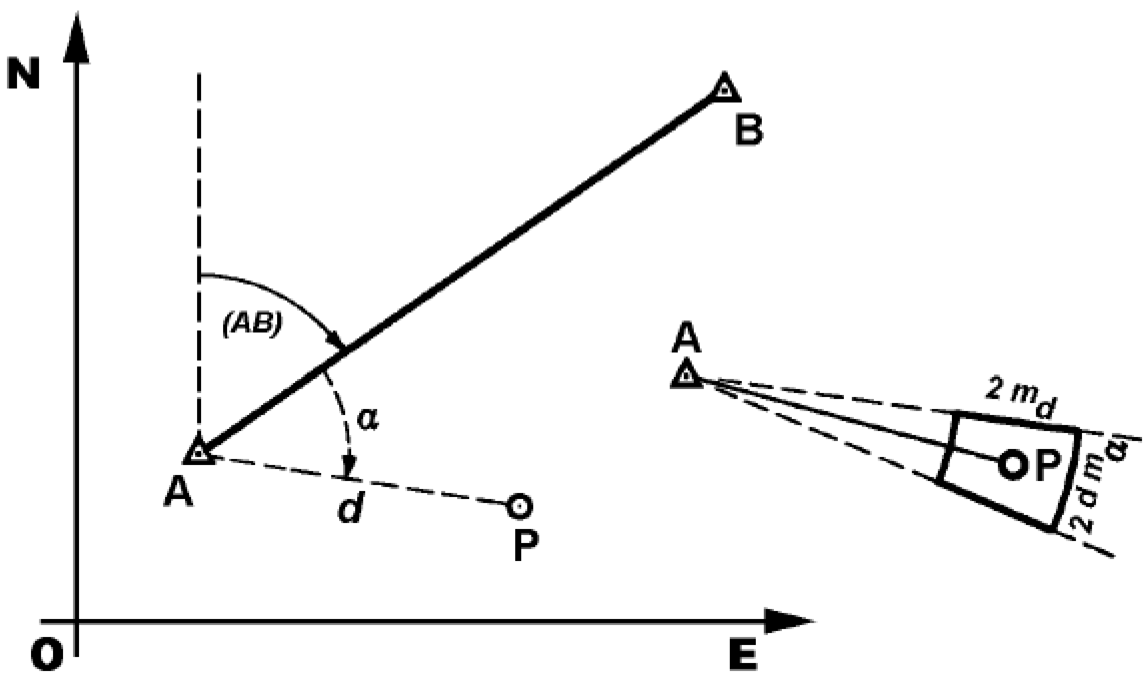
Claudio Parente

Irradiamento

L'*irradiamento* è uno schema di rilievo molto semplice e pratico che con l'avvento dei distanziometri ha notevolmente incrementato la sua portata si da farlo diventare lo schema più usato da tutti i rilevatori.



Per determinare la posizione di un punto basta avere a disposizione due punti di coordinate note, uno su cui fare stazione ed il secondo per orientarsi.
Lo schema è indicato in Fig. 3 dove *A* e *B* indicano i punti di coordinate note ed il punto *P* quello di cui si vogliono determinare le coordinate.

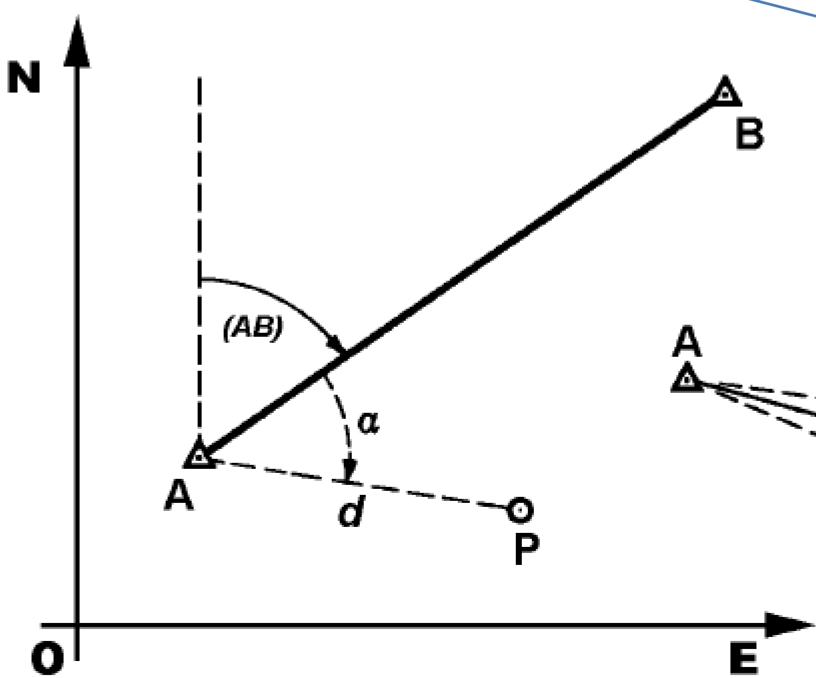


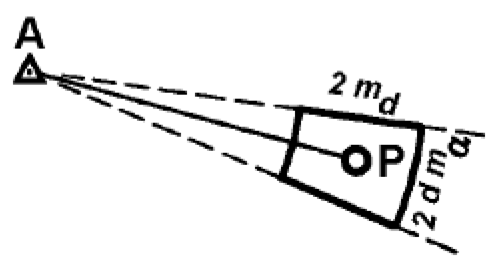
Messo in stazione lo strumento sul punto *A* si misura l'angolo α e la distanza *d* dal punto incognito *P* avendosi così tutti i dati necessari per determinarne le coordinate.
Infatti, essendo l'angolo di direzione *(AB)* noto e ricavabile con la (1), si determina l'angolo di direzione *(AP)* con la relazione

$$(6) \quad (AP) = (AB) + \alpha$$

Applicando quindi le (2) si ottengono immediatamente le coordinate del punto *P*

$$E_P = E_A + d\,sen(AP)$$
$$N_P = N_A + d\,cos(AP)$$





Volendo determinare l's.q.m. della posizione di *P* si considerano prive di errore le coordinate dei punti noti *A* e *B* e quindi dell'angolo di direzione *(AB)*. Le coordinate di *P* essendo funzioni di quantità osservate avranno un s.q.m. pari a

$$
(8) \qquad
\begin{aligned}
m_{E_P} &= \pm\sqrt{sen^2(AP)m_d^2 + d^2\cos^2(AP)m_\alpha^2} \\
m_{N_P} &= \pm\sqrt{\cos^2(AP)m_d^2 + d^2\,sen^2(AP)m_\alpha^2}
\end{aligned}
$$

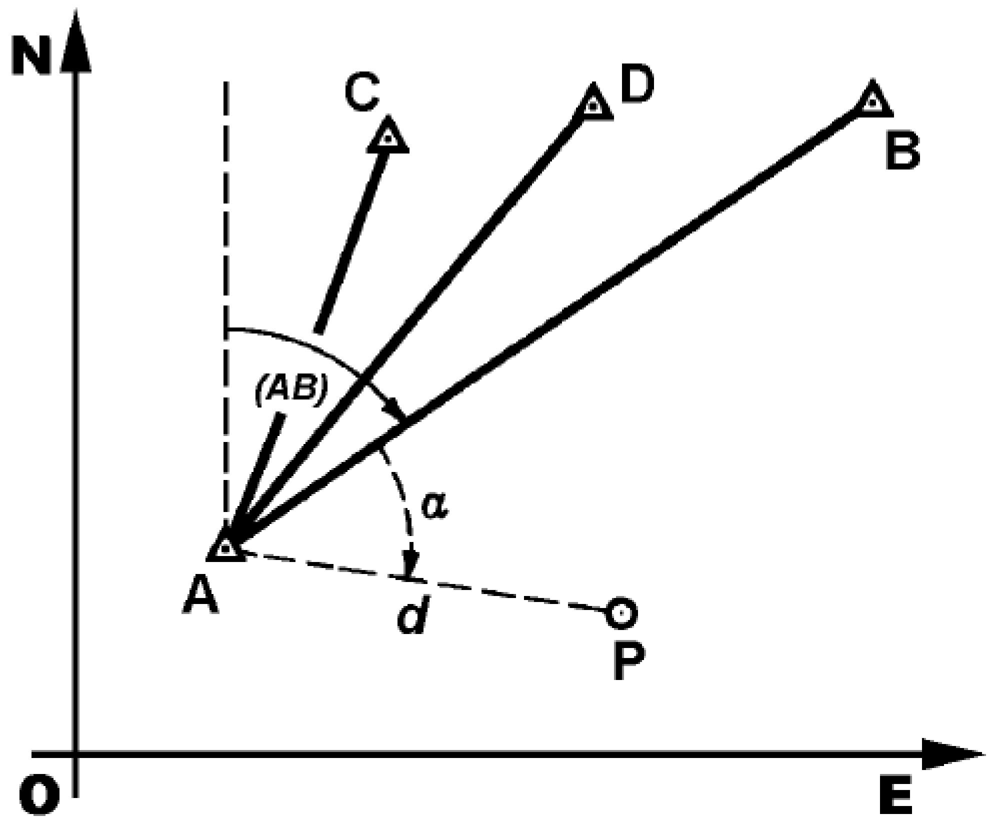
L's.q.m. della posizione planimetrica di *P* risulterà

$$(9) \quad m_P = \pm\sqrt{m_{E_P}^2 + m_{N_P}^2}$$

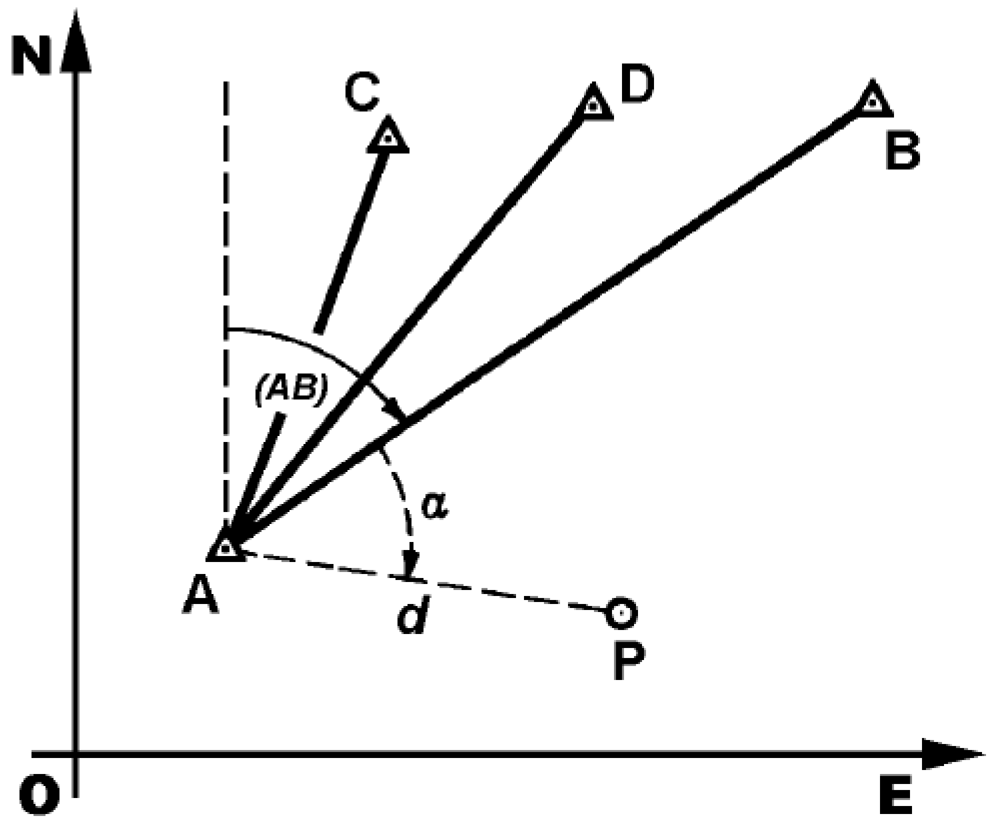
per cui sostituendo le espressioni date dalle (8) si otterrà

$$(10) \quad m_P = \pm\sqrt{m_d^2 + d^2 m_\alpha^2}$$

Quando si esegue un irradiamento è buona norma non limitarsi ad un solo orientamento(Fig. 4)



Nell'esempio indicato in Fig. 4 collimando da *A* più punti di coordinate note e determinando gli angoli α_1 α_2 α_3 che le direzioni *AB*, *AC* e *AD* formano con *AP*, nonché ovviamente misurando la distanza *d*, si avranno a disposizione tre possibilità per calcolare le coordinate incognite di *P*.

