



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"
Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Corso di Topografia e Idrografia

Lezione 8

Punti di inquadramento e punti di dettaglio Triangolazione

Claudio Parente

Topografia

Rilievo topografico

Nell'organizzare un rilievo i punti vanno distinti in 2 categorie

**Punti di
inquadramento**

**Punti di
dettaglio**

Punti di inquadramento

Sono una piccola percentuale dei punti rilevati e costituiscono l'ossatura portante del rilievo

Vengono rilevati e determinati con metodi raffinati così da avere precisioni molto maggiori rispetto alla precisione globale del rilievo

Punti di dettaglio

**Definiscono le particolarità
del terreno e dei manufatti**

**Sono la quasi totalità
dei punti rilevati**

Precisione



la precisione della carta

Scelta e determinazione dei punti di inquadramento



**Il rilievo
non nasce da
un solo punto**

Perchè ?

La **precisione** subirebbe
un **decadimento**
all'allontanarsi dal punto origine



Gli **errori** si
accumulerebbero

Topografia

Rilievo topografico

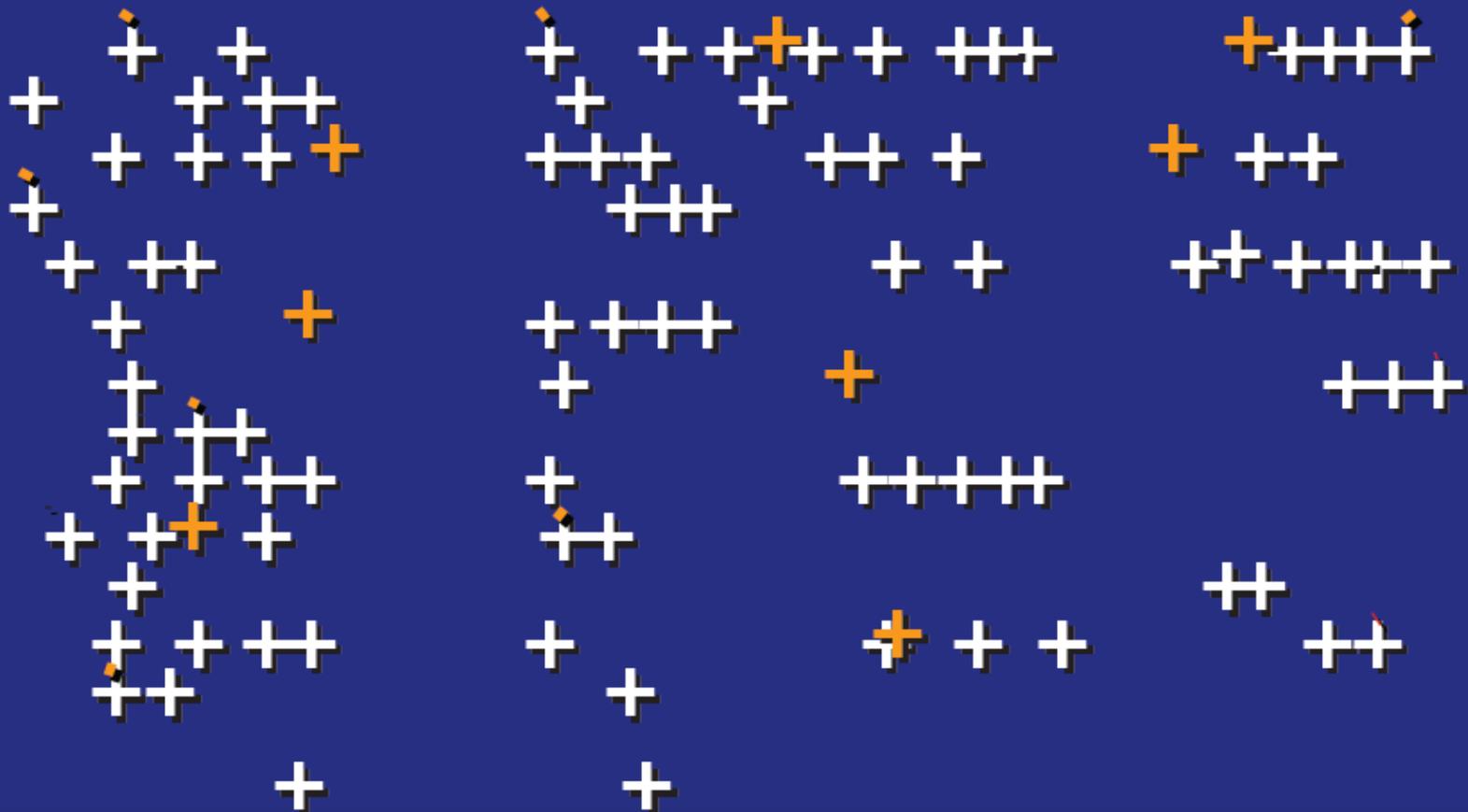
La **precisione** subirebbe
un **decadimento**
all'allontanarsi dal punto origine

Ben difficilmente ai bordi del rilievo
si riuscirebbe a conseguire la
precisione richiesta

Topografia

Rilievo topografico

Si crea allora una **rete** di punti che siano di **vincolo** per tutti i punti di dettaglio



Procedendo in questo modo

Il decadimento metrico nel rilievo di dettaglio è contenuto

C'è omogeneità di precisione in tutte le zone rilevate

Caratteristiche dei **punti delle reti**

I punti devono

- **essere equidistanti fra loro**
- **essere fra loro ben visibili, se si eseguono misure classiche**
- **garantire ricezione di più satelliti GPS**

Caratteristiche dei **punti delle reti**

Per rilievi urbani si scelgono
in **posizione dominante** per
garantire appunto la loro
visibilità

Caratteristiche dei punti delle reti

Vengono determinati con
grande precisione

σ	esempi	e.q.m.
	$\varepsilon = \pm 0.2 \text{ mm}^* \sigma$	
1:2000	$\pm 40 \text{ cm}$	$\pm 15 \text{ cm}$
1:500	$\pm 15 \text{ cm}$	$\pm 5 \text{ cm}$

**Procedure topografiche
classiche per il
rilievo planimetrico**



Rilievo planimetrico

Triangolazioni



**Reti di
inquadramento**

**Intersezioni
poligonali**



Infittimento

Celerimensura



Rilievo di dettaglio

Triangolazione tecnica

Serve ad istituire una **rete**
di vertici appoggiata ai
vertici trigonometrici



Triangolazione tecnica

Alla **rete** ci si appoggerà
nei rilievi successivi

La **rete** viene costruita
con il metodo della triangolazione
mediante una fase di misura
e una di calcolo

**Il metodo della triangolazione
(Snellius 1672)
si basa su questo principio**



Si scelgono dei punti da collegare



**Si congiungono a 2 a 2 così da
costituire una successione di
triangoli aventi successivamente
un lato in comune**

Topografia

Rilievo topografico

Il metodo della **triangolazione**
(Snellius 1672)
si basa su questo principio



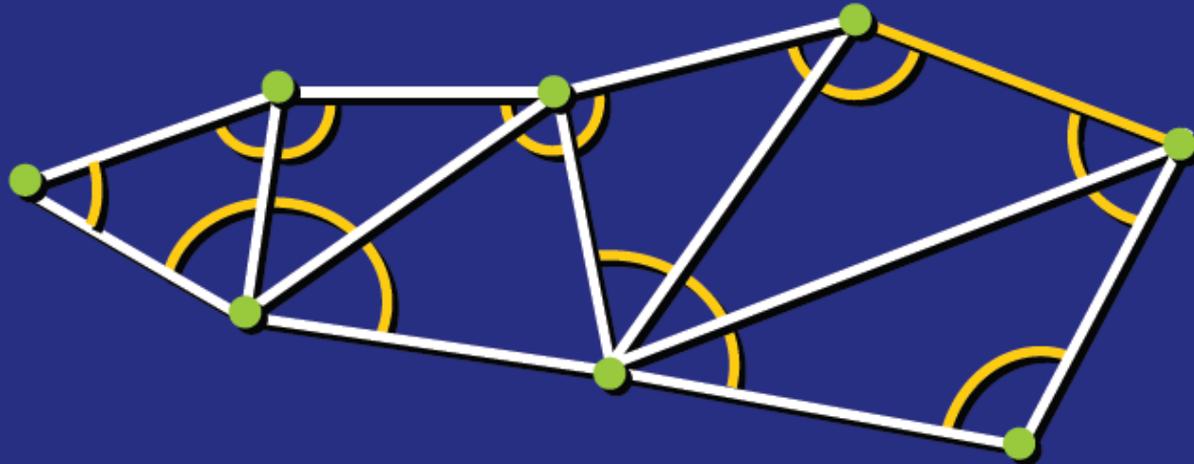
Si misura la distanza fra due vertici

BASE



Si misurano gli angoli interni
di tutti i triangoli

Il metodo della triangolazione (Snellius 1672) si basa su questo principio



La misura di 3 angoli per ogni triangolo consente, in sede di calcolo, la compensazione delle misure



Qual è lo scopo della triangolazione

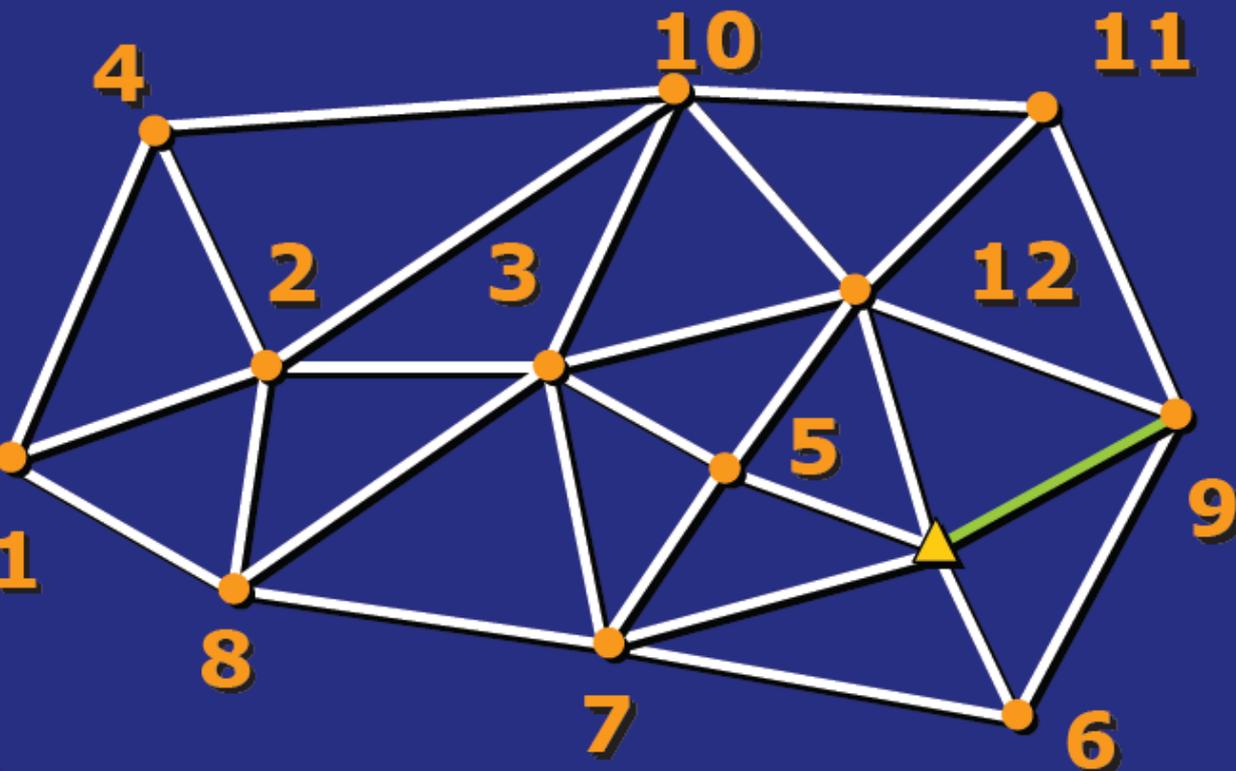
**Fornire le coordinate (N,E)
dei vertici della triangolazione**

Poiché
è un metodo molto preciso
si usa per la costruzione
delle reti planimetriche