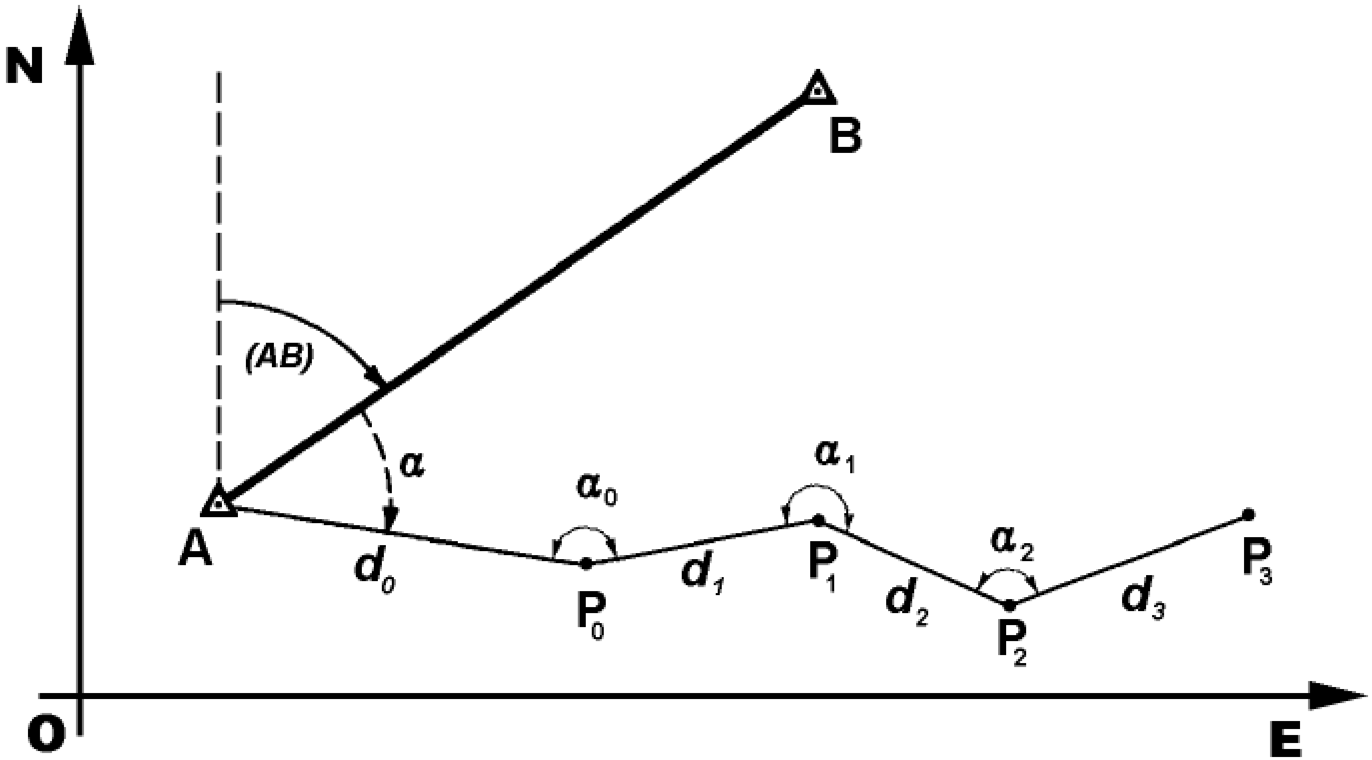


In tal modo ci si tutela da eventuali *errori grossolani* nella individuazione dei punti noti ed in più si hanno diversi valori delle coordinate di *P* da cui trarre i valori più probabili (le medie aritmetiche).

Poligonali non controllate

Le poligonali non sono altro che irradiamenti successivi: è infatti ovvio che dopo aver determinato le coordinate di un punto P_0 per irradiamento da un punto noto A, tale punto può considerarsi di coordinate note e quindi essere assunto come stazione per determinare un successivo punto P_1 assumendo come orientamento la precedente stazione di partenza A.

Tale metodo si può ripetere a catena

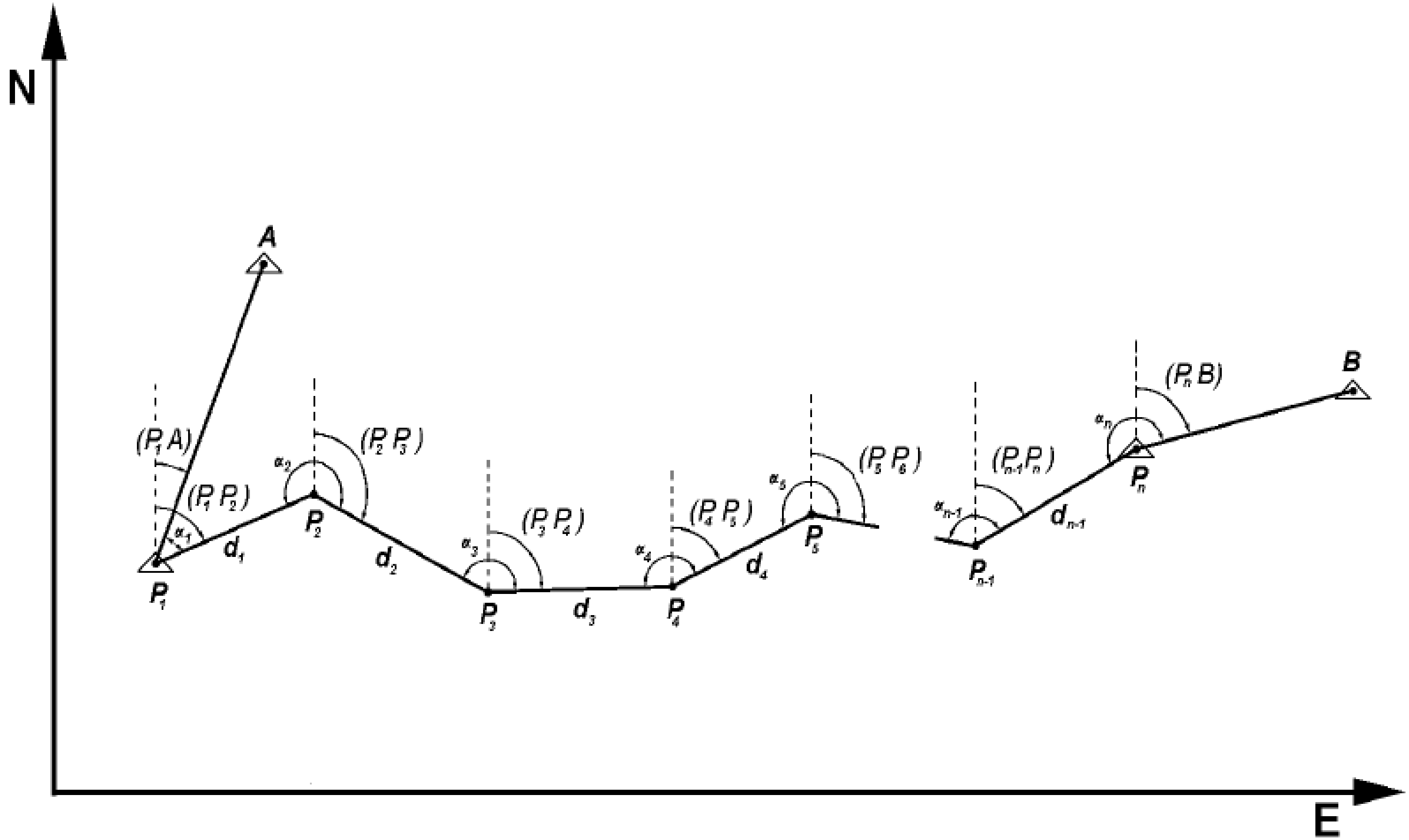


Il metodo è molto utile per determinare le coordinate di punti situati in posti disagiati da cui non si ha visibilità; fondi-valle, zone fortemente alberate, gallerie.

La sua precisione è però molto scadente giacché gli effetti degli errori di misura si accumulano di vertice in vertice divenendo rapidamente intollerabili; per tale motivo nessuna normativa di rilevamento ammette l'utilizzo di poligonali non controllate. Quando la necessità oggettiva le impone (per esempio in galleria), vanno eseguite con molta accuratezza utilizzando tutti i metodi disponibili per migliorarne la precisione: reiterazioni degli angoli, stazioni con centramento forzato, etc.).

Poligonale controllata

Il metodo della poligonale descritto al paragrafo precedente aumenta notevolmente di precisione se si opera in modo che l'ultimo vertice sia anche esso un punto di coordinate note e da tale vertice se ne possa collimare un altro anch'esso noto.



Si parla in tal caso di *poligonale aperta appoggiata agli estremi* (Fig. 6).
Il vantaggio di tale modo di procedere consiste nel fatto che si hanno misure sovrabbondanti, rappresentate dalle due coordinate note del punto P_n e dall'angolo α_n e ciò permette di eseguire un controllo su tutte le misure eseguite, verificarne la congruità e quindi eseguire la compensazione.

Lo schema della poligonale

Partendo
da un punto di coordinate note

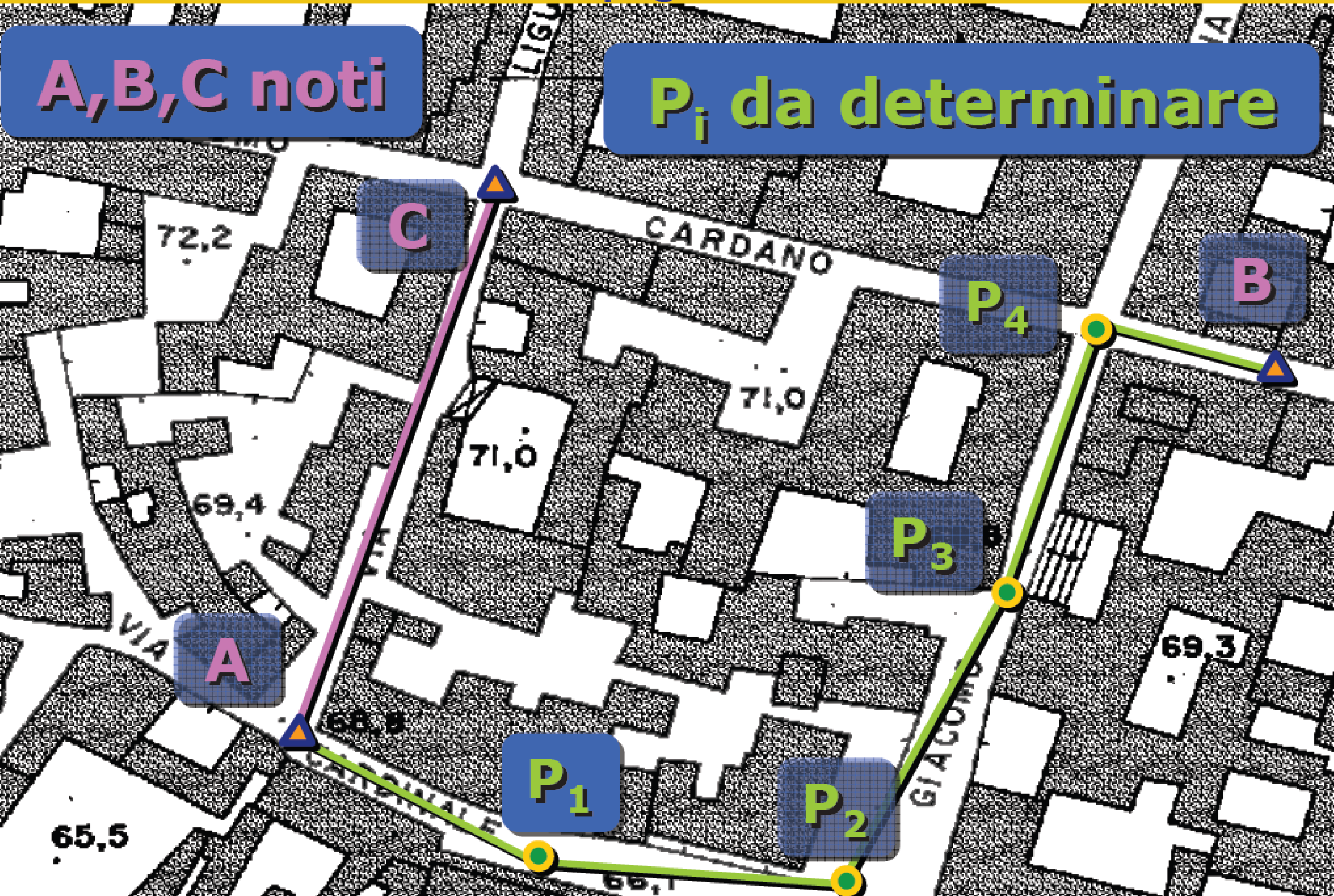
si staziona successivamente

su punti da determinare

fino a fare stazione su un altro punto di coordinate note

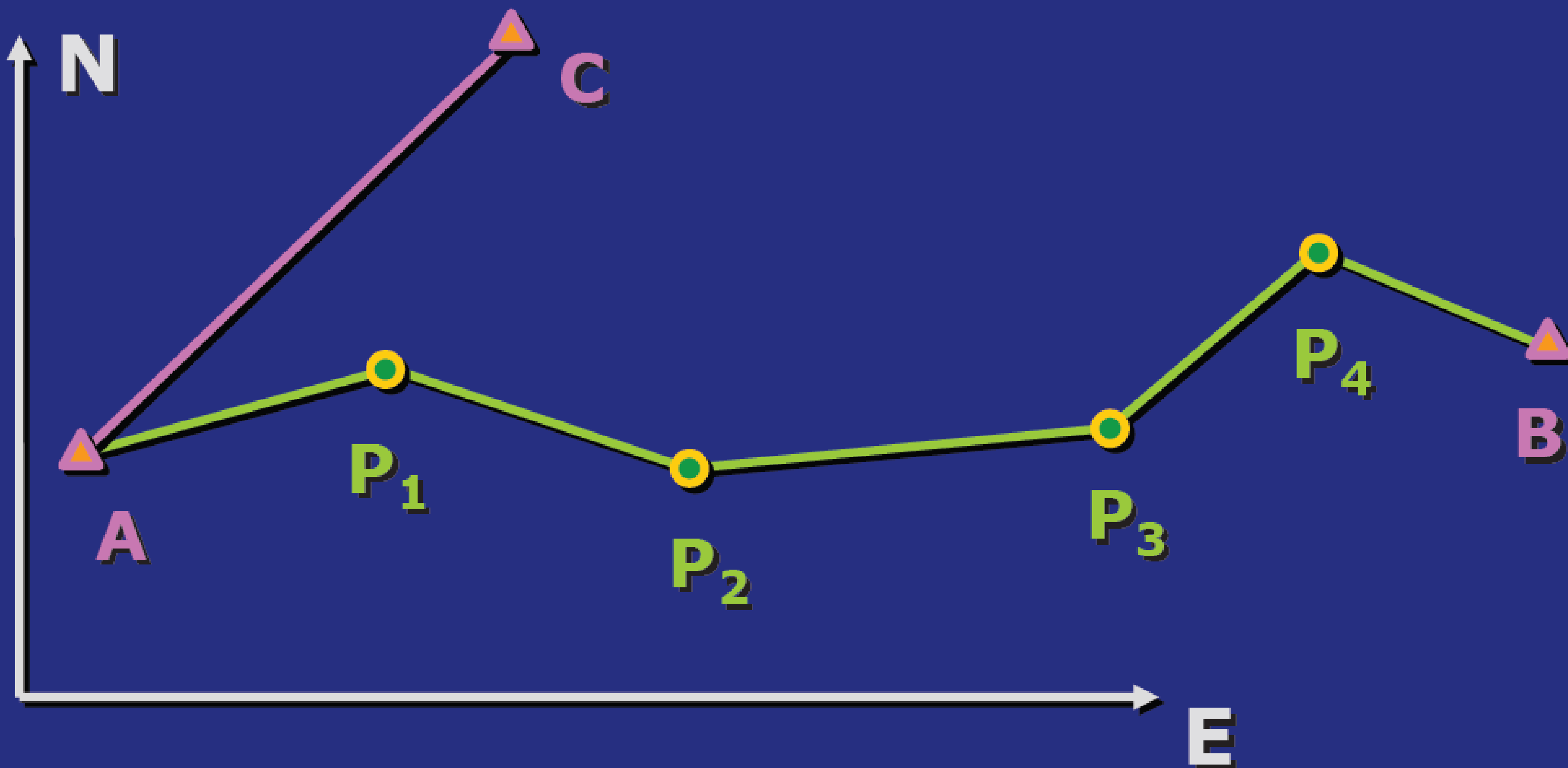
Topografia

Rilievo topografico



Topografia
Rilievo topografico

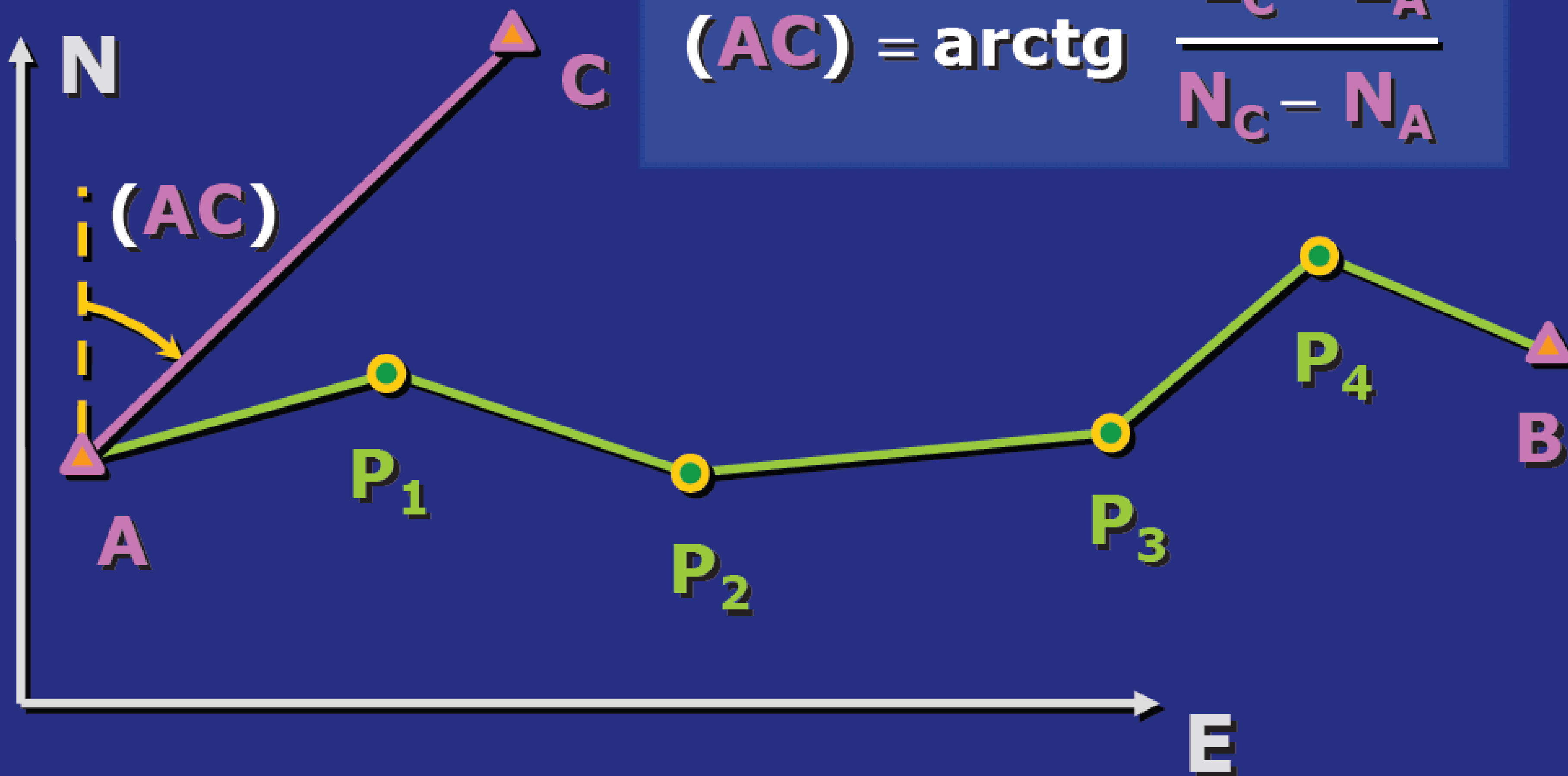
A,B,C noti



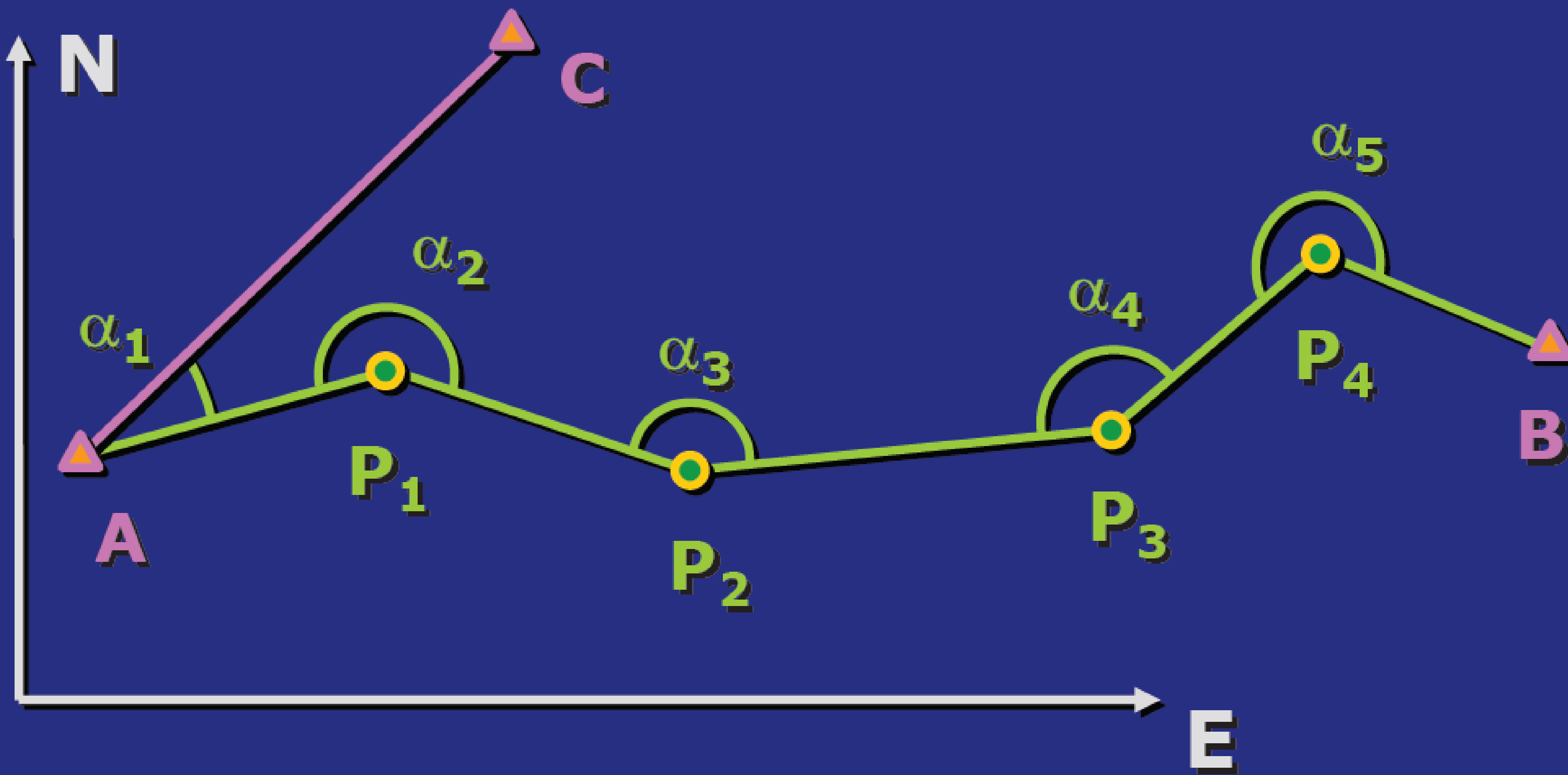
Topografia
Rilievo topografico

E_A, N_A - E_B, N_B - E_C, N_C noti

$$(AC) = \mathrm{arctg}\,\frac{E_C - E_A}{N_C - N_A}$$

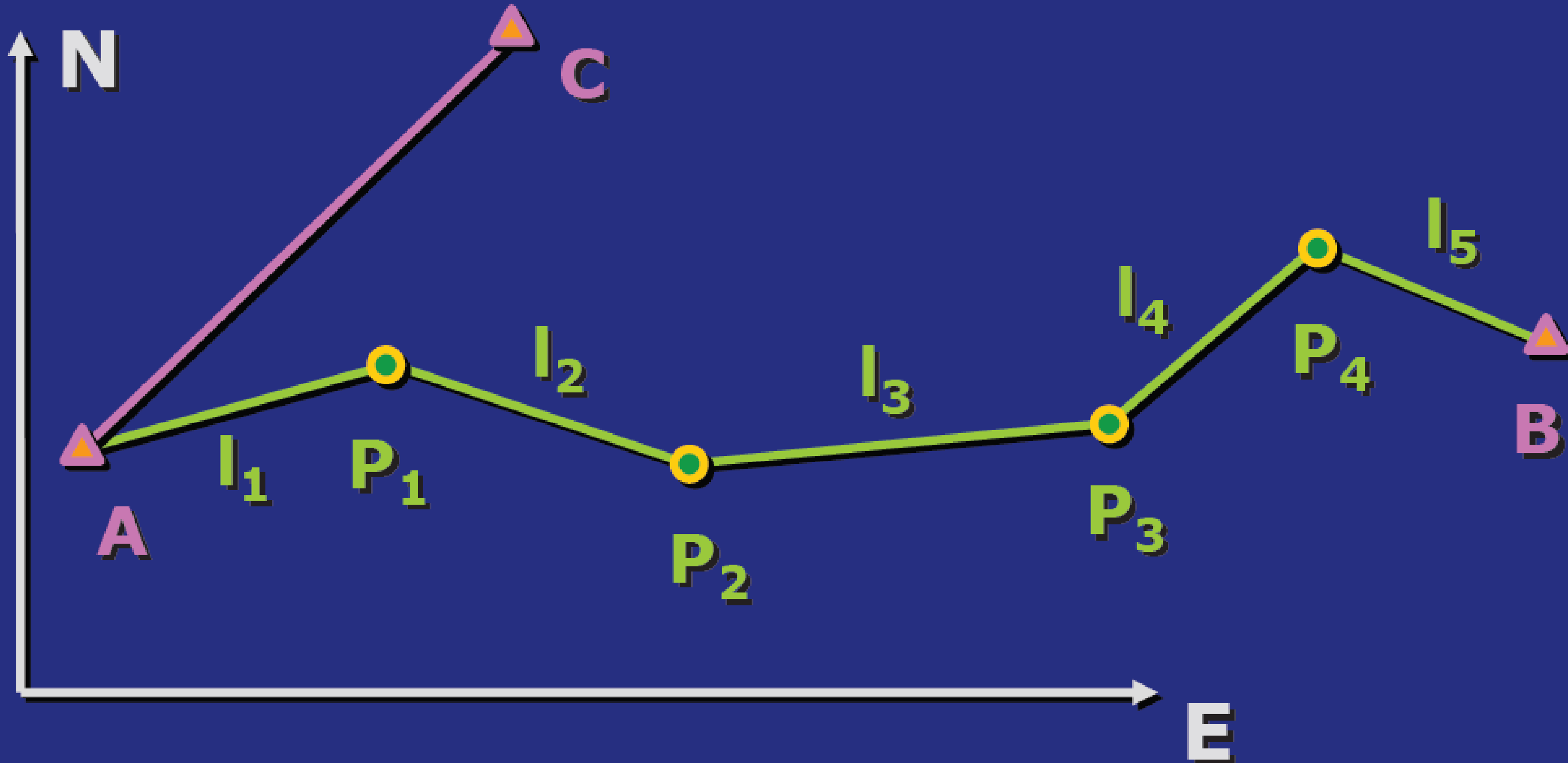


Si misurano α_1, α_2, α_3, α_4, α_5



Si determinano l_1, l_2, l_3, l_4, l_5

Misure con distanziometro



Sfruttando i dati noti

E_A, N_A
E_C, N_C

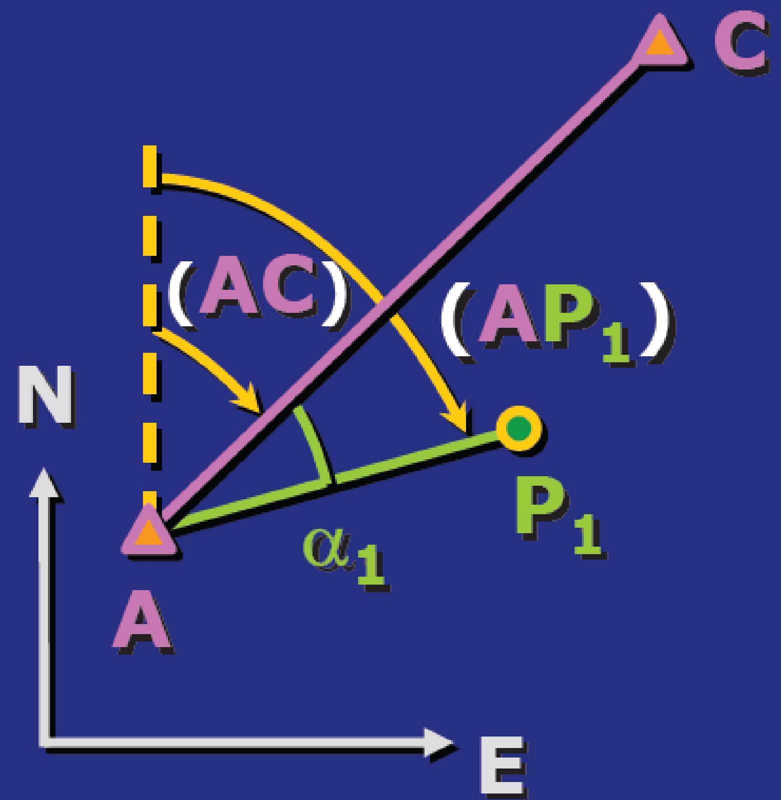
$$(AC) = \text{arctg} \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A}$$

e le **misure effettuate** si possono calcolare le coordinate **Ei,Ni**

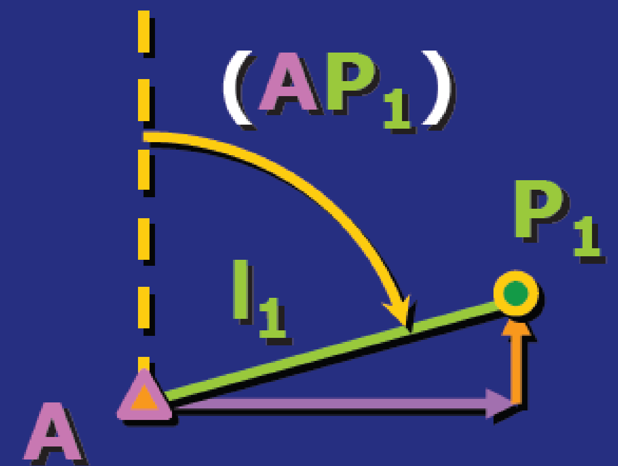
Come?