Topografia

Rilievo topografico

Quante sono le misure necessarie



Ho 12 vertici

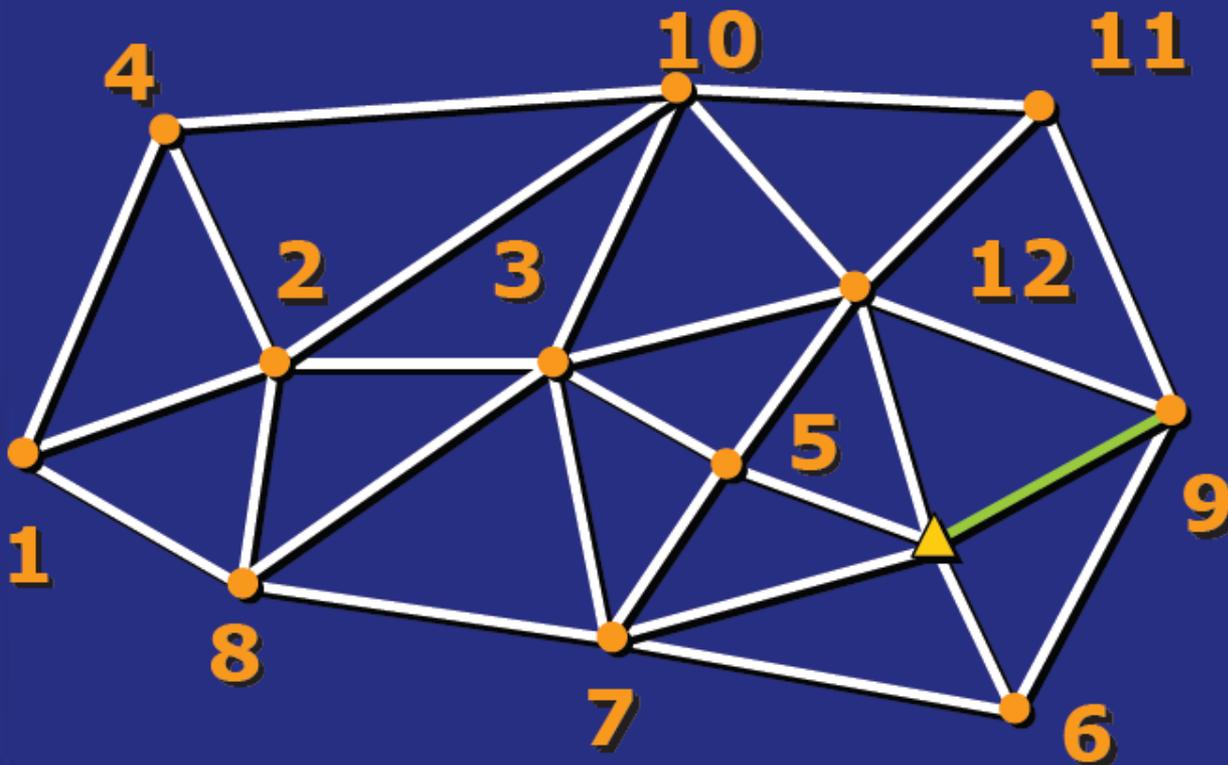
24 incognite
(N,E)

24 misure

Topografia

Rilievo topografico

Ogni misura che faccio può essere considerata un grado di vincolo che impongo a questo sistema che ha 24 gradi di libertà



Generalmente però si fanno misure in numero sovrabbondante

- ▶ **Per mediare l'effetto degli errori accidentali**
- ▶ **Per poter stabilire l'e.q.m. di determinazione delle coordinate**
- ▶ **Per cautelarsi da errori grossolani**

Operativamente



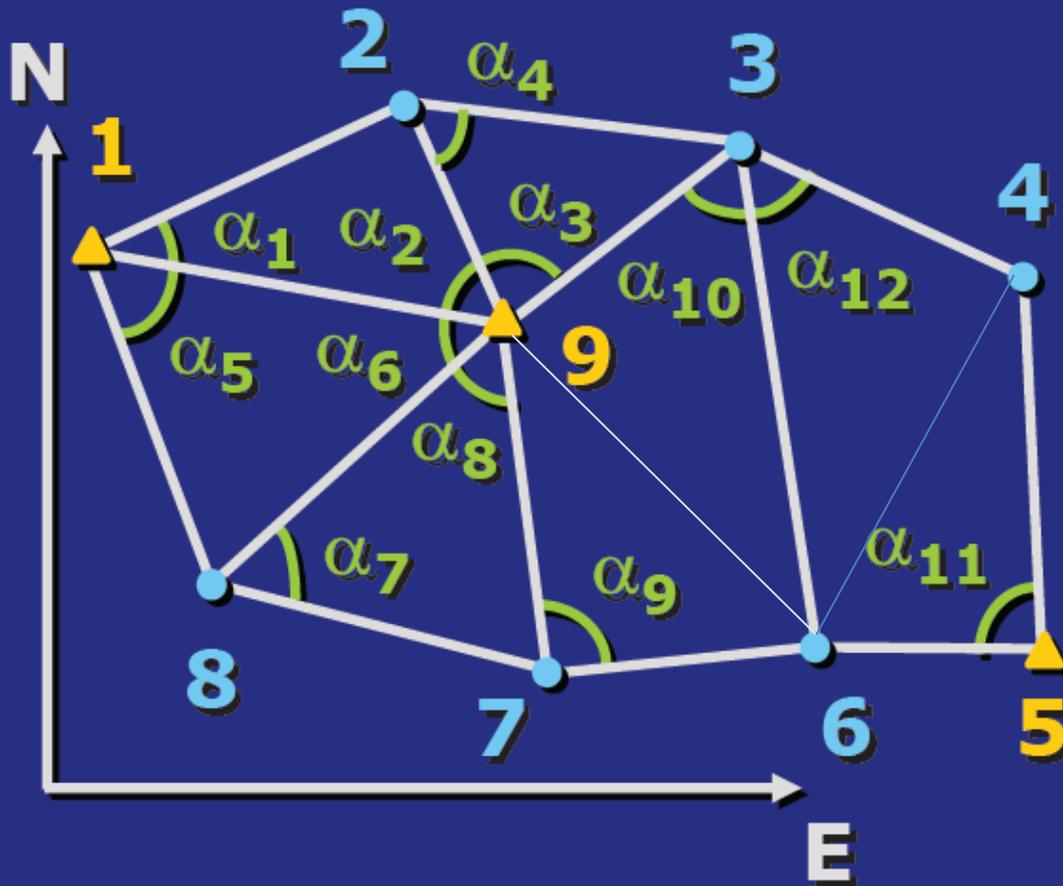
$$\frac{\text{numero misure}}{\text{numero incognite}} > 1,5$$