Topografia

Rilievo topografico



$$(AP_1) = (AC) + \alpha_1$$

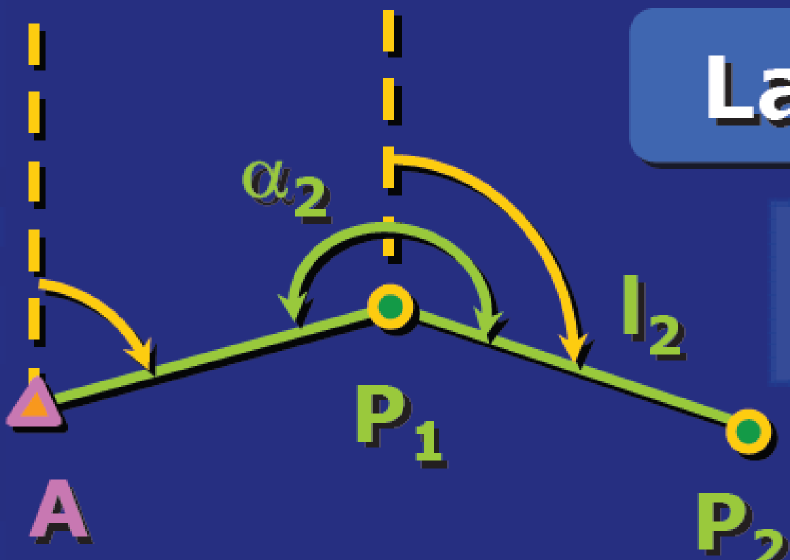


$$E_{P1} = E_A + \boxed{l_1 \text{ sen } (AP_1)}$$

$$N_{P1} = N_A + \boxed{l_1 \cos (AP_1)}$$

Le coordinate di P_1 sono ora note

Si calcolano quelle di P_2
Si calcola l'angolo di direzione (P_1P_2)

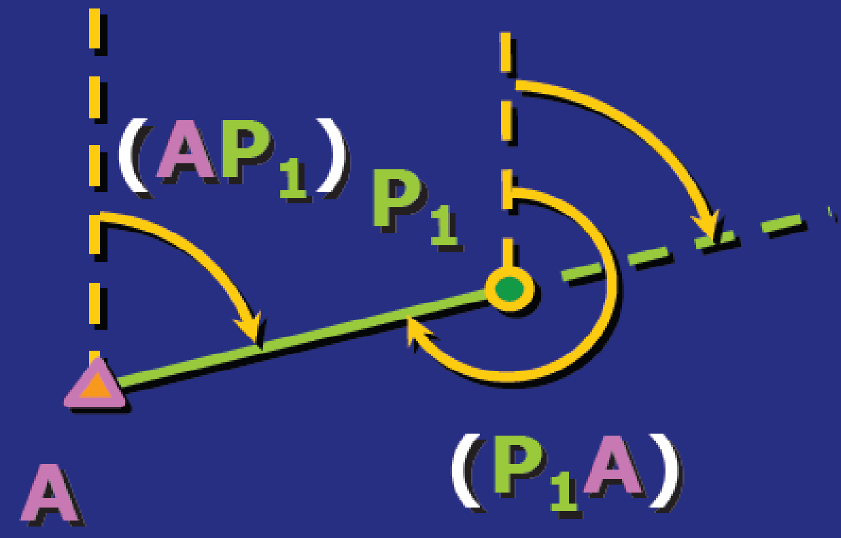


La formula generale è

$$(P_1P_2)=(P_1A) + \alpha_2 \ (-2\pi)$$

Dapprima si calcola l'angolo di direzione (P_1A)

$$(P_1A) = (AP_1) + \pi$$



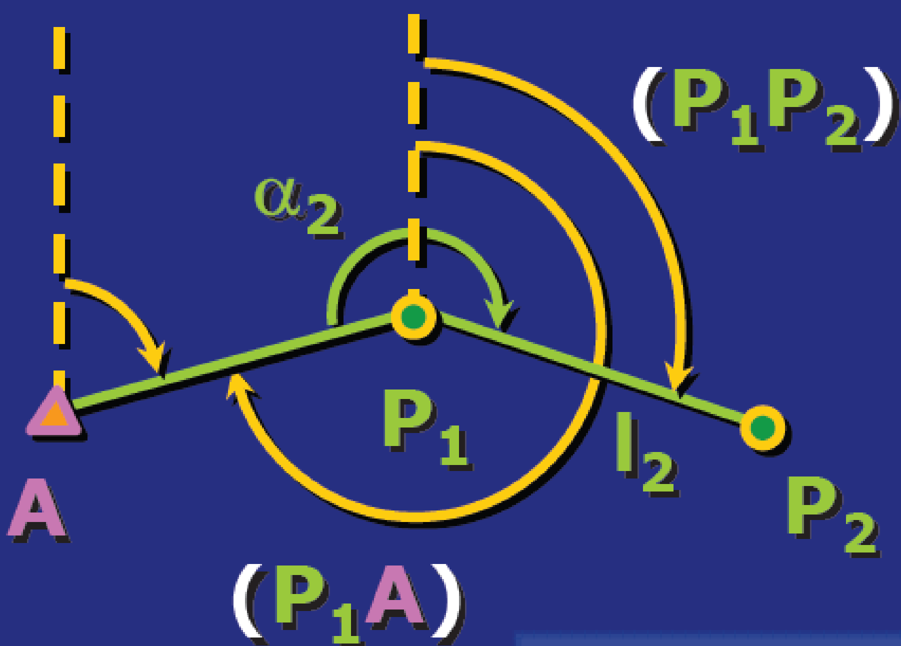
Topografia

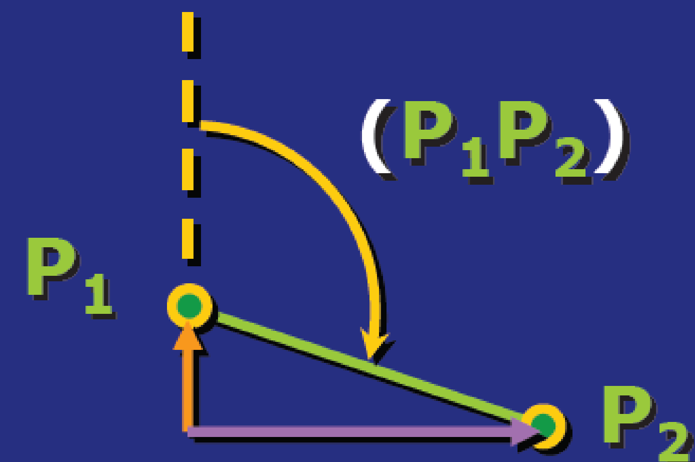
Rilievo topografico

(P_1P_2) ?

$$E_{P2} = E_{P1} + \boxed{l_2 \text{ sen } (P_1 \, P_2)}$$

$$N_{P2} = N_{P1} + \boxed{l_2 \cos (P_1 \, P_2)}$$

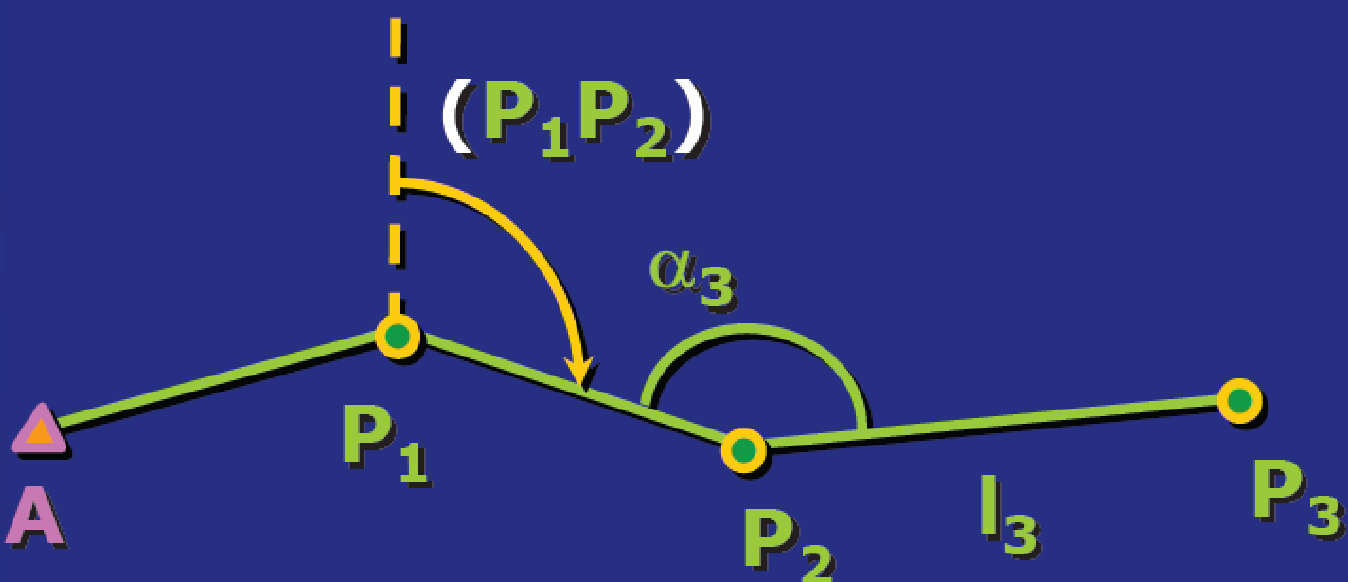




$$(P_1P_2) = (P_1A) + \alpha_2 \; (-2\pi)$$

Le coordinate di P_2 sono ora note

Si calcolano quelle di P_3

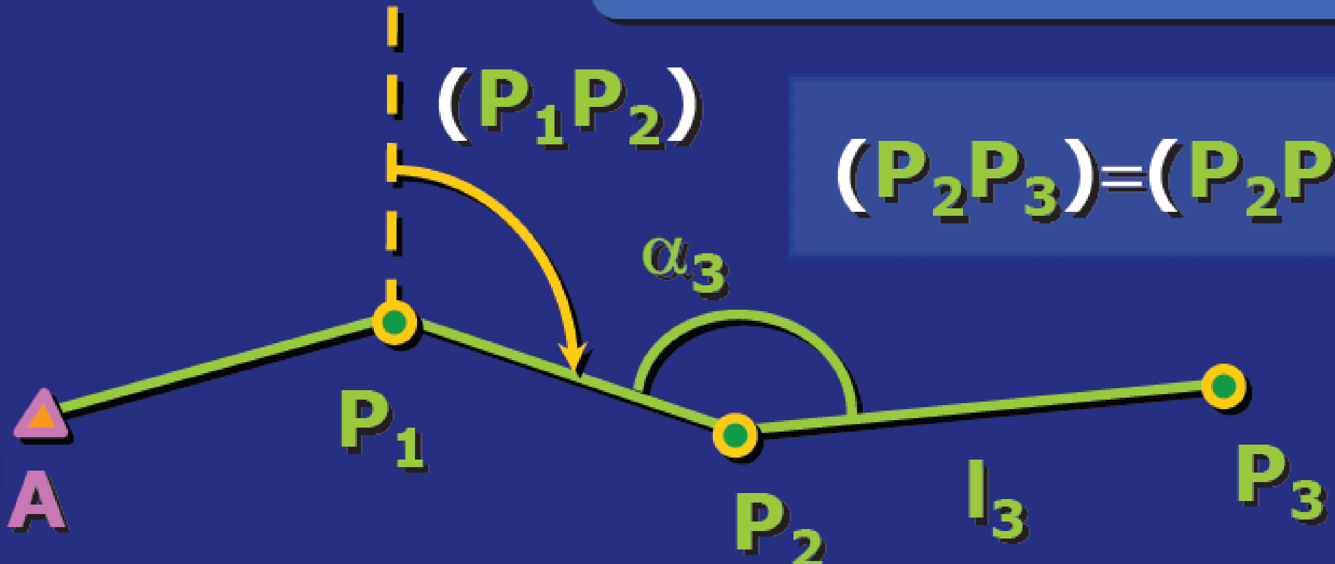


Le coordinate di P_2 sono ora note

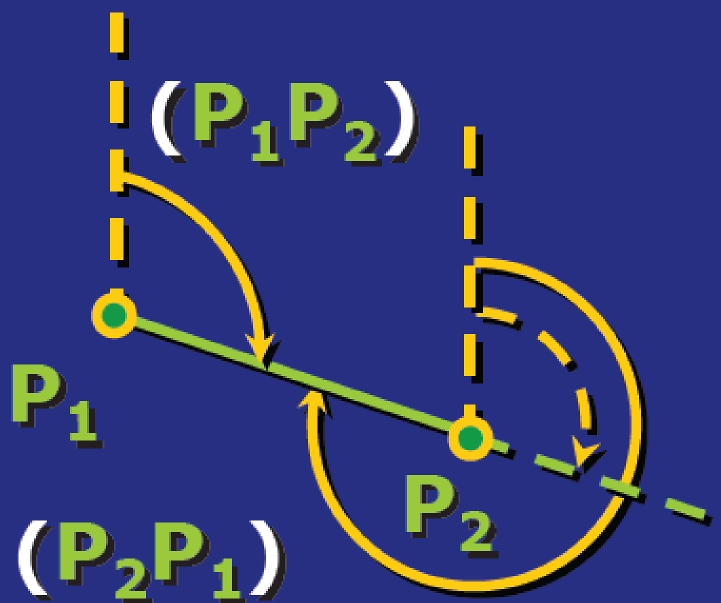
Si calcola l'angolo di direzione (P_2P_3)

La formula generale è

$$(P_2P_3)=(P_2P_1) + \alpha_3 \ (-2\pi)$$

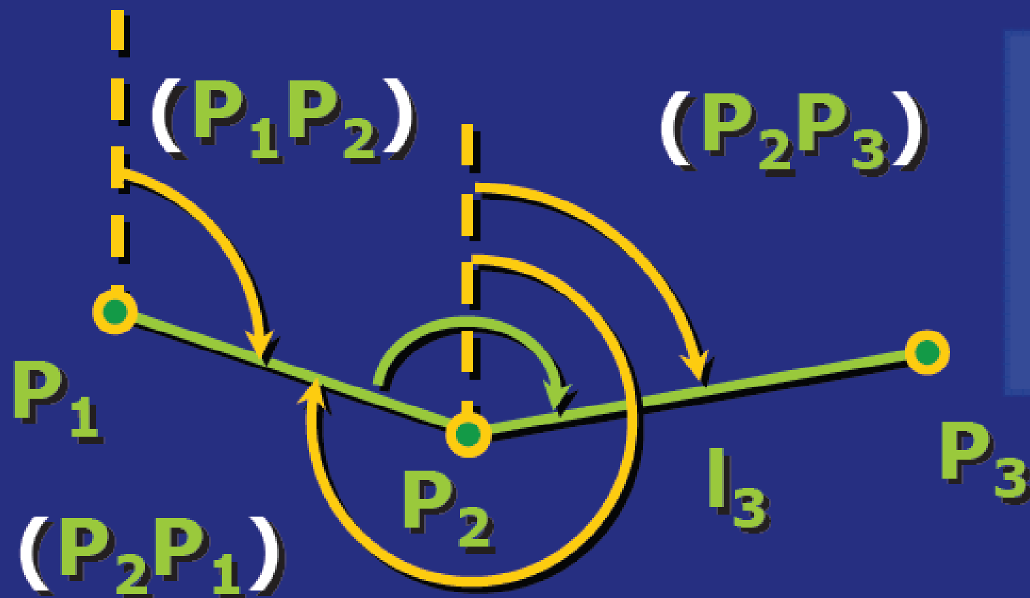


Dapprima si calcola l'angolo di direzione (P_2P_1)



$$(P_2P_1) = (P_1P_2) + \pi$$

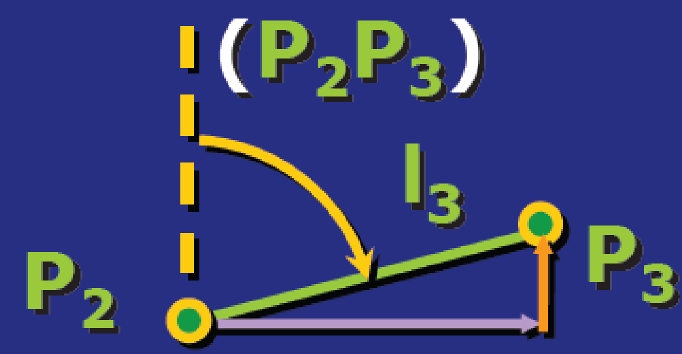
Dapprima si calcola l'angolo di direzione (P_2P_1)



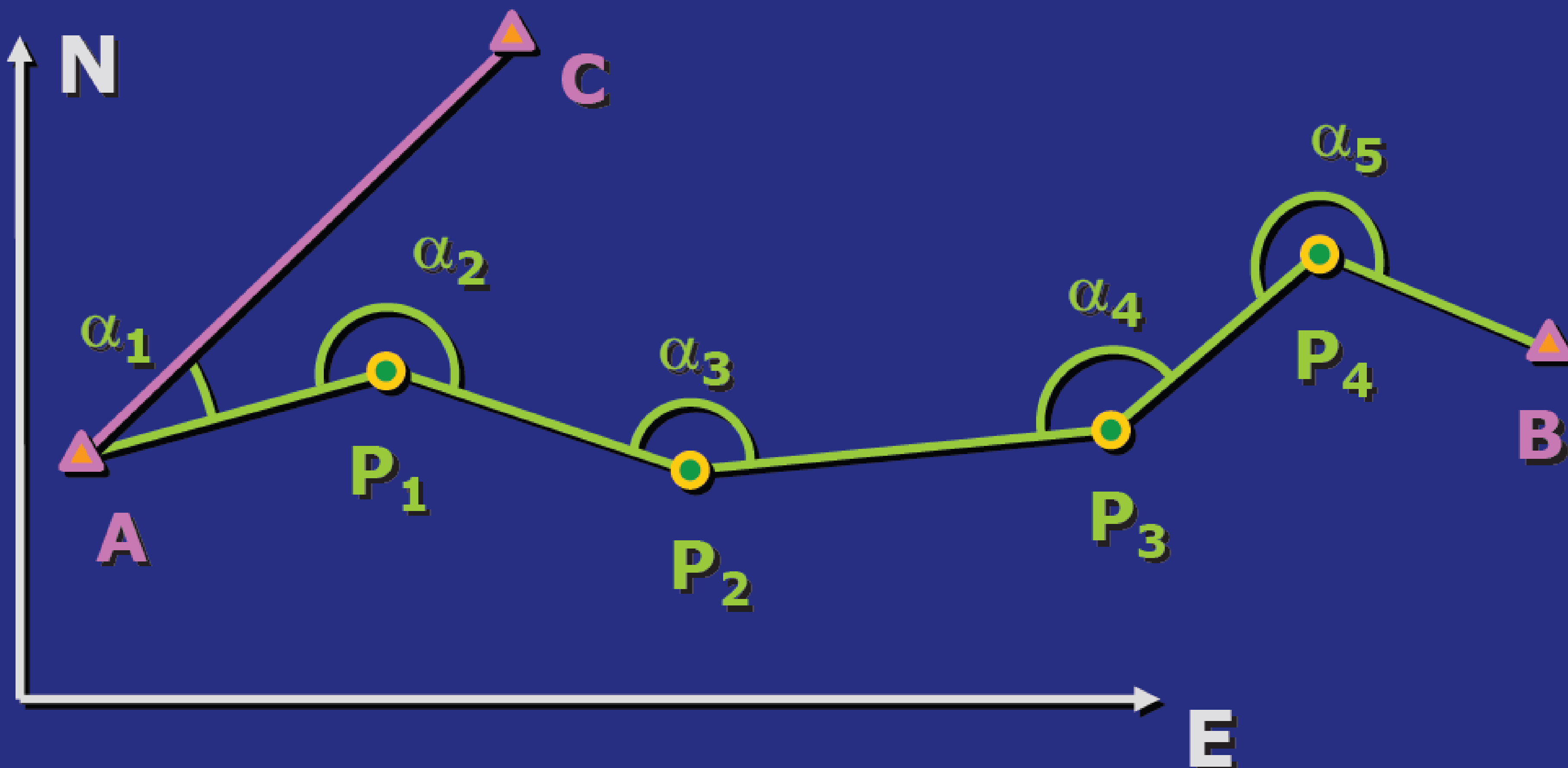
$$(P_2P_3) = (P_2P_1) + \alpha_3 \ (-2\pi)$$

$$E_{P3} = E_{P2} + \boxed{l_3 \text{ sen } (P_2 P_3)}$$

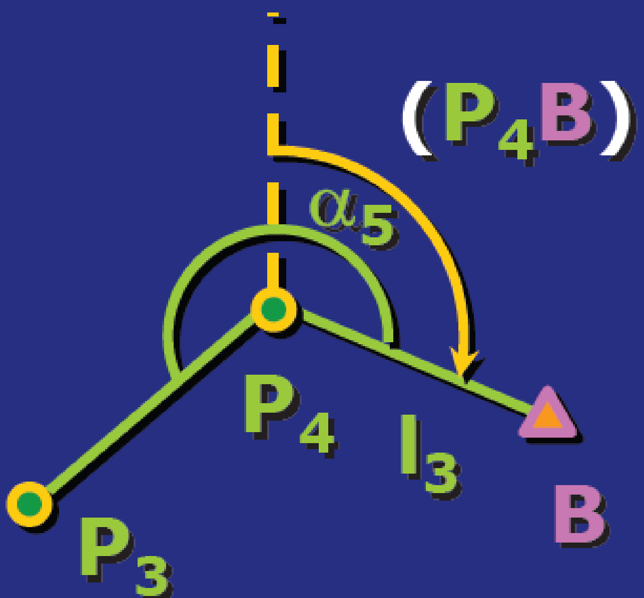
$$N_{P3} = N_{P2} + \boxed{l_3 \cos (P_2 P_3)}$$



E così via fino a determinare E_B, N_B



E così via fino a determinare E_B, N_B



$$E_B = E_{P4} + l_5 \text{ sen } (P_4B)$$
$$N_B = N_{P4} + l_5 \cos (P_4B)$$

Ma B era un punto noto!

Se confrontiamo

E_B, N_B note

E_B, N_B calcolate sulla base della procedura

Si riscontrano differenze

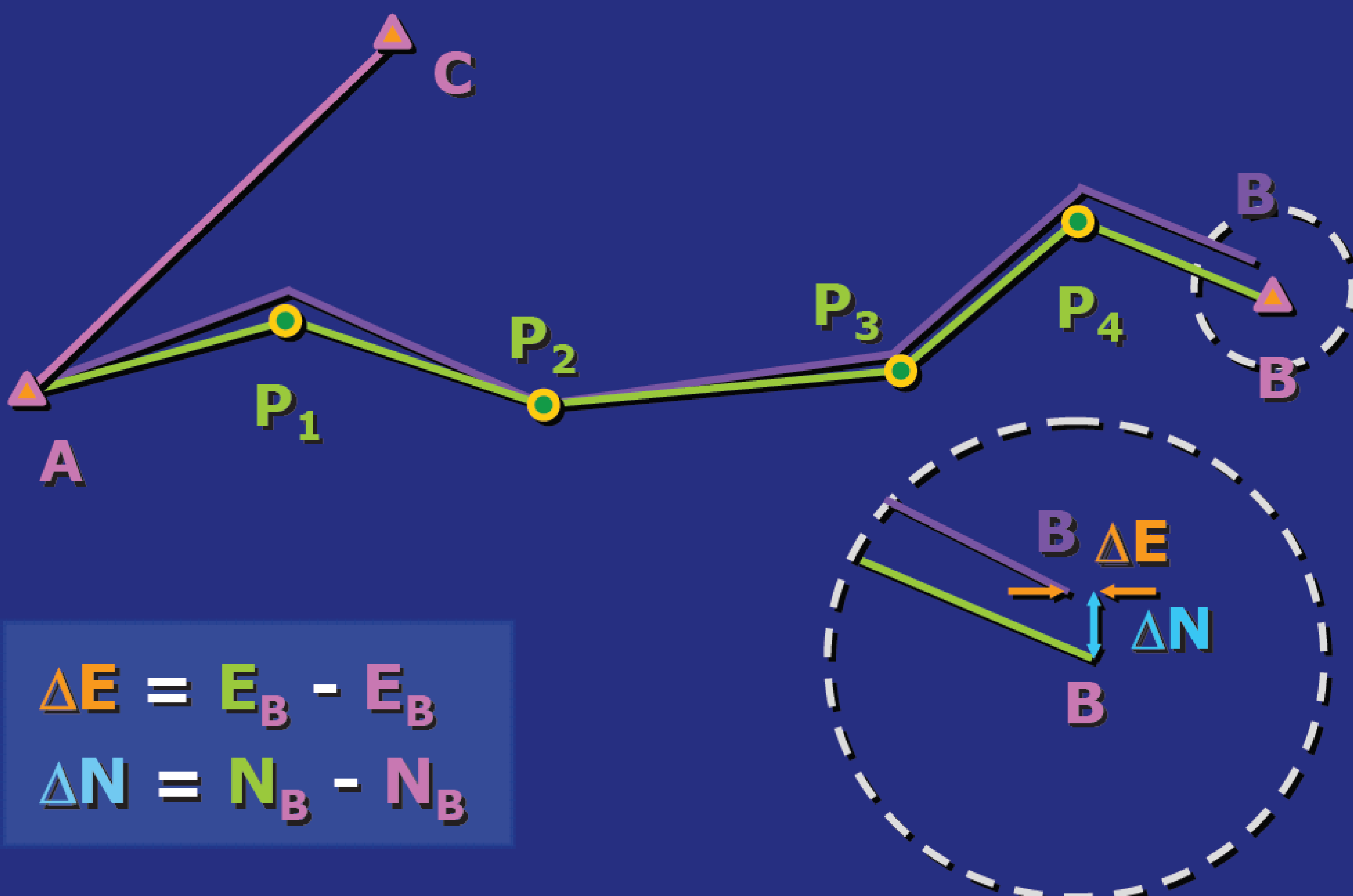
$$\Delta E = E_B - E_B$$

$$\Delta N = N_B - N_B$$

Perché ?

Topografia

Rilievo topografico



$$\Delta E = E_B - E_B$$

$$\Delta N = N_B - N_B$$

Il calcolo e la compensazione possono essere eseguiti con metodi matematici rigorosi (minimi quadrati) però spesso per poligonali tecniche si preferisce eseguire una compensazione empirica i cui risultati non differiscono eccessivamente da quelli ottenuti con un calcolo rigoroso.