a volte anche 2

Topografia

Rilievo topografico

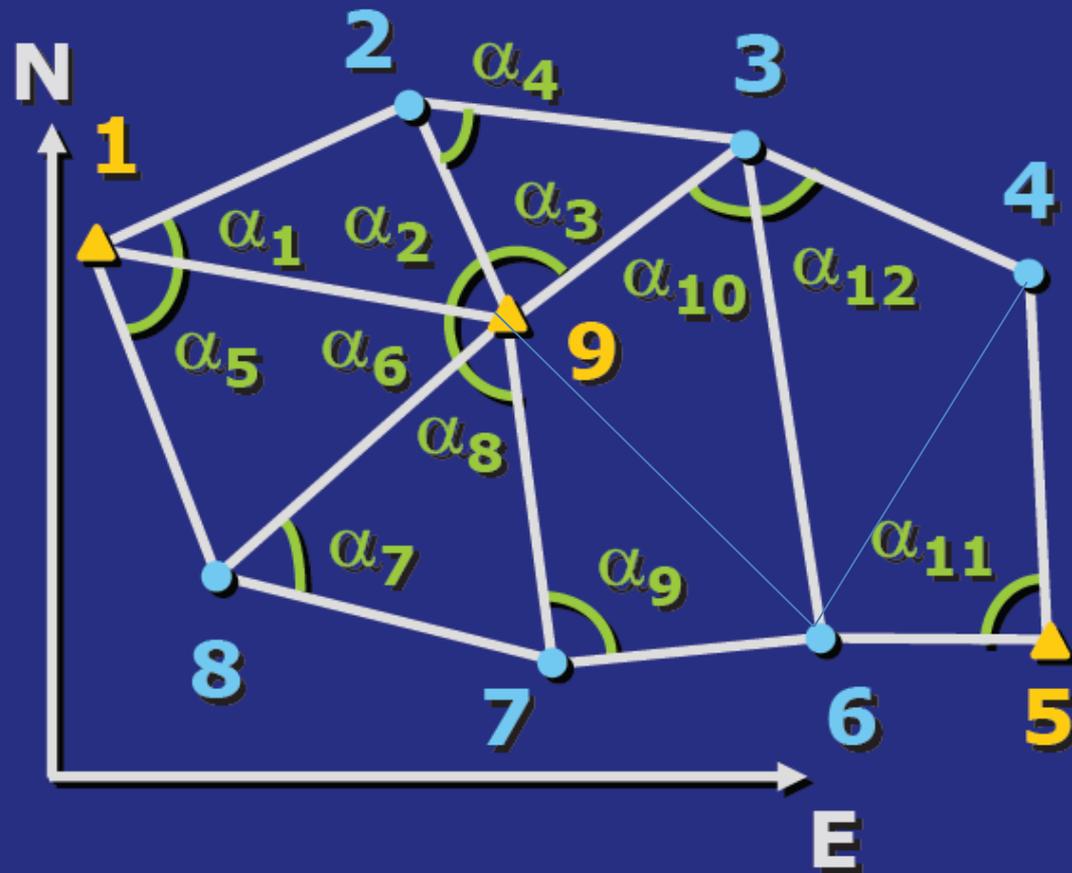
Come si scelgono le misure da fare



Rete di 9 vertici
3 sono di
coordinate note
(1,9,5)
6 vertici sono
da determinare