La compensazione empirica viene eseguita prima sugli *angoli* (*compensazione angolare*) e poi sulle *distanze* (*compensazione lineare*).

Dopo aver misurato in campagna tutte le distanze d_i e gli angoli α_i si calcolano con la (1) gli angoli di direzione (P_1A) e (P_nB), noti in quanto noti i punti P_1, A, P_n e B

$$(11)\quad tan(P_1A) = \frac{E_A - E_{P_1}}{N_A - N_{P_1}} \qquad\qquad tan(P_nB) = \frac{E_B - E_{P_n}}{N_B - N_{P_N}}$$

Si calcolano quindi, facendo uso della (5) tutti gli angoli di direzione

$$
\begin{aligned}
&(P_1P_2) = (P_1A) + \alpha_1 \\
&(P_2P_3) = (P_1P_2) + \alpha_2 \pm \pi \\
&(P_3P_4) = (P_2P_3) + \alpha_3 \pm \pi \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&(P_{n-1}P_n) = (P_{n-2}P_{n-1}) + \alpha_{n-1} \pm \pi \\
&(P_nB) = (P_{n-1}P_n) + \alpha_n \pm \pi
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Sommando i primi ed i secondi membri delle (12) ed uguagliando si perviene infine alla

$$(P_n B) = (P_1 A) + \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i + k\pi \qquad (13)$$

dove *k* è un numero intero che si individua facilmente in sede di calcolo.

Sommando i primi ed i secondi membri delle (12) ed uguagliando si perviene infine alla

$$(P_n B) = (P_1 A) + \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i + k\pi \tag{13}$$

dove k è un numero intero che si individua facilmente in sede di calcolo.

Sostituendo nella (13) i valori degli angoli di direzione noti (P_nB) e (P_1A), supposti privi di errori, a causa degli inevitabili errori accidentali di misura, si otterrà un residuo Δ, detto *errore di chiusura angolare*:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i + (P_1 A) - (P_n B) + k\pi = \pm\Delta \tag{14}$$

L'errore di chiusura angolare Δ, perché la poligonale sia considerata valida, dovrà risultare in valore assoluto inferiore alla tolleranza; cioè

$$(15) \quad |\Delta| \le t_\alpha$$

La tolleranza angolare t_α viene assegnata a priori in base alla precisione richiesta alla poligonale; ad essa si dà l'espressione

$$(16) \quad t_\alpha = c\sqrt{n}$$

con n numero di angoli misurati e c un coefficiente che, per esempio, per i lavori accettati dal catasto vale 4^c. Per poligonali di precisione più elevata può valere anche 15^{cc}.

Se la (15) non è verificata bisogna ripetere tutta la poligonale in campagna; se invece la (15) è verificata si può procedere alla compensazione, cioè alla distribuzione dell'errore di chiusura angolare tra i vari angoli misurati talché il secondo membro della (14) vada a 0.

La compensazione viene effettuata distribuendo l'errore di chiusura in parti uguali tra tutti gli angoli misurati. Per comodità di calcolo si preferisce compensare direttamente gli angoli di direzione calcolati con le (12), cioè a ciascuno degli angoli di direzione si sottrae (se Δ è positivo) o si somma (se Δ è negativo) la quantità

$$(17) \quad \mp \frac{\Delta}{n}$$

Questo modo di compensare gli angoli assegnando a ciascuno di essi una quantità uguale dell'errore di chiusura parte dal presupposto che la stessa sia stata rilevata sempre nelle medesime condizioni, cioè utilizzando sempre lo stesso strumento e le identiche condizioni di lettura degli angoli.

Ove ciò non si verifichi perché, per esempio, in una poligonale molto lunga e di precisione non elevata, si lavora con due squadre di rilevatori in possesso di strumenti di precisione differente, è evidente che l'errore di chiusura non può essere suddiviso in parti uguali in quanto gli angoli misurati con lo strumento meno preciso saranno portatori di un errore maggiore e quindi gli dovrà essere assegnata una quantità maggiore dell'errore di chiusura che non per gli angoli misurati con lo strumento più preciso.

distribuzione del Δ viene effettuata empiricamente per esempio assegnando a ciascun angolo una correzione inversamente proporzionale allo s.q.m. dello strumento utilizzato per la loro misura.

Dopo aver compensato gli angoli di direzione si hanno tutti gli elementi per determinare le coordinate incognite di tutti i punti tramite le (7).
Si avrà:

$$
\begin{array}{lll}
 & N_{P_2} = N_{P_1} + d_1 \cos(P_1P_2) & E_{P_2} = E_{P_1} + d_1 \, sen(P_1P_2) \\
(18) & N_{P_3} = N_{P_2} + d_2 \cos(P_2P_3) & E_{P_3} = E_{P_2} + d_2 \, sen(P_2P_3) \\
 & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
 & N_{P_n} = N_{P_{n-1}} + d_{n-1} \cos(P_{n-1}P_n) & E_{P_n} = E_{P_{n-1}} + d_{n-1} \, sen(P_{n-1}P_n)
\end{array}
$$

Sommando i primi membri ed i secondi membri di queste relazioni ed eguagliando si otterrà:

$$(19)\quad N_{P_n} = N_{P_1} + \sum_{i=1}^{i=n-1} d_i \cos(P_i P_{i+1}) \qquad E_{P_n} = E_{P_1} + \sum_{i=1}^{i=n-1} d_i \, sen(P_i P_{i+1})$$

Se ora nelle (19) si pongono i valori delle coordinate dei punti noti P_1 e P_n, supposte prive di errori, gli angoli di direzione già compensati e quindi anche essi supposti privi di errori, ed infine le distanze misurate si otterranno degli errori di chiusura dovuti solo agli errori di misura delle distanze.

Si avrà pertanto

$$(20)\quad \begin{aligned} &\sum_{i=1}^{i=n-1} d_i \cos(P_i P_{i+1}) - \left(N_{P_n} - N_{P_1}\right) = \Delta N \\ &\sum_{i=1}^{i=n-1} d_i \, sen(P_i P_{i+1}) - \left(E_{P_n} - E_{P_1}\right) = \Delta E \end{aligned}$$

Alla quantità

$$(21) \quad \Delta L = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}$$

si da il nome di *errore di chiusura lineare della poligonale*.

Anche per tale errore vale lo stesso discorso fatto per gli angoli; esso deve risultare in valore assoluto inferiore ad una tolleranza assegnata

$$(22) \quad |\Delta L| \leq t_L$$

Alla tolleranza viene assegnata l'espressione

$$(23)\quad t_L = p\sqrt{L}$$

dove *L* esprime la lunghezza complessiva della poligonale espressa in metri e *p* è un coefficiente, anche esso espresso in metri, che qualifica la precisione richiesta alla poligonale. Misurando le distanze con un distanziometro *p* può assumere valori compresi tra 0,001÷0,002 m.

Ove la (22) sia verificata si può procedere alla compensazione dei lati, cioè distribuire l'errore di chiusura tra tutti i lati, o ciò che è lo stesso tra le componenti dei lati, in modo che i secondi membri delle (20) vadano a 0.

Questa distribuzione non avviene però come per gli angoli in parti uguali in quanto gli errori commessi sulle misure delle distanze sono proporzionali alle lunghezze delle stesse: è naturale quindi distribuire l'errore di chiusura in parti proporzionali alla lunghezza di ciascun lato.

Si calcolano quindi le correzioni unitarie con

$$(24) \quad u_N = -\frac{\Delta N}{L} \qquad u_E = -\frac{\Delta E}{L} \qquad con \quad L = \sum_{i=1}^{i=n-1} d_i$$

e si ricavano le componenti compensate di ciascun lato con le

$$(25)\quad \begin{aligned} \left[d_i \, cos(P_i P_{i+1})\right]_c &= d_i \, cos(P_i P_{i+1}) + u_N d_i \\ \left[d_i \, sen(P_i P_{i+1})\right]_c &= d_i \, sen(P_i P_{i+1}) + u_E d_i \end{aligned}$$

Con le componenti compensate si determinano infine le coordinate dei punti applicando le (18).

$$(18)\quad \begin{array}{ll} N_{P_2} = N_{P_1} + d_1 \, cos(P_1 P_2) & E_{P_2} = E_{P_1} + d_1 \, sen(P_1 P_2) \\ N_{P_3} = N_{P_2} + d_2 \, cos(P_2 P_3) & E_{P_3} = E_{P_2} + d_2 \, sen(P_2 P_3) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ N_{P_n} = N_{P_{n-1}} + d_{n-1} \, cos(P_{n-1} P_n) & E_{P_n} = E_{P_{n-1}} + d_{n-1} \, sen(P_{n-1} P_n) \end{array}$$

Questa procedura si definisce compensazione empirica della poligonale

Quando si eseguono più rami di poligonale con vertici in comune è necessario procedere alla compensazione rigorosa

Per compensare in maniera rigorosa più poligonali, si utilizzano i già citati algoritmi a minimi quadrati

Per ogni misura di angolo potrà essere scritta un'equazione del tipo

$$\mathrm{arctg}\,\frac{E_i - E_{i-1}}{N_i - N_{i-1}} + \mathrm{arctg}\,\frac{E_{i-1} - E_{i-2}}{N_{i-1} - N_{i-2}} - \alpha_i = 0$$

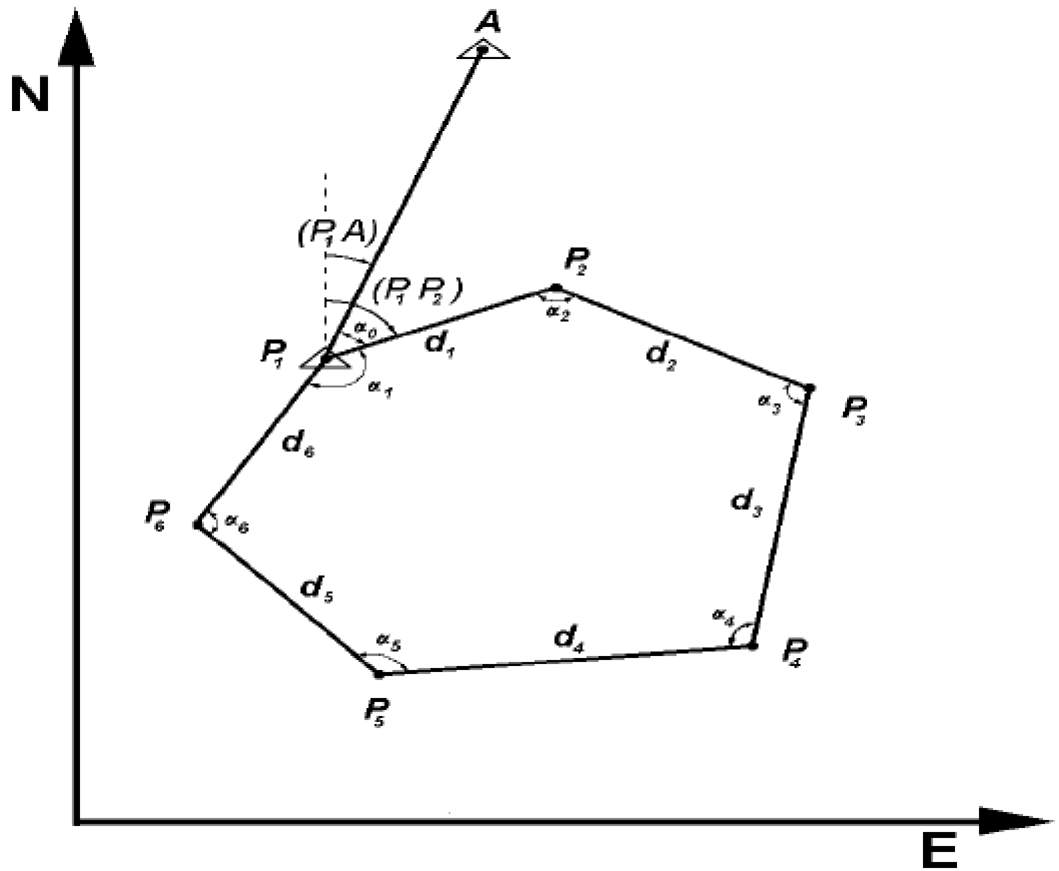
L'equazione è scritta in forma generale; nel calcolo occorre tener conto, come citato, dei segni di ΔE e ΔN

Per ogni misura di distanza potrà essere scritta un'equazione del tipo

$$\sqrt{(E_i - E_{i-1})^2 + (N_i - N_{i-1})^2} - d_{i,i-1} = 0$$

La distanza è la distanza carta e cioè la distanza topografica moltiplicata per il coefficiente di deformazione della carta

Poligonale chiusa



La *poligonale chiusa* può considerarsi a tutti gli effetti come un caso particolare della poligonale aperta quando l'ultimo vertice P_n coincide col primo vertice P_1

Nell'esempio indicato in fig, che rappresenta il caso più generale, si tratta di poligonale orientata per cui sono noti sia il punto P_1 che il punto A esterno alla poligonale.

La condizione cui devono soddisfare gli angoli misurati si deriva immediatamente dalla condizione cui devono soddisfare gli angoli interni di un poligono di *n* lati

$$\sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i - (n-2)200^g = \Delta$$

L'errore di chiusura Δ, se inferiore alla tolleranza, si distribuisce, cambiato di segno, tra tutti gli angoli misurati in parti uguali.

Le componenti dell'errore di chiusura lineare si calcolano con le

$$(27)\quad \begin{aligned} &\sum_{i=1}^{i=n-1} d_i \cos(P_iP_{i+1}) = \Delta N \\ &\sum_{i=1}^{i=n-1} d_i \,sen(P_iP_{i+1}) = \Delta E \end{aligned}$$

Anche in questo caso alla quantità

$$(21)\quad \Delta L = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}$$

si da il nome di *errore di chiusura lineare della poligonale*.

Anche in questo caso si verifica che l’errore di chiusura sia inferiore della tolleranza:

$$(22) \quad |\Delta L| \leq t_L$$

$$(23) \quad t_L = p\sqrt{L}$$

dove L esprime la lunghezza complessiva della poligonale espressa in metri e p è un coefficiente, anche esso espresso in metri, che qualifica la precisione richiesta alla poligonale. Misurando le distanze con un distanziometro p può assumere valori compresi tra 0,001÷0,002 m.

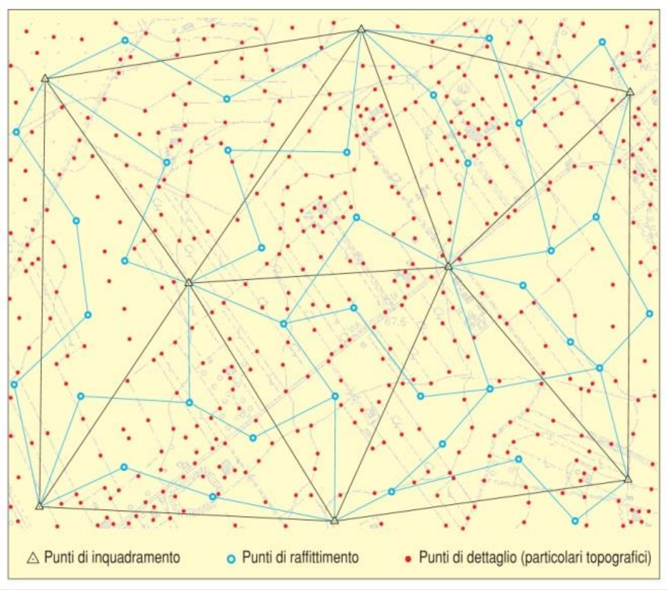
Ove la (22) sia verificata si può procedere alla compensazione dei lati, cioè distribuire l'errore di chiusura tra tutti i lati, o ciò che è lo stesso tra le componenti dei lati, in modo che

Le componenti dell’errore di chiusura secondo E ed N siano nulle

Si calcolano quindi le correzioni unitarie con

$$(24)\quad u_N = -\frac{\Delta N}{L} \qquad u_E = -\frac{\Delta E}{L} \qquad con \quad L = \sum_{i=1}^{i=n-1} d_i$$

Reti di Inquadramento per il rilievo



Eseguire il *lavoro di inquadramento* ⇔ coprire la zona di terreno da rilevare con una serie di punti, detti **punti di inquadramento**.

Questi punti verranno poi riportati sulla mappa per realizzare la rappresentazione grafica del terreno.

In definitiva il rilievo topografico si sviluppa nelle seguenti tre fasi:

1. Realizzazione **rete di inquadramento** (*appoggio*).
2. Realizzazione del **raffittimento** (della rete di appoggio).
3. Rilievo dei **particolari** (*di dettaglio*).

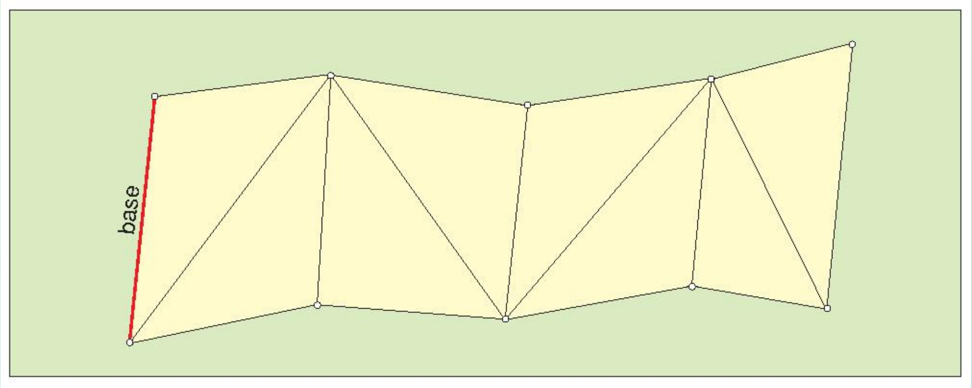
Reti geodetiche

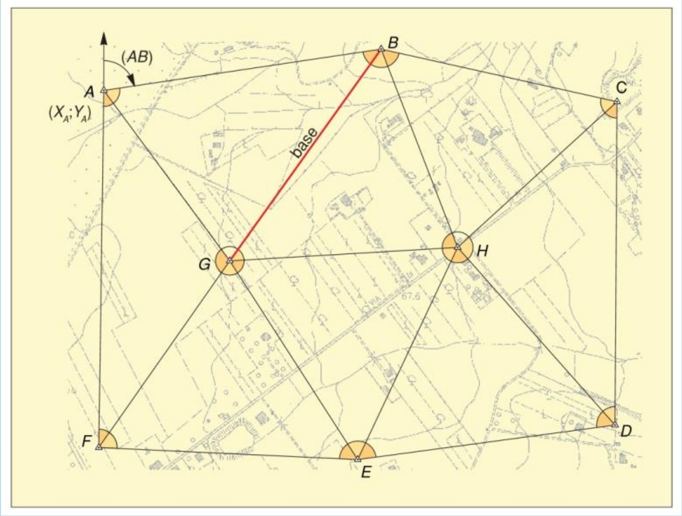
- Insieme di punti di coordinate note materializzati sul territorio utilizzabili per l’inquadramento del rilievo.

Il rilievo dei *punti di inquadramento* viene sempre effettuato tramite *triangolazioni* che formano una maglia regolare, denominata *rete geodetica*, cercando di avvicinare il più possibile la forma dei triangoli a quella *equilatera*.

Quando dal collegamento dei punti di **inquadramento** si ottiene una sequenza di triangoli, si realizza lo schema geometrico delle **triangolazioni**.

Se i triangoli sono collegati fra loro in modo univoco, cioè da un triangolo si passa al successivo attraverso uno ed un solo lato comune, la triangolazione si dice a catena



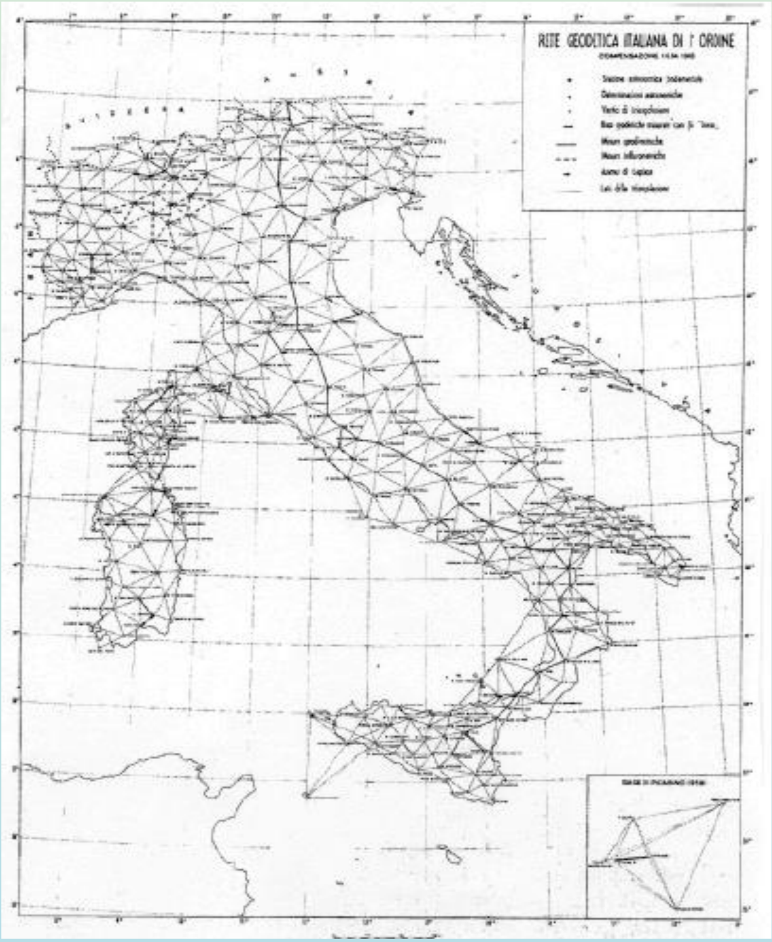


Se invece da un triangolo si può accedere agli altri triangoli attraverso più vie, la triangolazione si dice a rete

Data la necessità di ottenere i punti di inquadramento con una densità media di uno ogni 9 km^2, per un corretto utilizzo degli utenti, le reti geodetiche vengono suddivise in diversi ordini partendo da una rete fondamentale di inquadramento di tutto il territorio, detta *rete geodetica del primo ordine*, con triangoli che hanno lati di lunghezza variabile da 30 a 50 km.

La *rete geodetica del primo ordine* è in assoluto quella che garantisce le massime precisioni; gli angoli vengono misurati col metodo delle direzioni isolate eseguendo 24 reiterazioni e gli errori di chiusura angolare dei triangoli non devono superare 1",5 secondi sessagesimali. Essa viene compensata in blocco unico per tutto il territorio.

▪ TRIANGOLAZIONE DI PRIMO ORDINE



In via eccezionale, si sono sviluppati triangoli con lati superiori ai 200 km, ad es. per collegare la Sardegna al continente.

I triangoli sono tutti collegati col sistema a rete.

Gli angoli di quest’ordine sono stati misurati con teodoliti.

Successivamente al centro dei triangoli formati dai vertici del primo ordine si dispongono altri vertici che andranno a costituire la *rete geodetica del secondo ordine*. In questo caso i triangoli saranno formati da due vertici del primo ordine, considerati noti e privi di errore, ed uno del secondo, gli angoli saranno misurati con 12 reiterazioni e gli errori di chiusura non dovranno superare i 3",5 secondi sessagesimali. La loro compensazione sarà effettuata considerando, come detto, i vertici del primo ordine privi di errore.

Il raffittimento successivo determina una serie di vertici che vanno a costituire la *rete geodetica del terzo ordine*; i vertici sono determinati appoggiandosi ai vertici del 1° e 2° ordine, considerati noti e privi di errori, sempre tramite triangolazioni i cui angoli sono misurati con 6 reiterazioni ed i cui errori di chiusura non devono superare i 6".

Infine l'ultimo raffittimento porta alla disseminazione sul territorio di tutti quei vertici che costituiscono la rete geodetica del quarto ordine. Tutti i vertici del 4° ordine vengono determinati appoggiandosi ai vertici di ordine superiore, supposti noti e privi di errore, e sono determinati anch'essi per triangolazione ma spesso anche per intersezioni multipla in avanti, specie quando sono materializzati da manufatti già esistenti, come campanili.

Tutti insieme i vertici del 1°, 2°, 3° e 4° ordine, indicati anche col nome di punti trigonometrici, costituiscono la rete geodetica dello stato Italiano. Essi vengono segnalizzati sul terreno con molta cura: quelli del 1° e 2° ordine con un pilastrino in calcestruzzo recante due centrini uno in sommità ed uno in profondità; quelli del 3° e 4° senza pilastrino ma sempre con un centrino a livello terreno ed uno in profondità.

Di tutti i punti vengono redatte opportune monografie con i dati necessari al loro ritrovamento e con le loro coordinate plano-altimetriche.
Sulla cartografia ufficiale dello Stato Italiano, anch'essa redatta dall'I.G.M., sono riportati con un triangolino con la punta all'insù (Δ).

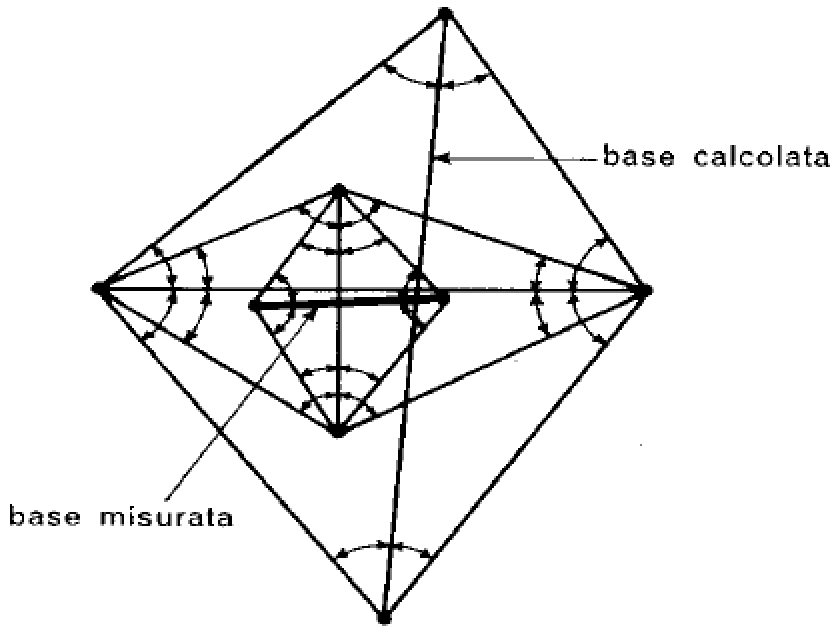
Per raffittire ancora di più la rete di punti trigonometrici l'I.G.M. ha disseminato sul territorio un'altra serie di punti, detti *punti topografici*, determinati quasi sempre per *intersezione multipla in avanti* appoggiandosi ai punti della rete geodetica, supposti noti e privi di errore. In generale essi sono rappresentati da manufatti, quali campanili, antenne, serbatoi d'acqua, torri, fumaioli, fari, etc. Nella cartografia sono indicati con un triangolino con la punta all'ingiù (∇). Sono ovviamente i punti di più scarsa precisione.

Le reti di triangoli descritte al paragrafo precedente ottenute con misure di soli angoli non risultano dimensionate in quanto è noto che avendo a disposizione tre angoli si possono costruire infiniti triangoli che li soddisfino.

Si rende quindi necessario il dimensionamento delle reti per il quale scopo basterebbe la misura di un solo lato in un solo triangolo; applicando il teorema dei seni si potranno facilmente determinare gli altri due lati del triangolo che diventeranno lati noti dei triangoli adiacenti, e così via.

La misura di una lato della rete, dovendo essere eseguito con una precisione elevatissima pari ad *1 mm/km*, è stato uno dei problemi più delicati affrontato dai rilevatori, in particolare tenendo presente il periodo in cui la rete Italiana è stata impostata (alla fine del 1800).

La difficoltà materiale di misurare un lato di un triangolo del 1° ordine con i vertici sempre posizionati su cime di montagne ha condotto ad escogitare un metodo indicato col nome di *base misurata*. Si è cioè scelta una base in una zona opportuna, in genere pianeggiante, non eccessivamente lunga, variabile dai 3 ai 9 km, che è stata misurata con opportuni apparati fino al raggiungimento della precisione voluta.