12 incognite

Come si scelgono le misure da fare



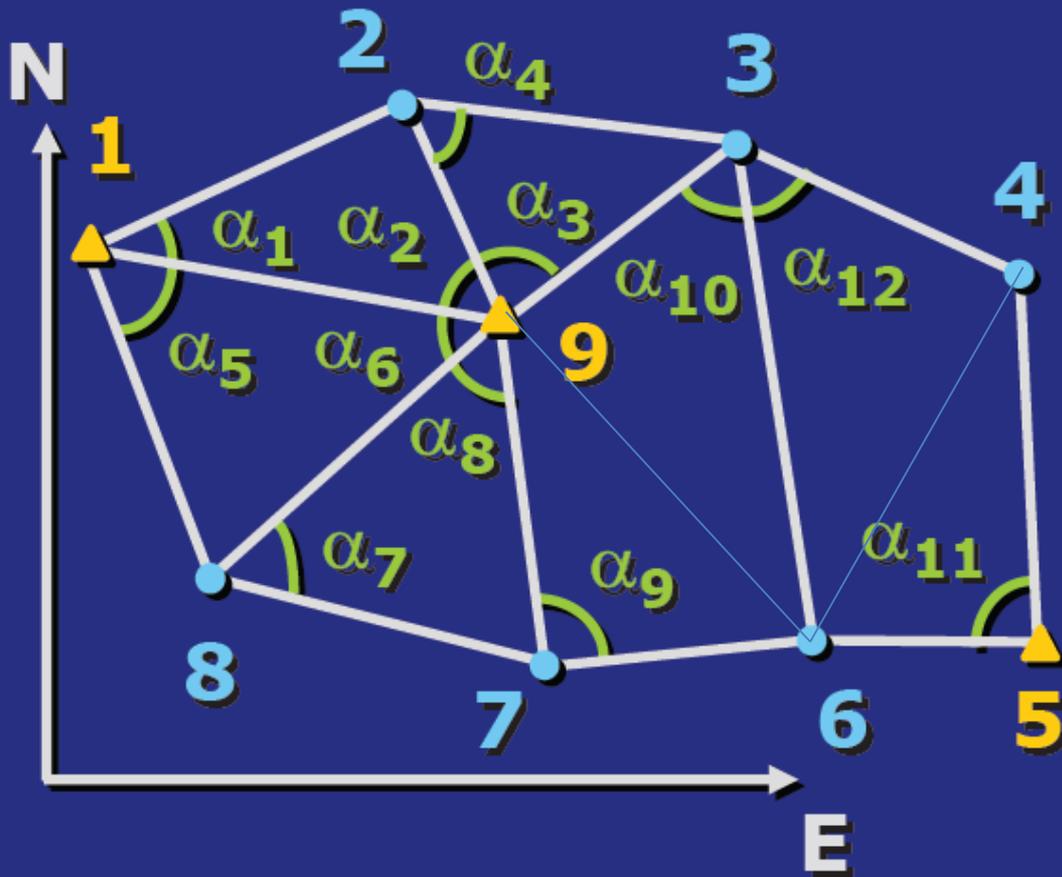
Punto 2

$$\alpha_1 = L_{1-9} - L_{1-2}$$
$$\alpha_2 = L_{9-2} - L_{9-1}$$

Topografia

Rilievo topografico

Come si scelgono le misure da fare



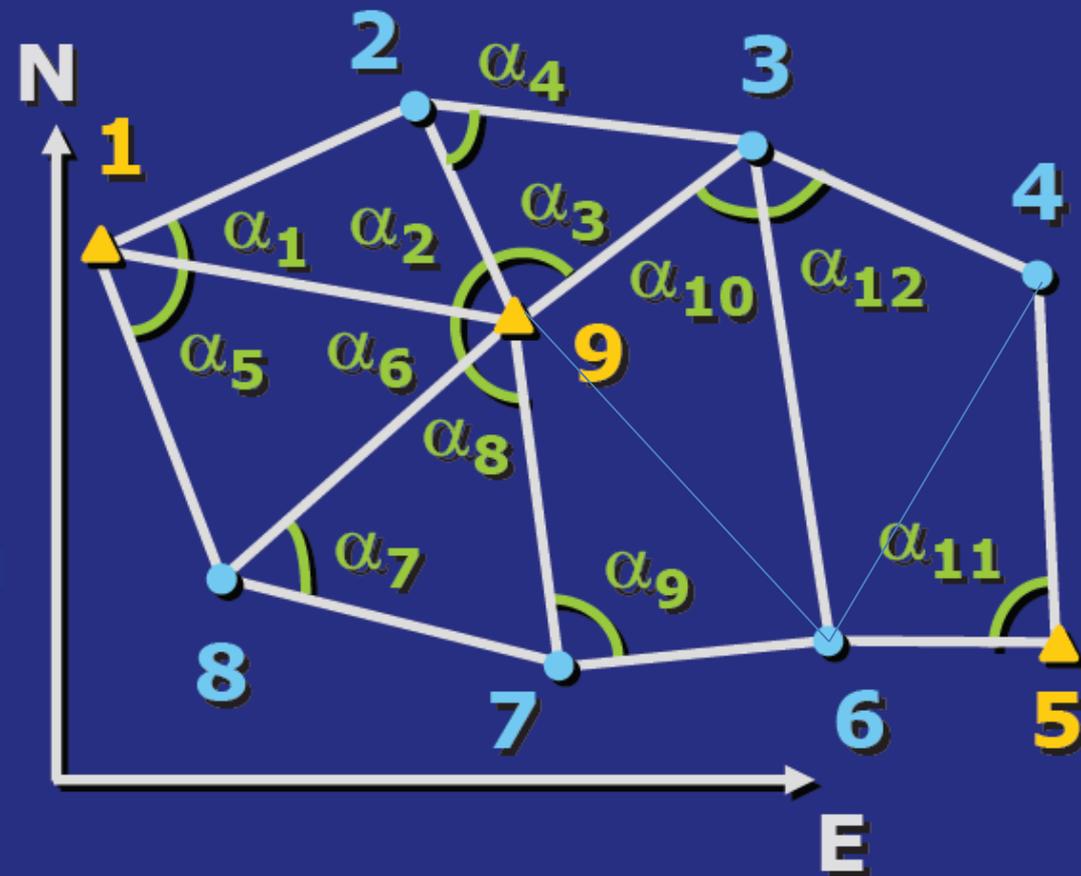
Punto 3

$$\alpha_3 = L_{9-2} - L_{9-3}$$
$$\alpha_4 = L_{2-3} - L_{2-9}$$

Topografia

Rilievo topografico

Come si scelgono le misure da fare



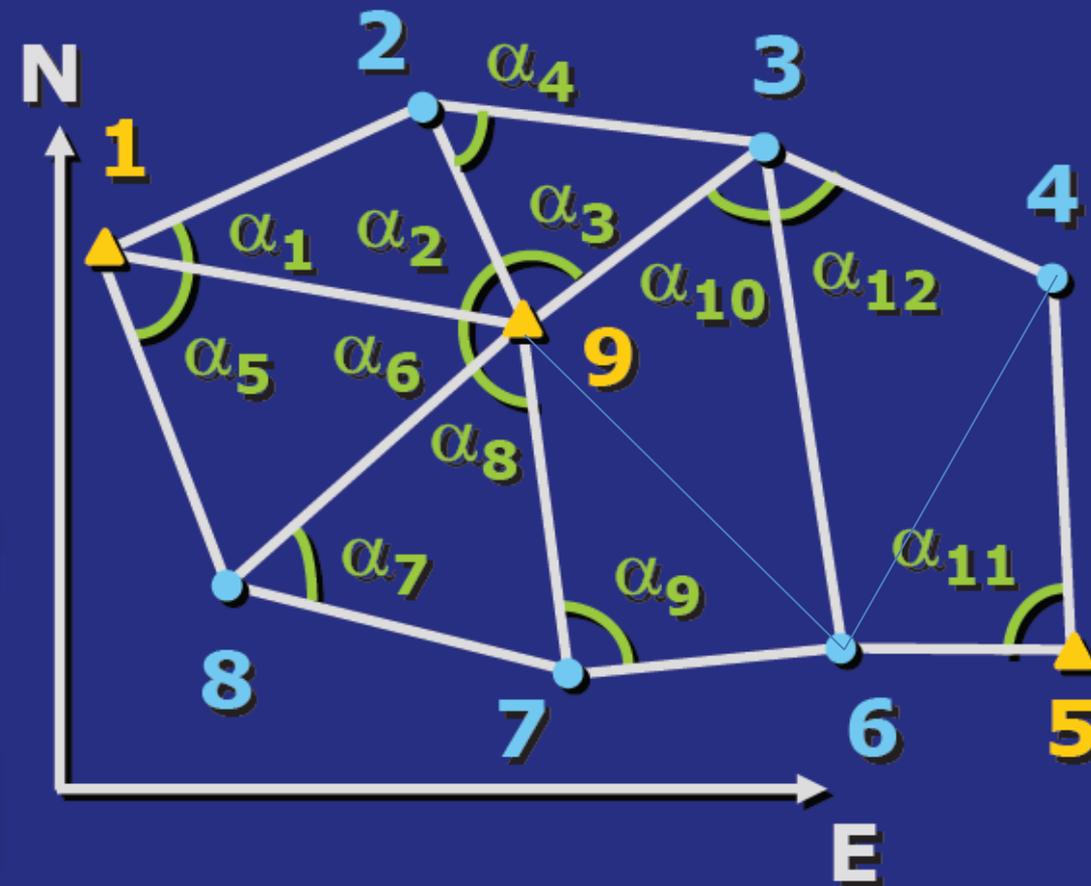
Punto 8

$$\alpha_5 = L_{1-9} - L_{1-8}$$
$$\alpha_6 = L_{9-1} - L_{9-8}$$

Topografia

Rilievo topografico

Come si scelgono le misure da fare



Punto 7

$$\alpha_7 = L_{8-9} - L_{8-7}$$
$$\alpha_8 = L_{9-8} - L_{9-7}$$

**Con il numero di misure
strettamente necessario non avrei
modo di individuare errori**



Topografia

Rilievo topografico

Attualmente la misura delle distanze non è più, come ai tempi di Snellius, un problema