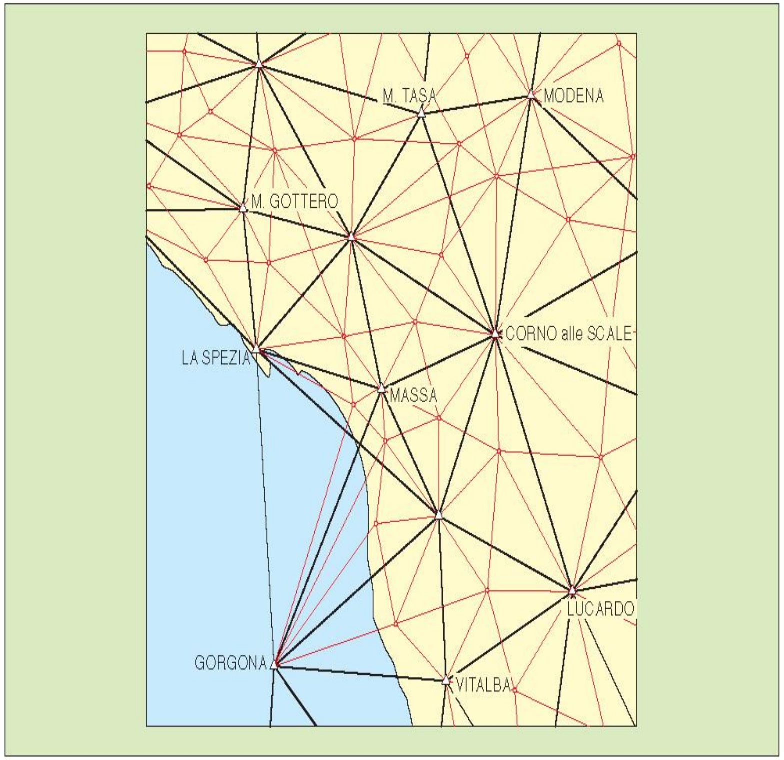


Dalla base misurata, mediante una triangolazione di sviluppo eseguita con la massima precisione (per ogni angolo si eseguivano fino a 36 reiterazioni) si giungeva ad inglobare un lato della triangolazione del primo ordine che diveniva così la *base calcolata*.
Nel passaggio dalla base misurata alla base calcolata si perdeva una unità in precisione passando da 10^{-6} a 10^{-5}.

In una rete geodetica di estese dimensioni, come quella italiana, le basi misurate sono più d'una distribuite in maniera strategica su tutto il territorio; si hanno 8 basi misurate.

Le reti di cui si è parlato nei paragrafi precedenti vengono previste e calcolate sull'ellissoide il quale però deve essere orientato rispetto al geoide.
Si rende quindi necessaria la conoscenza delle coordinate astronomiche e di un azimut di almeno un punto della rete ciò che viene fatto eseguendo una stazione astronomica sul punto.
In Italia, come più volte detto, tale punto è situato a Roma presso l'Osservatorio Astronomico di M.Mario.

▪ Rete del secondo ordine



Schema della rete relativa ad una triangolazione di II ordine (in rosso)

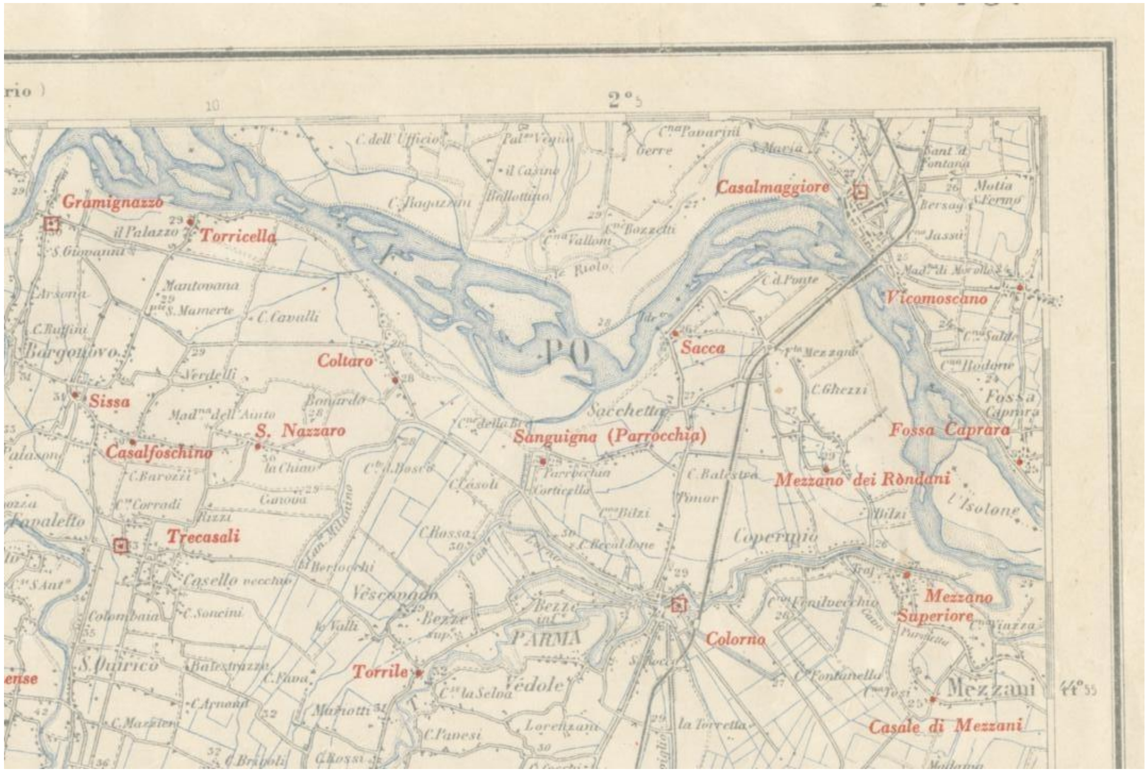
La **rete del secondo ordine** è costituita da lati della lunghezza media di 20-30 km.

I vertici sono posti all'incirca nei baricentri dei triangoli di primo ordine.

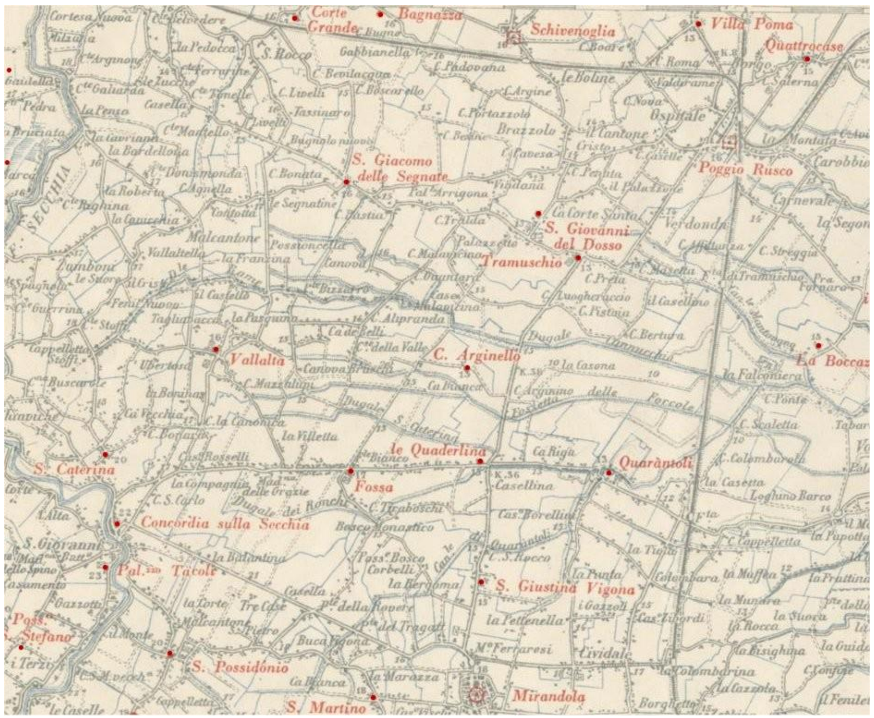
I triangoli hanno forma pressocchè equilatera o isoscele secondo che siano ottenuti congiungendo due vertici di secondo ordine con uno del primo o un vertice del secondo ordine con due del primo.

▪ RETE DEL TERZO ORDINE

La **rete del terzo ordine** è costituita da lati della lunghezza media di 10-15 km.



RETE DEL QUARTO ORDINE



La **rete del quarto ordine**, è costituita da lati della lunghezza media di 5 km, è stata realizzata come una vera e propria rete di dettaglio, dal momento che con essa la triangolazione è infittita fino al punto da permettere di passare direttamente a rilievo di dettaglio. Difatti la posizione di ciascun punto del quarto ordine è stata determinata a mezzo dei metodi di *intersezioni*.

Triangolazione

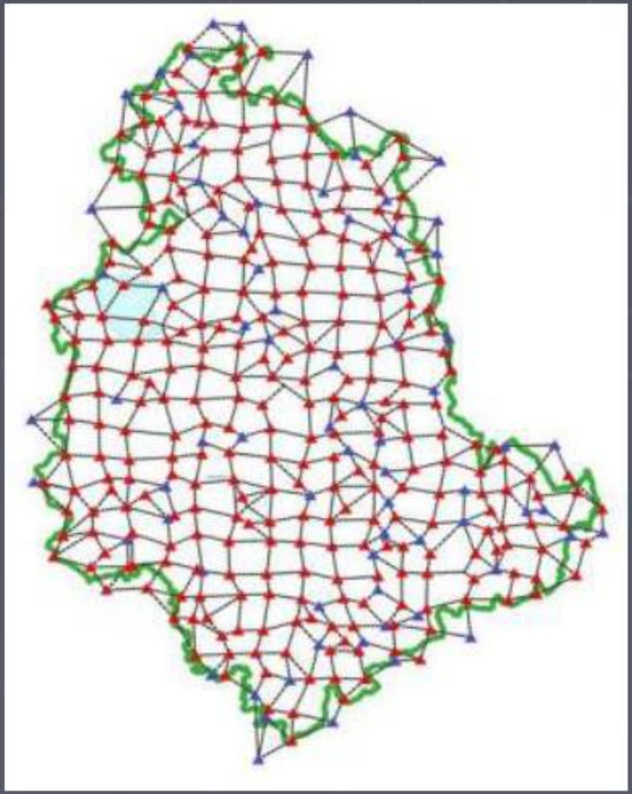
IGM

Triangolazione IGM95

Da 1992, IGM ha iniziato un importante progetto strategico relativo all'istituzione e alla determinazione di una nuova rete geodetica fondamentale, anch'essa uniformemente distribuita sull'intero territorio, denominata IGM95. La nuova rete è stata interamente determinata con l'impiego di tecniche differenziali GPS. Essa risulta inoltre collegata alle reti "classiche" di triangolazione e livellazione.

La rete IGM95 consta ad oggi di oltre 2000 punti caratterizzati da elevata precisione ed aventi una interdistanza media di circa 20 km. E' attualmente in corso un raffittimento, realizzato in collaborazione con le Regioni, che porterà ad una densità media di un punto ogni 7 km

La rete geodetica della Regione Umbria costituisce un raffittimento della rete fondamentale IGM95 e nella sua configurazione definitiva è costituita da 294 nuovi vertici che si aggiungono agli 87 vertici IGM95 esistenti, per un totale di 381 punti uniformemente distribuiti sul territorio regionale. I vertici hanno una interdistanza media di 5,5 Km



Triangolazioni

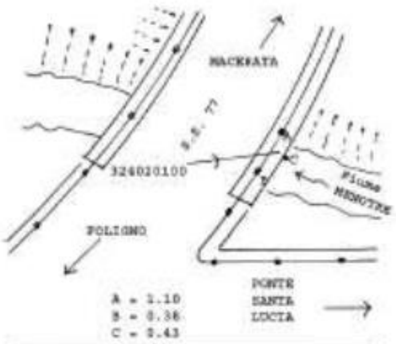
L'esempio Umbria

REGIONE UMBRIA
DIREZIONE AMBIENTE, TERRITORIO E INFRASTRUTTURE – II° SERVIZIO
RETE GEODETICA PLANOALTIMETRICA DELLA REGIONE UMBRIA
RAFFITTIMENTO DELLA RETE FONDAMENTALE IGM95
– Rilievo Aprile 2006 –

Comune: Foligno **Provincia:** Perugia	**Indirizzo:** P.za della Repubblica, 10	**Nome:** PONTE SANTA LUCIA **Punto N°:** 324020100

Accesso: Percorrere la S.S.77 da Foligno in direzione Macerata; il punto si trova al Km. 9 + 200, in localita' Ponte Santa Lucia, all'inizio del ponte sul fiume Menotre, sulla destra.

Materializzazione: Centrino infisso sullo spigolo est della spalla del ponte in calcestruzzo, al Km. 9 + 200 della S.S. 77 della Val di Chienti, in località Ponte Santa Lucia.



		Geografiche	Piane
WGS84 (ETRF89)	φ:	42° 58' 46,8900"	N: 4.760.943,729 m
			E: 319.260,695 m
	λ:	12° 47' 00,0127"	UTM WGS84 - Fuso 33
ROMA40	φ:	42° 58' 44,5339"	N: 4.760.956,389 m
			E: 2.339.267,125 m
	λ:	12° 47' 00,7479"	GAUSS BOAGA - Fuso Est
UTM ED50	φ:	42° 58' 50,4275"	N: 4.761.136,657 m
			E: 319.330,553 m
	λ:	12° 47' 03,3364"	UTM ED50 - Fuso 33

Altezza ellissoidica: 542,455 m

Quota ortometrica: 496,02 m

Caposaldo:

Dislivello misurato:

Riferimenti Cartografici:
Sezione CTR (Regione Umbria): 324.020
Serie 25 (IGM): 324-IV
Serie 25V (IGM): 130-I-NE

Estratto di CTR 1:10.000

Revisione finale eseguita dall'Università di Perugia – Laboratorio di Topografia e Fotogrammetria (D.I.C.A.)