Con le stazioni totali è molto rapido e agevole misurare angoli e distanze



Per questo

**Nello schema della
triangolazione**

**possiamo prevedere l'inserimento
di molte misure di distanze fino ad
arrivare a conseguire un grado di
sovraabbondanza considerevole**

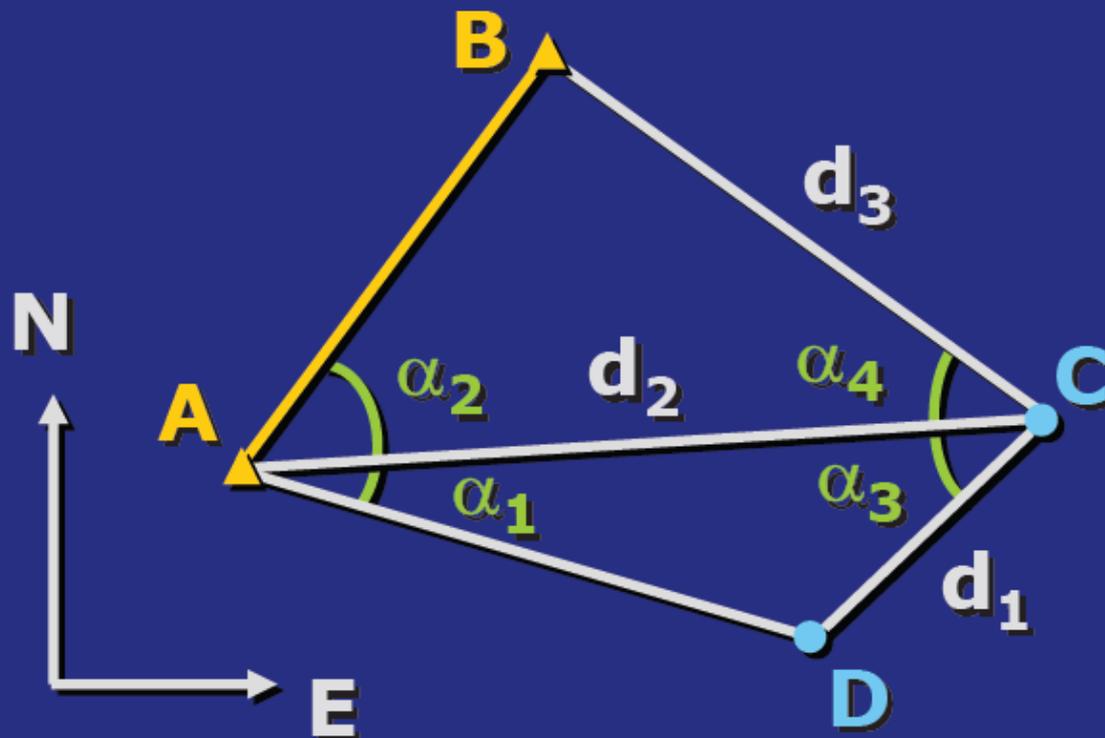
Topografia

Rilievo topografico

**Come avviene poi il calcolo
cioè la compensazione**



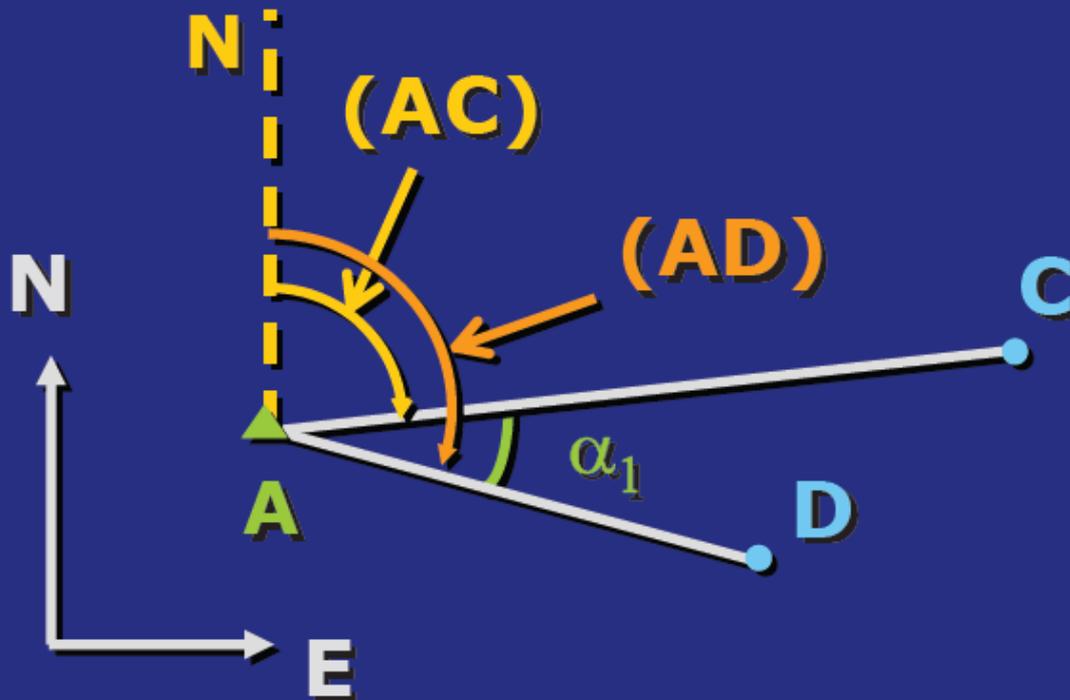
La compensazione di una rete si esegue applicando un algoritmo matematico basato sul principio dei minimi quadrati



Topografia

Rilievo topografico

**La compensazione di una rete
si esegue applicando un
algoritmo matematico basato sul
principio dei minimi quadrati**

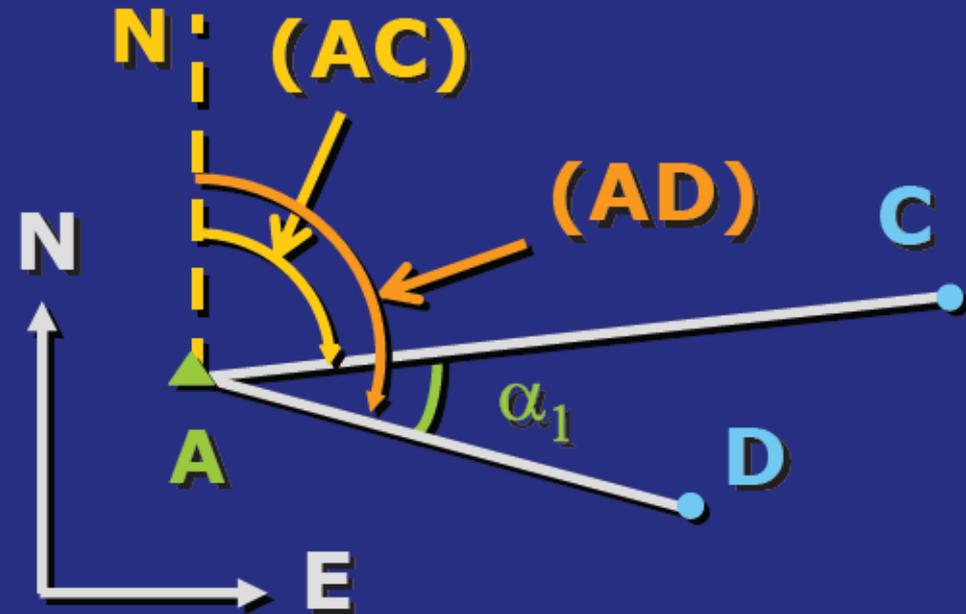


Topografia

Rilievo topografico

$$(AD) - (AC) = \alpha_1$$

$$(AD) - (AC) - \alpha_1 = 0$$



$$\arctg \frac{E_D - E_A}{N_D - N_A} - \arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \alpha_1 = 0$$

Per ogni angolo misurato si può scrivere un'equazione di questo tipo

Topografia

Rilievo topografico

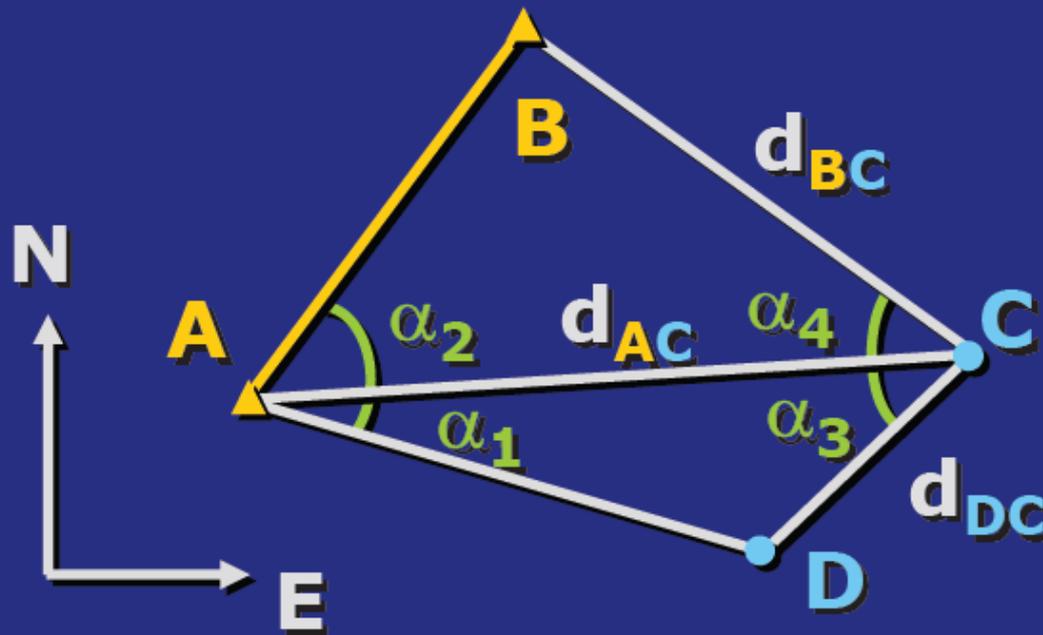


$$\sqrt{(E_C - E_A)^2 + (N_C - N_A)^2} - d_{AC} = 0$$

Per ogni distanza misurato si può scrivere un'equazione di questo tipo

Topografia

Rilievo topografico



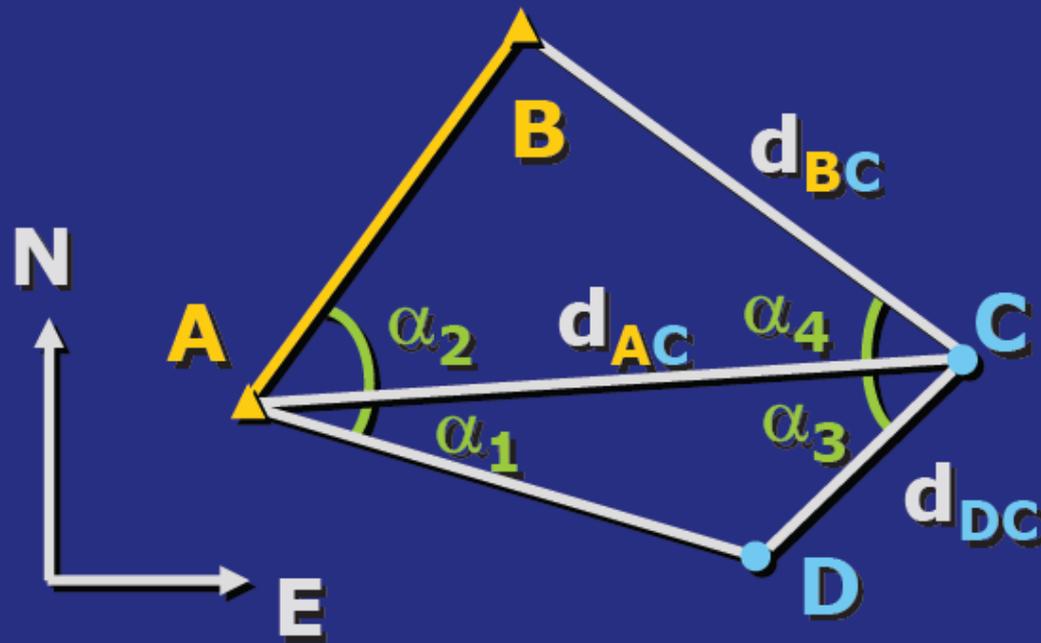
$$\sqrt{(E_C - E_B)^2 + (N_C - N_B)^2} - d_{BC} = 0$$

$$\sqrt{(E_C - E_D)^2 + (N_C - N_D)^2} - d_{DC} = 0$$

$$\sqrt{(E_C - E_A)^2 + (N_C - N_A)^2} - d_{AC} = 0$$

Topografia

Rilievo topografico



$$\arctg \frac{E_D - E_A}{N_D - N_A} - \arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \alpha_1 = 0$$

$$\arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \arctg \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} - \alpha_2 = 0$$

Topografia

Rilievo topografico

$$\sqrt{(E_C - E_B)^2 + (N_C - N_B)^2} - d_{BC} = 0$$

$$\sqrt{(E_C - E_D)^2 + (N_C - N_D)^2} - d_{DC} = 0$$

$$\sqrt{(E_C - E_A)^2 + (N_C - N_A)^2} - d_{AC} = 0$$

$$\arctg \frac{E_D - E_A}{N_D - N_A} - \arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \alpha_1 = 0$$

$$\arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \arctg \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} - \alpha_2 = 0$$

$$\arctg \frac{E_A - E_C}{N_A - N_C} - \arctg \frac{E_D - E_C}{N_D - N_C} - \alpha_3 = 0$$

$$\arctg \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} - \arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \alpha_4 = 0$$

Topografia

Rilievo topografico

$$\sqrt{(E_C - E_B)^2 + (N_C - N_B)^2} - d_{BC} = v_1$$

$$\sqrt{(E_C - E_D)^2 + (N_C - N_D)^2} - d_{DC} = v_2$$

$$\sqrt{(E_C - E_A)^2 + (N_C - N_A)^2} - d_{AC} = v_3$$

$$\arctg \frac{E_D - E_A}{N_D - N_A} - \arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \alpha_1 = v_4$$

$$\arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \arctg \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} - \alpha_2 = v_5$$

$$\arctg \frac{E_A - E_C}{N_A - N_C} - \arctg \frac{E_D - E_C}{N_D - N_C} - \alpha_3 = v_6$$

$$\arctg \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} - \arctg \frac{E_C - E_A}{N_C - N_A} - \alpha_4 = v_7$$

Topografia

Rilievo topografico

7

Equazioni

4

Incognite

E_C, N_C, E_D, N_D

**La soluzione è fornita da algoritmi
che individuano la condizione**

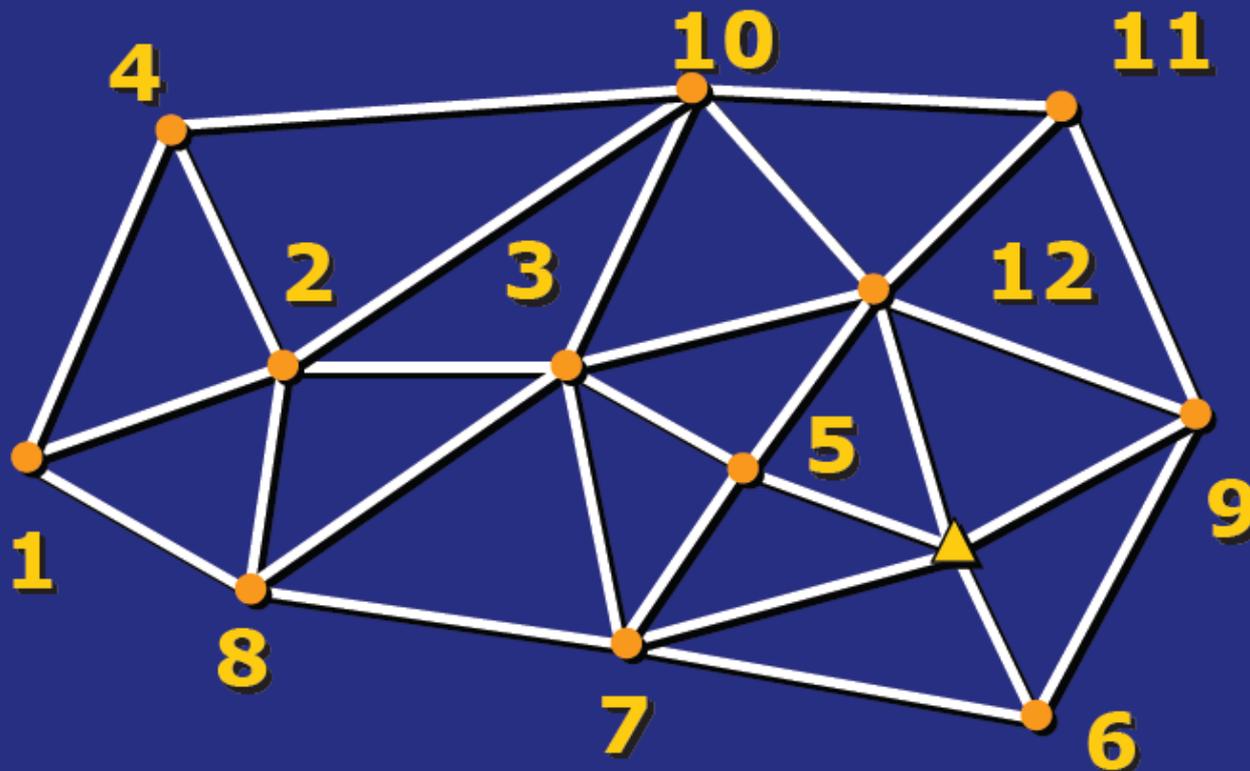
$$\Sigma v_i^2 = \text{minima}$$

Compensazione a minimi quadrati

Topografia

Rilievo topografico

**Eseguite le misure di una rete
ed elaborati i dati mediante
compensazione ...**



Topografia

Rilievo topografico

**Eseguite le misure di una rete
ed elaborati i dati mediante
compensazione ...**



**... sono note le coordinate
dei suoi vertici nel sistema
di riferimento prescelto**